

## Considerações sobre o ensino de equações diferenciais ordinárias a partir de algumas pesquisas

### Considerations on teaching ordinary differential equations from some research

DOI:10.34117/bjdv8n1-124

Recebimento dos originais: 07/12/2021

Aceitação para publicação: 10/01/2022

#### Sebastião Aparecido de Araújo

Mestre em Educação Matemática; Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP); Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática; seaparaujo@hotmail.com

#### Frederico da Silva Reis

Doutor em Educação; Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP); Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática; frederico.reis@ufop.edu.br

#### João Bosco Laudares

Doutor em Educação; Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas); Programa de Pós-Graduação em Educação; jblaudares@terra.com.br

#### RESUMO

O presente artigo apresenta algumas considerações sobre o ensino de Equações Diferenciais Ordinárias, a partir de algumas pesquisas realizadas à luz da Educação Matemática no Ensino Superior. A metodologia de pesquisa foi delineada por meio de um levantamento bibliográfico focado em um conjunto de Dissertações de Mestrado que foram detalhadas, destacando-se o tema de investigação, o referencial teórico-bibliográfico, a metodologia de pesquisa e as principais contribuições para a pesquisa vigente sobre o ensino de Equações Diferenciais Ordinárias. As conclusões do artigo a partir do levantamento bibliográfico realizado apontam que: o ensino de Equações Diferenciais Ordinárias tem se caracterizado por um enfoque nas regras e fórmulas de resolução, com predomínio do algebrismo e algoritmização à interpretação e aplicação; a metodologia de resolução de exercícios tem se sobressaído em relação à metodologia de resolução de problemas no ensino de Equações Diferenciais Ordinárias; a exploração de fenômenos físicos por meio de atividades didáticas pode contribuir ricamente para a interpretação de Equações Diferenciais Ordinárias; a utilização da Modelagem no ensino de Equações Diferenciais Ordinárias tem se configurado como uma alternativa metodológica a ser considerada por professores-pesquisadores comprometidos com a aprendizagem de seus alunos.

**Palavras-chave:** Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias, Levantamento Bibliográfico, Educação Matemática no Ensino Superior.

#### ABSTRACT

The present article presents some considerations about teaching Ordinary Differential Equations, based on some research carried out in the light of Mathematics Education in Higher Education. The research methodology was outlined by means of a bibliographical survey focused on a set of Master's Theses that were detailed, highlighting the theme of investigation, the theoretical and bibliographical reference, the research methodology and the main

contributions to current research on the teaching of Ordinary Differential Equations. The conclusions of the article based on the bibliographical survey carried out point out that the teaching of Ordinary Differential Equations has been characterized by a focus on solving rules and formulas, with a predominance of algebraism and algorithmization over interpretation and application; the exercise-solving methodology has excelled over the problem-solving methodology in the teaching of Ordinary Differential Equations; the exploration of physical phenomena through didactic activities can contribute richly to the interpretation of Ordinary Differential Equations; the use of modeling in the teaching of Ordinary Differential Equations has been configured as a methodological alternative to be considered by teacher-researchers committed to the learning of their students.

**Keywords:** Teaching Ordinary Differential Equations, Bibliographic Survey, Mathematics Education in Higher Education.

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 APRESENTANDO O DELINEAMENTO DO ARTIGO

Existem, ainda, poucas pesquisas sobre o ensino de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) no contexto da Educação Matemática no Ensino Superior no Brasil. Algumas delas sinalizam que, tradicionalmente, o ensino de EDO tem uma abordagem algébrica e deixa de lado sua potencialidade para modelar fenômenos.

Observamos que grande parte dos estudantes manipulam algebricamente suas soluções, mas não sabem identificar aplicações para suas soluções. Assim, seu foco parece ficar restrito à aplicação das regras de solução, sem que sejam utilizados alguns conceitos matemáticos e sendo possível observar que eles não se preocupam em significar os resultados obtidos, em semelhança com os problemas de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral (CDI).

De forma geral, as pesquisas existentes e o exercício da docência superior mostram que os professores simplesmente apresentam as fórmulas prontas, mas isso não implica necessariamente em aprendizagem e, então, os alunos fazem os cálculos e encerram a solução.

Mediante esses apontamentos e a partir de nossa experiência docente com EDO, pretendemos tecer algumas considerações sobre os processos de ensino e aprendizagem de EDO, por meio de um levantamento bibliográfico focado que apontou algumas pesquisas aqui descritas, mais sucintamente ou um pouco mais detalhadamente.

Oliveira e Iglioni (2013) realizaram um levantamento bibliográfico junto ao banco da Capes, entre os anos 2000 a 2011, com intuito de perceber dificuldades dos estudantes na aprendizagem de EDO, apontando possibilidades ou alternativas para seu ensino. Segundo as pesquisadoras:

De modo geral, as pesquisas levantadas ressaltaram que o ensino das Equações Diferenciais vem acontecendo de modo a concentrar uma maior atenção nas soluções analíticas a partir de manipulações algébricas de resolução e, nesse processo, relataram dificuldades de aprendizagem dos alunos referentes à matemática básica, à aplicação dos conceitos de derivada e integral e à interpretação de taxas de variação instantânea. Ressaltam, ainda, que o próprio enfoque que vem sendo dado ao conteúdo não propicia a compreensão do mesmo, o que pode acarretar aos alunos dificuldade em conceber o que é uma Equação Diferencial e, por conseguinte, sua aplicação em problemas contextualizados que exijam interpretação. Alguns trabalhos expressam a dificuldade que os estudantes têm para pensar simultaneamente de modo algébrico e gráfico (OLIVEIRA, IGLIORI, 2013, p. 21).

Ainda segundo as pesquisadoras, a grande maioria dos trabalhos levantados sugerem como possibilidade para o ensino de EDO, um enfoque qualitativo do assunto, de forma contextualizada, a partir de situações-problema e por meio da utilização de recursos computacionais. Dentro desse contexto, acerca da contextualização, ainda que na perspectiva do ensino de CDI, Barbosa (2004) avalia que:

A contextualização do saber é uma ferramenta indispensável para a questão da transposição didática (didática das matemáticas), pois implica recorrer a contextos que tenham significado para o aluno, envolvendo-o não só intelectualmente, mas também afetivamente, sendo assim uma estratégia fundamental para construção de significados. Sabemos que a falta de sentido da aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral origina-se, em parte, das dificuldades decorrentes dessa transposição. O aluno só compreende os vínculos do conteúdo estudado quando fica compreensível para ele essa passagem. Contextualizar no ensino de Cálculo, vincularia os conhecimentos aos lugares onde foram criados e onde são aplicados, isto é, incorporar vivências concretas ao que vai se aprender e incorporando o aprendizado a novas vivências (BARBOSA, 2004, p. 41).

Nessa perspectiva, destacaremos, agora, as pesquisas de Alves (2008), Barros Filho (2012) e Buéri (2019) que, a seguir, passamos a detalhar. Ressaltamos que elas são Dissertações de Mestrado norteadas pelos princípios da Educação Matemática abordando metodologias aplicadas aos processos de ensino e aprendizagem de EDO. Ressaltamos, ainda, que todas elas: foram utilizadas como referências na Dissertação de Mestrado do 1º autor deste trabalho; contaram, em suas bancas de defesa, com a participação do 2º autor deste trabalho; e foram orientadas pelo 3º autor deste trabalho.

### **1.1.1 A 1ª PESQUISA: a Dissertação de Murilo Barros Alves (2008)**

A pesquisa de Alves (2008) postulou uma associação entre o estudo das EDO e as taxas de variação – derivadas – como meio de resolução de problemas baseados em fenômenos físicos. Utilizou a metodologia de Resolução de Problemas com ideias da Modelagem Matemática e experimentou o uso da ferramenta tecnológica computacional *Maple*.

Inicialmente, o pesquisador apresentou conceitos históricos de estudos do CDI trazidos e abordados por matemáticos como Newton (1642-1727), Leibniz (1646-1716), Dedekind (1831-1916), Cauchy (1789-1857), dentre outros, associando essas abordagens ao estudo das EDO e às taxas de variação (derivadas), por meio de alguns autores. Dentre o repertório de sua pesquisa, trouxe métodos de resoluções analíticas e geométricas para as EDO, além de guias de aulas de Equações Diferenciais de autoria dos Profs. Drs. João Bosco Laudares, Dimas Felipe de Miranda e outros (2007). Para o pesquisador:

A forma de se estudar Equações Diferenciais tem sido baseada principalmente na leitura de textos e resoluções de exercícios. Tenho trabalhado há vários anos com disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e, principalmente, com as Equações Diferenciais, e neste período de trabalho um questionamento tem sido feito: Porque o estudante passa pela disciplina de Equações Diferenciais e não consegue correlacionar este estudo com as outras etapas do estudo de Cálculo? (ALVES, 2008, p. 11).

Em virtude de sua inquietação, da vontade de mudar sua prática e de mostrar a relevância das EDO para a formação de professores no curso de Licenciatura em Matemática, o pesquisador vislumbrou mudanças na abordagem metodológica do ensino das EDO. Destacou os princípios envolvendo conceitos de Resolução de Problemas e de Modelagem nos trabalhos de diversos pesquisadores (BASSANEZI, 2002; LAUDARES *et al.*, 2007; dentre outros) e, por meio deles, constatou que: “Uma estratégia de motivação e envolvimento dos estudantes de cursos de Ciências se faz pela inserção da Matemática com interdisciplinaridade e pela contextualização, através da formulação e resolução de problemas e, especialmente, na iniciação à Modelagem” (ALVES, 2008, p. 28).

Para a metodologia, o pesquisador utilizou a pesquisa qualitativa empirista com a elaboração de atividades investigativas pela iniciação da Modelagem e aplicação de um questionário. As atividades foram realizadas durante o ano de 2007, inicialmente com 30 estudantes e terminadas com 26 estudantes, divididos em dupla. Os participantes da pesquisa eram alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), Campus de Imperatriz.

Segundo Alves (2008, p. 55), “foram ministradas três atividades investigativas, para iniciá-los na aquisição de competências de formular, resolver problemas e modelar, de acordo com a metodologia de Ponte: modelar por intuição e aplicar os conhecimentos adquiridos em Ciências e Cálculo”.

Alves (2008, p. 55) complementa sua ideia inicial, argumentando que a expectativa, contrariando o enfoque em regras e fórmulas, foi de que “o estudante se empenhasse na aplicação, análise e no desenvolvimento contínuo dos seus conhecimentos em ciências,

procurando de forma distinta descrever o fenômeno sem a preocupação com o algebrismo e a algoritmização das formas de resolução de EDO”.

As atividades de estudo foram os fenômenos físicos: I) Resfriamento ou aquecimento de um corpo; II) Crescimento Populacional; III) Determinação da equação matemática e resolução da Equação Diferencial aplicando as condições iniciais e de contorno dadas para determinar as constantes de integração, nos fenômenos I e II.

Após a resolução dos problemas propostos, houve um outro momento de resolução de tais problemas no laboratório de informática, para discutir as possibilidades de aproveitamento de ferramentas computacionais para o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos. “Essa ferramenta proporciona ao estudante a possibilidade de realizar experimentações a partir de um fenômeno a ser estudado” (ALVES, 2008, p. 67). Na coleta de dados, o investigador usou a observação, com anotações dos momentos de aplicação das atividades destacando as dificuldades dos participantes da pesquisa ocorridas nas atividades dos 1º e 2º fenômenos, ponderando que:

Os estudantes também apresentaram dificuldade de trabalhar, num primeiro momento, sem a necessidade de desenvolvimento de nenhum tipo de cálculo, mas com a construção do pensamento matemático sobre o fenômeno ora estudado. A busca por uma fórmula matemática para a resolução do problema também ficou evidenciada nessa etapa. As duplas conseguiram relatar que o corpo irá esfriar com o passar do tempo quando colocado no ambiente preparado; no entanto, quando a questão é a identificação das grandezas presentes na experiência, apresentaram um índice próximo do apresentado na etapa anterior, isto é, 69% conseguiram descrevê-las. [...] No estudo do crescimento populacional, a metodologia foi mantida. Os estudantes apresentaram dificuldades similares às apresentadas na primeira etapa. Na “socialização” das respostas dos estudantes, procurou-se realizar os mesmos questionamentos para facilitar o confronto das respostas (ALVES, 2008, p. 72).

O pesquisador observou, ainda, que para o 2º fenômeno, referente ao crescimento populacional, os estudantes “tiveram menos problemas com a construção do gráfico, porém o fator mais relevante foi a dificuldade apresentada quanto à criação do modelo matemático com o uso do conceito de diferencial, também pelo motivo da aplicação do conceito de taxa de variação aprendido pelos estudantes” (ALVES, 2008, p. 76).

Ainda como conclusão de suas observações e da aplicação do questionário, observou que as principais dificuldades apresentadas pelos estudantes nas resoluções de problemas envolvendo fenômenos físicos, com aplicação das EDO, apresentaram-se: a interpretação do texto, a elaboração e análise gráfica, a correlação da Matemática com os fenômenos físicos, a determinação do “modelo matemático” para estudar o fenômeno e a determinação de suas variáveis.

Alves (2008) concluiu sua pesquisa inferindo que o processo de Modelagem por meio de atividades investigativas apresentou um resultado satisfatório na ressignificação do conceito de taxa de variação para o estudante de CDI e contribuiu na aprendizagem das EDO.

### 1.1.2 A 2ª PESQUISA: a Dissertação de Aníbal Barros Filho (2012)

A pesquisa de Barros Filho (2012) tentou diagnosticar indícios de como a resolução de problemas com a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) pode contribuir para uma aprendizagem mais significativa das EDO e nas aplicações em situações-problemas das Ciências, utilizando da ferramenta computacional *Maple*.

Embasado em Javaroni (2007), utilizou a abordagem qualitativa no ensino das EDO por meio das informações geométricas construídas a partir do auxílio das tecnologias. O pesquisador desenvolveu sua pesquisa guiado pelas premissas e perspectivas da Educação Matemática e inventariou trabalhos investigando os processos de ensino e aprendizagem, e metodologias alternativas utilizadas no ensino das EDO com o intuito de identificar a presença das características norteadas por esse campo de pesquisas.

Em alguns trabalhos analisados (RASMUSSEN, 2001; JAVARONI, 2007; dentre outros), o pesquisador identificou questões inerentes às metodologias aplicadas ao ensino das Equações Diferenciais, constatando por meio deles que: “A metodologia predominante aplicada ao ensino de EDO potencializa o enfoque algébrico (sobre o gráfico e numérico) com ênfase nos métodos e técnicas de resolução analítica das EDO, o que pode não ser suficiente para um aprendizado significativo” (BARROS FILHO, 2012, p. 58).

Na análise do trabalho dos pesquisadores Moreno e Azcárate (2003), na qual um dos objetivos era identificar, dentre outros, o nível de coerência e suas influências sobre a prática docente e avaliar a consistência e o grau de solidificação das crenças e concepções de cada professor, de um grupo de 6 professores universitários, Barros Filho, pondera que:

Conclusões parciais dos autores apontam para uma metodologia dominante no âmbito universitário, baseada nas aulas tradicionais, em que o professor ocupa o papel central. A maioria dos professores pesquisados está convencida da adequação dos conteúdos ensinados e, que levando em consideração o nível de conhecimentos de seus alunos, adaptações no currículo incidem diretamente na diminuição dos conteúdos teóricos ministrados e na substituição das demonstrações pelas justificativas. Adotam uma prática, essencialmente instrumentalista, com ênfase nas técnicas de resolução de EDs (EDO) com resolução de certos problemas por meio de modelagem (BARROS FILHO, 2012, p. 59).

Barros Filho (2008, p. 59) relata ainda que, para Moreno e Azcárate (2003), a manutenção dos métodos de ensino tradicional frente às novas tecnologias e metodologias de ensino se deve a várias razões:

- 1) Forte crença dos professores no baixo nível dos alunos, o que consideram inoperante qualquer enfoque que coloque o estudante em situação de pensar e raciocinar além do básico;
- 2) Concepção formalista da matemática, e em particular das EDO que supervaloriza o tratamento analítico (algébrico) frente ao tratamento numérico e gráfico;
- 3) O medo da perda dos conteúdos específicos que alguns professores consideram “matemática real” frente a conteúdos e técnicas de matemática aplicada, que não são considerados matemática pura tradicional “de toda vida”;
- 4) Os professores dedicam mais tempo a atividades profissionais mais valorizadas institucionalmente do que para a preparação da matéria que atualmente eles conhecem e dominam;
- 5) Os professores têm consciência da necessidade de reciclarem e dedicarem mais tempo em preparação de suas atividades de sala de aula.

O pesquisador trouxe, ainda, a pesquisa de Rasmussen (2001) que realizou um estudo que visava encontrar novos rumos para auxiliar os estudantes a pensar de um modo mais interpretativo e reforçar suas capacidades de análise gráfica e numérica das EDO. Como conclusão desse trabalho, envolvendo as dificuldades no ensino das EDO, Rasmussen (2001) argumentou que, quando os estudantes pensam em função, eles associam a uma equação ou a uma regra e não a um gráfico.

Assim, as representações gráficas não significam a mesma ideia matemática para alguns estudantes do que para a comunidade matemática. A alteração necessária na conceituação de soluções numéricas, quando se resolve equações algébricas e na conceituação de soluções como funções, quando se resolvem EDO, representa uma mudança no paradigma para estudantes, trazendo dificuldades de entendimento e, conseqüentemente para a aprendizagem.

Barros Filho (2012, p. 30) também entende que “os processos de ensino/aprendizagem sofrem influência direta da organização didática dos livros textos de Equações Diferenciais”. Assim, realizou investigação de observações em livros didáticos envolvendo CDI e EDO, constatando que os aspectos analíticos estão fortemente presentes na maioria deles, não trazendo, entretanto, uma contextualização interdisciplinar.

Como metodologia de pesquisa, buscou suporte teórico na Teoria da Equilíbrio de Piaget, na qual o sujeito constrói o seu conhecimento na interação tanto com o meio físico como social e na Teoria Sócio Interacionista de Vygotsky, que compartilha uma visão construtivista

assentada na ideia de que a única aprendizagem significativa é por meio da interação entre sujeito, o objeto e outros sujeitos.

Além disso, o pesquisador optou, em função da característica de sua pesquisa, por um estudo qualitativo, sendo as atividades desenvolvidas e ministradas em sala de aula onde o professor/pesquisador esteve em contato direto com os participantes da pesquisa.

O trabalho de campo foi desenvolvido com estudantes do curso de Engenharia Elétrica do Instituto Federal de Goiás (IFG), Campus Jataí, no 2º semestre de 2011, onde o pesquisador lecionava à época da pesquisa. Inicialmente, 14 estudantes participaram das atividades propostas, entretanto, apenas 12 estudantes concluíram todas elas.

Na coleta de dados, utilizou registros de dados por meio de uma caderneta de campo, planilhas eletrônicas Worksheets dos estudantes com as resoluções das atividades, vídeos gerados pelo software de criação de vídeos Camtasia com as gravações das ações dos estudantes no decorrer da realização das atividades, e questionários inicial e final.

Como considerações e resultados, constatou por meio da revisão de literatura realizada, que poucos trabalhos, à época de sua pesquisa, utilizavam as TIC nos processos de ensino/aprendizagem das EDO. Além disso, no início de sua pesquisa, percebeu que os estudantes associavam as EDO a um processo puramente algébrico; então, buscou conceituá-las de forma diferente, procurando dar sentido para as soluções, à medida em que se desenrolaram as atividades aplicadas.

Assim, após a conclusão e análise das atividades planejadas metodologicamente, o pesquisador trouxe uma importante conclusão em relação à postura dos estudantes:

Os estudantes encontraram dificuldades por não estarem acostumados com uma proposta que exige atitude ativa, que gera trabalho contínuo durante todas as atividades. O trabalho com o software Maple exigiu dos mesmos, habilidades que nunca haviam sido exploradas em outras disciplinas da área de exatas (BARROS FILHO, 2012, p. 161-162).

### **1.1.3 A 3ª PESQUISA: a Dissertação de Jonathan Wéverton Silva Buéri (2019)**

A pesquisa de Buéri (2019) pretendeu analisar de que maneira a metodologia de estudo de fenômenos físicos com EDO de 1ª ordem em cursos de Engenharia, com a utilização da técnica de pesquisa de grupo controle, pode contribuir para o ensino e a aprendizagem das EDO.

Dentre os objetivos específicos, um deles tinha o propósito de realizar um levantamento bibliográfico de obras relacionadas às EDO e selecionar livros textos que trouxessem atividades que contemplassem a metodologia a investigar. Esse objetivo foi realizado analisando quatro livros textos de diferentes autores com a intenção de verificar: diversificação de abordagens, utilização de estímulos problemas com situações reais, exposição leves de teoremas, exploração



de recursos gráficos, ilustrações e tabelas, diversificação de exercícios e recursos tecnológicos. Nas análises, o pesquisador verificou que, dentre as bibliografias verificadas, um livro de EDO utilizava abordagens cujas atividades atendiam à metodologia que ele pretendia utilizar.

Buéri (2019) justificou sua pesquisa com uma revisão de literatura embasada em livros, artigos, dissertações e teses recentes (ALVES, 2008; LAUDARES *et al.*, 2017; dentre outros). Trouxe como escopo da sua fundamentação teórica a Resolução de Problemas pautada na perspectiva da Educação Matemática, alinhando as expectativas de sua pesquisa a perspectivas como a de Frota (2009):

A motivação do aluno, por exemplo, é um fator que contribui para a aprendizagem, compreendendo as expectativas de desempenho que o aluno tem, fundamentadas em um auto avaliação das próprias capacidades e na avaliação dos colegas, professores, familiares, bem como na importância ou valor que atribui à tarefa, ou seja, o valor da meta (FROTA, 2009, p.61).

Para o seu referencial teórico, utilizou o autor Laudares *et al.* (2017), conceituando as atividades de EDO e dando aplicação aos problemas e fenômenos físicos levantados na questão de investigação.

Além disso, Buéri (2019) conceituou e trouxe quadros comparativos envolvendo a compreensão das Equações Diferenciais quando o seu ensino é realizado de forma tradicional, por meio de exercícios, e quando é permeado com a metodologia ativa e alternativa, envolvendo resolução de problemas. Num desses quadros, Buéri (2019, p. 30) compara a diferenciação entre atividades envolvendo exercícios e resolução de problemas com base em Laudares *et al.* (2017).

O pesquisador trouxe ainda a conceituação de Pozo (2008), destacando a reflexão e a tomada de decisões importantes pelos estudantes:

Uma situação somente pode ser concebida como um problema, na medida em que exista um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos (POZO, 2008, p. 16).

Como ferramenta metodológica, Buéri (2019) utilizou a pesquisa qualitativa, desenvolvendo 8 atividades para solucionar um problema físico de decaimento exponencial, estruturadas por passos, para 155 alunos dos cursos de Engenharias Civil, Elétrica, Mecânica e Química da PUC Minas de Belo Horizonte – MG. Participou da pesquisa como pesquisador, aplicando as atividades em turmas de 3 professores diferentes e utilizou o a técnica de grupos de controle, aplicando a mesma atividade em 2 grupos de estudantes com distintas

metodologias. Para um dos grupos, aplicou a metodologia proposta na pesquisa e, para outro, a metodologia tradicional, comparando os resultados, posteriormente.

No primeiro grupo, aplicou a metodologia modelando o fenômeno e interpretando-o por meio de gráficos, enquanto no segundo grupo, utilizou o método tradicional de ensino com a resolução da atividade sem a interpretação dos dados. Observou a utilização dos “pensamentos matemáticos” em ambos os grupos, mas destacou que “o primeiro grupo teve um melhor desempenho, utilizando os passos de interpretação dos modelos matemáticos. Isso evidenciou que a ‘metodologia de passos com análise de modelos’ contribuiu para um aprendizado mais significativo que o método tradicional” (BUÉRI, 2019, p. 100).

Em suas conclusões, o pesquisador considerou que o método de ensino de EDO pela interpretação de modelos empregando o método da pesquisa atingiu os objetivos esperados. Entretanto:

Conclui-se que, apesar do desempenho do grupo 1 ter sido mais significativo que do grupo 2, os estudantes demonstraram ter dificuldades durante a resolução das equações definidoras dos modelos e, principalmente, na elaboração e interpretação dos gráficos. Pode-se inferir que esta abordagem inovadora de estudo da aplicação de EDO, trouxe as dificuldades apresentadas pois, exigiu uma análise interpretativa crítica que os estudantes não são levados a fazer num tratamento apenas de resolução das EDO (BUÉRI, 2019, p. 101).

Outra constatação que Buéri (2019) considerou importante é que o método de ensino de EDO pela interpretação de modelos empregados no livro base da pesquisa contribuiu para o processo de aprendizagem de resolução de problemas com EDO. Para Buéri (2019), a obra de Laudares *et al.* (2017) contempla as ideias da metodologia aplicada com uma abordagem de ensino voltada para a significação matemática, a contextualização na exploração de ferramentas gráficas e a diversificação de exemplos em suas atividades. Esses são fatores importantes que podem contribuir para a construção do conhecimento matemático com significados.

## **2 CONCLUSÃO: apontando considerações do artigo**

Uma breve síntese das 3 pesquisas aponta que o ensino de EDO não pode ser reduzido a resoluções estritamente algébricas das mesmas, mas é fundamental buscar o que é rico na concepção de uma EDO: a interpretação de modelos de fenômenos com introdução da Modelagem. A abordagem das dissertações mostra a possibilidade didática da Modelagem e um aprofundamento reflexivo e crítico por ela propiciado, e tais apontamentos precisam ser considerados nos processos de ensino e aprendizagem de EDO.

Percebe-se uma certa sintonia entre as diversas literaturas pesquisadas e citadas em nosso levantamento bibliográfico e muito já se sabe sobre a importância da interpretação e a aplicação no ensino de EDO, mas precisamos levar tais abordagens a sala de aula do Ensino Superior e, para tanto, é preciso descobrir caminhos para sua efetivação, passando por metodologias ativas e alternativas.

Para que isso aconteça de fato, é necessário que, além das construções teóricas, o professor-pesquisador coloque “a mão na massa” e compreenda que o seu laboratório deve ser a sala de aula. É lá que o professor tem sua atuação e, portanto, deve dar foco e olhar à aprendizagem dos estudantes. Parafrazeando Garnica (2001, p. 6): “Não há homem e mundo, mas homem no mundo, o que nos leva a considerar a Educação Matemática em seu aspecto global como área teórico-prática”.

Considerando tal perspectiva, é necessário entender a necessidade de tirar o foco do ensino “por si só” e passar a convergi-lo para a aprendizagem. Numa aula de Matemática no Ensino Superior, para que ocorra aprendizagem é preciso não ter somente a Matemática como ponto central, mas também colocar como pano de fundo outros aspectos ligados à criatividade e criticidade, numa condição de interdisciplinaridade. Agindo assim, nós, professores de Matemática, estaremos nos tornando, de fato, educadores matemáticos.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, M. B. Equações Diferenciais Ordinárias em cursos de Licenciatura de Matemática: Formulação, Resolução de Problemas e Introdução à Modelagem Matemática. 2008. 83f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- BARBOSA, M. A. O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. 2004. 101f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2004.
- BARROS FILHO, A. A. A resolução de problemas físicos com Equações Diferenciais Ordinárias lineares de 1ª e 2ª ordem: análise gráfica com o software *Maple*. 2012. 228f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.
- BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.
- BUÉRI, J. W. S. Análise de fenômenos físicos no ensino de Equações Diferenciais Ordinárias de primeira ordem em cursos de Engenharia. 2019. 118f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019.
- FROTA, M. C. R. Estilos de aprendizagem matemática e autocontrole do processo de aprendizagem. In: FROTA, M.C.R.; NASSER, L. (Orgs.). Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates, p. 59-79. Recife: SBEM, 2009.
- GARNICA, A. V. M. Pesquisa Qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. *Mimesis*, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001.
- JAVARONI, S. L. Abordagem Geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias. 2007. 231f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2007.
- LAUDARES, J. B.; MIRANDA, D. F.; REIS, J. P. C.; FURLETTI, S. Equações Diferenciais Ordinárias e Transformadas de Laplace: análise gráfica de fenômenos com resolução de problemas – atividades com *softwares* livres. Belo Horizonte: Artesã, 2017.
- MORENO, M. M.; AZCÁRATE, C. G. Concepciones y Creencias de los Profesores Universitarios de Matemáticas acerca de la Enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, v. 21, n. 2, p.265-280, 2003
- OLIVEIRA, E. A.; IGLIORI, S. B. C. Ensino e aprendizagem de equações diferenciais. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 4, p. 1-24, 2013.
- POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M. P. P. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, p. 13-42, 2008.
- RASMUSSEN, C. New directions in differential equations: a framework for interpreting students' understandings and difficulties. *Journal of Mathematical Behavior*, v. 20, p. 55-87, 2001.