Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP

Instituto de Ciências Sociais Aplicadas

Programa de Pós Graduação em Economia Aplicada

Licenciamento de inovações e aversão ao risco em um duopólio de Cournot

Izabelle Angel Martins Heredia

Mariana, Minas Gerais

2021

Izabelle Angel Martins Heredia

Licenciamento de inovações e aversão ao risco em um duopólio de Cournot

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Economia Aplicada (PPEA) da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), como requisito à obtenção de grau de Mestre em Economia Aplicada.

Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP

Instituto de Ciências Sociais Aplicadas

Programa de Pós Graduação em Economia Aplicada

Orientador: Prof. Dr. Martin Harry Vargas Barrenechea

Mariana, Minas Gerais

2021

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

H542l Heredia, Izabelle Angel Martins .
licenciamento de inovações e aversão ao risco em um duopólio de Cournot. [manuscrito] / Izabelle Angel Martins Heredia. - 2021.
51 f.: il.: , tab..

Orientador: Prof. Dr. Martin Barrenechea.
Dissertação (Mestrado Acadêmico). Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Sociais Aplicadas. Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada.
Área de Concentração: Economia Aplicada.

1. Lucros. 2. Patentes. 3. Risco (Economia). I. Barrenechea, Martin. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 330.101.8

Bibliotecário(a) Responsável: Essevalter De Sousa - Bibliotecário ICSA/UFOP - CRB6a 1407

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
INSTITUTO DE CIENCIAS SOCIAIS E APLICADAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS ECONOMICAS

FOLHA DE APROVAÇÃO

Izabelle Angel Martins Heredia

Licenciamento de inovações e aversão ao risco em um duopólio de Cournot.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada - PPEA da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia Aplicada.

Aprovada em 31 de março de 2021

Membros da banca

Prof. Dr. - Martin Harry Vargas Barrenechea - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
Prof. Dr. - Heder Carlos de Oliveira - Universidade Federal de Ouro Preto
Prof. Dr. - Geraldo Edmundo Silva Jr.- Universidade Federal de São Carlos

Martin Harry Vargas Barrenechea, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito no Repositório Institucional da UFOP em 05/04/2021

Documento assinado eletronicamente por **Martin Harry Vargas Barrenechea**, **PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 07/04/2021, às 13:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0 , informando o código verificador **0155956** e o código CRC **CC8071B2**.

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35400-000
Telefone: - www.ufop.br

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus pela força que me deu para superar as minhas dificuldades e me proporcionar mais essa fase da vida a qual muito me agregou.

Agradeço aos meus pais que me apoiaram e tiveram paciência comigo nos meus momentos de frustração e sempre me estimulando a continuar. Ao meu noivo, Witor, que me apoiou e permaneceu ao meu lado nos momentos difíceis dessa jornada.

Agradeço ao meu orientador, Martin, por desde a minha graduação e ainda mais no mestrado ter acreditado em mim e me auxiliado na construção desse trabalho.

Agradeço a UFOP pelo apoio financeiro para que eu pudesse realizar as pesquisas e permanecer na realização do mestrado.

"Nenhum problema pode ser
resolvido a partir do mesmo nível
de consciência que o criou"
(Albert Einstein)

Resumo

O licenciamento de inovações encontra alguns problemas no que tange ao esquema de licenciamento gera melhores resultados para os envolvidos no problema: taxa inicial, *royalty* por unidade, *royalty ad valorem* e as combinações de taxa inicial e *royalty* por unidade e taxa inicial e *royalty ad valorem*. Nesse tocante, a aversão ao risco dos envolvidos nesse mercado também impacta os resultados dos lucros. O presente trabalho toma como base o trabalho feito por Ma e Tauman (2019), alterando a estrutura de mercado em que é considerado um mercado de duas firmas, em que o inovador também é produtor e ambos possuem funções de utilidade que incorporam parâmetros de aversão ao risco. Utilizando a teoria dos jogos, foram estruturados cinco subjogos representando os esquemas de licenciamento citados acima. Alguns dos resultados obtidos contrastam com os resultados encontrados por Ma e Tauman (2019), pois, por exemplo, nos esquemas de licenciamento puro para o inovador, foi encontrado, nesse trabalho, que o lucro esperado por *royalty* por unidade é maior do que o por taxa inicial, enquanto que para Ma e Tauman (2019), o lucro esperado por *royalty* por unidade é menor do que o por taxa inicial, entre outras divergências que também foram encontradas.

Palavras-chaves: Licenciamento, patentes, *royalty*, aversão ao risco.

Abstract

The licensing of innovations encounters some problems with regard to which licensing scheme generates the best results for those involved in the problem: pure up front fee, pure per unit royalty, pure *ad valorem royalty*, combination of up front fee and per unit *royalty* and combination of up front fee and *ad valorem royalty*. In this regard, the risk aversion of those involved in this market also impacts earnings results. The present work is based on the work done by Ma e Tauman (2019), changing the market structure in which it is considered a market of two firms, in which the innovator is also a producer and both have utility functions that incorporate parameters of risk aversion. Using game theory, five subgames were structured representing the licensing schemes mentioned above. Some of the results obtained contrasted with the results found by Ma e Tauman (2019), since, for example, in the pure licensing schemes for the innovator, it was found here that the expected profit per *royalty* per unit is greater than the per initial fee, whereas for Ma e Tauman (2019), the expected profit per *royalty* per unit is less than that per initial fee, among other divergences that were also found.

Key-words: Licensing, patents, *royalty*, risk aversion.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama 25

Lista de tabelas

Tabela 1 – Preços esquema puros 36
Tabela 2 – Lucro esperado inovador esquema puro 37
Tabela 3 – Lucro esperado licenciado esquema puro 39
Tabela 4 – Excedente do Consumidor esquema puro 40
Tabela 5 – Preços tarifa em duas partes 42
Tabela 6 – Lucro esperado inovador tarifa em duas partes 43
Tabela 7 – Lucro esperado licenciado tarifa em duas partes 46
Tabela 8 – Excedente do Consumidor esquema de tarifa em duas partes 48

Sumário

Introdução **11**

1 Revisão Literária **14**

2 Patentes e Licenciamento **20**

3 O modelo **24**

3.1 Descrição 24

3.2 Licenciamento por taxa inicial pura 26

3.3 Licenciamento por *royalty* por unidade 28

3.4 Licenciamento por *royalty ad valorem* 30

3.5 Licenciamento por tarifas em duas partes 32

3.5.1 Combinação de taxa inicial com *royalty* por unidade 32

3.5.2 Combinação de taxa inicial com *royalty ad valorem* 33

4 Análise de Resultados **36**

4.1 Esquemas puros 36

4.1.1 Preços 36

4.1.2 Lucro esperado do inovador 37

4.1.3 Lucro esperado do licenciado 39

4.1.4 Excedente do Consumidor 40

4.2 Esquemas de tarifas em duas partes 42

4.2.1 Preços 42

4.2.2 Lucro esperado do inovador 43

4.2.3 Lucro esperado do licenciado 45

4.2.4 Excedente do consumidor 47

Conclusão **50**

Referências **52**

Introdução

O desenvolvimento de um novo campo, ou seja, uma inovação, tem origem no processo chamado de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D). O crescimento econômico depende em grande parte da produção de novas ideias, decorrente da P&D e o progresso tecnológico, que provêm de novos conceitos, contribui para a melhora do bem-estar dos envolvidos no mercado, desde o inovador ao consumidor.

Todos os dias as firmas deliberam sobre suas decisões de investimento nos setores de P&D. Esta permite que as firmas possam inovar e fazer a adoção de novas tecnologias para dinamizarem sua produção e também contribuírem para a ascensão do bem-estar. Em sua obra, Shy (1995) apontou que em países considerados desenvolvidos, os gastos de P&D e vendas são responsáveis por caracterizar as indústrias, já que as mesmas exibem níveis elevados de investimentos industriais, como nos setores aeroespaciais e computadores.

A maioria das firmas buscam constantemente um meio de diversificar seus produtos para aumentarem, obterem ou manterem sua concorrência e posição no mercado. A P&D é uma das formas que as empresas usam para isso e consequentemente encontrarem inovações para o mercado, sendo que também existem outras formas para esse fim, como acúmulo de capital e barreiras à entrada para os demais concorrentes.

De modo a dividir os métodos de P&D, Tirole (1988) apresentou a seguinte divisão: i) pesquisas, as quais são consideradas a base em que os conhecimentos fundamentais são derivados; ii) aplicação prática do conhecimento científico e, por fim, iii) desenvolvimento, em que já acontece a produção de anúncios. O que segue a esses processos é a disseminação da inovação que pode ocorrer por meio de licenciamentos, imitação e adoção de inovações as quais não foram patenteadas. As inovações podem sofrer distinções que podem ser a inovação de produtos e a inovação de processos. A primeira cria bens e serviços, enquanto a segunda reduz o custo de produção de estruturas já existentes, Tirole (1988).

Após a criação de novas ideias, os inovadores devem possuir algum tipo de estímulo para desenvolverem pesquisas e até mesmo melhorarem algum produto já existente, pois os criadores arcam com custos para o desenvolvimento e produção. Um dos meios para isso é a concessão de patentes para dada inovação. Esse processo concede ao inventor a chance de ,pelo o menos, recuperar os gastos decorridos com a produção da P&D. As patentes são vistas como uma concessão de posição de monopólio cedido pelo governo para proteger um produto, para que a inovação seja mais lucrativa e, consequentemente, exerça uma função de incentivo para os inovadores. Esse é um dos problemas enfrentados no processo de disseminação da inovação, com a criação de monopólios associados a criação de patentes, mas sendo um bom recurso para proteger o inovador.

O monopólio criado pela patente pode ser ruim tanto para os possíveis produtores, quanto para os eventuais consumidores, os quais tem o seu bem-estar afetado de maneira negativa com a provável elevação de preços. Vale ressaltar que nos dias atuais os processos de P&D contribuem com o desenvolvimento e crescimento das firmas, já que as mesmas buscam desenvolver novos projetos e meios de protegerem suas inovações, (SHY, 1995).

Alguns autores, como Schumpeter (1943), defendem que a condição de monopólio e de P&D estão ligados. Isso se deve ao fato de que a condição de monopólio temporário, criado pela criação de uma inovação oriunda da P&D, ocorre de modo a conceder ao inovador a chance de recuperar seus gastos com a pesquisa. Só que diante disso surgem mais problemas, pois a difusão da inovação e a concorrência são impedidas.

Os processos de licenciamento de inovações tende a atenuar os problemas causados pelo monopólio temporário e a concorrência. A licença pode ser definida como um contrato em que o proprietário de uma propriedade intelectual, ou seja, de uma patente, permite que outra parte possa fazer uso da mesma, segundo (SCOTCHMER, 2004). As licenças trazem benefícios para usuários e inovadores ao aumentarem o uso do conhecimento e levam a um uso conveniente da propriedade intelectual, já que os inovadores poderiam excluir os usuários. Consequentemente, há uma elevação do bem-estar dos consumidores e os titulares das patentes são enriquecidos.

A licença para usar a propriedade intelectual é um contrato que leva em conta os tipos de taxas que podem ser cobradas, como pagamentos fixos, taxas iniciais e *royalties*, envolvendo os inovadores e os potenciais produtores da inovação, e afetando os potenciais consumidores. Segundo Scotchmer (2004), os *royalties* tomam como base as unidades de um bem proprietário vendido ou alguma outra diligência de uso, enquanto as taxas fixas são pagas por unidade de tempo, não estando, portanto, vinculadas a algum tipo de venda.

Como será melhor visto no capítulo de revisão de literatura, os esquemas com componentes de *royalties* maximizam a difusão para o inovador, acarretando em melhores ganhos de resultados. Em todos os casos, o inovador prefere o tipo de *royalty ad valorem* sobre o *royalty* por unidade.

Como os processos de P&D são importantes para o mercado, é necessário que seja feito um estudo o qual demonstre como os tipos de cobranças de licenciamentos podem afetar os envolvidos nas transações. Os trabalhos já feitos apontaram que o *royalty ad valorem* aponta melhores resultados para os inovadores, mas ao alterar a estrutura dos modelos já feitos não é necessariamente verdadeiro que tal situação se mantenha, como será visto posteriormente no presente trabalho.

O presente trabalho irá diferir dos trabalhos já estudados na área de patentes e licenciamento de modo que irá verifica como a aplicação de tarifas puras, tarifas em duas partes e a versão ao risco dos agentes pode influenciar os resultador obtidos pelos inovadores, licenciados, preços e excedente do consumidor.

Na dissertação aqui desenvolvida o inovador fará parte do mercado e competirá em quantidade com o potencial licenciado, sendo que será tratada a inovação de processo, ou seja, há uma redução no custo de produção. A aversão ao risco também será levada em conta, sendo que para isso será definida uma função com parâmetros que irão medir a aversão, de neutros, avessos ou não ao risco. É considerado duopólio para representar o mercado. Como o produto já está no mercado, a incerteza não é levada em conta, mas existem riscos para o potencial licenciado adquirir a inovação, logo, os riscos envolvidos estarão presentes no modelo. Posteriormente, poderá ser visto qual tipo de tarifa apresenta melhores resultados para os envolvidos no mercado.

O estudo é dividido em quatro capítulos: a revisão literária, em que serão apresentados trabalhos já feitos nas áreas de patentes e licenciamento e serão apresentados comparações entre os mesmos; patentes e licenciamento, em que serão apresentadas maiores esclarecimentos sobre os temas; o modelo, no qual será apresentada a estrutura utilizada para o desenvolvimento do trabalho, assim como os cálculos feitos; e por fim, os resultados.

1 Revisão Literária

A pesquisa relacionada ao sistema de patentes e licenciamento é ampla e existem diversos trabalhos que abordam diferentes tópicos dentro do tema. Alguns trabalhos relevantes e que contribuíram para a estruturação da presente pesquisa serão discutidos a seguir.

Hopenhayn e Mitchell (2001), o primeiro trabalho aqui citado sobre patentes, discutem sobre a estrutura de patentes que é mais idealizada em um mercado com presença de heterogeneidade na inovação e justificam o uso das patentes para incentivarem as inovações.

A heterogeneidade diz respeito ao fato de que as inovações são essenciais para as futuras gerações. Sabe-se que as inovações podem ser responsáveis pela realização de pesquisas posteriores as quais tomam como base a inovação original. As invenções oriundas das originais podem ser mais interessantes e isso pode prejudicar o inventor original, pois este irá encontrar dificuldades em arrecadar um valor que possa cobrir pelo menos os gastos tidos inicialmente com a pesquisa. O artigo leva em conta a extensão de tempo que as patentes podem possuir de modo que não atrapalhe o processo de inovação, pois uma patente que possua uma duração muito longa pode retardar a atividade inovadora. Os autores também sugerem a adoção de menus de patentes que não exijam consideração explícita da duração da mesma, para que não haja alterações constantes. Neste artigo não é tratada a hipótese de licenciamento das patentes e nem mesmo os riscos que as partes envolvidas podem correr ao difundirem uma inovação.

Bessen e Maskin (2009) possuem uma abordagem diferente, tratando das chamadas inovações sequencial e complementar. A primeira se refere ao fato de que cada invenção posterior tem base fundamental na invenção original. Já a segunda se refere a linhas de pesquisas diferentes desenvolvidas com base na ideia primogênita. Esse caso de estudo leva em conta que as imitações que ocorrem posteriormente podem reduzir o lucro da descoberta atual, mas ao mesmo tempo aumenta a probabilidade de novas inovações posteriores, melhorando o lucro no futuro.

Os autores verificam que o uso das patentes pode reduzir o bem-estar social, bloqueando a imitação e interferindo em outras potenciais invenções. Dentro disso há uma discussão, pois os defensores das patentes argumentam que para que esse problema seja evitado, aqueles que detêm a patente concedam licenças e sendo a pesquisa posterior interessante, os envolvidos partilhem o valor mediante taxas de *royalties*. Frente as discussões de adoção ou não de patentes, quando é tratado sobre as inovações sequencial e complementar, a imitação se torna um estímulo à inovação, enquanto as patentes podem se tornar um impedimento. Os autores introduzem a possibilidade de licenciamento por meio dos *royalties*, mas não tratam a fundo sobre como esse tipo taxa pode ajudar no compartilhamento de risco por parte da nova tecnologia ou produto que será inserido no mercado.

Outro trabalho também relacionado a inovação sequencial é o de Green e Scotchmer (1995), o qual aborda o fato de que se o primeiro inovador não coletar o valor de sua inovação como o lucro, o mesmo não irá investir, pois ao receber lucros do seu projeto o inovador pode reinvestir o dinheiro e melhorar o projeto. O incentivo para isso vem das patentes. São consideradas que as boas políticas de patentes observam quais tipos de acordos de licenciamento que as firmas podem ter, *ex ante* ou *ex post*, e levando em conta as taxas que podem vir a ser cobradas.

De acordo com Green e Scotchmer (1995), os acordos do tipo *ex ante* possuem o potencial de elevar os retornos esperados das partes envolvidas no processo sem que as pesquisas posteriores sejam prejudicadas. Mesmo assim, vale levar em conta que mesmo diante de tal acordo, o primeiro inovador não pode coletar todo o lucro das melhorias feitas pela segunda geração de inovadores. Os autores verificaram que é desejável diminuir a vida útil da patente, a fim de diminuir a duração das distorções de monopólio causadas pela adoção das proteções da inovação. Os tipos de contratos citados não consideram quais fatores são levados em conta, como, por exemplo, qual tipo de remuneração haverá para os inovadores ao optarem por licenciar a inovação.

Lerner (2002) faz uma abordagem um pouco diferenciada, apesar de abordar sobre as patentes, em que trata sobre o uso de patentes para fórmulas financeiras e métodos. Constata-se que as recompensas oriundas da inovação financeira podem ser grandes o suficiente para que a proteção concedida pelas patentes acabe estimulando pouca atividade adicional. Deve-se ressaltar que o trabalho não atenta para as questões de licenciamento nem de taxas para este tipo de ação.

A inovação deve ser incentivada, e a sociedade lança mão de diferentes métodos para isso, como as próprias patentes e também os direitos autorais. Devido à dificuldade enfrentada no sistema de compra de patentes, por conta da dificuldade em determinar o preço das mesmas, Kremer (1998) examinou uma forma na qual o valor privado das patentes seja determinado fazendo o uso de leilões.

No sistema adotado por Kremer (1998), o governo seria responsável por oferecer a compra de patentes com o valor privado captado multiplicado por uma margem fixa que tentaria cobrir aproximadamente a diferença entre os valores social e privado das invenções. Kremer (1998) não deixa de ressaltar que tanto as patentes, quanto os direitos autorais não criam incentivos suficientes para a pesquisa original. Isso ocorre porque os inventores não conseguem captar em sua totalidade o excedente do consumidor ou os resultados de pesquisas posteriores que podem surgir tendo a primeira ideia como base. Também é apontado pelo autor que as patentes são responsáveis por criarem distorções no preço de monopólio, sendo que a aquisição de patentes proposta pelo autor tem o potencial de eliminar as distorções dos preços de monopólio e encorajar a pesquisa original.

O problema encontrado no uso de leilões, é que os mesmos são muito vulneráveis a

conluio. Isso pode ocorrer porque aqueles que detêm as patentes podem ter um incentivo para subornar os que participam do leilão para fazerem lances mais altos. Assim, Kremer (1998) sugere que o governo venha a dificultar essas ações ao exigir propostas, punir empresas e indivíduos potencialmente culpados, assim como recompensar denunciantes, mas o trabalho feito pelo autor estuda o envolvimento governamental e não as possíveis relações de licenciamento que podem ocorrer no mercado privado.

Os trabalhos de Hopenhayn e Mitchell (2001), Bessen e Maskin (2009), Green e Scotchmer (1995), Lerner (2002) e Kremer (1998) estão mais relacionados a aplicação das patentes para as inovações e não se ligam muito a ideia do licenciamento, a não ser brevemente (BESSEN; MASKIN, 2009). Os assuntos referentes aos licenciamentos são levados em questão por outros autores que mostram como o licencimento de patentes pode contribuir para a disseminação das inovações, sendo que as partes envolvidas são recompensadas, tanto o inovador, o qual pode receber por licenciar sua patente, assim como o detentor da licença que pode aumentar seus lucros com a inovação.

Os trabalhos mencionados trataram sobre as patentes e seus sistemas, mas são poucos os que dizem respeito a esquemas contratuais de taxas e como isso pode impactar inovadores, consumidores e licenciados. Assim como são escassos os trabalhos direcionados aos esquemas de taxas, tanto com *royalties ad valorem*, quanto *royalties* por unidade e possíveis combinações de taxas de pagamentos de três componentes: taxa inicial, *royalties ad valorem* e *royalties* por unidade.

Os *royalties* por unidade representam o pagamento de uma determinada quantia por unidade de produção fabricada com a tecnologia patenteada. Já os pagamentos por *royalties ad valorem* dizem respeito a compensação que é feita proporcionalmente as receitas de vendas obtidas das unidades comercializadas.

Alguns trabalhos feitos na área de licenciamento por meio de *royalties* são os de Ma e Tauman (2019) e (BOUSQUET, 1997). De acordo com Ma e Tauman (2019), Bousquet (1997) foram os primeiros a estudarem em um esquema de licenciamento os tipos de *royalties* e considerarem as possíveis combinações das diferentes formas de pagamento. Bousquet (1997) comenta que os riscos existentes para que um novo produto de inovação seja produzido é uma razão para que haja acordos financeiros entre os detentores de patentes e os licenciados.

Os detentores das patentes querem que haja uma demanda crescente por seu produto e aquele que obtêm a licença não deseja fazer pagamentos em valores altos, caso as vendas não sejam satisfatórias. O problema que encontram é que os meios que existem para que o titular da patente seja pago pode apresentar diferentes graus de complexidade, podendo ser consideradas as taxas fixas, também consideradas como taxas iniciais, *royalties ad valorem* e/ou *royalties* por unidade.

Assim como Ma e Tauman (2019), Bousquet (1997) se concentra nas questões de li-

cenciamento. Este autor possui diferenças em seu trabalho frente a trabalhos que antes haviam sido feitos, porque os anteriores justificavam o uso de *royalties* em situações que não levavam os riscos em conta. Para aqueles que não levam o risco em consideração, os *royalties* podem aumentar os custos marginais daqueles que adquiriram a licença e com isso é possível induzir que as empresas tenham restrições em seus níveis de produção e também podem ser usados como uma forma de sinalização, nos casos em que podem haver informações assimétricas.

O problema abordado por Bousquet (1997) diz respeito a qual tipo de *royalty* ou taxa usar. Para o autor, o contrato ideal irá se basear em uma combinação das taxas fixas com *royalties*, sendo que o tipo de incerteza a ser considerada (incerteza sob demanda ou incerteza sob custo) tem um impacto grande no tipo de cobrança que será feita. O modelo de Bousquet (1997) é feito da seguinte forma: há um monopólio *upstream* que possui uma patente para inovação e um potencial licenciado; a produção é feita com uma tecnologia linear com custo marginal "c", com a ausência de custo fixo a não ser a taxa de licença, caso exista; as informações levadas em conta são simétricas, mas mesmo assim há a presença de incerteza; esta pode ser de demanda ou de custo; o potencial licenciado é avesso ao risco; o licenciante é neutro ao risco.

No trabalho citado, sob incerteza, a determinação de contrato de licença ideal é um problema complexo de ser resolvido. Na incerteza sob demanda, os *royalties ad valorem* tendem a superar o desempenho dos *royalties* por unidade, enquanto na incerteza sob custo, para algumas faixas de valores dos parâmetros em questão, os resultados se aproximam do tipo de incerteza anterior, e para outros valores os resultados são revertidos. Ou seja, os *royalties ad valorem* são mais utilizados que os por unidade quando o tipo de incerteza estiver sob a demanda. As taxas fixas são utilizadas quando não forem consideradas demanda ou incerteza de custo, ou quando o licenciado não for avesso ao risco.

Dentro do mesmo caráter, encontra-se o trabalho de (LLOBET; PADILLA, 2016). Neste é constatado que o *royalty ad volarem*, geralmente, gera respostas de mercado superiores ao bem-estar frente aos resultados encontrados com o *royalty* por unidade em relação a preços mais baixos e incentivos mais fortes para as empresas inovarem.

Em Llobet e Padilla (2016), é analisada a decisão de um inovador *upstream* que licencia sua tecnologia pra um produtor *downstream* puro. O criador da tecnologia possui todo o poder de barganha para escolher o tipo de taxa que será cobrada. O *royalty ad volarem* favorece o inovador, enquanto o *royalty* por unidade favorece o produtor. Segundo o autor, os *royalties ad valorem* impõem um imposto na margem de lucro, o que reduz a lucratividade dos aumentos dos preços. O trabalho permite estudar os incentivos para as empresas inovarem com o resultado de base de *royalties* usado no atual sistema de patentes. O inovador irá investir em P&D para criar a tecnologia, enquanto o produtor investe na implementação da tecnologia em um produto final que pode ser comercializado. Os resultados sugerem que o *royalty ad valorem* tende a estimular mais a inovação e levar a preços finais mais baixos, mas não considera a situação final dos preços que serão cobrados no mercado e nem a situação na qual os consumidores irão

permanecer.

O estudo abarcado por Ma e Tauman (2019) é de um inovador que desenvolve um produto e que possui uma demanda incerta; o inovador e os licenciados podem ser avessos ao risco; são analisados diferentes esquemas de licenciamento, como cobrança por taxa inicial, *royalty ad valorem*, *royalty* por unidade e suas respectivas combinações; a quantidade de licenças disponíveis é uma variável de escolha do inovador; esses esquemas são utilizados para comparar os incentivos a inovação, o lucro das indústrias e o bem-estar.

O modelo de Ma e Tauman (2019) é feito considerando um inovador, que não é produtor, que desenvolve uma tecnologia a qual permite a produção de um novo bem com custo marginal constante; a demanda é incerta; não há custo fixo envolvido; de modo a maximizar sua receita, o inovador faz o licenciamento da tecnologia para alguns ou todos os potenciais produtores idênticos por meio de esquemas de licenciamento; os produtores irão competir em quantidade; a magnitude de aversão ao risco é medida; e depois é permitido que o inovador seja avesso ao risco. Tais características, como um todo, se diferenciam do modelo proposto por (BOUSQUET, 1997).

Na análise dos esquemas puros (taxa inicial pura, *royalty ad valorem* puro e *royalty* por unidade) foi constatado que ambos os tipos de *royalties* afetam de maneira negativa a produção do mercado e de maneira positiva o preço de mercado. O *royalty* por unidade afeta a quantidade produzida diretamente, enquanto o *royalty ad valorem* afeta a quantidade indiretamente e a receita diretamente. Os *royalties* por unidade acentuam as respostas do produto, sendo que a produção se torna menor e o preço maior.

De modo a comparar a taxa inicial com os *royalties* tem que se levar em conta a magnitude da aversão ao risco, em que a taxa inicial é melhor para o detentor da patente se os produtores forem neutros ao risco, enquanto os *royalties* são melhores para o inovador caso eles sejam mais avessos ao risco. Os licenciados obtêm lucros maiores com o uso dos *royalties* por unidade. As taxas iniciais propiciam maior excedente do consumidor e o segundo melhor esquema para os consumidores são os *royalties ad valorem*.

Posteriormente, Ma e Tauman (2019) fazem os possíveis esquemas de tarifas de duas partes, em que combina a taxa inicial com os tipos de *royalties*, verificando se os consumidores se encontram em melhor situação com o componente de *royalty ad valorem*, mas em qualquer caso os mesmos ficam em melhor circunstância com taxa inicial pura. A tarifa de duas partes pode ser vista como um simples sistema de preços personalizados, em que cada consumidor irá pagar um valor semelhante ao que de fato está disposto a pagar, (TIROLE, 1988). Esse tipo de tarifa também se mostra simples, já que o preço médio do bem tende a ter seu valor depreciado com a quantidade e unidades compradas. Sendo a aversão ao risco relativamente alta, o melhor para o inovador é adotar a tarifa de duas partes com o componente *ad valorem*, caso contrário é melhor que seja cobrada taxa antecipada.

Os esquemas com componentes de *royalties* maximizam a difusão para o inovador. Em todos os casos, o inovador prefere o tipo de *royalty ad valorem* sobre o *royalty* por unidade.

Além dos fatores já apresentados e os resultados encontrados na área de esquemas de licenciamentos de patentes com os tipos de tarifas existentes (taxa inicial, *royalty ad valorem* e *royalty* por unidade), pode-se ver que ambos os trabalhos apresentados não mudam o tipo de preço a ser abordado para verificar os possíveis resultados, como o uso de preços não lineares. Os preços lineares significam que as unidades do produto a ser vendido, não são vendidas pelo mesmo preço.

2 Patentes e Licenciamento

De modo a explicitar melhor os processos de patentes e licenciamento é possível começar observando o comportamento das firmas. As firmas despendem quantidades substanciais em Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) que, geralmente, resultam em inovações. A inovação contribui para que as firmas garantam vantagem competitiva, possibilitando as mesmas adotarem novos produtos, processos, técnicas ou procedimentos em suas estruturas, (COOPER, 1998). As firmas possuem diferentes maneiras de alterarem e influenciarem as suas funções de produção, sendo que uma das formas que encontram é investirem recursos em atividades de inovação. Esta pode ser caracterizada, segundo Shy (1995), como a busca, descoberta, desenvolvimento, melhora, adoção e comercialização de processos, produtos, estruturas e procedimentos das organizações os quais são de caráter novo.

A inovação tem em sua criação uma questão chave, que é a incerteza associada à nova criação, pois aqueles que adotam a inovação, ou mesmo a desenvolvem, não possuem informações suficientes para saberem se o novo projeto será bem sucedido e as consequências que virão a ter, (COOPER, 1998). Muitas empresas tomam suas decisões de inovação com a incerteza presente e podem encontrar dificuldades em avaliar o valor que o projeto inovativo pode ter por causa da incerteza, pois não possuem clareza em relação aos resultados que poderão ser obtidos e não sabem as probabilidades envolvidas, (FOSTER, 2010). A incerteza gerada pela inovação nos cenários econômicos leva em conta o que os indivíduos acreditam que poderá dar certo e sem esses sujeitos que agem mesmo sob a ótica da incerteza, não haveria evolução econômica.

A inovação é oriunda da P&D a qual é geralmente classificada de duas formas, de acordo com Tirole (1988): processos de inovação e produtos de inovação. O primeiro se refere a investimentos feitos em laboratórios de pesquisa de modo a encontrar tecnologias de redução de custos, ou seja, reduzir o custo de produção de produtos já existentes. Esse tipo de inovação não mede o valor social pelo lucro do monopólio no mercado, já que não abre um novo mercado, mas é calculado pela redução de custos que se torna disponível no mercado já existente. Permite também o uso eficiente e compartilhamento de propriedade intelectual (PI). O segundo se refere a pesquisa de tecnologias para produzir um novo produto, busca criar novos produtos e serviços. A P&D também pode significar a produção de conhecimento ou *know-how*, sendo que o resultado desse processo de pesquisa é geralmente incerto.

Segundo Scotchmer (2004), no processo de inovação, em que há redução de custos, o inovador tende a se tornar um monopolista mesmo que o mercado fosse previamente competitivo. O lucro incremental a ser obtido pelo inovador é maior se previamente o mesmo for competidor, caso já atuasse como monopolista sua nova situação não teria grande impacto, já que estaria recebendo lucros de alguma forma. No âmbito do consumidor, o ganho no excedente

é maior caso o inovador seja previamente um monopolista, pois os consumidores já começariam com preços mais elevados, assim, a inovação cria menos lucro e mais excedente do consumidor nesse caso.

Em termos mais formais, a inovação produzida pode ser considerada grande, também chamada de drástica e que será tratada no desenvolvimento do modelo, ou pequena. Tomando-se como base a descrição feita por Shy (1995), seja um preço $p^m(c)$ em que o custo de produção unitário de um monopolista é c. Será considerada grande caso $p^m(c) < c$, implicando que a inovação irá reduzir o preço de monopólio o qual ficará menor do que o custo de produção unitário das firmas concorrentes em um mercado competitivo, ou seja, reduz o preço de mercado e a quantidade obtida pelos consumidores aumenta. Será considerada pequena caso $p^m(c) > c$, implicando que a redução de custo causada pela inovação não é suficiente, logo, não há mudança nos preços de mercado e na quantidade adquirida pelos consumidores.

Existe uma questão abordada por Cooper (1998) na qual o autor discute a inovação como um processo ou um evento discreto. Para tratá-la como processo, há a questão dos estágios pelos quais os usuários da inovação passam ao tentarem utilizá-la, pois as fases envolvem a identificação de problemas, avaliar alternativas, decidirem sobre a inovação e a colocarem em uso. Essa interação entre os eventos e os indivíduos nos processos influencia as próximas fases, pois decidirá se a inovação será ou não adotada. Já para o caso em que a inovação é tratada como evento, a implementação da inovação se realiza quando todas as partes envolvidas aceitam os riscos envolvido (as incertezas) e comprometem os recursos para a produção.

As inovações são responsáveis, em grande parte, pelo progresso econômico e por isso devem ser propriamente exploradas e difundidas por meio de licenças, imitações, simples adoção, entre outros métodos. Por possuírem um papel de extrema importância no progresso econômico, existe uma corrida para a inovação. A firma a qual descobre primeiramente uma nova tecnologia ou produto, obtêm uma vantagem na competição em questão, pois pode adquirir uma patente a qual pode resultar em ganhos monopolistas e os consumidores podem associar o inovador a produtos de maior qualidade e se tornarem mais suscetíveis a desembolsarem valores mais altos pelo produto.

Os inovadores podem encontrar meios de proteção para a inovação, sendo que esse anteparo pode ser também responsável por destacar as criações na economia, ou seja, encorajarem a inovação. Alguns meios são as patentes, o sistema de recompensas e os mecanismos contratuais. O segundo consiste em designar um trabalho bem definido e consequentemente recompensar um montante fixo para a primeira firma a completar o projeto, sendo o prêmio pago, a inovação cai em domínio público e não gera monopólio. O terceiro se refere a escolha do governo por um número de firmas, com as quais assina um contrato para que trabalhem em P&D e o mesmo controla o acesso ao mercado de pesquisa.

As patentes são tidas como um documento legal assentido pelo governo para um in-

ventor o qual cede ao mesmo o direito único de explorar a invenção para um dado número de anos. O detentor da patente tem o direito de processar por infringimento se algum indivíduo que não possui a patente tentar usufruir de alguma maneira da invenção. O estimulo de desenvolvimento de novos produtos e processos de inovação é exercido pelo sistema de patentes, mesmo que estas causem distorção de mercado, pois ao ser concedida, a patente cria uma situação de monopólio temporário de direito para as novas firmas. As patentes são fundamentais para o crescimento econômico, além de possuírem ganhos sociais como o incentivo de produção de *know-how* pelas empresas e as novas informações descobertas são disponibilizadas ao público.

O *know-how* é fácil de ser repetido e roubado, explicitando ainda mais a necessidade dos inovadores necessitarem de proteção, já que no momento em que as inovações se tornam de conhecimento público, os processos de imitação seguidos de competição intensa por parte de outras firmas pode se iniciar, prejudicando o inovador original. Além disso, o objetivo do sistema de patentes é permitir ao inovador recuperar seus gastos com P&D, ou seja, recompensa e estimula a P&D. Um bem patenteado é precificado diferentemente dos bens não patenteados.

Para um bem ser considerado patenteável, deve-se satisfazer três critérios: novidade, não-obviedade e utilidade. O primeiro é referente a falta de patente, publicação, uso ou venda prévia, seja ela no âmbito nacional ou não. O segundo é referente ao fato de a invenção ter que possuir avanços frente às técnicas anteriores. E por fim, a terceira impede que seja inventado algo que não serve a nenhum propósito.

Scotchmer (2004) coloca que para ser patenteável a invenção deve conter quatro requisitos, sendo três deles como os colocados por (SHY, 1995). Os dois primeiros itens focam na parte tecnológica: objeto patenteável e utilidade. O primeiro condiz se é uma máquina, um produto manufaturado, uma composição feita com duas ou mais substâncias ou um processo para produzir objeto, enquanto a utilidade verifica e a invenção oferece algum benefício positivo a sociedade. A novidade observa se o item em questão foi usado ou descrito em publicações prévias. E a não-obviedade nota se a invenção difere da técnica anterior de modo que não sejam óbvias para algum indivíduo que possua habilidade comum na dada tecnologia.

Os detentores de patentes podem buscar compartilhar sua PI, invenção, com outros, sendo que uma das formas de realizar tal ação é por meio do licenciamento. Muitas invenções patenteadas são licenciadas para outras firmas, podendo ser feitas de maneira exclusiva ou para muitos fabricantes. O licenciamento é visto como uma conduta pró-competitiva e também acabam com o chamado bloqueio de patentes, no qual os detentores mantêm sua invenção em particular sem ser usada. A licença é um acordo em que o dono da PI autoriza outra parte a usá-la.

Tanto inovadores, quanto licenciantes alcançam resultados positivos com os licenciamentos ao aumentarem o uso de conhecimento e criarem alianças entre firmas que afetam decisões de produção e de preços.

As leis de propriedade intelectual e as leis de política de competição costumam entrar em conflito, já que as patentes tem o direito de obter poder de mercado e é neste quesito que as leis de competição começam a ser aplicadas. A tensão gerada entre as duas partes pode ser considerada de curto prazo, uma vez que as leis de PI lidam com inovações as quais melhoram o bem estar dos consumidores e se tratam de instrumentos que complementam um ao outro para aguçar a inovação tecnológica e a eficiência. Como o objeto da lei de competição é o bem estar dos compradores, não há inconsistência de fundamento entre as partes.

O licenciamento também pode ser visto como uma forma de recompensa para a inovação. A licença concedida para usar a PI geralmente inclui tanto pagamentos fixos quanto *royalties*. Os *royalties* podem ser por unidade, baseado na quantidade de bens vendidos pelo licenciado, e *ad valorem*, baseado em uma porcentagem da receita do licenciado. Os *royalties* ajudam no controle de preço de mercado, uma vez que impacta o custo marginal de produção daquele que obteve a licença, assim como permite que as partes compartilhem o risco da inovação. Já a taxa fixa leva a uma maior flexibilização do compartilhamento do lucro entre as partes.

De modo a proteger a livre concorrência e estimular a inovação, no Brasil há um orgão responsável por gerir esse sistema, o Conselho Administrativo de Defesa Econômica (CADE). O CADE é uma autarquia federal que possui o objetivo de proteger a livre concorrência, sendo esse o fator de sustentabilidade dos mercados. Se a concorrência no país for limitada, a inovação é prejudicada, pois impede que novos produtos e processos de produção apareçam no mercado e também resultando na perda de bem-estar dos consumidores, (CARVALHO, 2013). A atuação do CADE no que se refere aos efeitos de licenciamento de patentes é significativo.

A proteção do direito autoral e do direito de propriedade industrial estão presentes na Constituição Federal (CF) do país, podendo ser vistas no artigo 5º, incisos. XXVII e XXIX. Também há a lei nº 9279, de 14 de março de 1996, a qual regula os direitos e obrigações concernentes à propriedade intelectual.

A título de exemplo, segundo (ECONÔMICA, 2009), a maioria dos casos que ocorrem no Brasil são concernentes a área de biotecnologia, sementes transgênicas, para direitos de PI.

3 O modelo

3.1 Descrição

Tomando como base o trabalho de Ma e Tauman (2019), sejam duas firmas que competem em Cournot e essas firmas representadas por dois jogadores, inovador e inconvente (também chamado de licenciado). Suponha que há uma inovação de processo no mercado em que as firmas competem, sendo estas as inovações que reduzem o custo de produção de produtos já existentes.

Uma vez que nesse estudo propõe-se trabalhar com a inovação de processo, não há incerteza de demanda do produto, mas há a incerteza em relação ao novo custo associado a inovação de processo: custo ε, o qual é uma variável que com probabilidade ρ assume o valor ε e com probabilidade $1-\rho$, assume o valor zero. Isso irá ocorrer porque será considerado o caso de uma inovação drástica. Segundo Shy (1995), este tipo de inovação reduz o custo do novo produto a um nível que o preço praticado no mercado seja menor que os custos de produção sem a utilização da inovação, fazendo com que os concorrentes que não utilizem a inovação saiam do mercado. O "custo anterior", considerado como o custo que as firmas possuem para produzir o bem sem utilizar a inovação, é dado pela variável c. Diante da inovação de processo, $\varepsilon < c$.

A demanda será dada por $p = a - Q$, em que Q é a quantidade agregada de saída dos produtores, sendo $Q = q_1 + q_2$ e $Q \geq 0$. para as variáveis a, c e ε, será considerado que $c < a$ e com a nova tecnologia $\varepsilon < a$. No modelo também não há custos fixos envolvidos.

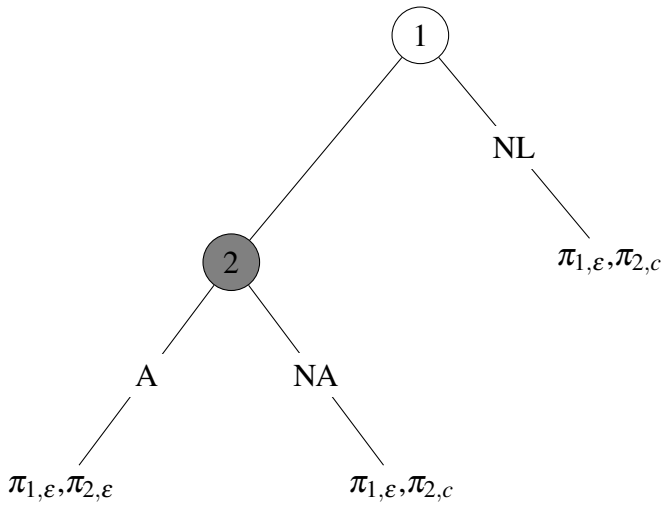
O inovador visa maximizar seu lucro ao licenciar sua inovação de redução de custos para o potencial utilizador da tecnologia por meio de cinco esquemas: taxa inicial, *royalty* por unidade, *royalty ad valorem*, combinação de taxa inicial e *royalty* por unidade e combinação de taxa inicial e *royalty ad valorem*.

O criador da nova tecnologia também é um produtor, então tanto ele quanto o potencial utilizador da tecnologia irão competir em quantidades de modo a alcançarem os maiores lucros possíveis. A equação $V(\pi_1) = \pi_1^{1/\mu}$, em que $\mu \geq 1$, representa a utilidade do inovador, na qual π_1 é o lucro do inovador e μ mede a aversão ao risco do licenciante. A equação $U(\pi_2) = \pi_2^{1/\eta}$, em que $\eta \geq 1$, representa a utilidade do licenciado para um valor monetário π_2, ou seja, o lucro e η mede a aversão ao risco do licenciado. O risco de utilização da nova tecnologia pode ser compartilhado pelos jogadores, por meio das taxas que podem ser cobradas, e por isso são levadas em conta as variáveis μ e η. Observe que $\mu \in [1,\infty)$ e $\eta \in [1,\infty)$. Na medida que $\mu \to \infty$ e $\eta \to \infty$ mais avessos ao risco licenciante e licenciado são, sendo que para $\mu = 1$ e $\eta = 1$ os jogadores são neutros ao risco.

As equações focam nos lucros buscados pelas firmas, então a inclusão de mais variáveis na função de utilidade não retorna resultados favoráveis à presente análise.

A estrutura do jogo na forma extensiva mostrada por diagrama pode ser vista abaixo:

Figura 1 – Diagrama



Fonte: Elaboração própria

O primeiro passo é o inovador escolher qual tipo de tarifa irá cobrar: taxa inicial, *royalty* por unidade, *royalty ad valorem*, combinação de taxa inicial e *royalty* por unidade ou combinação de taxa inicial e *royalty ad valorem*. Serão feitos cinco subjogos para demonstrar quais são os resultados encontrados em cada equilíbrio. Ao deliberar os resultados, o inovador escolhe a tarifa que lhe retorna os melhores resultados e decide se o licencia ou não sua tecnologia. Caso não licencie, ele terá o lucro maior no mercado ao continuar produzindo o mesmo produto, mas a um custo mais baixo, enquanto seu concorrente continuará sua produção com o custo mais alto. Caso licencie, o jogador 2 decide se aceita ou não aceita utilizar a inovação (no estilo pegar ou largar). Se aceitar, em cada subjogo irá pagar uma quantia ao inovador mediante ao licenciamento (podendo ser a taxa inicial, *royalty* por cada unidade vendida, proporção de sua receita ou as possíveis combinações dos esquemas) e passando a ter um custo ε por sua produção. Se não aceitar, o jogador 2 continua a ter um custo c para produzir.

Cada subjogo apresentará um valor de *payoff* diferente. Como pode ser visto no diagrama acima, $\pi_{1,\varepsilon}$ representa o lucro do inovador com o uso da nova tecnologia de produção. Já para o jogador 2 são apresentados diferentes cenários, para os quais $\pi_{2,c}$ mostra o lucro do jogador ao não poder ter acesso a inovação (não foi licenciada) e quando não aceita utilizá-la mesmo quando licenciada. O outro cenário é o de $\pi_{2,\varepsilon}$ em que o jogador aceita o licenciamento da inovação e obtêm um novo lucro.

A abertura do modelo nas próximas seções evidenciará o melhor esquema de tarifas

para o inovador, o utilizador da inovação e os consumidores.

3.2 Licenciamento por taxa inicial pura

Seja o subjogo G_f em que no primeiro estágio o inovador irá oferecer a licença da inovação em retorno de uma taxa inicial. O licenciado aceitando, os jogadores competem em Cournot.

O primeiro passo é abordar o problema considerando que o licenciado não aceite fazer o uso da inovação, então segue que:

$$\max_{q_1} \quad ((a-q_1-q_2-\varepsilon)q_1)^{1/\mu}$$
$$q_1 = \frac{a-q_2-\varepsilon}{2} \tag{3.1}$$

E maximizando a utilidade do licenciado:

$$\max_{q_2} \quad ((a-q_2-q_1-c)q_2)^{1/\eta}$$
$$q_2 = \frac{a-q_1-c}{2} \tag{3.2}$$

Realizando as respectivas substituições é encontrado que no equilíbrio de Cournot que:

$$q_1^* = \frac{a+c-2\varepsilon}{3} \tag{3.3}$$
$$q_2^* = \frac{a-2c+\varepsilon}{3} \tag{3.4}$$

De modo a estabelecer que a inovação seja drástica, e que também servirá para todas as prócimas seções, a seguinte condição é estabelecida:

$$q_2^* = \frac{a-2c+\varepsilon}{3} < 0 \tag{3.5}$$
$$\frac{a-2c+\varepsilon}{3} < 0 \tag{3.6}$$
$$\varepsilon < 2c-a \tag{3.7}$$

Assim, para $\varepsilon < 2c-a$, a inovação será drástica.

Seguindo com o desenvolvimento, o lucro do inovador será de:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= q_1(p-\varepsilon) \\ &= \frac{(a+c-2\varepsilon)^2}{9} \end{aligned} \tag{3.8}$$

O lucro do licenciado será de:

$$\begin{aligned} \pi_2 &= q_2(p-c) \\ &= \frac{(a-2c+\varepsilon)^2}{9} \end{aligned} \tag{3.9}$$

Consequentemente, as respectivas utilidades do inovador e licenciado são:

$$V(\pi_1) = \left(\frac{(a+c-2\varepsilon)^2}{9}\right)^{1/\mu} \tag{3.10}$$

$$U(\pi_2) = \left(\frac{(a-2c+\varepsilon)^2}{9}\right)^{1/\eta} \tag{3.11}$$

O segundo passo é considerar que o licenciado aceita a inovação, então o licenciante irá oferecer a licença em retorno de uma taxa inicial, A. O licenciante irá maximizar sua utilidade e o licenciado irá maximizar sua utilidade esperada, de modo que incorpora o risco da utilização da nova tecnologia de produção ao novo custo envolvido, ou seja, a incerteza do novo método de produção. Segue que:

$$\max_{q_1} \quad [(p-\varepsilon)q_1 + A]^{1/\mu} = [(a-q_1-q_2-\varepsilon)q_1 + A]^{1/\mu} \tag{3.12}$$

$$q_1 = \frac{a-q_2-\varepsilon}{3} \tag{3.13}$$

O licenciado maximiza sua utilidade esperada, então:

$$\max_{q_2} \quad \rho[(p-\varepsilon)q_2 - A]^{1/\eta} = \rho[(a-q_1-q_2-\varepsilon) - A]^{1/\eta} \tag{3.14}$$

$$q_2 = \frac{a-q_1-\varepsilon}{3} \tag{3.15}$$

Fazendo as devidas substituições, as quantidades encontradas são:

$$q_1^* = \frac{a-\varepsilon}{3} \tag{3.16}$$

$$q_2^* = \frac{a-\varepsilon}{3} \tag{3.17}$$

A utilidade esperada do licenciado é:

$$UE = \rho[(p-\varepsilon)q_2 - A]^{1/\eta} \tag{3.18}$$

$$= \pi_2^{1/\eta} \tag{3.19}$$

Para que o valor de A seja encontrado, será feita a diferença entre os valores de π_2 da equação 3.19 e 3.11. Segue que:

$$A = \rho^\eta\left(\frac{a^2-2a\varepsilon+\varepsilon^2}{9}\right) - \frac{(a-2c+\varepsilon)^2}{9} \tag{3.20}$$

$$= \frac{(a^2+\varepsilon^2)(\rho^\eta-1) - 2a\varepsilon(\rho^\eta+1) + 4c(a-c+\varepsilon)}{9} \tag{3.21}$$

Como o valor de A foi encontrado, é possível encontrar o lucro obtido pelo licenciante e o lucro esperado obtido pelo licenciado. Observe:

$$E(\pi_1) = (p-\varepsilon)q_1 + A \tag{3.22}$$

$$= \frac{\rho^\eta(a-\varepsilon)^2 + 4(c-\varepsilon)(a-c)}{9} \tag{3.23}$$

E o lucro esperado do licenciado será de:

$$E(\pi_2) = (p-\varepsilon)q_2 - A \tag{3.24}$$
$$= \frac{-\rho^{\eta}(a-\varepsilon)^2 + 2(a^2-2ac+2c^2) + 2\varepsilon(\varepsilon-2c)}{9} \tag{3.25}$$

Assim, o preço será:

$$\begin{aligned} p &= a - q_1 - q_2 \\ &= \frac{a+2\varepsilon}{3} \end{aligned} \tag{3.26}$$

E o excedente do consumidor será:

$$\begin{aligned} EC &= \int_{\frac{a+2\varepsilon}{3}}^{a} (a-p)dp \\ &= \frac{2(a-\varepsilon)^2}{9} \end{aligned} \tag{3.27}$$

As próximas seções irão tratar sobre os licenciamentos por royalties. Como salientado por Ma e Tauman (2019), o *royalty* é pago posteriormente à venda feita do produto desenvolvido com a inovação e consequentemente atenuam o temor de perdas por parte do licenciado.

3.3 Licenciamento por *royalty* por unidade

Seja o subjogo G_u em que no primeiro estágio o inovador irá oferecer a licença por um *royalty* r ,por unidade vendida. O licenciado aceitando, os jogadores competem em Cournot.

O uso dos *royalties* permitem que as partes envolvidas possam compartilhar o risco do novo custo de usar a inovação licenciada e por isso serão considerados as utilidades e lucros esperados de ambas as partes, considerando que o jogador dois aceite a inovação. Assim, as partes irão maximizar suas utilidades esperadas para encontrarem as quantidades ótimas de saída:

$$\max_{q_1} \quad \rho(rq_2 + (p-\varepsilon)q_1)^{1/\mu} = \rho(rq_2 + (a-q_1-q_2-\varepsilon)q_1)^{1/\mu} \tag{3.28}$$
$$q_1 = \frac{a-q_2-\varepsilon}{2} \tag{3.29}$$

$$\max_{q_2} \quad \rho(pq_2 - (\varepsilon+r)q_2)^{1/\eta} = \rho((a-q_1-q_2)q_2 - (\varepsilon+r)q_2)^{1/\eta} \tag{3.30}$$
$$q_2 = \frac{a-q_1-\varepsilon-r}{2} \tag{3.31}$$

Realizando as respectivas substituições das quantidades, segue o resultado de:

$$q_1^* = \frac{a-\varepsilon+r}{3} \tag{3.32}$$

$$q_2^* = \frac{a-\varepsilon-2r}{3} \tag{3.33}$$

Com os valores de q_1 e q_2, o lucro esperado do licenciado será de:

$$E(\pi_1) = \rho(rq_2+(p-\varepsilon)q_1) \tag{3.34}$$

$$= \rho\left(\frac{5r(a-\varepsilon-r)+(a-\varepsilon)^2}{9}\right) \tag{3.35}$$

O valor ótimo do *royalty* r a ser cobrado será encontrado por meio da maximização do lucro esperado do inovador. Então, maximizando a equação 3.35:

$$arg\max_r \quad \rho\left(\frac{5r(a-\varepsilon-r)+(a-\varepsilon)^2}{9}\right) \tag{3.36}$$

$$r^* = \frac{a-\varepsilon}{2} \tag{3.37}$$

Com r^*, o valor do lucro esperado do inovador será:

$$E(\pi_1) = \rho\left(\frac{5(\frac{a-\varepsilon}{2})(a-\varepsilon-\frac{a-\varepsilon}{2})+(a-\varepsilon)^2}{9}\right) \tag{3.38}$$

$$= \rho\frac{(a-\varepsilon)^2}{4} \tag{3.39}$$

Assumindo os valores encontrados de q_1, q_2 e r^*, o lucro esperado do licenciado será de:

$$E(\pi_2) = \rho(pq_2-(\varepsilon+r)q_2) \tag{3.40}$$

$$= 0 \tag{3.41}$$

Segue que o preço e o excedente do consumidor são, respectivamente:

$$p = a-Q = \frac{a+2\varepsilon+r}{3} \tag{3.42}$$

$$EC = \int_{\frac{a+2\varepsilon+r}{3}}^{a}(a-p)dp = \frac{4a(a-2\varepsilon-r)+(r+2\varepsilon)^2}{18} \tag{3.43}$$

Observe que o novo custo associado a utilização da nova tecnologia impacta positivamente o excedente do consumidor.

3.4 Licenciamento por *royalty ad valorem*

Seja o subjogo G_a em que no primeiro estágio o inovador irá oferecer vender a licença em retorno de uma proporção $0 < f \leq 1$ da receita do licenciado. No segundo estágio, os jogadores competem em Cournot.

Como os jogadores estão a compartilhar o risco pela adoção da inovação de processo, serão considerados os lucros esperados dada a variável aleatória ε a qual representa o novo custo associado a inovação, ou seja, trata-se da incerteza do custo. Então:

$$\max_{q_1} \quad \rho\pi_1^{1/\mu} = \rho(p(fq_2+q_1)-\varepsilon q_1)^{1/\mu} = \rho((a-q_1-q_2)(fq_2+q_1)-\varepsilon q_1)^{1/\mu} \tag{3.44}$$

$$q_1 = \frac{a-q_2(f+1)-\varepsilon}{2} \tag{3.45}$$

$$\max_{q_2} \quad \rho\pi_2^{1/\eta} = \rho((p(1-f)-\varepsilon)q_2)^{1/\eta} = \rho(((a-q_1-q_2)(1-f)-\varepsilon)q_2)^{1/\eta} \tag{3.46}$$

$$q_2 = \frac{af-a+q_1(1-f)+\varepsilon}{2f-2} \tag{3.47}$$

Fazendo as respectivas substituições das quantidades, é encontrado que a melhor resposta será de:

$$q_1^* = \frac{a(f-1)^2+\varepsilon(3f-1)}{(f-1)(f-3)} \tag{3.48}$$

$$q_2^* = \frac{a(1-f)-\varepsilon(f+1)}{(f-1)(f-3)} \tag{3.49}$$

Para que o lucro esperado do inovador seria encontrado, as equações 3.48 e 3.49 serão substituídas em π_1:

$$E(\pi_1) = \rho\pi_1 \tag{3.50}$$

$$= \rho\frac{1}{(f-1)^2(f-3)^2}(f^3(-a\varepsilon+2\varepsilon^2)+f^2(-a^2+9\varepsilon a+2a+4\varepsilon)+f(-13\varepsilon a-2a +8\varepsilon^2-4\varepsilon)+a^2+5\varepsilon a-6\varepsilon^2) \tag{3.51}$$

O valor de f^* será encontrado ao maximizar a equação 3.51, então:

$$arg\max_{f} \quad \rho\frac{1}{(f-1)^2(f-3)^2}(f^3(-a\varepsilon+2\varepsilon^2)+f^2(-a^2+9\varepsilon a+2a+4\varepsilon)+f(-13\varepsilon a-2a +8\varepsilon^2-4\varepsilon)+a^2+5\varepsilon a-6\varepsilon^2) \tag{3.52}$$

$$f^4(a\varepsilon-2\varepsilon^2)+f^3(2a^2-18a\varepsilon-4a-8\varepsilon+7a\varepsilon-14\varepsilon^2)+f^2(3a\varepsilon-6\varepsilon^2)+f(21a\varepsilon -7a^2+10a-12\varepsilon+32\varepsilon^2)-14a\varepsilon-6a-6\varepsilon^2-12\varepsilon+5a^2=0 \tag{3.53}$$

De acordo com o programa utilizado para realizar o cálculo, WolframAlpha, foram encontrados três valores para f:

$$f_1 \approx -6.05451 \tag{3.54}$$

para

$$494473a^4+36570274a^3+105693752a^2+95264224a+25560960 \neq 0$$
$$\varepsilon \approx \frac{-(0.5a(-104455.a^4-7.4578910^6a^3-2.6790110^6a^2+2.74310^7a+2.2863910^7))}{494473a^4+36570274a^3+105693752a^2+95264224a+25560960}$$
$$f_2 \approx -2.25262 \tag{3.55}$$

para

$$494473a^4+36570274a^3+105693752a^2+95264224a+25560960 \neq 0$$
$$\varepsilon \approx \frac{-(0.5a(-19634.4a^4-1.2709410^6a^3+9.0195310^6a^2+2.1592610^7a+8.2561810^6))}{494473a^4+36570274a^3+105693752a^2+95264224a+25560960}$$
$$f_3 \approx 0.198393 \tag{3.56}$$

para

$$494473a^4+36570274a^3+105693752a^2+95264224a+25560960 \neq 0$$
$$\varepsilon \approx \frac{-(0.5a(-365997.a^4-2.6120610^7a^3-9.5293110^6a^2+3.0832810^7a+1.4325510^7))}{494473a^4+36570274a^3+105693752a^2+95264224a+25560960}$$

Como o valor de f possui restrição, é nítido que o único valor aceitável será o de f_3, logo, $f_3 = f^*$.

Assim, o novo valor da receita esperada do inovador e a receita esperado do licenciado serão de:

$$\begin{aligned} E(\pi_1) &= \rho\frac{1}{(f^*-1)^2(f^*-3)^2}(f^{*3}(-a\varepsilon+2\varepsilon^2)+f^{*2}(-a^2+9\varepsilon a+2a+4\varepsilon)+f^*(-13\varepsilon a \\ &\quad -2a+8\varepsilon^2-4\varepsilon)+a^2+5\varepsilon a-6\varepsilon^2) \end{aligned} \tag{3.57}$$

$$E(\pi_2) = \rho\left(\frac{-f^{*3}(a+\varepsilon)^2+f^{*2}((3a-\varepsilon)(a+\varepsilon))-f^*((a-\varepsilon)(3a+\varepsilon))+(a-\varepsilon)^2}{(f^*-1)^2(f^*-3)^2}\right) \tag{3.58}$$

Com os valores de q_1^*, q_2^* e f^*, o preço será de:

$$\begin{aligned} p &= a-q_1-q_2 \\ &= \frac{(a+2\varepsilon)(1-f^*)}{(f^*-1)(f^*-3)} \end{aligned} \tag{3.59}$$

E o excedente do consumidor será:

$$\begin{aligned} EC &= \int_{\frac{(a+2\varepsilon)(1-f^*)}{(f^*-1)(f^*-3)}}^{a}(a-p)dp \\ &= \frac{1}{2(f^*-1)^2(f^*-3)^2}(2a^2f^{*4}+f^{*3}(-14a^2+4a\varepsilon)+f^{*2}(33a^2-24a\varepsilon-4\varepsilon^2) \\ &\quad +f^*(-32a^2+36a\varepsilon+8\varepsilon^2)+11a^2-16a\varepsilon-4\varepsilon^2) \end{aligned} \tag{3.60}$$

Assim como já era esperado, a inovação de processo representada pela variável ε, acarreta um aumento no excedente do consumidor, ou seja, impacta positivamente o consumidor.

3.5 Licenciamento por tarifas em duas partes

3.5.1 Combinação de taxa inicial com *royalty* por unidade

Seja o subjogo G_{fu} representando a combinação da taxa inicial com o *royalty* por unidade. No primeiro estágio o inovador irá oferecer a venda do licenciamento para a sua inovação em retorno de um contrato (A,r), em que o licenciado paga ao licenciante A pela taxa inicial e r por unidade vendida. No segundo estágio, competem em Cournot.

O valor da taxa inicial A é encontrado com base na diferença do valor do lucro esperado obtido pelo licenciado quando este aceita e não aceita utilizar a tecnologia. Com base nos cálculos das seções anteriores, será feita a diferença ao aceitar e utilizar o *royalty* por unidade e não aceitar. Então:

$$A = \rho^{\eta}\frac{(a-2c+\varepsilon)^2}{9} - 0 \tag{3.61}$$

$$= \rho^{\eta}\frac{(a-2c+\varepsilon)^2}{9} \tag{3.62}$$

De modo a encontrar os valores ótimos das quantidades, serão maximizadas as utilidades do inovador e licenciado:

$$\max_{q_1} \quad \rho\pi_1^{1/\mu} = \rho(rq_2 + A + (p-\varepsilon)q_1)^{1/\mu} = \rho(rq_2 + A + ((a-q_1-q_2)-\varepsilon)q_1)^{1/\mu}$$

$$q_1 = \frac{a-q_2-\varepsilon}{2} \tag{3.63}$$

$$\max_{q_2} \quad \rho\pi_2^{1/\eta} = \rho(pq_2 - (\varepsilon+r)q_2 - A)^{1/\eta} = \rho((a-q_1-q_2)q_2 - (\varepsilon+r)q_2 - A)^{1/\eta}$$

$$q_2 = \frac{a-q_1-\varepsilon-r}{2} \tag{3.64}$$

Fazendo as devidas substituições para que os valores das quantidades sejam encontrados:

$$q_1^* = \frac{a-\varepsilon+r}{3} \tag{3.65}$$

$$q_2^* = \frac{a-\varepsilon-2r}{3} \tag{3.66}$$

O próximo passo é encontrar o valor esperado do lucro do inovador:

$$E(\pi_1) = \rho\left(\frac{5r(a-\varepsilon-r)+\rho^{\eta}(a-2c)^2+\rho^{\eta}(2a\varepsilon-4c\varepsilon+\varepsilon^2)+(a-\varepsilon)^2}{9}\right) \tag{3.67}$$

O valor de r^* será encontrado ao maximizar o lucro esperado do licenciante, então:

$$arg\max_{r} \quad \rho\left(\frac{5r(a-\varepsilon-r)+\rho^{\eta}(a-2c)^2+\rho^{\eta}(2a\varepsilon-4c\varepsilon+\varepsilon^2)+(a-\varepsilon)^2}{9}\right) \tag{3.68}$$

$$r^* = \frac{a-\varepsilon}{2} \tag{3.69}$$

Substituindo 3.67 em 3.65:

$$E(\pi_1) = \rho\left(\frac{9(a-\varepsilon)^2+4\rho^\eta(a-c)^2+\rho^\eta(8a\varepsilon-16c\varepsilon+4\varepsilon^2)}{36}\right) \tag{3.70}$$

E o licenciado obtêm:

$$E(\pi_2) = \rho((a-q_1-q_2)q_2-(\varepsilon+r)q_2-A) \tag{3.71}$$

$$= \rho\left[\frac{-\rho^\eta(a-2c+\varepsilon)^2}{9}\right] \tag{3.72}$$

Assim o preço será de:

$$p = \frac{a+2\varepsilon+r^*}{3} \tag{3.73}$$

E o excedente do consumidor será de:

$$EC = \int_{\frac{a+2\varepsilon+r}{3}}^{a}(a-p)dp$$

$$= \frac{4a(a-2\varepsilon-r)+(r+2\varepsilon)^2}{18} \tag{3.74}$$

Ao observar o excedente gerado acima, todas as variáveis envolvidas na equação tem um impacto positivo sobre o excedente do consumidor. Tanto a variável a que compõe a função de demanda, como o novo custo ε. Nota-se que tanto as podutoras se beneficiam, quantos os que adquirem o produto.

3.5.2 Combinação de taxa inicial com *royalty ad valorem*

Seja o subjogo G_{fa} gerado por uma combinação da taxa inicial e o esquema de *royalty ad valorem*. No primeiro estágio o inovador irá oferecer a venda de sua licença por um esquema de contrato $(A, f$, em que o licenciado paga ao licenciante uma taxa inicial F e uma proporção f de sua receita, em que $0 \leq f \leq 1$. No segundo estágio, os jogadores competem em Cournot.

Assim como na seção anterior, o valor da taxa inicial A é encontrado com base na diferença do valor do lucro esperado obtido pelo licenciado quando este aceita e não aceita utilizar a inovação. Com base nos cálculos das seções anteriores, será feita a diferença do lucro ao aceitar e ser cobrado o *royalty ad valorem* e quando não aceitou o licenciamento. Logo:

$$A = \frac{B+N+M}{9(f-1)^2(f-3)^2} \tag{3.75}$$

Em que $B = f^4(a-2c+\varepsilon)^2+f^3(-8(a^2+a(2-4c)+(\varepsilon-2c)^2$, $N = -9\rho^\eta(a+\varepsilon\varepsilon+f^2(22(a-2c+\varepsilon)^2+9\rho^\eta(3a-\varepsilon)(a+\varepsilon))+f(-24(a-2c+\varepsilon)^2$ e $M = -9\rho^\eta(a-\varepsilon)(3a+\varepsilon))+9((a-2c+\varepsilon)^2+\rho^\eta(a-\varepsilon\varepsilon)$

De modo a encontrar os valores ótimos das quantidades, serão maximizadas as utilidades esperadas de cada jogador.

$$\max_{q_1} \quad \rho\pi_1^{1/\mu} = \rho(A + (a - q_1 - q_2)fq_2 + ((a - q_1 - q_2) - \varepsilon)q_1)^{1/\mu}$$

$$q_1 = \frac{(a - q_1)(f - 1) + \varepsilon}{2} \tag{3.76}$$

$$\max_{q_2} \quad \rho\pi_2^{1/\eta} = \rho((p(1 - f) - \varepsilon)q_2 - A)^{1/\eta} = \rho(((a - q_1 - q_2)(1 - f) - \varepsilon)q_2 - A)^{1/\eta} \tag{3.77}$$

$$q_2 = \frac{(a - q_1)(1 - f) - \varepsilon}{2 - 2f} \tag{3.78}$$

Realizando as respectivas substituições, é encontrado que:

$$q_1^* = \frac{a(f - 1)^2 + \varepsilon(3f - 1)}{(f - 1)(f - 3)} \tag{3.79}$$

$$q_2^* = \frac{a(1 - f) - \varepsilon(f + 1)}{(f - 1)(f - 3)} \tag{3.80}$$

O lucro esperado do inovador então será:

$$E(\pi_1) = \rho\pi_1 \tag{3.81}$$

$$= \rho\left[\frac{f^4(Q) + f^3(W) + f^2(E) + f(R) + T}{9(f - 1)^2(f - 3)^2}\right] \tag{3.82}$$

Para que o valor ótimo de f seja encontrado, a equação 3.82 será maximizada:

$$arg\max_{f} \quad \rho\left[\frac{f^4(Q) + f^3(W) + f^2(E) + f(R) + T}{9(f - 1)^2(f - 3)^2}\right] \tag{3.83}$$

$$[4f^3(Q) + 3f^2(W) + 2f(E) - R](f - 1)(f - 3) - [f^4(Q) + f^3(W) + f^2(E) + f(R) + T](4f - 16) = 0 \tag{3.84}$$

Em que $Q = a^2 - 4ac - 7a\varepsilon + 4c^2 - 4c\varepsilon + \varepsilon^2$, $W = -8a^2 + 32ac - 16a - 32c^2 + 32c\varepsilon - 17\varepsilon^2 - 9\rho^\eta a^2 - 18\rho^\eta a\varepsilon - 9\rho^\eta\varepsilon^2 + 63a\varepsilon$, $E = 31a^2 - 88ac - 73a\varepsilon + 88c^2 - 88c\varepsilon + 85\varepsilon^2 + 27\rho^\eta a^2 + 18\rho^\eta a\varepsilon - 9\rho^\eta\varepsilon^2$, $R = -42a^2 + 96ac + 33a\varepsilon - 96c^2 + 96c\varepsilon - 87\varepsilon^2 - 27\rho^\eta a^2 + 18\rho^\eta a\varepsilon + 9\rho^\eta\varepsilon^2$ e $T = +18a^2 - 36ac + 36c^2 - 36c\varepsilon + 18\varepsilon^2 + 9\rho^\eta a^2 - 18\rho^\eta a\varepsilon + 9\rho^\eta\varepsilon^2$.

O trabalho feito por Ma e Tauman (2019), ao analisar o licenciamento por combinação de taxa inicial com *royalty ad valorem*, encontrou que o valor ótimo, para o subjogo criado pelos autores subjogo, de $f^*_{uAd}(k)$ não é possível de ser encontrado analiticamente. No presente trabalho, por coincidência, ocorreu a mesma situação, pois devido a complexidade da fórmula encontrada, não foi possível encontrar o valor de f^* analiticamente.

O lucro esperado do licenciado será de:

$$E(\pi_2) = \rho\pi_2 \tag{3.85}$$
$$= \frac{Y+U-I}{9(f-1)^2(f-3)^2} \tag{3.86}$$

Em que, $Y = f^4(a-2c+\varepsilon)^2 + f^3(-a^2+32ac-16a-32c^2+32c\varepsilon-\varepsilon^2-9\rho a^2-18a\varepsilon\rho-9\rho\varepsilon^2-18a\varepsilon)$, $U = f^2(5a^2-88ac-26a\varepsilon+88c^2-88c\varepsilon-31\varepsilon^2+27\rho a^2+18a\varepsilon\rho-9\rho\varepsilon^2)+f(-3a^2+96ac-66a\varepsilon-96c^2+96c\varepsilon+33\varepsilon^2-27\rho a^2+18a\rho\varepsilon+9\rho\varepsilon^2)$ e $I = 36ac-36a\varepsilon+36c^2-36c\varepsilon+9\rho a^2-18a\varepsilon\rho+9\rho\varepsilon^2$

Seguindo, o preço será de:

$$p = \frac{(a+2\varepsilon)(1-f)}{(f-1)(f-3)} \tag{3.87}$$

E o excedente do consumidor:

$$\begin{aligned} EC &= \int_{\frac{(a+2\varepsilon)(1-f)}{(f-1)(f-3)}}^{a} (a-p)dp \\ &= \frac{1}{2(f-1)^2(f-3)^2}(2a^2f^4+f^3(-14a^2+4a\varepsilon)+f^2(33a^2-24a\varepsilon-4\varepsilon^2) \\ &\quad +f(-32a^2+36a\varepsilon+8\varepsilon^2)+11a^2-16a\varepsilon-4\varepsilon^2) \end{aligned} \tag{3.88}$$

O excedente associado ao *royalty ad valorem*, mostra um resultado mais complexo de ser analisado, mas é possível notar que assim como nos subjogos anteriores, o novo custo associado é favorável aos consumidores.

4 Análise de Resultados

4.1 Esquemas puros

4.1.1 Preços

Primeiramente serão comparados os resultados de equilíbrio perfeito dos subjogos para os esquemas puros de licenciamento. Observe a tabela 1 que demonstra os preços encontrados.

Tabela 1 – Preços esquema puros

Esquema	Preço
Taxa Inicial	$p_f^* = \dfrac{a+2\varepsilon}{3}$
Royalty por unidade	$p_u^* = \dfrac{a+2\varepsilon+r^*}{3}$
Royalty Ad Valorem	$p_a^* = \dfrac{(a+2\varepsilon)(1-f^*)}{(f^*-1)(f^*-3)}$

Fonte: Elaboração Própria

Para o esquema de *royalty* por unidade, o preço também pode ser representado por $p_u^* = \dfrac{a+\varepsilon}{2}$ ao substituir o valor ótimo de $r^* = \dfrac{a-\varepsilon}{2}$.

Os preços *ad valorem* são crescentes em relação à f^*, como pode ser visto abaixo:

$$\frac{\partial p_a^*}{\partial f^*} = \frac{a+2\varepsilon}{(f^*-3)^2} \tag{4.1}$$

Para $f = 0$, $p_a^* = \dfrac{a+2\varepsilon}{3} = p_f^*$, o que implica o fato de que $p_a^* > p_f^*$. De acordo com o modelo $\varepsilon < a$, comparando p_f^* com p_u^* implica que $p_u^* > p_f^*$, veja:

Proposição 1. *Se $\varepsilon < a$, então* $\dfrac{a+2\varepsilon}{3} < \dfrac{a+\varepsilon}{2}$.

Demonstração. (Contrapositive) Suponha que não é verdade que $\dfrac{a+2\varepsilon}{3} < \dfrac{a+\varepsilon}{2}$, então $\dfrac{a+2\varepsilon}{3} \geq \dfrac{a+\varepsilon}{2}$. Assim, $2a+4\varepsilon \geq 3a+3$, em que $a \leq \varepsilon$. Portanto, $a \leq \varepsilon$ e não é verdade que $\varepsilon < a$. □

Resta ver como fica a comparação entre p_u^* e p_a^*. Observe que para $p_a^* < p_u^*$, $\dfrac{a+\varepsilon}{2} > \dfrac{(a+2\varepsilon)(1-f)}{(f^*-1)(f^*-3)}$, implica que $f > 1$ e que $f^* > \dfrac{a-\varepsilon}{a+\varepsilon}$. Esse resultado não atende ao pressuposto de que $0 < f \leq 1$. Assim, para a dada comparação, é visto que $p_a^* > p_u^*$, em que $f < 1$ e $f^* < \dfrac{a-\varepsilon}{a+\varepsilon}$.

Consequentemente, é visto que

Proposição 2. $p_f^* < p_u^* < p_a^*$

Os preços dos esquemas de *royalties* são maiores e irão afetar os preços de mercado de maneira positiva, ao proporcionarem maior receita para os produtores.

As quantidades são mais afetadas por mudanças nas taxas de *royalty* por unidade do que pelas mudanças no *royalty ad valorem*. Isso pode ser visto pelo fato de $\frac{\partial Q_u}{\partial r^*} = \frac{-1}{3} > \frac{\partial Q_a}{\partial f^*} = \frac{-a-2\varepsilon}{(f^*-3)^2}$, em que $Q = q_1 + q_2$.

$$Q_u = \frac{a-\varepsilon+r}{3} + \frac{a-\varepsilon-2r}{3} \tag{4.2}$$

$$= \frac{2a-2\varepsilon-r}{3} \tag{4.3}$$

$$Q_a = \frac{a(f^*-1)^2+\varepsilon(3f^*-1)}{(f^*-1)(f^*-3)} + \frac{a(1-f^*)-\varepsilon(f^*+1)}{(f^*-1)(f^*-3)} \tag{4.4}$$

$$= \frac{af^{*2}-3af^*+2a+2f^*\varepsilon-2\varepsilon}{(f^*-1)(f^*-3)} \tag{4.5}$$

O fato acima, junto a $p_a^* > p_u^*$, implica que as saídas e preços são mais altos para o esquema de *royalty ad valorem* e em comparação com isso, as saídas e preços do esquema de *royalty* por unidade são menores, assim como no esquema de taxa inicial os valores de preço e quantidade são ainda menores.

4.1.2 Lucro esperado do inovador

Sejam os valores da tabela 2 os equilíbrios perfeitos de subjogos para o lucro esperado do inovador.

Tabela 2 – Lucro esperado inovador esquema puro

Esquema	Lucro esperado
Taxa Inicial	$E(\pi_1)_f^* = \frac{\rho^\eta(a-\varepsilon)^2+4(c-\varepsilon)(a-c)}{9}$
Royalty por unidade	$E(\pi_1)_u^* = \rho\frac{(a-\varepsilon)^2}{4}$
Royalty Ad Valorem	$E(\pi_1)_a^* = \rho\frac{1}{(f^*-1)^2(f^*-3)^2}(f^{*3}(-a\varepsilon+2\varepsilon^2)+f^{*2}(-a^2+9\varepsilon a$ $+2a+4\varepsilon)+f^*(-13\varepsilon a-2a+8\varepsilon^2-4\varepsilon)+a^2+5\varepsilon a-6\varepsilon^2)$

Fonte: Elaboração Própria

Primeiro serão comparados os esquemas de taxa inicial e *royalty* por unidade. Para que a comparação seja feita, considere que os licenciados são neutros ao risco, $\eta = 1$. De modo a

reescrever para que possa ser melhor visto, considere:

$$\begin{aligned} E(\pi_1)_f^* &= \frac{4\rho(a-\varepsilon)^2}{36} + \frac{4a(c-\varepsilon)(a-c)}{9} \\ E(\pi_1)_u^* &= \frac{9\rho(a-\varepsilon)^2}{36} \end{aligned}$$

Observe que o primeiro termo da taxa inicial é parecido com o termo do *royalty* por unidade e que a razão $4/36 < 9/36$, mas o termo o segundo termo que soma em $E(\pi_1)_f^*$ implica que $E(\pi_1)_f^* > E(\pi_1)_u^*$.

Na mesma situação, em que $\eta = 1$, será comparada a taxa inicial com o *royalty ad valorem*. Seja $f^* = 0$, então as novas equações serão:

$$\begin{aligned} E(\pi_1)_f^* &= \frac{\rho(a-\varepsilon)^2}{9} + \frac{4(c-\varepsilon)(a-c)}{9} \\ E(\pi_1)_a^* &= \frac{\rho(a+6\varepsilon)(a-\varepsilon)}{9} \end{aligned}$$

Entre as duas equações acima, em relação ao primeiro termo, $\frac{\rho(a+6\varepsilon)(a-\varepsilon)}{9} > \frac{\rho(a-\varepsilon)^2}{9}$, e ao analisar com o termo $\frac{4(c-\varepsilon)(a-c)}{9}$ é notável que $E(\pi_1)_a^* > E(\pi_1)_f^*$, consequentemente, para os valores reais de $f^* \in (0,1]$ implica que $E(\pi_1)_a^* > E(\pi_1)_f^*$.

Sendo assim, como $E(\pi_1)_a^* > E(\pi_1)_f^*$ e $E(\pi_1)_f^* > E(\pi_1)_u^*$, então $E(\pi_1)_a^* > E(\pi_1)_u^*$. Assim:

Proposição 3. $E(\pi_1)_a^* > E(\pi_1)_f^* > E(\pi_1)_u^*$

Agora, para o caso em que os licenciados são mais avessos ao risco. Para comparar com a taxa inicial é necessário verificar o termo η, mas primeiro observe a comparação entre $E(\pi_1)_a^*$ e $E(\pi_1)_u^*$. Para $f^* = 0$ as equações serão dadas por e também manipulando para que tenham o mesmo denominador:

$$\begin{aligned} E(\pi_1)_u^* &= \frac{9\rho(a-\varepsilon)^2}{36} \\ E(\pi_1)_a^* &= \frac{4\rho(a+6\varepsilon)(a-\varepsilon)}{36} \end{aligned}$$

Logo, $E(\pi_1)_a^* > E(\pi_1)_u^*$.

$E(\pi_1)_f^* < E(\pi_1)_u^*$ ocorre se $\eta < \frac{ln\left(\frac{9\rho}{4} - \frac{4(c-\varepsilon)(a-c)}{(a-\varepsilon)^2}\right)}{ln\rho} \equiv \eta_1$.

$E(\pi_1)_a^* < E(\pi_1)_f^*$ ocorre se $\eta > \frac{1}{ln\rho}\Bigg(\frac{9\rho}{(f^*-1)^2(f^*-3)^2(a-\varepsilon)^2}(f^{*3}(-a\varepsilon+2\varepsilon^2)+f^{*2}(-a^2+9\varepsilon a+2a+4\varepsilon)+f^*(-13\varepsilon a-2a+8\varepsilon^2-4\varepsilon)+a^2+5\varepsilon a-6\varepsilon^2)-\frac{4(c-\varepsilon)(4-c)}{(a-\varepsilon)^2}\Bigg) \equiv \eta_2$

Assim, em que $1 < \eta_1 < \eta_2$. segue:

Proposição 4.

$$
\begin{aligned}
&E(\pi_1)_a^* > E(\pi_1)_u^* > E(\pi_1)_f^* \quad se \quad \eta_1 > \eta \\
&E(\pi_1)_f^* > E(\pi_1)_a^* > E(\pi_1)_u^* \quad se \quad \eta_2 < \eta \\
&E(\pi_1)_a^* > E(\pi_1)_f^* > E(\pi_1)_u^* \quad se \quad \eta_1 < \eta < \eta_2
\end{aligned}
$$

No caso em que os licenciados são neutros ao risco, o *royalty ad valorem* é o melhor esquema para a receita esperada do inovador, enquanto que para o caso de maior aversão ao risco, o mesmo tipo de esquema oferece os melhores retornos para o licenciador. Ou seja, independente da aversão ao risco dos licenciados, o inovador obtêm maior lucro com o esquema de *royalty ad valorem*.

4.1.3 Lucro esperado do licenciado

Sejam os valores da tabela abaixo os equilíbrios perfeitos de subjogos para o lucro esperado do licenciado.

Tabela 3 – Lucro esperado licenciado esquema puro

Esquema	Lucro esperado
Taxa Inicial	$E(\pi_2)_f^* = \dfrac{-\rho^\eta(a-\varepsilon)^2 + 2(a^2-2ac+2c^2) + 2\varepsilon(\varepsilon-2c)}{9}$
Royalty por unidade	$E(\pi_2)_u^* = 0$
Royalty Ad Valorem	$E(\pi_2)_a^* = \dfrac{\rho}{(f^*-1)^2(f^*-3)^2}(-f^{*3}(a+\varepsilon)^2 + f^{*2}((3a-\varepsilon)(a+\varepsilon)) - f^*((a-\varepsilon)(3a+\varepsilon)) + (a-\varepsilon)^2)$

Fonte: Elaboração Própria

O $E(\pi_2)_u^* = 0$, então a análise se torna mais simples, pois o foco será comparar $E(\pi_2)_f^*$ e $E(\pi_2)_a^*$ já que tanto $E(\pi_2)_f^* > E(\pi_2)_u^*$, quanto $E(\pi_2)_a^* > E(\pi_2)_u^*$.

Considere o caso em que o licenciado é neutro ao risco, $\eta = 1$, e que, para simplificação, $f^* = 0$m então as novas equações serão:

$$
\begin{aligned}
E(\pi_2)_f^* &= \frac{-\rho(a-\varepsilon)^2 + 2(a^2-2ac+2c^2) + 2\varepsilon(\varepsilon-2c)}{9} \\
E(\pi_2)_a^* &= \frac{(a-\varepsilon)^2}{9}
\end{aligned}
$$

Sendo assim, $E(\pi_2)_f^* > E(\pi_2)_a^*$ para licenciados neutros ao risco. Então:

Proposição 5.

$$E(\pi_2)_f^* > E(\pi_2)_a^* > E(\pi_2)_u^*$$

Agora, considerando que os licenciados são avessos ao risco, é visto que $E(\pi_2)_f^* > E(\pi_2)_a^*$ se $\eta < \frac{1}{ln\rho}\left(\frac{9\rho(-f^{*3}(a+\varepsilon)^2+f^{*2}((3a-\varepsilon)(a+\varepsilon))-f^*((a-\varepsilon)(3a+\varepsilon))+(a-\varepsilon)^2)}{(f^*-1)^2(f^*-3)^2(a-\varepsilon)^2} - \frac{2(a^2-2ac+2c^2)}{(a-\varepsilon)^2} - \frac{2\varepsilon(\varepsilon-2c)}{(a-\varepsilon)^2}\right) \equiv \eta_3$. Assim segue a proposição:

Proposição 6.

$$E(\pi_2)_f^* > E(\pi_2)_a^* > E(\pi_2)_u^* \quad se \quad \eta_3 > \eta$$

Como na seção anterior, é notável que independente da aversão ao risco dos licenciados, o esquema de taxa inicial é o que retorna melhores resultados para os utilizadores da inovação, ou seja, os envolvidos obtêm lucros esperados mais altos nesse esquema. O lucro do licenciado no esquema de *royalty* por unidade é negativo, o que não é bom para o inconvente.

4.1.4 Excedente do Consumidor

Os valores representados na tabela 4 são o equilíbrio do excedente do consumidor para o dado jogo nos esquemas de taxa inicial, *royalty* por unidade e *royalty ad valorem*.

Tabela 4 – Excedente do Consumidor esquema puro

Esquema	Excedente do Consumidor
Taxa Inicial	$EC_f^* = \frac{2(a-\varepsilon)^2}{9}$
Royalty por unidade	$EC_u^* = \frac{4a(a-2\varepsilon-r^*)(r^*+2\varepsilon)^2}{18}$
Royalty Ad Valorem	$EC_a^* = \frac{1}{2(f^*-1)^2(f^*-3)^2}(2a^2f^{*4}+f^{*3}(-14a^2+4a\varepsilon) +f^{*2}(33a^2-24a\varepsilon-4\varepsilon^2)+f^*(-32a^2+36a\varepsilon+8\varepsilon^2)+11a^2 -16a\varepsilon-4\varepsilon^2)$

Fonte: Elaboração Própria

Como $r^* = \frac{a-\varepsilon}{2}$, o valor de EC_u^* será de $EC_u^* = \frac{a(a-\varepsilon)(a+3\varepsilon)}{18}$.

Comparando os esquemas EC_u^* e EC_f^*, observe que se $EC_f^* > EC_u^*$ a seguinte desigualdade $4a-4\varepsilon-a^2-3a\varepsilon > 0$ ocorre, mas é falsa, pois é dada a condição pelo modelo que $a > \varepsilon$ e o termo $4a-4\varepsilon-a^2-3a\varepsilon$ é negativo, consequentemente $EC_f^* < EC_u^*$.

O próximo passo é verificar qual a relação entre EC_u^* e EC_a^*. Considere, por simplificação, que $f^* = 0$. Essa igualdade reduz EC_a^* a $EC_a^* = \frac{11a^2-16a\varepsilon-4\varepsilon^2}{18}$. Com isso, se $EC_u^* > EC_a^*$ é encontrada uma contradição em que $a^3-2a^2\varepsilon-3a\varepsilon^2 > 11a^2-16a\varepsilon-4\varepsilon^2$, pois como $a > \varepsilon$ o sinal da desigualdade é invertido. Consequentemente, $EC_u^* < EC_a^*$ para f^* e portanto, para os valores assumidos de f^*, $EC_u^* < EC_a^*$ também ocorre, pois os valores de EC_a^* aumentam com os valores de f^*.

Então, se $EC_f^* < EC_u^*$ e $EC_u^* < EC_a^*$, logo $EC_f^* < EC_a^*$. Segue a proposição:

Proposição 7.

$$EC_f^* < EC_u^* < EC_a^*$$

Adotando o mesmo feito por Ma e Tauman (2019), será analisado o lucro total esperado da indústria. Primeiro para o esquema de taxa inicial:

$$\begin{aligned}
\Pi_f &= E(\pi_1)_f^* + E(\pi_2)_f^* \\
&= \frac{\rho^\eta (a-\varepsilon)^2 + 4(c-\varepsilon)(a-c)}{9} + \frac{-\rho^\eta (a-\varepsilon)^2 + 2(a^2 - 2ac + 2c^2) + 2\varepsilon(\varepsilon - 2c)}{9} \\
&= \frac{2(a-\varepsilon)^2}{9}
\end{aligned}$$

Segundo para o esquema de *royalty* por unidade:

$$\begin{aligned}
\Pi_u &= E(\pi_1)_u^* + E(\pi_2)_u^* \\
&= \frac{\rho(a-\varepsilon)^2}{4} + 0 \\
&= \frac{\rho(a-\varepsilon)^2}{4}
\end{aligned}$$

Terceiro para o esquema de *royalty ad valorem*:

$$\begin{aligned}
\Pi_a &= E(\pi_1)_a^* + E(\pi_2)_a^* \\
&= \frac{\rho}{(f^*-1)^2(f^*-3)^2}(f^{*3}(-a\varepsilon + 2\varepsilon^2) + f^{*2}(-a^2 + 9\varepsilon a + 2a + 4\varepsilon) + f^*(-13\varepsilon a - 2a \\
&\quad + 8\varepsilon^2 - 4\varepsilon) + a^2 + 5\varepsilon a - 6\varepsilon^2) + \frac{\rho}{(f^*-1)^2(f^*-3)^2}(-f^{*3}(a+\varepsilon)^2 + f^{*2}((3a-\varepsilon)(a \\
&\quad + \varepsilon)) - f^*((a-\varepsilon)(3a+\varepsilon)) + (a-\varepsilon)^2) \\
&= \frac{\rho}{(f^*-1)^2(f^*-3)^2}(f^{*3}(\varepsilon^2 - a^2 - 3a\varepsilon) + f^{*2}(2a^2 + 11a\varepsilon + 2a + 4\varepsilon - \varepsilon^2) + f^*(-11a\varepsilon \\
&\quad - 2a + 9\varepsilon^2 - 4\varepsilon - 3a^2) + 2a^2 + 3a\varepsilon - 5\varepsilon^2)
\end{aligned}$$

Considere o caso de $f^* = 0$, com isso $\Pi_a = \dfrac{\rho(2a^2 + 3a\varepsilon - 5\varepsilon^2)}{9}$. Seja o caseo de $\Pi_a > \Pi_u$. É encontrado que $(a-\varepsilon)(a-29\varepsilon) > 0$, o que é verdade, pois isso implica que $a > \varepsilon$, estando de acordo com as premissas assumidas para o modelo. Para os valores de $0 < f \leq 1$, realmente ocrre de $\Pi_a > \Pi_u$. Então, deve ser verificado a relação entre Π_a e Π_f. Como $0 < \rho < 1$, a razão de Π_a se reduz assumindo valores menores do que Π_f, logo $\Pi_f > \Pi_a$.

Sendo $\Pi_f > \Pi_a$ e $\Pi_a > \Pi_u$, então $\Pi_f > \Pi_u$. Assim, segue a proposição:

Proposição 8.

$$\Pi_f > \Pi_a > \Pi_u$$

Indicando que o lucro agregado esperado da indústria é maior para o esquema de taxa inicial.

4.2 Esquemas de tarifas em duas partes

4.2.1 Preços

A tabela 5 trás os resultados de preços de equilíbrio perfeito dos subjogos para os esquemas de licenciamento em tarifa de duas partes.

Tabela 5 – Preços tarifa em duas partes

Combinação de Esquemas	Preço
Taxa Inicial e *Royalty* por unidade	$p^*_{fu} = \dfrac{a+2\varepsilon+r^*}{3}$
Taxa Inicial e *Royalty Ad Valorem*	$p^*_{fa} = \dfrac{(a+2\varepsilon)(1-f)}{(f-1)(f-3)}$

Fonte: Elaboração Própria

O valor ótimo taxa cobrada por unidade vendida é de $r^* = \frac{a-\varepsilon}{2}$, então o preço pode ser reescrito para $p^*_{fu} = \dfrac{a+\varepsilon}{2}$. Para verificar como os preços de p^*_{fa} se comportam com as variações em f, observe que:

$$\frac{\partial p^*_{fa}}{\partial f} = \frac{a(f-1)+\varepsilon(3f-5)}{(f-1)(f-3)^2}$$

ou seja, os preços na combinação da taxa inicial e *royalty ad valorem* são decrescentes em f. Assim como foi feito anteriormente, considere que $f^* = 0$ para que a comparação se inicie. Então $p^*_{fa} = \dfrac{a+2\varepsilon}{3}$. Observe que se $p^*_{fu} > p^*_{fa}$, estabelece-se a desigualdade de que $a > \varepsilon$, respeitando-se as premissas do modelo e consequentemente evidenciando que, de fato, $p^*_{fu} > p^*_{fa}$. Para os casos em que $f \in (0,1]$, essa situação também se aplica, pois o preço diminui com o aumento de f, ou seja, com $f \to \infty$, $p \to 0$. Portanto:

Proposição 9.

$$p^*_{fu} > p^*_{fa}$$

Os preços da combinação de taxa inicial e *royalty* por unidade apresentam maior valor e proporcionam maiores receitas ao inovador que licencia sua nova tecnologia.

De modo a analisar as quantidades, as quantidades agregadas dos dois esquemas são:

$$\begin{aligned} Q_{fu} &= q^*_1 + q^*_2 \\ &= \frac{a-\varepsilon}{2} \\ Q_{fa} &= q^*_1 + q^*_2 \\ &= \frac{a(f-2)+2\varepsilon}{f-3} \end{aligned}$$

Observe que o valor de r^* não impacta as quantidades no esquema taxa inicial e *royalty* por unidade, sendo que as quantidades são mais afetadas por mudanças nas taxas de *royalty ad valorem*, de maneira negativa, pois $\frac{\partial Q_{fa}}{\partial f} = \frac{-a-2\varepsilon}{(f-3)^2}$. Dessa forma, quanto mais alto o valor da taxa *ad valorem*, menor a quantidade, o que impacta negativamente o lucro esperado no inovador e licenciado, sendo que os preços mais altos na taxa por unidade favorece o lucro.

4.2.2 Lucro esperado do inovador

Sejam os valores da tabela 6 os equilíbrios perfeitos de subjogos para o lucro esperado do inovador em esquema de tarifas em duas partes.

Tabela 6 – Lucro esperado inovador tarifa em duas partes

Combinação de Esquemas	Lucro esperado
Taxa Inicial e *Royalty* por unidade	$E(\pi_1)^*_{fu} = \frac{\rho}{36}(9(a-\varepsilon)^2 + 4\rho^\eta(a-c)^2 + \rho^\eta(8a\varepsilon$ $-16c\varepsilon + 4\varepsilon^2))$
Taxa Inicial e *Royalty ad valorem*	$E(\pi_1)^*_{fa} = \frac{\rho}{9(f-1)^2(f-3)^2}(f^4(a^2 - 4ac - 7a\varepsilon$ $+4c^2 - 4c\varepsilon + \varepsilon^2) + f^3(-8a^2 + 32ac - 16a - 32c^2$ $+32c\varepsilon - 17\varepsilon^2 - 9\rho^\eta a^2 - 18\rho^\eta a\varepsilon - 9\rho^\eta\varepsilon^2 + 63a\varepsilon)$ $+f^2(31a^2 - 88ac - 73a\varepsilon + 88c^2 - 88c\varepsilon + 85\varepsilon^2$ $+27\rho^\eta a^2 + 18\rho^\eta a\varepsilon - 9\rho^\eta\varepsilon^2) + f(-42a^2 + 96ac$ $+33a\varepsilon - 96c^2 + 96c\varepsilon - 87\varepsilon^2 - 27\rho^\eta a^2 + 18\rho^\eta a\varepsilon$ $+9\rho^\eta\varepsilon^2) + 18a^2 - 36ac + 36c^2 - 36c\varepsilon + 18\varepsilon^2 + 9\rho^\eta a^2$ $-18\rho^\eta a\varepsilon + 9\rho^\eta\varepsilon^2)$

Fonte: Elaboração Própria

De modo a verificar qual dos valores é maior, considere a diferença feita abaixo:

$$
\begin{aligned}
&E(\pi_1)^*_{fu} - E(\pi_1)^*_{fa} = \\
&\frac{\rho}{36}(9(a-\varepsilon)^2 + 4\rho^\eta(a-c)^2 + \rho^\eta(8a\varepsilon - 16c\varepsilon + 4\varepsilon^2)) - \frac{\rho}{9(f-1)^2(f-3)^2}(f^4(a^2 - 4ac \\
&-7a\varepsilon + 4c^2 - 4c\varepsilon + \varepsilon^2) + f^3(-8a^2 + 32ac - 16a - 32c^2 + 32c\varepsilon - 17\varepsilon^2 - 9\rho^\eta a^2 \\
&-18\rho^\eta a\varepsilon - 9\rho^\eta\varepsilon^2 + 63a\varepsilon) + f^2(31a^2 - 88ac - 73a\varepsilon + 88c^2 - 88c\varepsilon + 85\varepsilon^2 + 27\rho^\eta a^2 \\
&+18\rho^\eta a\varepsilon - 9\rho^\eta\varepsilon^2) + f(-42a^2 + 96ac + 33a\varepsilon - 96c^2 + 96c\varepsilon - 87\varepsilon^2 - 27\rho^\eta a^2 + 18\rho^\eta a\varepsilon \\
&+9\rho^\eta\varepsilon^2) + 18a^2 - 36ac + 36c^2 - 36c\varepsilon + 18\varepsilon^2 + 9\rho^\eta a^2 - 18\rho^\eta a\varepsilon + 9\rho^\eta\varepsilon^2) = \\
&\left(\frac{\rho}{36(f-1)^2(f-3)^2}\right)(f^4(4a^2\rho^\eta + 5a^2 - 8ac\rho^\eta + 8a\varepsilon\rho^\eta + 10a\varepsilon + 4c^2\rho^\eta - 16c\varepsilon\rho^\eta \\
&+4\varepsilon^2\rho^\eta + 5\varepsilon^2 + 16ac - 16c^2 + 16c\varepsilon) + f^3(4a^2\rho^\eta - 40a^2 + 64ac\rho^\eta + 8\rho^\eta a\varepsilon - 108a\varepsilon \\
&-32c^2\rho^\eta + 128c\varepsilon\rho^\eta + 4\rho^\eta\varepsilon^2 - 4\varepsilon^2 - 128ac + 64a + 128c^2 - 128c\varepsilon) + f^2(-20\rho^\eta a^2 \\
&+74a^2 - 176ac\rho^\eta + 104\rho^\eta a\varepsilon - 104a\varepsilon + 88c^2\rho^\eta - 352c\varepsilon\rho^\eta + 124\rho^\eta\varepsilon^2 - 142\varepsilon^2 + 352ac \\
&+352c\varepsilon) + f(12\rho^\eta a^2 - 48a^2 + 192ac\rho^\eta - 264a\varepsilon\rho^\eta + 300a\varepsilon - 96c^2\rho^\eta + 384c\varepsilon\rho^\eta \\
&-132\rho^\eta\varepsilon^2 + 168\varepsilon^2 - 352c^2 - 384ac + 384c^2 - 384c\varepsilon) + 10a^2\rho^\eta + 9a^2 - 72ac\rho^\eta \\
&+144\rho^\eta a\varepsilon - 162a\varepsilon + 36c^2\rho^\eta - 144c\varepsilon\rho^\eta + 9\varepsilon^2 + 144ac - 144c^2 + 144c\varepsilon)
\end{aligned}
$$

A diferença acima é negativa, o que evidência o fato de que $E(\pi_1)^*_{fu} < E(\pi_1)^*_{fa}$. Nos termos de η é notável que para $E(\pi_1)^*_{fu} > E(\pi_1)^*_{fa}$, então:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\rho}{36}(9(a-\varepsilon)^2 + 4\rho^\eta(a-c)^2 + \rho^\eta(8a\varepsilon - 16c\varepsilon + 4\varepsilon^2)) > \frac{\rho}{9(f-1)^2(f-3)^2}(f^4(a^2 - 4ac \\
&-7a\varepsilon + 4c^2 - 4c\varepsilon + \varepsilon^2) + f^3(-8a^2 + 32ac - 16a - 32c^2 + 32c\varepsilon - 17\varepsilon^2 - 9\rho^\eta a^2 \\
&-18\rho^\eta a\varepsilon - 9\rho^\eta\varepsilon^2 + 63a\varepsilon) + f^2(31a^2 - 88ac - 73a\varepsilon + 88c^2 - 88c\varepsilon + 85\varepsilon^2 + 27\rho^\eta a^2 \\
&+18\rho^\eta a\varepsilon - 9\rho^\eta\varepsilon^2) + f(-42a^2 + 96ac + 33a\varepsilon - 96c^2 + 96c\varepsilon - 87\varepsilon^2 - 27\rho^\eta a^2 + 18\rho^\eta a\varepsilon \\
&+9\rho^\eta\varepsilon^2) + 18a^2 - 36ac + 36c^2 - 36c\varepsilon + 18\varepsilon^2 + 9\rho^\eta a^2 - 18\rho^\eta a\varepsilon + 9\rho^\eta\varepsilon^2) \rightarrow \\
&ln\left\{\rho^{\eta+1}\left[\frac{4(a-c)^2 + 8a\varepsilon - 16c\varepsilon + 4\varepsilon^2)}{36} - \frac{1}{9(f-1)^2(f-3)^2}(-9a^2f^3 - 18a\varepsilon f^3\right.\right. \\
&\left.\left.-9\varepsilon^2 f^3 + 27a^2f^2 + 18a\varepsilon f^2 - 9\varepsilon^2 f^2 - 27a^2 f + 18a\varepsilon f + 9\varepsilon^2 f + 9a^2 - 18a\varepsilon + 9\varepsilon^2)\right]\right\} > \\
&ln\left\{\frac{\rho}{9(f-1)^2(f-3)^2}(f^4(a^2 - 4ac - 7a\varepsilon + 4c^2 - 4c\varepsilon + \varepsilon^2) + f^3(-8a^2 + 32ac - 16a\right. \\
&-32c^2 + 32c\varepsilon - 17\varepsilon^2 + 63a\varepsilon) + f^2(31a^2 - 88ac - 73a\varepsilon + 88c^2 - 88c\varepsilon + 85\varepsilon^2) \\
&+f(-42a^2 + 96ac + 33a\varepsilon - 96c^2 + 96c\varepsilon - 87\varepsilon^2) + 18a^2 - 36ac + 36c^2 - 36c\varepsilon + 18\varepsilon^2) \\
&\left.-\frac{\rho 9(a-\varepsilon)^2}{36}\right\} \rightarrow
\end{aligned}
$$

Para simplificar a equação acima, seja

$$\begin{aligned}
\gamma &= \frac{\rho}{9(f-1)^2(f-3)^2}(f^4(a^2-4ac-7a\varepsilon+4c^2-4c\varepsilon+\varepsilon^2)+f^3(-8a^2+32ac-16a \\
&-32c^2+32c\varepsilon-17\varepsilon^2+63a\varepsilon)+f^2(31a^2-88ac-73a\varepsilon+88c^2-88c\varepsilon+85\varepsilon^2) \\
&+f(-42a^2+96ac+33a\varepsilon-96c^2+96c\varepsilon-87\varepsilon^2)+18a^2-36ac+36c^2-36c\varepsilon+18\varepsilon^2) \\
&-\frac{\rho 9(a-\varepsilon)^2}{36} \\
\varphi &= \frac{4(a-c)^2+8a\varepsilon-16c\varepsilon+4\varepsilon^2)}{36}-\frac{1}{9(f-1)^2(f-3)^2}(-9a^2f^3-18a\varepsilon f^3-9\varepsilon^2f^3 \\
&+27a^2f^2+18a\varepsilon f^2-9\varepsilon^2f^2-27a^2f+18a\varepsilon f+9\varepsilon^2f+9a^2-18a\varepsilon+9\varepsilon^2)
\end{aligned}$$

Então

$$\begin{aligned}
ln(\rho^{\eta+1}\varphi) &> ln\gamma \\
\eta &> \frac{ln(\gamma/\varphi)}{ln\rho}-1 \equiv \eta_4
\end{aligned}$$

Isso implica que $E(\pi_1)^*_{fu} > E(\pi_1)^*_{fa}$ se $\eta > \eta_4$. Assim:

Proposição 10.

$$\begin{aligned}
&E(\pi_1)^*_{fa} > E(\pi_1)^*_{fu} \\
&E(\pi_1)^*_{fu} > E(\pi_1)^*_{fa} \quad se \quad \eta > \eta_4
\end{aligned}$$

4.2.3 Lucro esperado do licenciado

Sejam os valores da tabela 7 abaixo os equilíbrios perfeitos de subjogos para o lucro esperado do licenciado em esquema de tarifa em duas partes.

Assim como foi feito no lucro esperado do inovador, aqui também será considerada a diferença entre os dois valores esperados de modo a verificar qual apresenta melhores retornos

Tabela 7 – Lucro esperado licenciado tarifa em duas partes

Combinação de Esquemas	Lucro esperado
Taxa Inicial e *Royalty* por unidade	$E(\pi_2)^*_{fu} = \rho\left[\frac{-\rho^\eta(a-2c+\varepsilon)^2}{9}\right]$
Taxa inicial e *Royalty Ad Valorem*	$E(\pi_2)^*_{fa} = \frac{1}{9(f-1)^2(f-3)^2}(f^4(a-2c+\varepsilon)^2$ $+f^3(-a^2+32ac-16a-32c^2+32c\varepsilon-\varepsilon^2-9\rho a^2$ $-18a\varepsilon\rho-9\rho\varepsilon^2-18a\varepsilon)+f^2(5a^2-88ac-26a\varepsilon$ $+88c^2-88c\varepsilon-31\varepsilon^2+27\rho a^2+18a\varepsilon\rho-9\rho\varepsilon^2)$ $+f(-3a^2+96ac-66a\varepsilon-96c^2+96c\varepsilon+33\varepsilon^2-27\rho a^2$ $+18a\rho\varepsilon+9\rho\varepsilon^2)-36ac-36a\varepsilon+36c^2-36c\varepsilon+9\rho a^2$ $-18a\varepsilon\rho+9\rho\varepsilon^2)$

Fonte: Elaboração Própria

para o licenciado em esquema de tarifa em duas partes. Então:

$$
\begin{aligned}
&E(\pi_2)^*_{fa} - E(\pi_2)^*_{fu} = \\
&\frac{1}{9(f-1)^2(f-3)^2}(f^4(a-2c+\varepsilon)^2+f^3(-a^2+32ac-16a-32c^2+32c\varepsilon-\varepsilon^2-9\rho a^2 \\
&-18a\varepsilon\rho-9\rho\varepsilon^2-18a\varepsilon)+f^2(5a^2-88ac-26a\varepsilon+88c^2-88c\varepsilon-31\varepsilon^2+27\rho a^2+18a\varepsilon\rho \\
&-9\rho\varepsilon^2)+f(-3a^2+96ac-66a\varepsilon-96c^2+96c\varepsilon+33\varepsilon^2-27\rho a^2+18a\rho\varepsilon+9\rho\varepsilon^2)-36ac \\
&-36a\varepsilon+36c^2-36c\varepsilon+9\rho a^2-18a\varepsilon\rho+9\rho\varepsilon^2)-\rho\left[\frac{-\rho^\eta(a-2c+\varepsilon)^2}{9}\right] = \\
&\frac{1}{9(f-1)^2(f-3)^2}\big(a^2f^4-4acf^4+2a\varepsilon f^4+4c^2f^4-4c\varepsilon f^4+\varepsilon^2f^4-a^2f^3+32acf^3 \\
&-16af^3-32c^2f^3+32c\varepsilon f^3-\varepsilon^2f^3-9\rho a^2f^3-18a\varepsilon\rho f^3-9\rho\varepsilon^2f^3-18a\varepsilon f^3+5a^2f^2 \\
&-88acf^2-26a\varepsilon f^2+88c^2f^2-88c\varepsilon f^2-31\varepsilon^2f^2+27\rho a^2f^2+18a\varepsilon\rho f^2-9\rho\varepsilon^2f^2-3a^2f \\
&+96acf-66a\varepsilon f-96c^2f+96c\varepsilon f+33\varepsilon^2f-27\rho a^2f+18a\rho\varepsilon f+9\rho\varepsilon^2f-36ac-36a\varepsilon \\
&+36c^2-36c+9\rho a^2-18a\varepsilon\rho+9\rho\varepsilon^2+a^2f^4\rho^{\eta+1}-8a^2f^3\rho^{\eta+1}+22a^2f^2\rho^{\eta+1} \\
&-24a^2f\rho^{\eta+1}+9a^2\rho^{\eta+1}-4acf^4\rho^{\eta+1}+32acf^3\rho^{\eta+1}-88acf^2\rho^{\eta+1}+96acf\rho^{\eta+1} \\
&-36ac\rho^{\eta+1}+2af^4\varepsilon\rho^{\eta+1}-16af^3\varepsilon\rho^{\eta+1}+44af^2\varepsilon\rho^{\eta+1}-48af\varepsilon\rho^{\eta+1}+18a\varepsilon\rho^{\eta+1} \\
&+4c^2f^4\rho^{\eta+1}-32c^2f^3\rho^{\eta+1}+88c^2f^2\rho^{\eta+1}-96c^2f\rho^{\eta+1}+36c^2\rho^{\eta+1}-4cf^4\varepsilon\rho^{\eta+1} \\
&+32cf^3\varepsilon\rho^{\eta+1}-88cf^2\varepsilon\rho^{\eta+1}+96cf\varepsilon\rho^{\eta+1}-36c\varepsilon\rho^{\eta+1}+f^4\varepsilon^2\rho^{\eta+1}-8f^3\varepsilon^2\rho^{\eta+1} \\
&+22f^2\varepsilon^2\rho^{\eta+1}-24f\varepsilon^2\rho^{\eta+1}+9\varepsilon^2\rho^{\eta+1}\big) > 0
\end{aligned}
$$

Consequentemente, é confirmado que $E(\pi_2)^*_{fa} > E(\pi_2)^*_{fu}$, já que a diferença é maior do

que zero. Em termos de η, $E(\pi_2)^*_{fu} > E(\pi_2)^*_{fa}$ com a seguinte condição:

$$\rho\left[\frac{-\rho^{\eta}(a-2c+\varepsilon)^2}{9}\right] > \frac{1}{9(f-1)^2(f-3)^2}(f^4(a-2c+\varepsilon)^2+f^3(-a^2+32ac-16a$$
$$-32c^2+32c\varepsilon-\varepsilon^2-9\rho a^2-18a\varepsilon\rho-9\rho\varepsilon^2-18a\varepsilon)+f^2(5a^2-88ac-26a\varepsilon+88c^2-88c\varepsilon$$
$$-31\varepsilon^2+27\rho a^2+18a\varepsilon\rho-9\rho\varepsilon^2)+f(-3a^2+96ac-66a\varepsilon-96c^2+96c\varepsilon+33\varepsilon^2-27\rho a^2$$
$$+18a\rho\varepsilon+9\rho\varepsilon^2)-36ac-36a\varepsilon+36c^2-36c\varepsilon+9\rho a^2-18a\varepsilon\rho+9\rho\varepsilon^2)$$
$$\eta < \frac{ln\left(\xi/\left[\frac{(a-2c+\varepsilon)^2}{9}\right]\right)}{ln\rho}-1 \equiv \eta_5$$

em que

$$\begin{aligned}\xi \;=\; & \frac{1}{9(f-1)^2(f-3)^2}(f^4(a-2c+\varepsilon)^2+f^3(-a^2+32ac-16a-32c^2+32c\varepsilon-\varepsilon^2-9\rho a^2\\ & -18a\varepsilon\rho-9\rho\varepsilon^2-18a\varepsilon)+f^2(5a^2-88ac-26a\varepsilon+88c^2-88c\varepsilon-31\varepsilon^2+27\rho a^2\\ & +18a\varepsilon\rho-9\rho\varepsilon^2)+f(-3a^2+96ac-66a\varepsilon-96c^2+96c\varepsilon+33\varepsilon^2-27\rho a^2+18a\rho\varepsilon\\ & +9\rho\varepsilon^2)-36ac-36a\varepsilon+36c^2-36c\varepsilon+9\rho a^2-18a\varepsilon\rho+9\rho\varepsilon^2)\end{aligned}$$

Assim,

Proposição 11.

$$E(\pi_2)^*_{fa} > E(\pi_2)^*_{fu}$$
$$E(\pi_2)^*_{fu} > E(\pi_2)^*_{fa} \quad se \quad \eta < \eta_5$$

Quanto mais avesso ao risco os licenciados são, mais priorizam o uso da combinação de taxa inicial e *royalty ad valorem*, já que os proporcionam melhores resultados.

4.2.4 Excedente do consumidor

Os valores representados na tabela 8 abaixo são os resultados de equilíbrio perfeito para subjogo do excedente do consumidor em esquemas de tarifas em duas partes.

O valor de EC^*_{fu} pode ser reescrito com o valor de $r = \frac{a-\varepsilon}{2}$ para $EC^*_{fu} = \frac{8a(a-3\varepsilon)+(a+3\varepsilon)^2}{72}$. Observe que:

$$EC^*_{fa} - EC^*_{fu} =$$
$$\frac{1}{2(f-1)^2(f-3)^2}(2a^2f^4+f^3(-14a^2+4a\varepsilon)+f^2(33a^2-24a\varepsilon-4\varepsilon^2)+f(-32a^2+36a\varepsilon$$
$$+8\varepsilon^2)+11a^2-16a\varepsilon-4\varepsilon^2)-\frac{8a(a-3\varepsilon)+(a+3\varepsilon)^2}{72}=$$
$$\frac{1}{72(f-1)^2(f-3)^2}(63a^2f^4-432a^2f^3+990a^2f^2-936a^2f-468a\varepsilon f^2-342\varepsilon^2f^2$$
$$+864a\varepsilon f+504\varepsilon^2f+315a^2-414a\varepsilon-225\varepsilon^2+18af^4\varepsilon-9f^4\varepsilon^2+72f^3\varepsilon^2)>0$$

Tabela 8 – Excedente do Consumidor esquema de tarifa em duas partes

Combinação de Esquemas	Excedente do consumidor
Taxa Inicial e *Royalty* por unidade	$EC^*_{fu} = \dfrac{4a(a-2\varepsilon-r)+(r+2\varepsilon)^2}{18}$
Taxa Inicial e *Royalty Ad Valorem*	$EC^*_{fa} = \dfrac{1}{2(f-1)^2(f-3)^2}(2a^2f^4+f^3(-14a^2+4a\varepsilon)$ $+f^2(33a^2-24a\varepsilon-4\varepsilon^2)+f(-32a^2+36a\varepsilon+8\varepsilon^2)$ $+11a^2-16a\varepsilon-4\varepsilon^2)$

Fonte: Elaboração Própria

Como a diferença acima é maior do que zero, implica que $EC^*_{fa} > EC^*_{fu}$ e a aversão ou neutralidade ao risco não tem impacto sobre o excedente do consumidor. De maneira mais formalizada, segue a proposição:

Proposição 12.

$$EC^*_{fa} > EC^*_{fu}$$

Assim como foi feito anteriormente, será analisado o lucro total esperado da indústria nos dois esquemas de tarifa em duas partes. Para a combinação de taxa inicial e *royalty* por unidade:

$$\begin{aligned}
\Pi_{fu} &= E(\pi_1)^*_{fu} + E(\pi_2)^*_{fu} \\
&= \rho\left(\frac{9(a-\varepsilon)^2+4\rho^\eta(a-c)^2+\rho^\eta(8a\varepsilon-16c\varepsilon+4\varepsilon^2)}{36}\right)+\rho\left[\frac{-\rho^\eta(a-2c+\varepsilon)^2}{9}\right] \\
&= \rho\left(\frac{9(a-\varepsilon)^2+\rho^\eta(8ac-12c^2)}{36}\right)
\end{aligned}$$

Para o caso de combinação de taxa inicial e *royalty ad valorem*:

$$\begin{aligned}
\Pi_{fa} &= E(\pi_1)^*_{fa} + E(\pi_2)^*_{fa} \\
&= \frac{1}{9(f-1)^2(f-3)^2}[f^4(\rho(^2-4ac-7a\varepsilon+4c^2-4c\varepsilon+\varepsilon^2)+(a-2c+\varepsilon)^2)+f^3(-a^2 \\
&\quad +32ac-16a-32c^2+32c\varepsilon-\varepsilon^2+\rho(32ac-32c^2+32c\varepsilon-9\rho^\eta a^2-18\rho^\eta a\varepsilon-9\rho^\eta\varepsilon^2 \\
&\quad -17a^2+45a\varepsilon-26\varepsilon))+f^2(5a^2-88ac-26a\varepsilon+88c^2-88c\varepsilon-31\varepsilon^2+\rho(-88ac \\
&\quad +88c^2-88c\varepsilon+27\rho^\eta a^2+18\rho^\eta a\varepsilon-9\rho^\eta\varepsilon^2+58a^2-55a\varepsilon+76\varepsilon^2)) \\
&\quad +f(-3a^2+96ac-66a\varepsilon-96c^2+96c\varepsilon+33\varepsilon^2+\rho(96ac-96c^2+96c\varepsilon-27\rho^\eta a^2 \\
&\quad +18\rho^\eta a\varepsilon+9\rho^\eta\varepsilon^2-69a^2+51a\varepsilon-78\varepsilon^2))-36ac-36a\varepsilon+36c^2-36c\varepsilon+\rho(-36ac \\
&\quad +36c^2-36c\varepsilon+9\rho^\eta a^2-18\rho^\eta a\varepsilon+9\rho^\eta\varepsilon^2+27a^2-18a\varepsilon+27\varepsilon^2)]
\end{aligned}$$

Observando os dois resultados encontrados acima, é visto que $\Pi_{fa} > \Pi_{fu}$.

Diante da análise dos resultados encontrados nas subsções acima, é possível concluir que os resultados encontrados são satisfatórios, pois convergiram dos valores encontrados no artigo base e mostraram que os esquemas que envolvem os *royalties ad valorem* retornam melhores resultados mesmo quando levando em conta a aversão ao risco dos envolvidos.

Conclusão

O presente trabalho buscou analisar os resultados encontrados em um duopólio de Cournot no tocante ao licenciamento de inovações drásticas com a presença de risco. O mesmo foi inspirado no trabalho de Ma e Tauman (2019) ao modificar o modelo anteriormente feito pelos autores ao considerar um duopólio de Cournot com a presença da inovação de custo, no qual o inovador faz parte do mercado e compete em quantidades com o possível utilizador da nova tecnologia de produção, assim como é considerado o tipo de inovação drástica, em que aquele que não utiliza a inovação acaba se retirando do mercado. Para o modelo criado também foram feitas alterações nas funções de demanda envolvidas.

O desenvolvimento do trabalho foi dado pela introdução, a qual foi seguida da revisão literária, em que foram apresentados trabalhos nas áreas de patentes e licenciamentos com *royalties*. Logo, foi desenvolvido um capítulo para dar uma visão mais geral e introduzir de melhor forma o leitor ao assunto das patentes, o que são, e sobre o licenciamento.

Em seguida foi apresentado o modelo, como o trabalho seria estruturado e o desenvolvimento dos cálculos referentes a cada um dos subjogos.

Foram desenvolvidos cinco subjogos para os diferentes tipos de licenciamento e seus resultados. Os esquemas de licenciamento foram: por *royalty* por unidade, por *royalty ad valorem*, taxa inicial, combinação de taxa inicial e *royalty* por unidade e combinação de taxa inicial e *royalty ad valorem*.

Primeiro foram analisados os resultados dos esquemas puros. Os resultados para os preços foram diferentes dos encontrados no artigo de inspiração, pois os preços no esquema de *royalty ad valorem* foram os mais altos, seguidos do *royalty* por unidade e o de menor preço sendo o da taxa inicial. Enquanto que no artigo base o maior preço foi o do *royalty* por unidade e o menor o da taxa inicial, como também foi encontrado aqui.

Os resultados para o lucro do inovador foram mais parecidos, mas é claro que estando condicionados aos valores dos η_i, os quais representam a aversão ao risco do licenciado e foram encontrados diferentes valores para a variável em cada análise. As desigualdades encontradas, de um lucro ser maior que o outro ou não, são condicionadas à aversão ao risco dos envolvidos. O lucro esperado no esquema de *royalty ad valorem* aparece como o maior em duas das situações, $\eta_1 > \eta$ e $\eta_1 < \eta < \eta_2$, assim como no artigo base, o lucro esperado para o mesmo esquema possui em duas situações o esquema de *royalty ad valorem* com maiores resultados.

Para o lucro esperado do licenciado neste trabalho, foi encontrado o maior valor no esquema de taxa inicial pura, seguido do esquema de *royalty por unidade* e do esquema de *royalty* por unidade, dada a condição dos valores encontrados para η, em que $\eta_3 > \eta$. Diferentemente

do encontrado no trabalho de Ma e Tauman (2019), pois os autores encontraram três condições diferentes para os valores dos lucros esperados em que a taxa inicial aparece como a maior em uma das condições, seguida do esquema de *royalty* por unidade e depois pelo esquema de *royalty ad valorem*.

Em seguida foi feito o cálculo para o excedente do consumidor. No presente trabalho foi encontrado que o excedente do consumidor é maior para o caso do *royalty ad valorem*, seguido *royalty* por unidade e o de menor valor o excedente no caso da taxa inicial. Os resultados foram bem diferentes dos encontrados pelos autores iniciais, pois encontraram que o excedente é maior no caso do da tarifa inicial, seguida do *royalty ad valorem* e o menor excedente atribuído ao *royalty* por unidade.

Na subseção seguinte foi feita a análise dos esquemas de tarifas em duas partes. Começando também pelo preço, a combinação de taxa inicial e *royalty* por unidade proporcionou maiores preços do que no esquema de tarifas em duas partes da taxa inicial e *royalty ad valorem*. Ma e Tauman (2019) não fizeram a comparação dos preços encontrados.

Para analisar o lucro esperado do licenciador, foi encontrado que o lucro encontrado no esquema de taxa inicial e *royalty ad valorem* é maior do que no esquema de taxa inixial e *royalty* por unidade, mas sob a condição de $\eta < \eta_4$, a combinação de taxa inicial e *royalty* por unidade são maiores. Sem a condição citada, os resultados se igualam ao dos autores base.

No lucro esperado do licenciado a melhor situação também é a do caso da combinação de taxa inicial e *royalty ad valorem*, e o caso contrário ocorre para a condição de $\eta < \eta_5$. Essa comparação não ocorre no artigo de (MA; TAUMAN, 2019).

Já para o caso do excedente do consumidor, o esquema de combinação de taxa inicial e *royalty ad valorem* também é melhor para os consumidores. Diante disso é possível ver que o licenciamento com base no *royalty ad valorem* é melhor para o licenciante, licenciado e consumidores, apresentando também menores preços para os adquirentes dos produtos. Isso se deve ao fato do licenciamento por *royalty ad valorem* incidir sobre uma porcentagem da receita vendida, não sendo condicionada necessariamente a venda de cada unidade de produto, sendo menos impactante para as partes envolvidas nesse jogo.

Os esquemas de licenciamento estão presentes nos processos de inovação e contribuem para a perpetuação das inovações e por meio deste trabalho foi possível analisar qual esquema de licenciamento pode ser melhor para os envolvidos em licenciamentos.

O presente trabalho trata de um duopólio, mas trabalhos futuros podem abarcar ideias que envolvam inúmeros jogadores e outra abordagem muito interessante é a análise com a modelagem baseada em agentes, pois o comportamento dos agentes poderá ser melhor simulado e resultados mais concretos obtidos.

Referências

BESSEN, J.; MASKIN, E. Sequential innovation, patents, and imitation. *The RAND Journal of Economics*, Wiley Online Library, v. 40, n. 4, p. 611–635, 2009.

BOUSQUET, A. Risk sharing in licensing alain bousquet, helmuth cremer", marc ivaldi, michel wolkowicz. *INTERNATIONAL JOURNAL OF INDUSTRIAL ORGANIZATION*, p. 535, 1997.

CARVALHO, E. L. F. A política antitruste no brasil e o combate a cartéis à luz do novo cade. *Revista Thesis Juris*, v. 2, n. 2, p. 473–500, 2013.

COOPER, J. R. A multidimensional approach to the adoption of innovation. *Management decision*, MCB UP Ltd, 1998.

ECONÔMICA, A. de D. A proteção da propriedade intelectual e a defesa da concorrência nas decisões do cade. *Revista do IBRAC*, v. 16, n. 1, p. 121–147, 2009.

FOSTER, J. Productivity, creative destruction and innovation policy: Some implications from the australian experience. *Innovation*, Taylor & Francis, v. 12, n. 3, p. 355–368, 2010.

GREEN, J. R.; SCOTCHMER, S. On the division of profit in sequential innovation. *The RAND Journal of Economics*, JSTOR, p. 20–33, 1995.

HOPENHAYN, H. A.; MITCHELL, M. F. Innovation variety and patent breadth. *RAND Journal of Economics*, JSTOR, p. 152–166, 2001.

KREMER, M. Patent buyouts: A mechanism for encouraging innovation. *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, v. 113, n. 4, p. 1137–1167, 1998.

LERNER, J. Where does state street lead? a first look at finance patents, 1971 to 2000. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 57, n. 2, p. 901–930, 2002.

LLOBET, G.; PADILLA, J. The optimal scope of the royalty base in patent licensing. *The Journal of Law and Economics*, University of Chicago Press Chicago, IL, v. 59, n. 1, p. 45–73, 2016.

MA, S.; TAUMAN, Y. Licensing of a new product innovation with risk averse agents. 2019.

SCHUMPETER, J. Capitalism, socialism and democracy. *ADMINISTRATION & SOCIETY*, v. 7, n. 1, 1943.

SCOTCHMER, S. *Innovation and incentives*. Cambridge, Massachusetts: MIT press, 2004.

SHY, O. *Industrial organization: theory and applications*. Cambridge, Massachusetts: MIT press, 1995.

TIROLE, J. *The theory of industrial organization*. Cambridge, Massachusetts: MIT press, 1988.