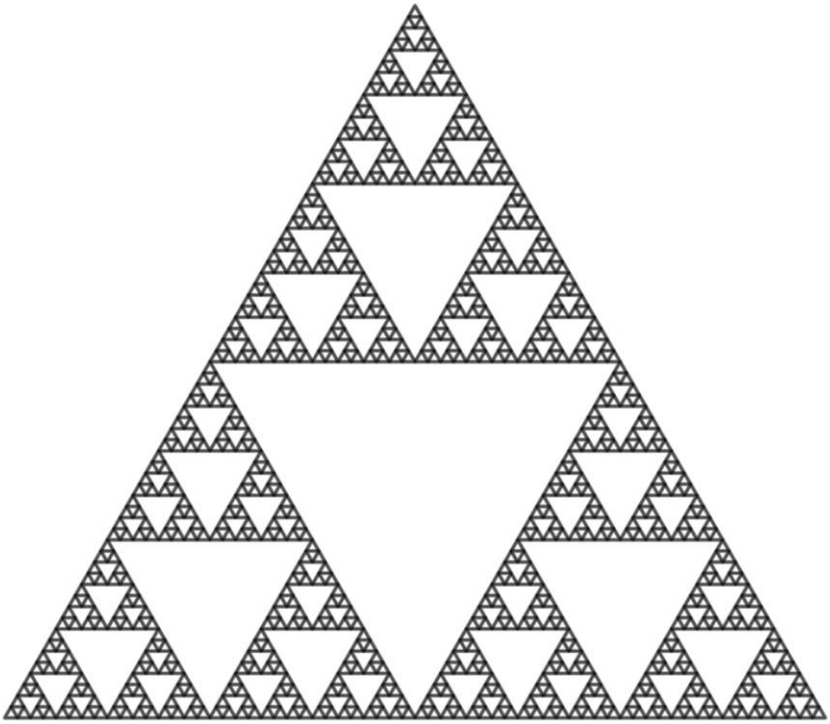
ENSINO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS NA PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA ESCOLAR: reflexões e possibilidades para o PIBID Matemática



ENSINO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS NA PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA ESCOLAR: reflexões e possibilidades para o PIBID Matemática

Nathalia Luiza Soares Peixoto

Ana Cristina Ferreira

ENSINO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS NA PERSPECTIVA DA MATEMÁTICA ESCOLAR: reflexões e possibilidades para o PIBID Matemática

EDITORA UFOP

Ouro Preto | 2022

Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas | Departamento de Matemática
Programa de Pós-Graduação | Mestrado Profissional em Educação Matemática

Reitora da UFOP | Profa. Dra. Cláudia Aparecida Marliére de Lima
Vice-Reitor | Prof. Hermínio Arias Nalini Júnior

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
Diretora | Profa. Dra. Roberta Eliane Santos Froes
Vice-Diretora | Profa. Dra. Patricia Abreu Moreira

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
Pró-Reitora | Profa. Dra. Renata Guerra de Sá Cota
Pró-Reitor-Adjunto | Prof. Dr. Thiago Cazati

Mestrado Profissional
em Educação Matemática

Coordenação | Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti
Vice-Coordenação | Prof. Dr. Milton Rosa

ISBN 0000.0000.0000-00

FICHA CATALOGRÁFICA

Catalogação: sisbin@sisbin.ufop.br

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

P377e Peixoto, Nathalia Luiza Soares.
Ensino de sequências numéricas na perspectiva da matemática escolar: [manuscrito]: reflexões e possibilidades para o PIBID Matemática. / Nathalia Luiza Soares Peixoto. - 2022.
56 f.: il.: color., tab..

Orientadora: Profa. Dra. Ana Cristina Ferreira.
Produção Científica (Mestrado Profissional). Universidade Federal de Ouro Preto. Departamento de Educação Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.
Área de Concentração: Educação Matemática.

1. Educação Matemática. 2. Docência. 3. Formação de Professores. 4. Desenvolvimento Profissional. I. Ferreira, Ana Cristina. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 510:374

Bibliotecário(a) Responsável: Luciana De Oliveira - SIAPE: 1.937.800

"Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua produção ou a sua construção. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender."
Paulo Freire

Expediente Técnico

Organização | Nathalia Luiza Soares Peixoto | Ana Cristina Ferreira

Pesquisa e Redação | Nathalia Luiza Soares Peixoto

Revisão | Silvana Costa

Projeto Gráfico e Capa | Editora UFOP

Ilustração | Nathalia Luiza Soares Peixoto

Índice

Apresentação

Querido(a) Pibidiano(a) e Professor(a),

Em minha trajetória como pibidiana[1], pude vivenciar diferentes experiências na escola em que atuava. Após formada, lecionando na Educação Básica e no curso de Licenciatura em Matemática, comecei a refletir sobre as aprendizagens que tive durante os quatro anos de minha formação inicial. Percebi que a participação como bolsista no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) foi a experiência que mais me aproximou da minha futura profissão. Participar desse Programa contribuiu, entre outras coisas, para minha decisão de tornar-me professora de Matemática.

Como pibidiana, tive dúvidas e dificuldades, ao ensinar conteúdos matemáticos para os estudantes da Educação Básica, como, por exemplo, as quatro operações básicas. Essa era uma dificuldade frequente. Sempre que tinha a oportunidade, conversava com outros(as) colegas pibidianos(as) e também com professores(as) do curso de Licenciatura em Matemática, com o propósito de sanar essas dificuldades. Buscávamos utilizar materiais concretos, jogos e metodologias não rotineiras, com o objetivo de ao menos prender a atenção dos(as) estudantes.

Como mestranda, procurei compreender que tipo de conhecimento matemático é mobilizado nas ações e interações do PIBID. Assim, em minha pesquisa, busquei responder à seguinte pergunta: “Que conhecimentos matemáticos próprios da docência são mobilizados no âmbito do PIBID Matemática de um IFMG do interior do estado?”

Em meus estudos, aprendi que existem diferentes matemáticas e que, nem sempre, aquela que predomina nas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática, e mesmo nas ações do PIBID, é a demandada pela sala de aula. A matemática acadêmica, priorizada na formação inicial, se refere àqueles conhecimentos próprios do matemático profissional, ou seja, aquele profissional que

[1] Nomenclatura comumente utilizada para se referir aos bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID).

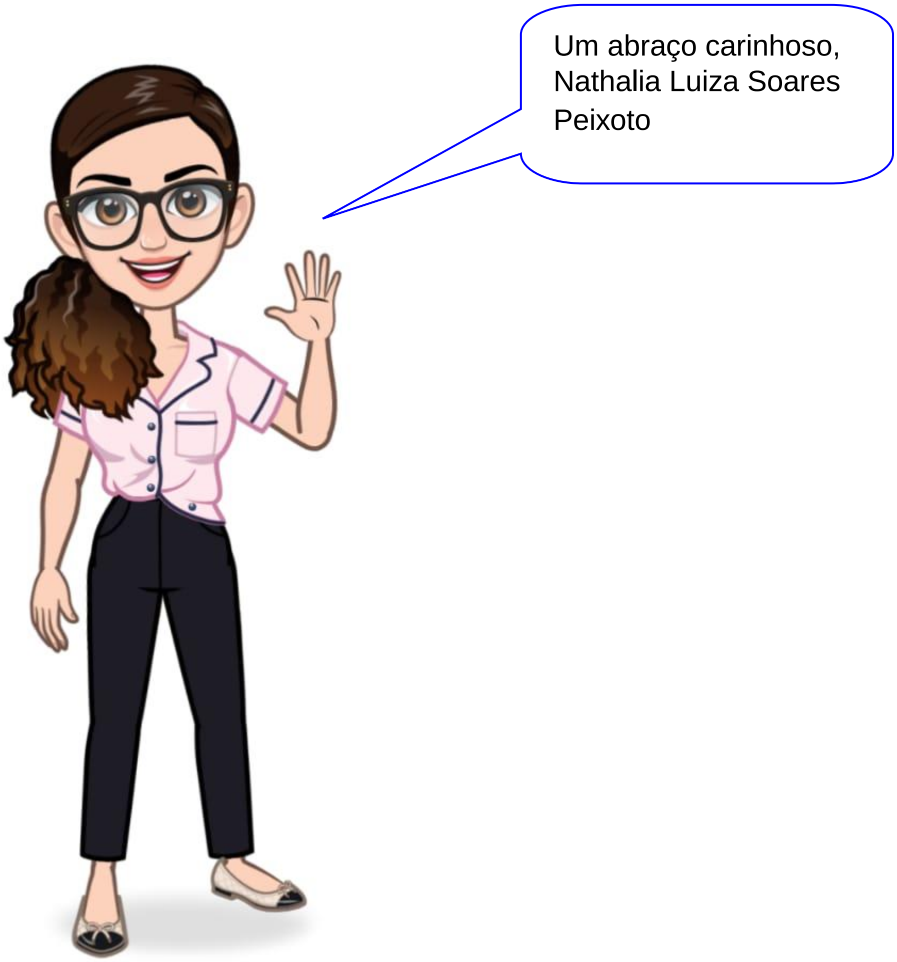
se dedica ao desenvolvimento da matemática científica e não a ensiná-la. Porém, a ação pedagógica na sala de aula da escola básica apresenta demandas distintas. A matemática escolar contempla os conhecimentos matemáticos que os professores mobilizam em sua prática. Entre outras coisas, ela envolve uma compreensão acerca dos temas em estudo, de modo articulado, dentro do currículo; conhecimentos relacionados aos erros mais frequentes e por que ocorrem; conhecimento sobre como selecionar exemplos e atividades adequadas ao processo de introdução e consolidação de um tema; conhecimento acerca de como avaliar a compreensão matemática que os alunos desenvolveram (ou não) relacionados aos temas em estudo, etc. (MOREIRA, 2004 e MOREIRA e DAVID, 2011).

Você, futuro(a) professores(a), deve ter consciência das diferenças existentes entre as diferentes matemáticas e o mais importante: um conhecimento não é melhor que o outro, mas, sim, complementar. Contudo, alguns conhecimentos são mais adequados para que o(a) professor(a) de Matemática realize seu trabalho nas escolas de Educação Básica.

A partir da pesquisa que realizei no Mestrado (disponível em https://ppgedmat.ufop.br/disserta%C3%A7%C3%B5es), elaborei este produto educacional. Nele, apresento algumas propostas inspiradas em minhas experiências como pibidiana, ampliadas de modo a considerar conhecimentos matemáticos próprios da docência durante o planejamento e elaboração de minhas ações no PIBID.

Espero que essas propostas e reflexões sejam úteis para você e em sua prática como pibidiano(a) e/ou professor(a) de Matemática, para aplicá-las ou adaptá-las, de acordo com a sua realidade e recursos disponíveis. Espero, também, que façamos das experiências vivenciadas nesses Programas de incentivo à docência uma possibilidade de desenvolvimento profissional. Sobretudo, desejo que você possa, em suas ações, realizar projetos em constante diálogo e reflexão acerca da matemática escolar e dos saberes específicos para a formação de professores(as) de Matemática.

Escrevo pensando, com carinho, em todos(as) os(as) pibidianos(as) e coordenadores(as) de área, desejando, sinceramente, dar uma contribuição a esse Programa que defendo e valorizo. Porém, este material também pode ser interessante para futuros(as) professores(as), professores(as) e formadores(as) de professores(as)!


Um abraço carinhoso,
Nathalia Luiza Soares Peixoto

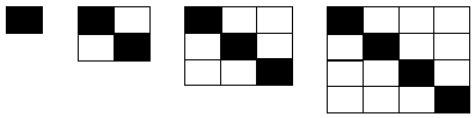
Conhecimentos matemáticos para o ensino de sequências numéricas

Durante a elaboração de uma sequência de ensino, consideramos importante que o(a) professor(a) de Matemática reflita sobre alguns aspectos que comumente são demandas da prática docente: saber quais são os conhecimentos prévios dos(as) estudantes; avaliar se esses conhecimentos prévios serão suficientes para aprenderem o novo tópico; ter clareza de como o tópico a ser ensinado se apresenta ao longo do currículo; fazer boas escolhas quanto aos exemplos, atividades e metodologias, etc. Pensar e refletir sobre esses aspectos e em vários outros faz parte da profissão docente. Aqui, buscaremos propor algumas reflexões sobre os conhecimentos para a docência, em especial, o conhecimento matemático para o ensino de sequências numéricas, na Educação Básica.

Para iniciar nosso trabalho, recorremos às orientações curriculares, a fim de realizar uma breve análise de como esse tópico está distribuído ao longo do currículo. Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental (1998), é interessante envolver os(as) estudantes em situações nas quais eles(as) investiguem padrões em sucessões numéricas e em representações geométricas. Realizar a identificação de suas estruturas e construir a linguagem algébrica para representar as sequências simbolicamente também pode contribuir para a formação matemática dos(as) estudantes. Algumas dessas situações são exemplificadas a seguir.

Posição:	1º	2º	3º	4º	5º	nº
Nº quadradinhos:	1	2 + 1 = 3	3 + 2 = 5	4 + 3 = 7	5 + 4 = 9	n + n - 1

Um outro exemplo:



1 2 3 4

> Nessa situação, o professor pode encaminhar uma atividade para que os alunos encontrem a expressão n^2 - n que determina o número de quadradinhos brancos da n-ésima figura (ao retirar-se n quadradinhos pretos do total n^2 de quadradinhos). Eles também verificam que os quadradinhos brancos de cada figura, a partir da segunda, podem formar um retângulo de x (n - 1) quadradinhos brancos. Assim os alunos podem constatar a equivalência entre as expressões: n^2 - n e n x (n - 1) (BRASIL, 1998, p. 117).

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o tópico de sequências numéricas se encontra, no Ensino Fundamental, na unidade temática Álgebra, que tem como finalidade:

> […] o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de <u>sequências numéricas</u> e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2017, p. 270, grifos nossos).

No Ensino Médio, esse tópico se encontra na Competência Específica 5 da BNCC, e apresenta o seguinte fundamento:

> Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2018, p. 532).

A partir de uma breve análise do currículo, podemos observar que o tópico de sequências numéricas envolve a observação de padrões, regularidades, representações gráficas e simbólicas, e a capacidade do(a) estudante em identificar leis matemáticas que expressem generalizações, como forma de recorrência e termo geral. Além disso, o desenvolvimento do pensamento algébrico apresenta um papel especial no ensino desse conteúdo, a fim de que os(as) estudantes tenham as condições necessárias para desenvolver sua aprendizagem. Como o uso de padrões se faz necessário para a compreensão do tópico de sequências numéricas, apresentamos, a seguir, uma definição (ou significado) para o termo “padrão”.

Dependendo da área a ser analisada, o termo padrão pode apresentar diferentes significados e, geralmente, costuma estar relacionado com a Matemática. Conforme Borralho *et al.* (2007, p. 1, grifo dos autores), “*padrão* é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades”. Segundo esses autores, em nossas vidas, todos nós somos atraídos a encontrar regularidades e estabelecer padrões, como forma de interpretar diversas situações. Os padrões também podem ser identificados na natureza e nas outras ciências, visto que:

> Vários fenômenos ou ocorrências, naturais ou não, explicam-se através de padrões matemáticos. É o caso do padrão da pelagem dos animais. Também a disposição das folhas no caule de algumas plantas, como o aipo ou a tabaqueira, segue os números de Fibonacci. O mesmo se passa com as espirais do ananás ou da pinha, que se relacionam com a série de Fibonacci. Também num girassol se podem encontrar relações com a série de Fibonacci. Nas asas das borboletas podem-se identificar padrões geométricos, o mesmo acontecendo nas plumas do pavão e nas células de uma colmeia. A couve-flor é um exemplo real de um fractal – padrão decrescente. Uma estrela, ao sucumbir, produz dois clarões que são simétricos. Assim como é possível identificar rotações e simetrias numa maçã (BORRALHO, *et al*., 2007, p. 4).

Para Borralho *et al.* (2007, p. 4), “os padrões são a essência da matemática e a linguagem na qual é expressa”. Esses pesquisadores defendem que trabalhar com padrões auxilia o desenvolvimento e a capacidade de raciocínio algébrico dos(as) estudantes, tendo em vista que eles(as) são convidados a descobrirem relações, conexões e realizar generalizações, além de previsões. Algumas pesquisas também enfatizam que o estudo de padrões pode ser utilizado para se introduzir o ensino de álgebra já no 1º Ciclo do Ensino Básico (BORRALHO *et al*., 2007; VALE e PIMENTEL, 2011; LLINARES, 2018, entre outras). A justificativa se fundamenta na ideia de que seu ensino auxilia no desenvolvimento do raciocínio lógico (BORRALHO *et al*., 2007). Segundo Llinares (2018), muitas dificuldades que os(as) estudantes encontram na aprendizagem em Matemática se deve à introdução tardia do ensino da Álgebra. Assim, nos parece condizente pensar que, quanto mais cedo forem apresentadas aos(as) estudantes tarefas de observação de padrões e elaboração de conjecturas sobre esses padrões, menores serão suas dificuldades nos anos seguintes, ao terem contato com a Álgebra.

Quanto às sequências numéricas, sua abordagem no Ensino Superior geralmente ocorre nas disciplinas relacionadas ao Cálculo Diferencial e Integral (HECK, 2017). Como essa costuma ser uma disciplina considerada fundamental para a formação dos futuros professores de Matemática, é importante que os(as) educadores tenham uma boa compreensão desse conteúdo. O termo sequência numérica é usualmente encontrado "em livros de Cálculo, de Álgebra ou de Análise, na linguagem natural ou simbólica" (BISOGNIN; BISOGNIN; LEIVAS, 2016, p. 364) e, em uma revisão de livros-texto, é assim definido:

> Malta, Pesco e Lopes (2002, p. 95) definem: "Uma *sequência* de números reais é uma lista de números ordenados pelos naturais, isto é, uma sequência nos dá um número real que é o primeiro termo da sequência, um número que é o 2º termo da sequência e assim por diante" (grifo dos autores).
> Stewart (2001, p. 693) já traz mais simbologia para a explicação: "Uma *sequência* pode ser pensada como uma lista de números escritos em uma ordem definida: $a_1, a_2, a_3, a_4, ...a_n, ...$ O número a_1 é chamado de *primeiro termo*, a_2 é o *segundo termo*, e em geral a_n é o *n-ésimo termo*" (grifos do autor).
> Lima (1999, p. 22) define uma sequência de números reais como "uma função x: $\mathbb{N} \rightarrow R$, que associa a cada número natural *n* um número real x_n, chamado o *n-ésimo termo* da sequência". Segundo o mesmo autor (p. 23), o número real a "é o *limite* da sequência (x_n) quando, para todo número real $\varepsilon>0$, dado arbitrariamente, pode-se obter $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que todos os termos x_n, com índice $n>n_0$, cumprem a condição $|x_n – a| < \varepsilon$ " (grifos do autor).

Nenhuma das definições se aproxima ou se associa a uma linguagem que possa ser adotada, por exemplo, em uma classe de 7º ou 8º ano do Ensino Fundamental, para estudantes com 12 ou 13 anos de idade. Contudo, nesses anos, tal noção deve ser ensinada. Assim, ainda que em algum momento do curso de Licenciatura em Matemática futuros(as) professores(as) de Matemática tenham contato com o tópico sequências numéricas, ele se dá pela perspectiva da matemática acadêmica, desconsiderando as demandas da prática docente na

Educação Básica. Ao refletir sobre essas demandas do ensino de sequências numéricas no contexto escolar, compreendemos que:

> Para poder trabalhar com a educação básica, é necessário que o futuro professor compreenda esses conceitos, pois vai encontrá-los em vários conteúdos do Ensino Fundamental ou Médio. Na educação básica, o tema "sequências" pode envolver, entre outros itens, o conhecimento de aproximações do número Pi e de valores de funções logarítmicas, trigonométricas ou exponenciais, bem como o próprio estudo de aproximação de funções por polinômios (BISOGNIN; BISOGNIN; LEIVAS, p. 364, 2016).

O trabalho do(a) professor(a) de Matemática na Educação Básica também pode envolver o estudo de progressões aritméticas e geométricas, relacionadas com problemas que envolvam a Matemática Financeira (BISOGNIN; BISOGNIN; LEIVAS, 2016). Assim, é necessário que o(a) futuro(a) professor(a), bem como o(a) professor(a), compreenda por que está ensinando (ou ensinará) esse tópico.

Alguns estudos indicam a importância do trabalho com padrões para a formação matemática dos(as) estudantes da Educação Básica, ou seja, o modo como a aprendizagem desse tópico pode auxiliar o desenvolvimento de outras aprendizagens e habilidades. Para as pesquisadoras Vale e Pimentel (2011, p. 1), o trabalho com padrões deveria ser central em todos os tópicos, pois

> muito do insucesso em Matemática deve-se ao fato de os alunos recorrerem apenas à memorização e não à compreensão. O primeiro passo para aprender a pensar matematicamente é aprender a descobrir padrões e estabelecer conexões. A procura de padrões deve constituir o núcleo das aulas em todos os temas, já que eles surgem nas fórmulas que descobrimos, nas formas que investigamos e nas experiências que fazemos.

Essas pesquisadoras ainda enfatizam que

> A profundidade e variedade das conexões que os padrões possibilitam com todos os tópicos da matemática conduz à consideração deste tema como transversal em toda a matemática escolar, quer para preparar os alunos para aprendizagens posteriores quer no desenvolvimento de capacidades de resolução de problemas e comunicação (VALE; PIMENTEL, 2015, p. 168, apud HECK, 2017, p. 29).

Para exemplificar essa ideia, apresentamos a seguir (Quadro 1) uma tarefa proposta por Vale e Pimentel (2011, p. 6), em que se observou a presença de outros tópicos matemáticos em uma situação que, aparentemente, envolvia apenas a descoberta de padrões:

Quadro 1: Exemplo de tarefa de padrões que envolve outros tópicos matemáticos

Tarefa 3. O tapete

A Inês tem em casa o tapete apresentado.

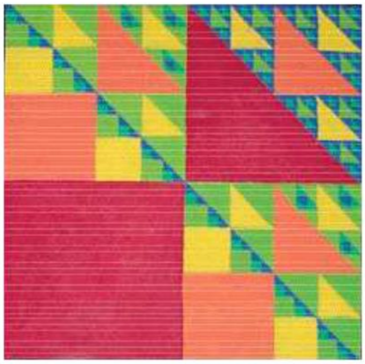
Um dia pôs-se a olhar para ele e descobriu o modo como foi construído o desenho. Serás capaz de o fazer também?

Centra-te nos quadrados amarelos. A região formada por estes quadrados, que parte é da tapeçaria?

Dá agora atenção aos triângulos.

Que relação existe entre o triângulo amarelo e o triângulo laranja?

De que cor são os triângulos que em conjunto correspondem a 1/32 da tapeçaria? Que percentagem da tapeçaria está pintada em vermelho?



Coleman, 2006

Fonte: Vale e Pimentel (2011, p. 6).

Conforme a análise realizada pelas autoras, essa tarefa apresenta uma situação real que, ao explorar os padrões do tapete, possibilita que o(a) professor(a) realize “conexões entre vários tópicos numéricos” (VALE; PIMENTEL, 2011, p. 6). Segundo elas,

> Um objecto real como um tapete pode ter uma exploração matemática. O objectivo inicial é a descoberta do padrão geométrico usado na construção do desenho. A diagonal visível do quadrado que forma o tapete divide-o em dois triângulos com dois tipos de padrão diferentes mas que obedecem à mesma lei de formação. O trabalho evolui de seguida para conexões com tópicos numéricos como as fracções, razão, proporção, potências, percentagem e área, desocultando relações eventualmente invisíveis a uma primeira abordagem. Por exemplo, pedir ao aluno que identifique a fracção do quadrado original representada pelo quadrado vermelho ou indicar a área do quadrado vermelho

> tomando por unidade de área o quadrado original são questões equivalentes apesar de envolverem conceitos diferentes (VALE; PIMENTEL, 2011, p. 6).

Por meio do exemplo apresentado, podemos observar o motivo pelo qual o trabalho com sequências numéricas e, mais especificamente, as tarefas que envolvem padrões são consideradas transversais em todos os estágios da matemática escolar. Dessa maneira, acreditamos que o ensino desses tópicos pode apresentar inúmeros benefícios aos(às) estudantes, contribuindo para o desenvolvimento de seu raciocínio lógico e a compreensão de diversos outros temas, no contexto da Educação Básica. Contudo, para que isso aconteça, sugerimos que o(a) professor(a) conduza suas aulas de modo que os(as) estudantes sejam capazes de analisar existência de padrões, bem como desenvolver argumentações e justificativas bem fundamentadas para suas estratégias de generalização. Sendo essa generalização entendida como um processo que “consiste em ir do particular ao geral e ver o geral no particular” (LLINARES, 2018, p. 54, tradução nossa). Dessa maneira, “faz-se necessário que este [o estudante] compreenda e explique o que fundamentou o desenvolvimento da sua generalização” (HECK, 2017, p. 31).

Como consequência, entendemos que a formação inicial do(a) futuro(a) professor(a) de Matemática pode promover a mobilização de conhecimentos matemáticos para a docência, relacionados ao ensino de sequências numéricas (e de vários outros tópicos), o que poderá auxiliá-lo(a) na compreensão das demandas da prática docente escolar. Assim, acreditamos que o(a) futuro(a) professor(a), ao iniciar sua prática docente, teria em “mãos” boas “ferramentas” para realizar um planejamento adequado, desenvolver ações em sala de modo consciente, bem como realizar reflexões acerca da própria prática.

Ao pensar nos conhecimentos matemáticos próprios da docência relacionados com o conteúdo de sequências numéricas, nos questionamos: como planejar melhor uma sequência didática e atividades relacionadas ao ensino de sequência numérica? Inicialmente, nos parece essencial que o(a) professor(a) conheça a maneira pela qual seus(suas) estudantes compreendem a Matemática, ou seja, faz-se necessário conhecê-los. Sobre esse aspecto, Heck (2017, p. 34) considera fundamental “que o professor conheça o processo de aquisição dos conhecimentos matemáticos, ou seja, que compreenda como ocorre o processo de aprendizado de seus alunos". Acreditamos que esse conhecimento é essencial para o processo de ensino e aprendizagem de qualquer conteúdo. Sendo assim, é preciso que ele(a) saiba qual é a melhor abordagem, os conhecimentos prévios necessários, as dúvidas mais frequentes, os principais erros, os melhores exemplos a serem utilizados, etc. Todos esses elementos devem (ou deveriam) ser pensados durante o planejamento de uma sequência didática e tarefas.

Nessa perspectiva, ao ensinar sequências numéricas, alguns conhecimentos matemáticos são considerados essenciais, para que os(as) estudantes compreendam esse tópico, e poderiam ser o ponto de partida para as ações do(a) professor(a), como, por exemplo:

> A estrutura de padrões e regularidades é matematicamente estabelecida quando existe a possibilidade de identificar conceitualmente a ordem ou estrutura que regula uma série de repetições, ou seja, segue basicamente a ideia de repetição e mudança. <u>Dessa forma, trabalhar com padrões e regularidades prepara os alunos para a compreensão do conceito de sequência</u> (HECK, 2017, p. 28, grifos nossos).

Heck (2017) ainda afirma que os padrões e regularidades podem ser identificados de diferentes maneiras na Matemática: em formas, números e diferentes situações que trazem a possibilidade de se pensar matematicamente. Como exemplo, temos os padrões geométricos, considerados populares por estarem presentes em artesanatos, estampas de roupas, na arquitetura, entre outros. Observe que todos esses tipos de padrões podem ser explorados em sala de aula com os(as) estudantes, de maneira diagnóstica, a fim de identificar os conhecimentos prévios deles(as). Além disso, "a visualização desses padrões facilita o processo de generalização de uma situação e possibilita encontrar uma expressão que a represente" (HECK, 2017, p. 28). Ao refletir sobre o processo de generalização de padrões, entendemos, assim como Llinares (2018, p. 54, tradução nossa), que esse processo envolve três ações:

> [...] encontrar uma propriedade comum, generalizar a propriedade para todos os termos da sequência e usar a propriedade comum para determinar uma regra que permita encontrar qualquer termo da sequência (DREYFUS, 1991). Problemas de generalização de padrões apresentam através de figuras uma situação que fornece os primeiros termos f(1), f(2), f(3) ... de uma progressão aritmética e

> é solicitado o cálculo do valor f(n) para n pequeno e para n grande, e obtém-se a regra geral (CALLEJO e ZAPATERA, 2014). Para decidir, são solicitados três tipos de tarefas: (1) tarefas de generalização próxima (STACEY, 1989), nas quais o aluno deve procurar pequenos termos que podem ser obtidos contando, fazendo um desenho ou uma tabela, (2) tarefas de generalização distante (STACEY, 1989), na qual deve-se calcular grandes termos que requerem a identificação de um padrão ou diretriz e (3) obter e expressar uma regra geral que permita calcular o número de elementos de qualquer termo da sequência e que seja determinada por uma função linear ou afim. Alguns problemas também incluem reverter o processo para encontrar a posição de um termo na sequência a partir do número de elementos desse termo".

Observe que, ao trabalhar com padrões, o(a) professor(a) precisa ter cuidado com o grau de complexidade dos padrões selecionados para suas aulas. Corroborando essa ideia, Heck (2017, p. 29) afirma que "a complexidade dos padrões de generalização deve ser gradativa, ou seja, devem iniciar de forma mais básica e no decorrer das aulas os conhecimentos naturalmente vão se tornando mais complexos".

Outro aspecto a ser analisado, segundo Vale e Pimentel (2015, apud HECK, 2017, p. 29), é que o ensino de padrões deve oportunizar articulação entre as diferentes representações, a fim de que os(as) estudantes se tornem mais criativos, o que possibilita um melhor entendimento dos conceitos. Essas autoras ainda ponderam que as atividades de procura de padrões permitem:

> - contribuir para a construção de uma imagem mais positiva da matemática por parte dos alunos;
> - experienciar o poder e a utilidade da matemática e desenvolver o conhecimento sobre novos conceitos;
> - evidenciar como os diferentes conhecimentos matemáticos se relacionam entre si e com outras áreas do currículo;
> - promover o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos tornando-os bons solucionadores de problemas e pensadores abstratos;
> - melhorar a compreensão do sentido do número, da álgebra e de conceitos geométricos (VALE; PIMENTEL, 2015, p. 16 apud HECK, 2017, p. 29).

Ao propor tarefas com padrões algébricos, uma sugestão é que sejam propiciadas aos(às) estudantes condições para "[...] transferir padrões concretos, pictóricos e simbólicos de uma representação para outra; averiguar se uma lista de números mostra alguma regularidade; descobrir o padrão numa sequência; descrever o padrão oralmente e por escrito" (VALE; PIMENTEL, 2005, p. 16 apud HECK, 2017, p. 34).

No trabalho de generalização de padrões, algumas estratégias que os(as) estudantes utilizam podem ser identificadas pelos(as) professores(as), o que pode auxiliar a compreensão de suas respostas. Zapatera e Callejo (1998, apud LLINARES, 2018, p. 54-55, tradução nossa) identificaram e classificaram três tipos de estratégias de resolução de problemas de generalização de padrões lineares:

> (1) estratégias aditivas, nas quais o aluno observa o padrão de crescimento e realiza a contagem desenhando a figura ou alterando o padrão de crescimento até o termo requerido, partindo da primeira figura ou de qualquer figura, (2) estratégias funcionais, nas quais o aluno relaciona a posição da figura e o número de elementos por meio de uma função afim $f(n)=a.n+b$ ($b \neq 0$), onde a é o padrão de crescimento e b é o termo independente que permanece constante; essas funções podem ser locais, se a relação se aplicar a uma determinada figura, e globais, se a relação se aplicar a qualquer figura, e (3) estratégias proporcionais, nas quais o aluno encontra o número de elementos por meio de um raciocínio proporcional baseado em uma função $f(n) = an$, onde o termo independente que permanece constante não é considerado.

Todas essas estratégias podem auxiliar a resolução de tarefas que envolvam sequências numéricas. Corroborando essa ideia, Jungbluth, Silveira e Grando (2019, p. 100) afirmam que

> As atividades que envolvem a observação e a generalização de padrões em sequências, geralmente, solicitam ao aluno que descubra o padrão da sequência para continuá-la; que indique um termo faltante da sequência, que pode começar pela posição mais próxima da última figura da sequência e ir se distanciando; ou que procure um termo numa posição qualquer, distante dentro da sequência.
> A ideia subjacente a esse tipo de atividade é que o estudante comece fazendo uma generalização próxima e, na continuação dos itens, chegue à generalização distante, que permite calcular o número de elementos de qualquer termo da sequência.

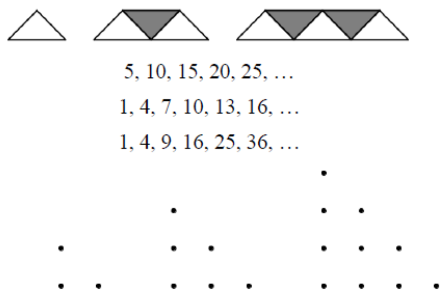
Ponte, Branco e Matos (2009) destacam que tanto as sequências pictóricas como as numéricas estão presentes em todo o ensino básico, e o trabalho com essas sequências contempla a identificação de regularidades e generalizações, além da utilização da linguagem simbólica, para representar os padrões analisados. Segundo eles:

> Note-se que a descrição dessas generalizações em linguagem natural já exige uma grande capacidade de abstracção. A sua progressiva representação de um modo formal, usando símbolos matemáticos adequados, contribui para a compreensão dos símbolos e da linguagem algébrica, nomeadamente a compreensão da variável como número generalizado e das regras e convenções que regulam o cálculo algébrico (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 40-41).

Dessa maneira, as generalizações podem auxiliar o desenvolvimento da capacidade comunicativa dos(as) estudantes e seu raciocínio matemático. Ponte, Branco e Matos (2009) afirmam que há diferentes tipos de sequências. As repetitivas são caracterizadas por apresentarem uma unidade, que pode ser composta por diferentes elementos ou termos que se repetem ciclicamente. Como exemplo, temos:

- ☆☆☺☆☆...☺☆☆☺
- 2223422234222342223422234222342 2...

As sequências crescentes já se caracterizam por apresentarem elementos ou termos diferentes. Cada um dos termos presentes na sequência depende do termo anterior, bem como da sua posição na sequência, que pode ser designada como ordem do termo. Ponte, Branco e Matos (2009, p. 42) afirmam que “as sequências crescentes podem ser constituídas por números ou por objetos que assumem uma configuração pictórica, como na figura seguinte”:



Fonte: (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009, p. 42).

Nesses tipos de sequência, as estratégias apresentadas por Llinares (2018) podem ser úteis, durante o processo de generalização, por parte dos(as) estudantes. Como exemplo, na primeira sequência apresentada (pictórica), os(as) estudantes podem fazer uso da estratégia aditiva, realizando a contagem e o desenho das próximas figuras da sequência. Nas duas sequências seguintes, o uso da estratégia funcional nos parece ser uma boa opção. Na terceira sequência, os(as) estudantes podem apresentar suas respostas com base em uma estratégia proporcional. E por fim, na última sequência (geométrica), os(as) estudantes podem utilizar a estratégia aditiva, por meio de desenhos das próximas figuras da sequência.

Outro aspecto que deve ser observado pelo(a) professor(a), segundo Ponte, Branco e Matos (2009), são as diferentes possibilidades de continuação de uma sequência. Ao apresentar alguns termos de uma sequência, ele(a) pode solicitar aos seus(suas) alunos(as) que continuem as sequências, identificando os termos seguintes. “Nesta situação, o professor deve atender à possibilidade de os alunos interpretarem os termos apresentados de diferentes maneiras, identificando relações entre eles e, por isso, continuarem a sequência de modos distintos” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 42). Com a existência da possibilidade de que os(as) alunos(as) interpretem os elementos ou termos de maneira distinta, é fundamental que o(a) professor(a) solicite que eles(as) apresentem seu raciocínio bem como justificativas para suas escolhas.

Assim como o processo de generalização de padrões pode envolver diferentes estratégias de resolução, ao trabalhar com sequências numéricas, diferentes estratégias podem ser utilizadas pelos(as) alunos(as). Convidamos você, leitor(a), a observar que algumas estratégias que apresentamos a seguir são semelhantes às estratégias de generalização de padrões de Llinares (2018), apresentadas anteriormente. A primeira delas, segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p. 44, grifo dos autores), se refere à: “*Estratégia de representação e contagem*. O aluno representa todos os termos da sequência até o termo solicitado e conta os elementos que o constituem para determinar o termo da sucessão numérica correspondente”. Contudo, esses autores esclarecem que essa estratégia não apresenta uma generalização realizada pelo(a) aluno(a).

A segunda estratégia se refere à: “*Estratégia aditiva.* Esta estratégia tem por base uma abordagem recursiva. O aluno compara termos consecutivos e identifica a alteração que ocorre de um termo para o seguinte" (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 45, grifo dos autores). Segundo esses autores, essa estratégia geralmente se apresenta como um obstáculo à determinação da relação existente entre cada termo e sua ordem. Além disso, pode promover generalizações erradas, o que exige atenção, por parte do(a) professor(a), para que compreenda os erros cometidos pelos(as) alunos(as).

A terceira estratégia: "*Estratégia do objeto inteiro.* O aluno pode considerar um termo de uma dada ordem e com base nesse [termo] determinar o termo de uma ordem que é múltipla desta" (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 45, grifo dos autores). Como exemplo, o(a) aluno(a) determina o termo de ordem 30 e, fundamentado nesse termo, consegue determinar o termo de ordem 15 ou de ordem 10, realizando uma multiplicação. Contudo, os autores afirmam que essa estratégia também pode originar generalizações erradas.

Por fim, a quarta estratégia: "*Estratégia de decomposição dos termos.* A decomposição de um termo de uma sequência pictórica permite, muitas vezes, identificar o seu processo de construção, possibilitando a determinação de termos de ordem distante" (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 46, grifo dos autores). Nessa estratégia, os(as) alunos(as) identificam uma relação entre o termo e sua ordem, que é indicada pela expressão algébrica que representa o termo geral.

Além de estar atento às diferentes estratégias que podem ser utilizadas, sugere-se que o(a) professor(a) procure analisar e compreender as respostas dos(as) estudantes. Esse aspecto requer uma atenção especial, pois, em muitos casos, os(as) estudantes apresentam pensamentos e raciocínios completamente diferentes dos de seus(suas) professores(as), ao lidar com situações particulares e mais generalizadas. Segundo Mason (1996, p. 67, tradução nossa),

> Quando professores ou autores fazem um "exemplo" para os alunos, a experiência deles é muitas vezes completamente diferente da de seu público. Para o professor, o exemplo é um exemplo de algo; é um caso particular de uma noção mais geral. À medida que o professor passa pelos detalhes, os números ou itens específicos são experimentados como espaços reservados, como espaços nos quais podem aparecer diferentes particularidades. Para o aluno, o exemplo é uma totalidade; não é visto como ilustrando uma generalidade, mas como completo em si mesmo. Os itens, que para o professor são instâncias particulares, são para

> muitos alunos indistinguíveis dos outros elementos do exemplo. A tarefa dos alunos é reconstruir a generalidade dos casos particulares oferecidos. Muitas vezes os alunos fazem isso de forma brilhante, mas inadequada, porque eles involuntariamente enfatizam aspectos que o professor não faz, e vice-versa.

A falta de compreensão, por parte do(a) professor(a), em relação ao raciocínio de seus(suas) estudantes, pode inclusive promover momentos de discussão e diálogo em sala de aula, nos quais cada uma das partes expõe suas ideias, aparentemente relacionadas a tarefas distintas, apesar de estarem se referindo à mesma tarefa. A busca de compreensão dos argumentos e estratégias dos(as) estudantes também envolve a análise de seus erros e dificuldades. Boa parte desses erros podem ser antecipados durante o planejamento e elaboração da sequência de ensino, por parte dos(as) professores(as).

Contudo, como os(as) professores(as) podem realizar essa antecipação? Acreditamos que a leitura de estudos já publicados sobre o tópico a se ensinar surge como um caminho para que o(a) professor(a) ou mesmo futuros(as) professores(as) conheçam as experiências realizadas, bem como os resultados que geram na prática em sala de aula. Além disso, essas leituras podem contribuir com o trabalho do(a) professor(a), quanto à antecipação de dificuldades e erros que são cometidos pelos(pelas) estudantes da Educação Básica.

O trabalho de Ponte (2006) é um exemplo de material a ser estudado pelos(as) professores(as) que desejam ensinar o conteúdo de sequências numéricas. Esse autor relata as dificuldades que os(as) estudantes geralmente apresentam durante o estudo dos tópicos Números e Álgebra. Quanto às principais dificuldades que apresentam, “têm a ver com diversas sutilezas e mudanças de sentido dos símbolos quando se passa de um campo para outro [Números e operações, para a Álgebra]” (PONTE, 2006, p. 9). Como exemplo, Usiskin (1988, apud PONTE, 2006, p. 9) ilustra essas dificuldades, quanto à diversidade de significados que pode ter o sinal “=”:

$$A = LW \quad (1)$$
$$20 = 5x \quad (2)$$
$$\sin x = \cos x \tan x \quad (3)$$
$$1 = n.1/n \quad (4)$$
$$y = kx \quad (5)$$

> A expressão (1) traduz a fórmula da área do rectângulo (área = comprimento vezes a largura), onde o sinal = representa "um cálculo a realizar". A expressão (2) contém uma equação "para resolver", ou seja, indica que é preciso encontrar o "valor de x". A expressão (3) representa uma identidade, algo que é sempre verdadeiro. A expressão (4) indica uma propriedade dos números inteiros. E, finalmente, a expressão (5) representa a função de proporcionalidade directa e, neste caso "=" indica uma relação e não algo que seja para calcular ou resolver.

Como podemos observar, a diversidade de sentidos que os símbolos trazem consigo pode dificultar a compreensão dos(as) estudantes. Como alertavam Davis e Hersh (1995, apud PONTE, 2006, p. 9-10):

> o simbolismo coloca um problema complicado de resolver. Por um lado, os símbolos têm grande valor. Na verdade, o simbolismo algébrico tem o poder de aglutinar ideias concebidas operacionalmente em agregados compactos, tornando por isso a informação mais fácil de compreender e manipular. Por outro lado, o simbolismo acarreta grandes perigos para o processo de ensino-aprendizagem, pois caímos no formalismo quando perdemos de vista o significado do que os símbolos representam e apenas damos atenção aos símbolos e ao modo de os manipular.

Além do simbolismo, outras dificuldades dos(as) estudantes nessa "passagem" da Aritmética para a Álgebra são identificadas e merecem atenção:

> - Dar sentido a uma expressão algébrica;
> - Não ver a letra como representando um número;
> - Atribuir significado concreto às letras;
> - Pensar uma variável com o significado de um número qualquer;
> - Passar informação da linguagem natural para a algébrica;
> - Compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos + e =;
> - Não distinguir adição aritmética (3+5) da adição algébrica (x+3) (PONTE, 2006, p. 10).

A primeira dificuldade, "dar sentido a uma expressão algébrica" (PONTE, 2006, p. 10), pode estar relacionada a não identificação, por parte dos(as) estudantes, de que a letra representa um valor desconhecido, ou que pode representar um valor variável, dependendo da expressão.

A segunda dificuldade, "não ver a letra como representando um número" (PONTE, 2006, p. 10), faz com que os(as) estudantes compreendam o símbolo como uma representação de um número a ser encontrado, por meio do cálculo de alguma expressão algébrica, ou mesmo, no cálculo de fórmulas, como de áreas de figuras planas, entre outros.

A terceira dificuldade, "atribuir significado concreto às letras" (PONTE, 2006, p. 10), pode ocorrer devido ao fato de os(as) estudantes não compreenderem os vários significados que as letras possuem acerca dos objetos matemáticos, como, por exemplo, a utilização de letras para representar uma reta, um ponto, uma variável, etc.

A quarta dificuldade, "pensar uma variável com o significado de um número qualquer" (PONTE, 2006, p. 10), significa que os(as) estudantes podem apresentar incompreensões quanto aos valores que as variáveis podem assumir. O que apresenta um entendimento equivocado, pois algumas expressões algébricas apresentam restrições de valores para a variável, como, por exemplo, a divisão n/x, em que n pode assumir qualquer valor real, e x não poderia assumir o valor 0, pois resultaria em uma indeterminação matemática.

A quinta dificuldade, "passar informação da linguagem natural para a algébrica" (PONTE, 2006, p. 10), quando o(a) estudante não consegue representar simbolicamente alguma expressão matemática, como, por exemplo, a fórmula que representa o valor a ser pago por uma pessoa em um posto de combustível, em que a gasolina custa R$ 6,56.

A sexta dificuldade, "compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos + e =" (PONTE, 2006, p. 10). Na aritmética, esses símbolos representam, respectivamente, a combinação de dois números em um único número, e o sinal de = se associa a uma concepção operacional. Já na álgebra, o sinal de adição representa uma operação que pode ser realizada dentro do conjunto dos números reais. Já o símbolo de = pode apresentar diferentes significados, como, por exemplo, indicar um cálculo a se realizar, uma equivalência de valores, entre outros.

Por fim, a sétima dificuldade, "Não distinguir adição aritmética (3+5) da adição algébrica (x+3)" (PONTE, 2006, p. 10), pode acontecer quando o(a) estudante realiza inadequadamente a adição de x+3, encontrando o resultado x3 ou 3x, porque não compreende que a letra representa um número a ser substituído.

Todas essas dificuldades podem ser consideradas como ponto de partida (no ensino de sequências numéricas), para que o(a) professor(a) elabore seus planejamentos, a fim de identificar as dificuldades dos(as) estudantes, suas defasagens e, até mesmo, compreensões equivocadas que apresentam, em relação a cada um desses aspectos.

Apresentamos, aqui, alguns conhecimentos matemáticos próprios da docência que se mostram fundamentais para o trabalho do tópico sequências numéricas no contexto da Educação Básica. Porém, tais conhecimentos não esgotam todas as possibilidades para esse tema, por isso, convidamos você, leitor(a), a aprofundar seus estudos sobre esses assuntos. É importante que você, pibidiano(a), futuro(a) professor(a), tenha em mente esses conhecimentos, para que desenvolva de maneira adequada seu trabalho em sala de aula. Além disso, é fundamental que promova um ambiente agradável, em que seus(suas) estudantes se sintam à vontade para se expressar e discutir suas ideias e estratégias com todos(as) da turma. A seguir, apresento brevemente o Quarteto do Conhecimento, ou simplesmente KQ, uma estrutura teórica interessante que pode ser utilizada durante o planejamento de aulas de Matemática.

Sugestão de materiais que podem auxiliar o planejamento de aulas:

BRAGA (2021) disponível em: http://www.repositorio.ufop.br/jspui/bitstream/123456789/13583/2/PRODUTO_Sequ%c3%aanciaTarefasIntroduzir.pdf

Ou pelo código:

VELOSO (2012), disponível em: https://drive.google.com/file/d/1flhn5TKcUAZ2ov-wNL7H5zz1sOcpGk3h/view

Ou pelo código:

O Quarteto do Conhecimento – uma ferramenta auxiliar para as ações do PIBID Matemática

A estrutura teórica chamada Quarteto do Conhecimento (*Knowledge Quartet* – KQ) foi desenvolvida inicialmente por Tim Rowland e colaboradores de três universidades do Reino Unido. O interesse inicial desse grupo de pesquisadores era desenvolver uma estrutura teórica que pudesse ser utilizada para analisar situações em que a matemática se fazia presente em aulas de professores em formação, ou seja, de estagiários.

Esses pesquisadores realizaram a observação e análise da gravação de um total de 24 aulas de Matemática no Ensino Fundamental, que foram elaboradas e aplicadas por 12 estagiários, ao final de sua formação inicial. Foi solicitada aos estagiários uma cópia do planejamento da aula que seria analisada. Após as aulas, o observador/pesquisador elaborava uma sinopse descritiva (relato de tudo o que aconteceu durante a aula), de modo que qualquer leitor pudesse compreende-lo e discuti-lo. A estrutura desenvolvida a partir dessas aulas mostrou-se uma possibilidade para se realizar observações e análises relacionadas aos conhecimentos matemáticos evidenciados na prática dos futuros professores (ROWLAND; HUCKSTEP; THWAITES, 2005).

Inicialmente, Rowland, Huckstep e Thwaites (2005) identificaram uma lista de 18 pontos de discussão (códigos), referentes ao conhecimento do conteúdo e ao conhecimento pedagógico do conteúdo, a partir dos dados de alguns episódios das aulas que foram observadas. Esses códigos foram associados e agrupados em quatro categorias mais amplas (posteriormente denominadas dimensões). As categorias identificadas foram: i) Fundação (*Foundation*); ii) Transformação (*Transformation*); iii) Conexão (*Connection*); e iv) Contingência (*Contingency*).

Cada dimensão possui algumas subcategorias (ou códigos contributivos) que, conforme Rowland, Huckstep e Thwaites (2005), apresentam a mesma natureza ou guardam semelhanças. A seguir (Quadro 2), apresentamos as quatro (4) dimensões e os 20 códigos contributivos que foram identificados e formalizados em Rowland (2013):

Quadro 2: Dimensões e códigos contributivos do KQ

Dimensão	Códigos contributivos
Fundação: Conhecimento e compreensão de uma matemática *per se* e da matemática específica pedagógica, crenças sobre a natureza da matemática, os propósitos da Educação Matemática, e as condições sob as quais os estudantes aprenderão melhor a matemática.	- consciência de propósito; - adesão ao livro didático; - concentração em procedimentos; - identificação de erros; - exibição geral do conhecimento do assunto; - fundamento teórico da pedagogia; - uso de terminologia matemática.
Transformação: A apresentação de ideias para o ensino na forma de analogias, ilustrações, exemplos, explanações e demonstrações.	- escolha de exemplos; - escolha de representações; - uso de materiais instrucionais; - demonstração do professor (para explicar um procedimento).
Conexão: O sequenciamento do material de instrução, e a consciência relacionada à demanda cognitiva de diferentes tópicos e tarefas.	- antecipação da complexidade; - decisões sobre sequenciamento; - reconhecimento da adequação conceitual; - conexões entre procedimentos; - conexões entre conceitos.
Contingência: A capacidade de se fazer convincente, fundamentando-se em respostas bem elaboradas para imprevistos e eventos não planejados.	- desvio da agenda; - respostas às ideias dos estudantes; (uso de oportunidades); - *insight* do professor durante a instrução; - respondendo a (in)disponibilidade de ferramentas e recursos.

Fonte: (ROWLAND, 2013, p. 25, tradução nossa).

ATENÇÃO!!!

Observe que o KQ considera, em sua dimensão Fundação, o Conhecimento e compreensão de uma matemática *per se.* A nosso ver, a matemática *per se* se caracteriza como uma matemática acadêmica. Contudo, como já dissemos anteriormente, esse não é o tipo de conhecimento demandado na ação do(a) professor(a) em seu trabalho na Educação Básica. Assim, consideramos em todas nossas sugestões de tarefas, apresentadas a seguir, a matemática escolar como fundamento dos conhecimentos e compreensões do(a) professor(a). Para saber mais, consulte Moreira (2004).

Como esta estrutura pode ser utilizada nas ações do PIBID?

Analisando o modo como o KQ foi elaborado e a dinâmica empreendida nas ações do PIBID, acreditamos que a utilização dessa estrutura teórica pode promover um ambiente favorável para a mobilização de conhecimentos matemáticos próprios da docência no âmbito do Programa.

Acreditamos que os momentos destinados às reuniões em grupo são oportunos para que algumas dimensões e códigos do KQ sejam utilizados como fundamento do trabalho desenvolvido. O uso desse modelo teórico pode ser realizado por professores(as) supervisores(as) e pibidianos(as), a partir de orientações do(a) coordenador(a) de área. Essa utilização pode servir de ferramenta para analisar os momentos em que a Matemática se faz presente nas ações dos(as) pibidianos(as), antes, durante e após serem desenvolvidas. Além disso, acreditamos que o uso do KQ pode favorecer o redirecionamento de planejamentos, estudos e desenvolvimentos de ações, com vistas a promover a mobilização de conhecimentos matemáticos próprios da docência.

Sugerimos então que o KQ seja usado como pano de fundo das ações do PIBID em dois momentos distintos, que são: a) o planejamento das ações; b) reflexões posteriores à realização das ações.

A seguir, apresento algumas propostas de tarefas, que foram elaboradas a partir de minhas experiências com o PIBID, e fundamentadas pela literatura acerca dos conhecimentos matemáticos próprios da docência. Estão destacados em itálico as dimensões e códigos contributivos do KQ que foram considerados em cada tarefa, com o propósito de facilitar a sua identificação. Antes de apresentar as propostas, sugiro que você, pibidiano(a), leia atentamente as questões apresentadas e reflita sobre elas. Essas reflexões poderão ajudá-lo(la) a lidar com as demandas da prática docente, e também com imprevistos que possam ocorrer durante sua prática. Desejo um ótimo trabalho a você!

DICA...

Apesar de sempre nos referirmos aos pibidianos(as) como público-alvo deste produto educacional, entendemos que essa proposta também possa ser utilizada em cursos de formação de professores de Matemática, bem como por professores de Matemática da Educação Básica que queiram refletir sobre sua prática docente buscando aprimorá-la.

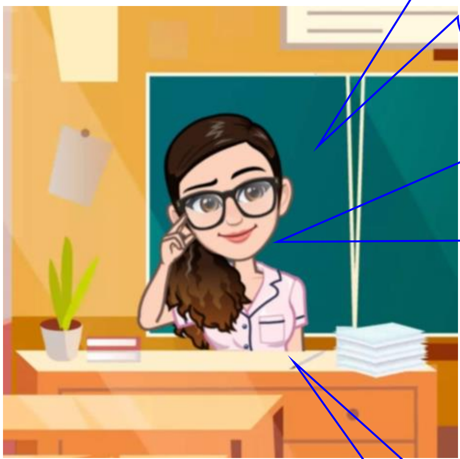
Coordenador(a) de área, reuniões periódicas do PIBID são excelentes oportunidades para o grupo planejar e discutir as ações que serão desenvolvidas no contexto escolar. Observem que esses momentos podem ser favoráveis para promover a mobilização de alguns conhecimentos matemáticos próprios da docência.

Reflexões durante o planejamento

Antes de desenvolver as tarefas com os(as) estudantes da Educação Básica, sugiro que você, pibidiano(a), reflita sobre algumas questões.

1) Qual é o propósito de se ensinar o tópico sequências numéricas na educação básica?

2) Você sabe quais são os conceitos centrais sobre este tópico que os(a) estudantes necessitam saber, para terem condições de compreender e resolver as tarefas propostas?



3) Quais podem ser as melhores estratégias a serem utilizadas, visando a melhor aprendizagem dos(as) estudantes?

4) As tarefas que você pensa em propor apresentam um nível conceitual adequado para seus estudantes?

5) Você já pensou previamente nas possíveis complexidades presentes na questão, que os(as) estudantes terão de enfrentar?

6) Quais seriam os melhores exemplos e/ou analogias que podem ser utilizados, a fim de trazer compreensão e sentido para os(as) estudantes?

Como vimos na primeira parte deste material, o pensamento algébrico é fundamental no trabalho com o tópico de sequências numéricas. Sendo assim, sugerimos que professores(as) supervisores(as) do PIBID, bem como professores(as) coordenadores(as) de área, destinem alguns encontros(reuniões) para orientar os(as) pibidianos(as) e discutirem como o KQ pode contribuir no planejamento e desenvolvimento das ações. A seguir, apresento algumas orientações e ideias que podem ser consideradas, durante essas reuniões em grupo.

1- Busque artigos, dissertações e até mesmo teses que abordam a temática que será abordada na ação, no nosso caso, sequências numéricas;

2- Procure compreender, por meio desses materiais, de que maneira os(as) estudantes desenvolvem o pensamento algébrico na Educação Básica (Já sabemos que o pensamento algébrico é fundamental para a compreensão de sequências numéricas, não é mesmo?);

3- Reflita: ao pensar nos conhecimentos envolvidos na dimensão *Fundação* do KQ, por meio dos materiais selecionados, é possível identificar os conhecimentos matemáticos necessários para o(a) professor(a) ensinar sequências numéricas? Procure organizar esses conhecimentos em uma folha, para que possa se orientar, ao planejar e elaborar sua ação;

4- Esses materiais apresentam (ou discutem) os principais erros e dificuldades que surgem na sala de aula, ao se trabalhar o tópico de sequências numéricas? Se sim, pense como pode se preparar para lidar com situações desse tipo. Se não, procure algum material que aborde essa temática, para refletir sobre as possíveis dificuldades dos(as) estudantes;

5- Como pode ser realizada a *Transformação*, ou seja, como transformar seu conhecimento do conteúdo de sequências numéricas em conhecimento de ensino? Uma dica é pensar quais seriam os melhores exemplos, analogias, metodologia; se a utilização de algum material instrucional pode contribuir (ou não) para facilitar a compreensão dos(as) estudantes, etc;

6- Ao elaborar a sequência didática que guiará sua ação em sala de aula, procure refletir sobre o sequenciamento e abordagem do conteúdo com os(as) estudantes, até mesmo a ordem dos exemplos e tarefas que serão apresentadas. Lembre-se de que um aspecto considerado importante por Heck (2017) é o grau de complexidade dos padrões apresentados aos(às) estudantes. Inicialmente, procure analisar se eles(as) conseguem identificar padrões ou regularidades simples, para introduzir o tópico de sequências numéricas. Busque realizar a *Conexão* entre os conceitos e procedimentos, durante sua ação em sala de aula, para auxiliar a compreensão dos(as) estudantes;

7- Elabore previamente e apresente ao grupo do PIBID uma sequência didática, a fim de que todos(as) possam contribuir de alguma maneira com seu planejamento. Os momentos de diálogo entre professores(as) supervisores, coordenadores(as) de área e pibidianos(as) são fundamentais, para que o grupo se desenvolva em conjunto e consiga mobilizar alguns conhecimentos matemáticos próprios para a docência;

8- Após desenvolver a sequência de ensino com os(as) estudantes, volte ao grupo do PIBID e apresente as experiências que foram vivenciadas. Esse momento pode ter como objetivo analisar a maneira como os(as) pibidianos(as) desenvolveram a ação; pensar se se o sequenciamento, os exemplos e a metodologia foram coerentes, e de que maneira os(as) pibidianos(as) conseguiram lidar com momentos de *Contingência*. Reflita: durante o planejamento da sequência didática, o grupo do PIBID deixou de de pensar em algum aspecto importante? Houve pontos positivos? Se sim, quais foram? Há pontos que necessitam ser aprimorados? Se sim, quais seriam esses pontos?

DICA...

Pibidiano(a), a realidade da escola em que você atua deve ser considerada, ou seja, as possíveis dificuldades e dúvidas dos(as) estudantes. Uma dica é conversar com os(as) professores(as) de Matemática das turmas em que sua proposta será desenvolvida, para compreender as reais demandas e conseguir realizar um trabalho mais direcionado, tendo como foco melhores resultados.

As tarefas a seguir são compostas por questões que trabalhei em uma ação do PIBID, que na época o grupo denominou como "Preparatório para a OBMEP". Essa ação foi desenvolvida em parceria com Gisele, também pibidiana. As propostas aqui apresentadas têm como intuito convidar você, pibidiano(a), a refletir sobre alguns dos conhecimentos matemáticos próprios da docência que são necessários para trabalhar o tópico de sequências numéricas na Educação Básica.

ANOTAÇÕES

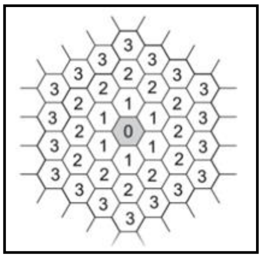
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

TAREFA 1

Esta tarefa tem como objetivo realizar discussões com os(as) estudantes acerca da ideia de sequências numéricas, as diferentes representações e estratégias que podem ser utilizadas para sua resolução, como o uso de fórmulas de recorrência e a identificação do termo geral. Observe que identificar os objetivos que se pretende alcançar com a tarefa revela uma *consciência de propósito* por parte do(a) professor e/ou futuro(a) professor(a) acerca da Educação Matemática. Esses objetivos podem ser identificados por você, pibidiano(a), a partir de uma análise crítica do currículo e por meio de estudos sobre o ensino de sequências numéricas na Educação Básica.

Na malha hexagonal, a casa central recebeu o número 0 e as casas vizinhas a ela receberam o número 1. Em seguida, as casas vizinhas às de número 1 receberam o número 2 e assim sucessivamente, como na figura. Quantas casas receberam o número 6?

a) 32 b) 36 c) 42 d) 48 e) 54



Fonte:http://www.obmep.org.br/provas.htm

Observe que essa sequência apresenta uma relação do tipo *na*. Devemos encontrar a relação entre o número da casa e a quantidade de casas que cada um desses números recebe. Essa sequência pictórica pode ser compreendida da seguinte maneira:

Número da casa (ordem)	0	1	2	3	...	n
Quantidade de casas	1	6	12	18	...	6n, para n≥1

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p. 63), "a exploração da constituição dos termos destas sequências contribui para o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo". Esse conhecimento pode contribuir para sua reflexão sobre os conhecimentos prévios que os(as) estudantes necessitam para resolver a questão e as habilidades que desenvolverão. Realizar previamente a *antecipação da complexidade* do tópico ou das tarefas que serão utilizadas em sala de aula pode auxiliar na identificação das dificuldades dos(as) estudantes e também daqueles que não possuem os conhecimentos prévios necessários. Tais reflexões, quando realizadas previamente, podem contribuir para que você faça a *escolha de exemplos* ou a *escolha de representações* que seja mais eficiente durante o ensino da Matemática.

Durante a desenvolvimento da tarefa, sugere-se que os(as) estudantes se organizem em pequenos grupos, com o intuito de que eles(as) discutam coletivamente a questão apresentada, a fim de elaborar estratégias para sua resolução. Nesse momento, você, pibidiano(a), terá a oportunidade de realizar algumas intervenções, caso sejam necessárias, como, por exemplo, identificar nas falas dos(as) estudantes algum entendimento equivocado , ou mesmo confirmar suas ideias, quando estiverem corretas.

DICA...

Pibidiano(a), ao iniciar a tarefa, procure identificar se os(as) estudantes possuem os conhecimentos prévios necessários para resolver a questão proposta. Caso não os possuam, algumas ideias centrais podem ser desenvolvidas por você, a fim de que os(as) estudantes compreendam o que será necessário para resolver a questão proposta.

Se os(as) estudantes apresentarem dificuldades nessa tarefa, a sugestão de algumas estratégias de resolução pode contribuir para a sua compreensão e resolução, como, por exemplo:

- continuar a representação pictórica da questão, a fim de identificar quantas casas o número 6 receberá;

- esquematizar os dados da questão em uma tabela e realizar a comparação entre esses dados e a representação pictórica, com o propósito de identificar o padrão da sequência.

As estratégias sugeridas para essa tarefa foram realizadas em minha experiência com o preparatório para a OBMEP. O trecho a seguir, de nosso Relatório de Atividades, ilustra essa experiência.

> "Sugerimos que analisassem os dados da questão com o uso de uma tabela, contendo uma coluna para o número inserido nas casas e outra para a quantidade de hexágonos. Por meio desta tabela, conseguimos mostrar para todos que a quantidade de hexágonos era sempre um valor múltiplo de 6. Assim, os próprios alunos conseguiram chegar à expressão algébrica em que o número de casas pode ser encontrado multiplicando o número da casa por 6". (Relatório de atividades de Nathalia e Gisele, 2016, p. 14).

Essas diferentes estratégias para a resolução da questão podem ser pensadas previamente por você, pibidiano(a), em seu planejamento. Uma postura reflexiva nesse momento pode auxiliar em suas decisões quanto à *escolha de representação* que se mostrará mais efetiva para a compreensão dos(as) estudantes. Além disso, refletir sobre os melhores exemplos, analogias e possíveis dúvidas dos(as) estudantes permite que você mobilize conhecimentos matemáticos próprios da docência, contribuindo, assim, para sua formação docente.

Quando os(as) estudantes estiverem discutindo entre si a questão, é fundamental que você, pibidiano(a), esteja atento aos argumentos e justificativas utilizadas por eles(as). Caso algum(a) estudante apresente um entendimento equivocado, você pode realizar intervenções a fim de direcioná-lo(a) ao entendimento correto sobre os conceitos envolvidos. Esse é um momento propício para que aconteça a *identificação de erros* cometidos pelos(as) estudantes. A identificação de erros e o entendimento do porquê os(as) estudantes erram são conhecimentos próprios da profissão docente. No ensino de sequências numéricas, alguns desses erros podem ocorrer devido à falta de conhecimentos prévios, ou mesmo pela dificuldade, por parte dos(as) estudantes, em dar sentido à simbologia presente no estudo desse tópico.

Pibidiano(a), ao término de cada questão, você poderá sugerir aos(às) estudantes que realizem um círculo, para que todos apresentem as estratégias que utilizaram para compreender e resolver a questão. Se atente em ouvir todos(as) os(as) estudantes que queiram se expressar e analise se seus argumentos estão corretos.

Ao finalizar a questão, você pode discutir com os(as) estudantes as noções sobre lei de formação de uma sequência numérica. Sugerimos, assim, que você instigue os(as) estudantes a perceber o padrão presente na sequência pictórica da questão. Espera-se que eles(as) consigam "ver" que a quantidade de casas a partir do número um (1) são valores múltiplos de seis (6). Dessa maneira, acredita-se que os(as) estudantes serão capazes de encontrar a lei de formação dessa sequência numérica, que representa a quantidade de casas referentes a cada número, que é n.6, com $n \geq 1$, sendo n o número da casa.

Realizar a *conexão entre os procedimentos* utilizados e a *conexão entre os conceitos* envolvidos pode contribuir para a compreensão dos(as) estudantes acerca da relação existente entre os procedimentos adotados e a formalização dos conceitos matemáticos. Por fim, certifique-se de que os(as) estudantes compreenderam o significado da terminologia matemática utilizada no processo de discussão e resolução da questão. Esse conhecimento se mostra fundamental no processo de ensino e aprendizagem de álgebra e, consequentemente, de sequências numéricas.

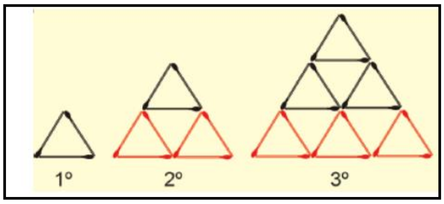
ANOTAÇÕES

TAREFA 2

O objetivo desta segunda tarefa é estimular os(as) estudantes a utilizar a estratégia de representação e contagem (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Durante seu planejamento, você pode refletir sobre as melhores representações que os(as) estudantes poderiam utilizar durante a resolução da questão. A transformação de uma sequência pictórica em uma sequência numérica, utilizando tabelas ou esquemas, pode contribuir para que os(as) estudantes identifiquem o padrão da sequência, além de servir como "ferramentas" de organização dos dados presentes nas representações pictóricas.

Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Quantos palitos ela vai usar para construir o quinto triângulo da sequência?

a) 36 b) 39 c) 42 d) 45 e) 48



Fonte: http://www.obmep.org.br/provas.htm

Pibidiano(a), ao apresentar essa tarefa aos(às) estudantes, deixe-os(as) estabelecerem suas próprias estratégias para encontrar o padrão da sequência. Caso demonstrem dificuldades nesse processo, procure incentivá-los(las) a utilizar as outras maneiras de representar a sequência pictórica. Observe que esse momento pode ser propício para realizar a *conexão entre os conceitos* e a *conexão entre os procedimentos*, contribuindo, assim, com o melhor entendimento dos(as) estudantes sobre o padrão envolvido na sequência.

Pibidiano(a), ao trabalhar essa tarefa, você poderá fornecer aos(às) estudantes palitos, para representar os elementos presentes na imagem gráfica da questão. Os materiais manupuláveis podem auxiliar a compreensão do padrão presente na sequência numérica representada na questão. Certifique-se de que a utilização desses materiais contribua efetivamente para a compreensão dos(as) estudantes quanto à identificação de padrão, presente na tarefa proposta.

Podemos observar que essa tarefa apresenta uma sequência crescente, que, segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p. 42), apresenta elementos/termos distintos, onde podemos ver que “cada termo na sequência depende do termo anterior e da sua posição na sequência, que designamos por ordem do termo”. Além disso, outro elemento presente nessa sequência é o fato de constituírem-se de números ou objetos que podem ser representados por meio de uma configuração pictórica. Assim, o *uso de materiais instrucionais*, representado pela utilização e manipulação de palitos, pode auxiliar a identificação do padrão da sequência numérica, por meio da contagem desses objetos.

A estratégia de representação e contagem (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009) pode ser utilizada para resolver situações dessa natureza. Entretanto, é fundamental que você, pibidiano(a), analise como os(as) estudantes realizam essa contagem, pois “esta estratégia não evidencia uma generalização de carácter global por parte do aluno, pelo que é importante questioná-lo sobre o processo que usou para representar os termos da sequência” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 45).

DICA...

Pibidiano(a), observe que preocupar-se em compreender o raciocínio dos(as) estudantes faz parte do conjunto de saberes necessários aos docentes, ao realizar seu trabalho no contexto da Educação Básica.

Ao questionar o(a) estudante sobre qual raciocínio ele(a) utilizou, faz-se necessário que você consiga analisar se ele(a) compreendeu adequadamente os propósitos estabelecidos na tarefa.

Em minha experiência, quando trabalhamos essa tarefa com os(as) estudantes (eu e Gisele), percebemos que alguns deles(as) ainda apresentavam dificuldades de compreender o padrão da sequência pictórica. Assim, sugerimos algumas estratégias, como pode ser observado no trecho a seguir, de nosso relatório de atividades.

> “De modo semelhante ao da primeira questão, para os alunos que ainda apresentaram dificuldades de visualizar a quantidade total de palitos solicitada, explicamos no quadro negro com o auxílio de uma tabela para organizar os dados. Quando algum aluno ainda manifestava dificuldade, buscávamos associar os dados da tabela construída no quadro juntamente com a imagem dos palitos que eles já haviam construído anteriormente. ”. (Relatório de atividades de Nathalia e Gisele, 2016, p. 15).

Veja que esse relato apresenta algumas intervenções que realizamos em nossa experiência. Buscamos realizar a *conexão entre os procedimentos*, com o intuito de auxiliar a compreensão dos(as) estudantes que apresentaram dificuldades. O uso de tabela representou uma *escolha de representações*, realizada por nós, com o propósito de contribuir para o entendimento dos(as) estudantes. Observe que, em seu planejamento, você pode realizar a *antecipação da complexidade* que a tarefa demandará dos(as) estudantes, bem como realizar a *escolha de representações*, a *escolha de exemplos* e de analogias a serem utilizadas em momentos como esse.

Outra estratégia que poderia ser utilizada para essa questão é a estratégia aditiva (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009), que envolve a utilização de recorrência. Observe que a cada nova figura acrescenta-se a quantidade de triângulos que é indicada por sua posição na sequência. A primeira figura possui apenas 1 triângulo, logo, serão necessários três palitos para construí-la. A segunda figura é constituída pela primeira figura, sendo acrescentados dois triângulos. Dessa maneira, a segunda figura terá um total de três triângulos, e são necessários 9 palitos para sua construção. Para a terceira figura, acrescenta-se três triângulos à anterior, totalizando seis triângulos, sendo necessários 18 palitos para sua construção. E assim sucessivamente. Para descobrir quantos palitos são necessários para construir a quinta figura, os(as) estudantes precisarão descobrir a quantidade de palitos da quarta figura e, em seguida, conseguirão encontrar a quantidade necessária para construir a quinta figura.

Entretanto, cabe ressaltar que as fórmulas de recorrência nem sempre são as melhores estratégias a serem usadas. Por exemplo, caso a questão solicitasse o número de palitos necessários para construir a vigésima figura dessa sequência, com a utilização da recorrência, os(as) estudantes precisariam saber quantos palitos foram utilizados para a décima nona figura, bem como a quantidade de palitos utilizados para a representação da décima oitava figura, e assim sucessivamente. Observe que, nesse momento, é fundamental que tenha clareza acerca da *consciência de propósito*, ao ensinar o tópico de sequências numéricas, para que você realize as *decisões sobre o sequenciamento* de maneira adequada.

Pibidiano(a), observe que a *demonstração do professor* para explicar um procedimento também é algo que pode ser pensado previamente, durante o planejamento. Refletir sobre as possíveis dificuldades dos(as) estudantes e as melhores estratégias a serem utilizadas para explicar um procedimento também diz respeito aos conhecimentos que constituem a matemática escolar. As reflexões acerca das demandas da prática docente, realizadas antes, durante e após cada tarefa, permitirão que você, pibidiano(a), compreenda as condições sob as quais os estudantes compreenderão melhor os conceitos do tópico de sequência numérica.

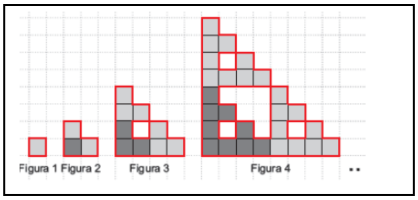
Como desafio, você pode incentivar os(as) estudantes a investigar qual seria a fórmula do termo geral que representa essa sequência numérica.

ANOTAÇÕES

TAREFA 3

O objetivo desta tarefa é promover um ambiente de discussões e reflexões entre os(as) estudantes sobre as diferentes representações pictóricas de uma sequência. Por meio dessa tarefa, os(as) estudantes serão incentivados a investigar as diferentes representações e estratégias que podem ser utilizadas para sua resolução, como o uso de tabelas e esquemas que auxiliam a organização dos dados observados. Essas “ferramentas” podem contribuir para a descoberta da fórmula de recorrência associada à sequência trabalhada.

Começando com um quadrado de 1 cm de lado, formamos uma sequência de figuras, como na ilustração. Cada figura, a partir da segunda, é formada unindo-se três cópias da anterior. Os contornos destacados em vermelho das quatro primeiras figuras medem, respectivamente, 4cm, 8cm, 20cm e 56cm. Quanto mede o contorno da Figura 6?
a) 88 cm b) 164 cm c) 172 cm d) 488 cm e) 492 cm



Fonte:http://www.obmep.org.br/provas.htm

Observe que a sequência pictórica presente nessa questão é construída da seguinte maneira: cada figura é formada por 3 cópias da figura anterior, posicionadas de modo que haja o contato apenas de dois pares de quadradinhos das cópias das figuras anteriores. Consequentemente, a medida do comprimento do contorno da nova figura é igual a 3 vezes o comprimento do contorno da anterior, menos 4 cm (correspondentes aos lados em contato).

Pibidiano(a), assim como afirmamos nas tarefas anteriores, a realização de um planejamento prévio pode ajudá-lo(a) a lidar com as demandas que você enfrentará, ao trabalhar esse tipo de tarefa com os(as) estudantes. Pensar previamente na *demonstração que o professor* realizará, bem como realizar a *escolha de exemplos* e *representações* que serão mais adequadas para seu público-alvo, permitirá que você mobilize alguns conhecimentos demandados na profissão docente.

Em meu relatório de atividades, descrevo como foi o trabalho dessa tarefa no preparatório para a OBMEP, com os estudantes da Educação Básica. O trecho a seguir exemplifica qual foi a primeira estratégia que os(as) estudantes tentaram realizar.

"O primeiro pensamento que os alunos tiveram foi de contar cada uma das extremidades das figuras apresentadas. Observaram que a Figura 1 apresenta 4 cm de contorno, a Figura 2 apresenta 8 cm de contorno, a Figura 3 apresenta 20 cm de contorno e a figura 4 apresenta 56 cm de contorno.
No entanto, eles mesmos perceberam que contar um por um não seria o procedimento mais fácil de realizar e consideraram que desenhar as próximas figuras também seria trabalhoso. " (Relatório de atividades de Nathalia e Gisele, 2016, p. 20).

Observe que, nesse momento, os(as) estudantes já conseguem perceber que a estratégia de representação e contagem (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009) não auxilia a resolução de tarefas dessa natureza. Dessa maneira, ao iniciar a questão, incentive os(as) estudantes a identificar o padrão presente nas figuras que compõem a sequência. Sugerir diferentes tipos de registros dessas observações, como esquemas ou tabelas, pode auxiliá-los na organização dos dados analisados.

Em minha experiência como pibidiana, sugerimos que os(as) estudantes fizessem uso de tabelas, para esquematizar os dados que identificavam em cada uma das figuras. Uma tabela, como a que está apresentada a seguir, foi elaborada pelos(as) estudantes, após as sugestões recebidas.

Figura	Contorno (cm)
1	4
2	8
3	20
4	56

Contudo, podemos observar que o modo pelo qual eles(as) organizaram os dados não leva em consideração a sobreposição que ocorre ao unir as figuras. Se os(as) estudantes não observarem cuidadosamente as propriedades da figura, eles(as) podem ter dificuldades em encontrar o padrão da sequência e em identificar a formula de recorrência ou termo geral. Em momentos como esses, a explicação e *demonstrações que o professor* realiza, a fim de esclarecer as dúvidas e a *identificação dos erros,* são fundamentais para que os(as) estudantes desenvolvam seu raciocínio matemático.

Em nossa experiência, quando pedimos aos(às) estudantes que observassem com mais cautela cada uma das figuras que compõe essa sequência, eles conseguiram visualizar a sobreposição dos quadradinhos e o quanto deveriam descontar do comprimento de cada uma das figuras seguintes. Assim, eles(as) reorganizaram os dados da tabela da seguinte maneira.

Figura	Contorno (cm)
1	4
2	3×4-4=8
3	3×8-4=20
4	3×20-4=56

Observe que, ao reorganizar os dados, os(as) estudantes identificaram o padrão envolvido nessa sequência pictórica, a cada figura gerada. Dessa maneira, realizaram os cálculos para as figuras 5 e 6, com o propósito de resolver a questão.

Neste momento, os(as) estudantes estão a um passo de encontrar a forma de recorrência da sequência pictórica apresentada na questão. Para finalizar a discussão da tarefa, sugiro que você, pibidiano(a), instigue os(as) estudantes a encontrarem a forma de recorrência, a partir dos dados da tabela construída por eles.

ANOTAÇÕES

Algumas reflexões...

Olá, futuro(a) professor(a), pibidiano(a), estagiário(a) e professores(as) que chegaram até aqui! Gostaria de lhes perguntar o que acharam dessa proposta de ensino. Como os resultados de minha pesquisa evidenciaram a predominância da matemática acadêmica nas ações do PIBID, busquei, com esse produto educacional, avançar em alguns aspectos, tendo como fundamento teórico os conhecimentos da matemática escolar para o ensino de sequências numéricas. Como disse no início, meu intuito era contribuir, de alguma maneira, para seu desenvolvimento profissional docente. Espero que essa proposta de ensino tenha trazido elementos importantes para que você reflita acerca da profissão docente e, em especial, que contribua para sua prática em sala de aula.

Espero que você tenha compreendido, a partir do estudo deste material, que os conhecimentos necessários para a docência em Matemática na Educação Básica vão muito além de conhecer apenas o conteúdo a se ensinar (a Matemática). Qualquer outro profissional, ou mesmo pessoa que tenha cursado o ensino básico, pode possuir o conhecimento apenas do conteúdo a ser ensinado. Contudo, compreender e saber lidar com as demandas da sala de aula da Educação Básica envolve a mobilização de outros conhecimentos que estão fortemente vinculados com as demandas da prática docente. Ou seja, conhecimentos que apenas o professor possui (ou deveria possuir).

A partir dessas tarefas, você, futuro(a) professor(a), pibidiano(a), estagiário(a) e professores(as), pode promover discussões e momentos de ensino e aprendizagem que contribuam para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos(as) estudantes e, consequentemente, o entendimento do tópico de sequências numéricas. Observe que as três tarefas aqui propostas demandam que os(as) estudantes utilizem diferentes estratégias para resolvê-las. Estratégias que apresentamos na primeira parte deste material. Além disso, há um alerta para que você busque compreender os argumentos e raciocínios utilizados por seus(suas) alunos(as). Compreender a maneira como eles(as) pensam e aprendem Matemática é essencial para o ensino e aprendizagem em sala de aula.

Entendemos que você pode potencializar seus conhecimentos matemáticos acerca do ensino de sequências numéricas, por meio da leitura de estudos sobre o ensino desse tópico (observe que as reflexões acerca das demandas docentes aqui apresentadas para o ensino de sequências numéricas podem ser realizadas para qualquer outro tópico da Matemática). Refletir sobre quais seriam as melhores estratégias para os(as) estudantes aprenderem, realizar *a antecipação da complexidade*, *a escolha de exemplo* e *escolha de representações* que poderão favorecer o ensino de sequências numéricas são conhecimentos próprios da profissão docente. Conseguir estabelecer a *conexão entre os conceitos e* a *conexão entre os procedimentos* pode permitir a melhor compreensão dos(as) estudantes sobre os procedimentos adotados em relação às noções teóricas trabalhadas.

Dessa maneira, destacamos nessas três propostas apresentadas alguns dos conhecimentos matemáticos próprios da docência que podem ser mobilizados por você, futuro(a) professor(a), pibidiano(a), estagiário(a) e professores(as), ao realizar suas ações no contexto escolar. Ao longo deste material, procuramos destacar alguns dos códigos contributivos do KQ que foram considerados na elaboração das tarefas. Lembre-se de que os códigos contributivos do KQ, aqui destacados, partem de um entendimento da existência da matemática escolar como fundamento para o trabalho do(a) professor(a) na Educação Básica. Observe que nem todos os códigos do KQ apareceram, pois alguns deles poderão ser utilizados de modo mais efetivo, durante sua reflexão após o desenvolvimento da sequência didática com os(as) estudantes, como, por exemplo, os códigos presentes na dimensão *Contingência*, que auxiliam o processo reflexivo de como o(a) professor(a) lidou com as situações não previstas em seu planejamento.

Mesmo reconhecendo que este material não esgota todas as possibilidades de trabalho, desejo que ele instigue reflexões sobre sua prática em sala de aula, e contribua para sua formação e desenvolvimento profissional.

Um abraço carinhoso,
Nathalia Luiza Soares
Peixoto

Referências

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V.; LEIVAS, J. C. P. Aprendizagem de sequências numéricas: pesquisa sobre dificuldades de Licenciandos em Matemática. **Zetetiké**, Campinas, São Paulo, v.24, n.3, p.361-377, 2016. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/download/24/66/267. Acesso em: 04 mai. 2022.

BORRALHO, A. *et al*. Os Padrões no Enisno e Aprendizagem Álgebra. In. VALE, I.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; CANAVARRO, (Orgs). **Números e Álgebra**. Lisboa: SEM-SPECE, 2007. p. 193-211.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 11 abr. 2022.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais:** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf. Acesso em: 11 abr. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em 15 de jan. 2022.

HECK, M. F. **Análise de erros em questões sobre sequências numéricas: uma contribuição para a formação do professor de Matemática**. 2017. 100f. Dissertação (Mestrado em Ensino e ciências e Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2017. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/23580. Acesso em: 30 mar. 2022.

JUNGBLUTH, A.; SILVEIRA, E.; GRANDO, R. C. O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.21, n.3, p. 96-118, 2019. Disponível em: http://opendata.dspace.ceu.es/bitstream/10637/10482/1/Introducci%C3%B3n%20del%20pensamiento%20algebraico%20mediante%20la%20generalizaci%C3%B3n%20 de%20patrones_una%20secuencia%20de%20tareas%20para%20Educaci%C3%B3n%20Infantil%20y%20Primaria.pdf. Acesso em: 11 abr. 2022.

LLINARES, A. Z. Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Uma secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. **NÚMEROS Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 97, mar. p. 51-67, 2018. Disponível em: http://opendata.dspace.ceu.es/bitstream/10637/10482/4/Introduccion_Zapatera_NRDDDLM_2018.pdf. Acesso em 16 jun. 2022.

MASON, J. Expressing Generality and Roots of Algebra. In: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. (org). **Approaches to** :**Algebra:** Perspectives for Research and Teaching. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. cap. p. 65-86. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3_5. Acesso em: 11 abr. 2022.

MOREIRA, P. C. **O conhecimento matemático do professor: Formação na Licenciatura e prática docente na escola básica**. 2004. 195p. Tese (doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.

MOREIRA, P. C. DAVID, M.M.M.S. Matemática Acadêmica e Matemática Escolar: Dissonâncias e Conflitos. In: **40 anos de pesquisa em Educação**, Editora UFMG, 2011. Disponível em: https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/EABA-6ABMUH/1/2000000078.pdf. Acesso em: 17 jul. 2021.

PONTE, J. P. Números e álgebra no currículo escolar. In VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, P. (org.), **Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2006.p. 5-27. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/4525. Acesso em: 23 abr. 2022.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: DGIDC, 2009. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/7105. Acesso em 11 abr. 2022.

ROWLAND, T. The Knowledge Quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. **SISYPHUS**. Vol. 1, n. 3, p. 15-43, 2013. Disponível em: https://revistas.rcaap.pt/sisyphus/article/view/3705. Acesso: em 04 mai. 2021.

ROWLAND, T.; HUCKSTEP, P.; THWAITES, A. Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the Knowledge Quartet and the case of Naomi. **Journal of Mathematics Teacher Education**, [s.l.], v. 8, n. 3, p.255-281, 2005. Disponível em:

https://link.springer.com/article/10.1007/s10857-005-0853-5. Acesso em 05 mai. 2021.

Vale, I.; Pimentel, T. Padrões e conexões matemáticas no ensino básico. **Educação e Matemática**, Portugal, nº*110*, 33-38, 2010. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1899/1940. Acesso em 11 abr. 2022.

Este trabalho foi composto na fonte Myriad Pro e Ottawa.
Impresso na Coordenadoria de Imprensa e Editora | CIED
da Universidade Federal de Ouro Preto,
em junho de 2022
sobre papel 100% reciclato (miolo) 90g/m² e (capa) 300 g/m²