

Século XXI: qual Matemática é recomendável?

A POSIÇÃO DO
"THE NATIONAL COUNCIL OF SUPERVISORS OF MATHEMATICS"

Sérgio Lorenzato*
Maria do Carmo Vila**

1. INTRODUÇÃO

Nossa sociedade tecnológica passa por contínuas transformações, numa velocidade surpreendente. Fazendo parte de uma sociedade em mudança, nós, professores de Matemática, sentimos muitas vezes angústia e preocupação, pois temos dificuldade em definir os conteúdos mínimos básicos de Matemática de que nossos alunos necessitarão em suas atividades futuras para melhor atuarem na sociedade em mudança do próximo milênio.

Ora, se a sociedade muda, e com ela suas demandas, temos já, aqui, um início do que é importante fazer: preparar nossos estudantes para a mobilidade.

Mas, o que significa preparar para a mobilidade?

Como a Matemática poderá contribuir para essa preparação?

Em 1988, em seu Encontro Anual, realizado em Chicago, Estados Unidos,

a famosa associação americana denominada "The National Council of Supervisors of Mathematics" (NCSM), promoveu uma discussão sobre o assunto, originando daí um documento denominado "**BASIC MATHEMATICAL SKILLS FOR THE 21ST CENTURY.**" Nesse documento, a Associação dos Supervisores de Matemática apresenta a sua posição sobre as habilidades de base, em matemática, que os estudantes do século 21 deverão possuir. Para o NCSM, as habilidades básicas descritas representam as expectativas sobre as competências básicas de que os estudantes necessitarão durante sua maioridade responsável.

O NCSM vê como "básicas" aquelas habilidades que são necessárias para que resem abertas ao indivíduo tanto as portas para o emprego quanto para uma educação posterior. Para tanto, os estudantes deverão: revelar uma perfeita compreensão dos conceitos e princípios matemáticos, raciocinar claramente e comunicar efetivamente idéias

* Docente do Departamento de Metodologia de Ensino - FE/UNICAMP.

** Docente da Universidade Federal de Minas Gerais.

matemáticas, reconhecer aplicações matemáticas no mundo ao seu redor e abordar problemas matemáticos com segurança.

O NCSM identifica, então, doze áreas de competência que todos os alunos deverão apresentar, em Matemática, em sua atuação como adultos responsáveis do próximo século.

2. ÁREAS DE HABILIDADES BÁSICAS

As doze áreas onde os alunos deverão apresentar habilidades são: resolução de problemas, comunicação de idéias matemáticas, raciocínio matemático, aplicação da Matemática a situações da vida cotidiana, atenção para com a "razoabilidade" dos resultados, estimação, habilidades apropriadas de cálculo, raciocínio algébrico, medidas, geometria, estatística e probabilidade.

2.1. Resolução de Problemas

Para o NCSM, a resolução de problemas - um "processo de aplicação de conhecimentos previamente adquiridos a novas e não familiares situações" - é a principal razão para o estudo da Matemática. Resolver problemas escritos é uma forma de resolução de problemas, mas é importante que os estudantes se defrontem com problemas não-textuais.

Para o NCSM, as estratégias de resolução de problemas envolvem: apresentação de questões, análise de situações, transferências de resultados,

ilustração de resultados, traçado de diagramas e o uso da técnica de ensaio e erro. Os estudantes deverão enxergar soluções alternativas para os problemas e resolver problemas que apresentem mais de uma solução.

Com tal posicionamento a respeito da resolução de problemas no currículo de Matemática, o NCSM vem apoiar uma tendência cujas origens remontam às recomendações da "Progressive Education Association" através de seu artigo "Matemática na Educação Geral", publicado em 1940, e à obra de Polya (1945), publicada em inglês e intitulada "Como apresentar e resolver um problema em matemática". Tal tendência foi cristalizada com a primeira recomendação do famoso artigo "Agenda for Action - Recommendations for school mathematics of de 1980s", publicado em abril de 1980 pelo "National Council of Theachers of Mathematics" (NCTM). A primeira das recomendações dizia que o ensino da Matemática, durante a década de 80, deveria ser centrado na resolução de problemas. De lá para cá, muitas pesquisas e publicações têm surgido sobre esse tema; entretanto, respostas convincentes ainda não foram dadas a importantes questões tais como:

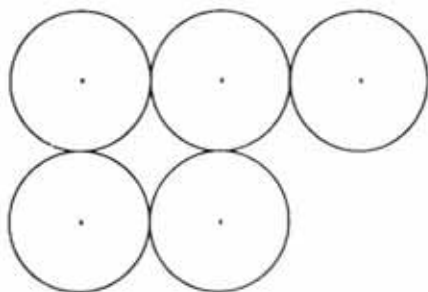
- O que vem a ser um problema?
- Qual a diferença entre um exercício e um problema?
- Qual é a forma mais apropriada para se apresentar um problema?
- Deve-se ensinar aos alunos estratégias de resolução de problemas?
- Quais são os fatores que

influenciam a resolução de um problema?

Um bom modo de saber o que os especialistas têm chamado de problema é observar alguns exemplos.

Eis, como primeiro exemplo, um problema de geometria apresentado no 13º Encontro Anual do Grupo Canadense de Estudos de Didática da Matemática (maio/1989) por Doris Schttschneider:

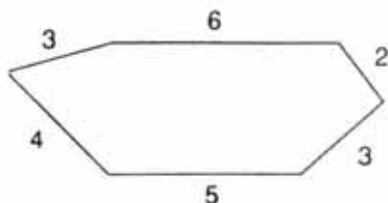
Desenhe uma reta que divida igualmente a área determinada pelos 5 círculos, isto é, que divida ao meio a área determinada pelos 5 círculos de modo que partes congruentes se distribuam igualmente para cada lado da reta.



Para resolver este problema, que apresenta 5 soluções diferentes (Experimente!), o aluno deverá realmente apresentar compreensão dos conceitos de área e de congruência.

Como segundo exemplo, consideremos a questão seguinte:

Calcule o perímetro do hexágono:



Para resolvê-la, pouco ou nenhum conhecimento do conceito de perímetro é exigido do aluno; ou seja, ele pode dar a resposta sem ter idéia do que seja perímetro. Diríamos, então, que trata-se de um exercício. Mas é possível modificá-lo, transformando-o num problema, como foi proposto pelo NCTM, de modo que o aluno não será capaz de resolver a questão se ele não souber o conceito de perímetro. Eis uma sugestão:

Trace um polígono irregular de seis lados com perímetro igual a 23 unidades. Indique todas as suas dimensões.

2.2. Comunicando Idéias Matemáticas

Nesta segunda recomendação, o NCSM salienta que o aluno deveria aprender a linguagem e a notação utilizada pela Matemática. O que significa isto? Significa que os alunos deverão se comunicar matematicamente, ou seja, eles deverão ser capazes de:

1º compreender as idéias matemáticas

transmitidas por alguém, sejam elas apresentadas verbalmente, ou por escrito, ou através de imagens;

2º exprimir idéias matemáticas através da fala, ou da escrita, ou com ajuda de desenhos, gráficos, diagramas, ou materiais concretos.

Se, durante as aulas, o aluno não for estimulado a apresentar tais comportamentos, é evidente que ele não será capaz de comunicar idéias matemáticas. As aulas tradicionais, onde o professor expõe durante todo o tempo e o aluno é ouvinte passivo, constituem a melhor técnica para bloquear o estudante na aquisição da habilidade de se comunicar matematicamente.

Se, ao contrário, o aluno for chamado constantemente a debater com seus colegas ou com o professor, a argumentar e a contra-argumentar, escrevendo ou falando, isso, certamente, o ajudará a desenvolver sua capacidade de expressão matemática.

2.3. Raciocínio matemático

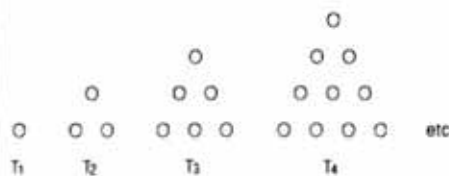
O NCSM enfatiza a importância do raciocínio lógico em Matemática. Em particular, ele salienta que os estudantes deverão ser capazes de chegar a conclusões a partir de um dado conjunto de condições. Outra ênfase é a "validação", ou seja, o estudante deverá ser capaz de justificar seu pensamento e seu processo de solução, seja através de modelos ou, então, usando fatos conhecidos, propriedades e generalizações (argumentos lógicos). Mais ainda, o estudante deverá aprender a identificar padrões e fazer

conjeturas, e a usar contra-exemplos para invalidar uma conjetura.

Os exemplos a seguir ilustram a identificação de um padrão e o uso de um contra-exemplo.

1º) Seja o problema:

Considere os seguintes números triangulares onde T_1 significa o primeiro número triangular; T_2 é o segundo número triangular; T_3 é o terceiro número triangular; etc.



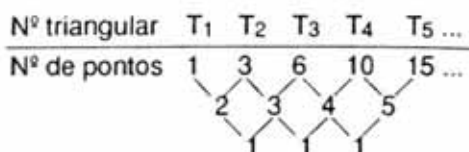
a) Qual é o número T_{20} ?

Esta é uma boa situação para o estudo de padrões matemáticos. De fato, ao explorar a situação, os alunos poderão coletar e organizar dados como:

Nº triangular	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5 ...
Nº de pontos	1	3	6	10	14 ...

Observando as diferenças sucessivas entre as quantidades de

pontos dos números triangulares, temos:



Os alunos poderão concluir que existe um padrão que se repete e, analisando-o, poderão chegar à fórmula seguinte:

$$T_{n-1} = n(n-1)/2$$

Assim: $T_{20} = T_{21-1} = 21(21-1)/2 = 210$

Mas é possível que alguns alunos percebam um outro padrão:

$$T_1 = 1$$

$$T_2 = 2+1$$

(soma dos dois primeiros números naturais)

$$T_3 = 3+2+1$$

(soma dos três primeiros números naturais)

$$T_4 = 4+3+2+1$$

(soma dos quatro primeiros números naturais)

$$T_5 = 5+4+3+2+1$$

(soma dos cinco primeiros números naturais)

Explorando tal padrão, o aluno poderá concluir que T_n será dada pela soma dos n primeiros números naturais, e daí:

$$T_n = n(n+1)/2$$

Portanto: $T_{20} = 20(20+1)/2 = 210$

2ª) Consideremos, agora, o problema seguinte:

Quantas serão as regiões, se o círculo apresentar 15 pontos?

2 pontos

2 regiões

3 pontos

4 regiões

4 pontos

8 regiões

Os alunos mais afoitos, ao observarem os resultados seguintes,

Nº de pontos (n)	2	3	4	5
Nº de regiões (n)	2	4	8	16

serão tentados a concluir que há um padrão que pode ser enunciado como:

$$f(n) = 2^{n-1}$$

No entanto, para 6 pontos, esse padrão não é válido. Com este contra-exemplo, os alunos verificarão a necessidade de se buscar um outro padrão, caso ele exista.

2.4. Aplicação da Matemática à vida Quotidiana

O NCSM também recomenda que os estudantes sejam encorajados a representar matematicamente situações da vida real através de gráficos, diagramas, tabelas e expressões matemáticas, e processar matematicamente os dados representados, obtendo resultados que

deverão ser interpretados à luz da situação real dada.

A História da Matemática mostra que, por vários séculos, essa ciência tem ajudado a resolver problemas práticos da vida quotidiana. Mas aos alunos não é dada a oportunidade de conhecer essa dimensão de aplicabilidade da Matemática a outros domínios, pois, na escola, eles se limitam a resolver exercícios repetitivos e padronizados, sem nenhuma relação com a vida real.

Devemos ensinar Matemática não somente por sua beleza ou pela consistência interna de suas teorias, mas também para que ela seja útil ao homem e à sociedade. É por isso mesmo que essa questão da aplicabilidade da Matemática tem se constituído em preocupação para inúmeros educadores da área e, também, em objeto de discussão em conferências e congressos internacionais.

2.5. Percepção de que a Resposta é Razoável

Obtido um resultado, os alunos deverão ser capazes de verificar se ele é razoável ou não com relação aos dados iniciais. Isso é possível se eles desenvolverem o senso numérico.

Por exemplo, o aluno deverá ser capaz de perceber (desconfiar) que 64.628 não é razoável como produto de $21,4 \times 30,2$, pois estamos multiplicando, aproximadamente, 20 por 30, o que dá 600; portanto, o resultado correto deve estar próximo de 600.

Principalmente na presente

época, onde mais e mais se usam calculadoras e computadores, é importante que o estudante desenvolva tal habilidade.

2.6. Estimação

Num supermercado, devemos decidir o que é mais econômico: comprar 100 g por Cr\$ 1.800,00 ou 400 g por Cr\$ 6.800,00. Do mesmo modo, numa loja, se uma pessoa compra três objetos que custam, respectivamente, Cr\$23.500,00, Cr\$12.400,00 e Cr\$17.800,00 e paga tudo com uma nota de Cr\$ 100.000,00, ela deverá ser capaz de estimar, aproximadamente, seu troco, a fim de saber se o troco recebido é, pelo menos, razoável.

A capacidade de efetuar rapidamente cálculos aproximados, seja através da aritmética mental, seja empregando outras técnicas disponíveis, é uma das habilidades de base destacada pelo NCSM. Os alunos deverão, segundo a Associação, adquirir habilidade com técnicas simples de estimação de comprimento, área, volume e massa e serem capazes de decidir se um resultado particular tem a precisão suficiente para o propósito dado.

Nas escolas, os professores estão sempre muito mais preocupados com a capacidade de seus alunos de realizar com precisão operações (adição, subtração, multiplicação, etc.) e com domínio do emprego de seus algoritmos do que com a habilidade de estimar resultados.

É interessante observar que pesquisas mostram que 80% da

matemática utilizada pelos adultos supõem o uso da estimação.

2.7. Habilidades Apropriadas de Cálculo

A habilidade de saber operar com números inteiros, frações e dízimas e, sobretudo, a capacidade de escolher métodos apropriados de cálculo (aritmética mental, algoritmo com lápis e papel, instrumentos de cálculo como calculadoras e computadores) não foi deixada de lado pelo NCSM; ela constitui uma de suas recomendações. Mas ele lembra, também, que os cálculos longos e complicados devem ser efetuados com a ajuda de calculadoras e computadores.

Recomenda-se, igualmente, o desenvolvimento da habilidade de trabalhar com percentagem (reconhecimento, uso e estimação).

2.8. Pensamento algébrico

O desenvolvimento do pensamento algébrico é também uma habilidade de base necessária aos estudantes que se tornarão adultos no próximo século.

Assim, eles deverão aprender a resolver problemas práticos, envolvendo razão, proporção, variação direta e inversa. Mas deverão, ainda, ser capazes de lidar com números positivos e negativos, assim como notação científica.

Com relação a esta última, apesar de ser muito usada em várias outras áreas como a Física, Química e

	Notação Decimal	Notação Científica
Distância de Vênus ao Sol	6.000.000.000 cm	6×10^{12} cm
Diâmetro de uma célula de sangue humano	0,0008 cm	8×10^{-4} cm
Comprimento do Canal de Suez	17.000.000 cm	$1,7 \times 10^7$ cm
Diâmetro de um floco de neve.	0,25 cm	$2,5 \times 10^{-1}$ cm

Biologia, etc., muitos currículos não lhe fazem menção. A título de exemplo, o quadro anterior apresenta alguns casos do uso da notação científica.

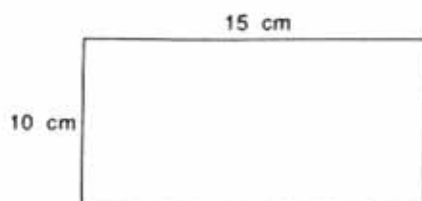
2.9. Medidas

A capacidade de medir é uma habilidade de base há muito tempo reconhecida pelos educadores, aparecendo na maioria dos currículos de Matemática. O NCSM reforça essa tendência, ao afirmar que os estudantes deverão aprender os conceitos fundamentais de medidas e desenvolver suas capacidades em medir distância, superfície, massa, tempo, capacidade, temperatura e ângulos. Segundo a associação, os alunos deverão adquirir tais habilidades através de situações concretas. Tal recomendação é bastante pertinente, pois, em muitas escolas, os alunos aprendem as regras de transformação de múltiplos e submúltiplos das unidades de medida, mas não têm noção da unidade em si mesma.

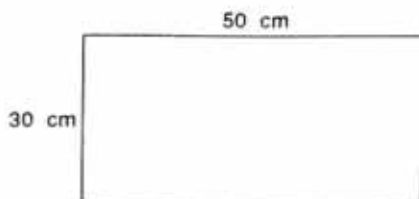
Numa experiência feita com um

aluno de 6ª série, foi pedido que ele indicasse, sem medir, as dimensões aproximadas de um ladrilho do assoalho.

Ora, as medidas reais do ladrilho eram:



No entanto, o aluno respondeu:



Esse mesmo aluno, que mostrou não ter noção do que era centímetro, sabia efetuar qualquer transformação entre milímetro, centímetro, metro, etc.

2.10. Geometria

A Geometria é um tema apresentado por currículos de Matemática do mundo inteiro. Isso porque ela é, reconhecidamente, um assunto importante para a formação matemática dos indivíduos. Mas, apesar disso, cada vez mais os professores deixam de abordar esse importante conteúdo em suas classes. Isso se deve, principalmente, à má formação dos professores que, não tendo um bom conhecimento do assunto, preferem preterir ou suprimir de suas aulas o ensino da geometria.

Atualmente há uma preocupação

mundial em termos da retomada da Geometria nas aulas de Matemática. O NCSM diz que os alunos deverão compreender alguns conceitos geométricos básicos para atuarem efetivamente no mundo tri-dimensional. Assim sendo, deverão compreender conceitos como: paralelismo, perpendicularidade, congruência, semelhança e simetria, bem como as propriedades básicas das figuras planas e dos corpos sólidos simples. O NCSM recomenda ainda que os conceitos geométricos sejam explorados de modo a envolver resolução de problemas e medidas.

2.11. Probabilidade e Estatística

A Estatística e a Probabilidade têm sido dois dos temas que mais têm preocupado educadores e responsáveis pelos programas de Matemática desde o famoso Seminário Royaumont, em 1955, realizado pela Organização Européia de Cooperação Econômica (OECE). Já naquela época, foi recomendada a introdução da Probabilidade e da Estatística nos programas de estudo do ensino de segundo grau e das instituições encarregadas da formação de professores. Recomendações semelhantes foram efetuadas pela Conferência de Cambridge, em 1963 e pelo "The National Science Board (NSB) - Commission on Precollege Education in Mathematics, Science & Technology", em 1982 e 1983.

Nos últimos anos, estes temas têm ocupado posição de destaque em congressos internacionais sobre o ensino da matemática e têm-se constituído

mesmo em temas únicos de todo um congresso. Este é o caso, por exemplo, da 1ª e 2ª Conferências Internacionais sobre o Ensino de Estatística realizadas, respectivamente, em 1982 e 1986 nas universidades de Sheffield e Victoria, as quais contaram com a participação de educadores do mundo inteiro.

O NCSM, em 1988, colocou novamente esses temas em discussão, ao salientar que os alunos que se tornarão adultos no próximo milênio deverão possuir habilidades básicas nessas áreas. Em particular, os estudantes deverão ser capazes de planejar e utilizar coleções de dados para responder a questões de suas vidas cotidianas e deverão ser capazes de lidar com medidas de tendência central além de reconhecer os usos básicos da representação estatística e da inferência. Em Probabilidade, salienta o NCSM, os alunos deverão entender as noções elementares para determinar a equiprobabilidade de eventos futuros e

compreender como a Matemática é utilizada para ajudar a fazer previsões em diversas situações, como eleições, negócios, eventos esportivos, loteria e crescimento populacional.

Probabilidade e Estatística, hoje, é um conhecimento de base que deve fazer parte da cultura matemática mínima de todos os cidadãos, porque estamos vivendo num mundo onde as informações são processadas e apresentadas estatisticamente. Para verificar isso, basta abrir um jornal ou uma revista ou, então, ligar a televisão ou o rádio. Aí encontramos exemplos corriqueiros onde estes conteúdos são abordados.

Muitos países, como Estados Unidos, Inglaterra, Canadá, Alemanha, Hungria, Polônia, já introduziram a Probabilidade e a Estatística em seus Currículos de Matemática; o mesmo está acontecendo com países em desenvolvimento com a Arábia Saudita e a África do Sul. Entretanto, restam ainda muitos países a adotarem a mesma medida.

