

Etnomodelagem

A Abordagem Dialógica na Investigação de Saberes e Técnicas Êmicas e Éticas

Milton Rosa¹

Daniel Clark Orey²

Resumo

A aplicação da etnomatemática em conjunto com as ferramentas da modelagem fornece por meio da etnomodelagem uma visão holística do conhecimento matemático desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos. A etnomodelagem procura conectar os aspectos culturais da Matemática com os seus aspectos acadêmicos. Nesse contexto, o principal objetivo deste artigo é alertar os pesquisadores e investigadores para a necessidade do desenvolvimento de pesquisas e investigações em etnomodelagem com a utilização das abordagens êmica, ética e dialógica. Essas abordagens permitem que esses profissionais adquiram uma compreensão ampla do conhecimento matemático desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos. Concluímos que no processo da etnomodelagem a promoção do diálogo entre os conhecimentos locais e acadêmicos é importante para aproximá-los por meio da elaboração de atividades contextualizadas.

Palavras-chave: Etnomodelagem. Abordagem êmica. Abordagem ética. Abordagem dialógica.

ETHNOMODELING: THE DIALOGICAL APPROACH IN THE INVESTIGATION OF EMIC AND ETIC KNOWLEDGE AND TECHNIQUES

Abstract

The application of ethnomathematics in conjunction with the tools of modeling through ethnomodeling provides a holistic view of mathematical knowledge. Ethnomodeling seeks to connect the cultural aspects of mathematics with its academic aspects. In this context, the main objective of this theoretical article is to alert researchers and investigators to the necessity of developing research and investigations in ethnomodeling with the use of emic,

¹ Professor Adjunto III do Centro de Educação Aberta e a Distância (CEAD) da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP). milrosa@hotmail.com

² Professor e Orientador do Mestrado Profissional em Educação Matemática. Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP). oreydc@gmail.com

etic, and dialogical approaches. These approaches allow these professionals to acquire a broad comprehension of the mathematical knowledge developed by the members of distinct cultural groups. We conclude that in the ethnomodeling process, the promotion of dialogue between local and academic knowledge is important to approach them through the development of contextualized activities.

Keywords: Ethnomodeling. Emic Approach. Etic Approach. Dialogical Approach

Durante a pesquisa e a investigação do conhecimento matemático local desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos, os pesquisadores, investigadores e educadores podem se deparar com um conjunto de características relacionadas com as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas que são distintas daquelas frequentemente estudadas na Academia. Esse conjunto de características pode ser traduzido academicamente por meio de um processo denominado etnomodelagem (Rosa; Orey, 2010).

Então, com a tradução de práticas matemáticas locais, os membros de grupos culturais distintos podem incorporar a transculturalidade, pois quando os espaços social e físico facilitam a expansão do conhecimento desenvolvido pelos seus membros, os regionalismos e o determinismo da herança sociocultural são rompidos, pois ultrapassam as fronteiras culturais. Nesse sentido, a transculturalidade pode assegurar a tradução do conhecimento adquirido pelos membros de grupos culturais distintos para integrantes de outros grupos culturais por meio da interação dialógica, impedindo a homogeneização do conhecimento adquirido pelos membros desses grupos (Nicolescu, 1999).

A compreensão dos pesquisadores, investigadores e educadores (éticos), porém, sobre os atributos culturais, pode ser considerada uma interpretação que somente enfatiza as características não essenciais do conhecimento matemático produzido pelos membros de grupos culturais distintos (êmicos), colocando em risco o entendimento e a interpretação das ideias, procedimentos e práticas matemáticas que são localmente desenvolvidas e difundidas através das gerações. O desafio que emerge a partir dessa abordagem, contudo, está relacionado com a necessidade de extrair as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas, que estão culturalmente enraizadas, sem permitir que a cultura dos pesquisadores, investigadores e educadores interfira com a cultura dos membros de um determinado grupo cultural (Rosa; Orey, 2012).

Essa perspectiva visa a reduzir as possibilidades de interferência do *background* cultural desses profissionais na cultural local, pois pode encobrir os resultados obtidos na evolução dos atributos socioculturais desenvolvidos pelos membros do grupo cultural sob estudo. Nesse direcionamento, os membros per-

tencentes a grupos culturais distintos compartilham a própria interpretação de sua cultura (abordagem **êmica**) contrapondo com a interpretação providenciada pelos pesquisadores, investigadores e educadores (abordagem ética) que podem ser alheias a essas manifestações culturais.

A abordagem ética está relacionada com o ponto de vista dos pesquisadores, investigadores e educadores em relação às crenças, aos costumes e aos conhecimentos matemáticos desenvolvidos pelos membros de um determinado grupo cultural. Esses observadores externos (éticos, *outsiders*) possuem um ponto de vista culturalmente universal (Sue; Sue, 2003) ou global. Por outro lado, a abordagem êmica está relacionada com o ponto de vista dos membros de grupos culturais distintos em relação aos seus próprios costumes e crenças e também ao desenvolvimento de seu conhecimento matemático. Os membros desses grupos (locais, *insiders*) possuem um ponto de vista considerado culturalmente específico (Sue; Sue, 2003) ou local.

Os termos êmico e ético são utilizados como uma analogia entre os observadores de dentro (*insiders*, êmicos, locais) e os observadores de fora (*outsiders*, éticos, globais). A abordagem ética refere-se à interpretação das características do conhecimento matemático de uma determinada cultura a partir das categorias daqueles que a observam como os pesquisadores, os investigadores e os educadores. Por outro lado, a abordagem êmica procura compreender as características matemáticas dessa cultura com base nos referenciais e categorias desenvolvidas pelos seus membros.

A abordagem ética pode ser equiparada com a explicação objetiva de um fenômeno sociocultural a partir do ponto de vista externo, enquanto que a abordagem êmica é identificada com a compreensão da experiência subjetiva adquirida pelos membros de um determinado grupo cultural (Harris, 1980). Nessa perspectiva, a abordagem ética pode ser considerada a visão externa dos observadores, que estão *olhando de fora*, em uma postura transcultural, comparativa e descritiva, enquanto a abordagem êmica pode ser definida como a visão interna dos observados, que estão *olhando de dentro*, em uma postura cultural

própria, particular e prescritiva. Em outras palavras, a abordagem ética significa *a visão do eu em direção ao outro*, enquanto a abordagem êmica significa *a visão do eu em direção ao nosso*.

As Pesquisas e Investigações em Etnomodelagem

As pesquisas e investigações em etnomodelagem estão relacionadas com o entendimento das práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos. Esses trabalhos científicos têm como objetivo organizar e apresentar essas práticas matemáticas, pois visam a facilitar a sua comunicação, transmissão e difusão através das gerações (abordagem êmica). A ideia representacional do conhecimento matemático local por meio de métodos científicos (abordagem ética) pode auxiliar os pesquisadores, investigadores e educadores na construção e compreensão do mundo utilizando pequenas unidades de informação denominadas *etnomodelos*, que compõem a representação dos sistemas retirados do cotidiano.

Os etnomodelos auxiliam a vincular o desenvolvimento das práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos com o seu patrimônio cultural. Nesse contexto, existe a necessidade de

[...] conhecer, entender e explicar um modelo [ético] ou mesmo como determinadas pessoas ou grupos sociais utilizaram ou utilizam-no [êmico], pode ser significativo, principalmente, porque nos oferece uma oportunidade de “penetrar no pensamento” de uma cultura e obter uma melhor compreensão de seus valores, sua base material e social, dentre outras vantagens (Biembengut, 2000, p. 137).

Esses membros detêm a informação necessária para resolver as situações-problema descritas nesses sistemas (Rosa; Orey, 2012), pois na “maioria dos objetos, técnicas, tecnologias de quase todas as culturas sociais desde as mais primitivas, a matemática se faz presente, em maior ou menor grau de complexidade, [de uma maneira] implícita ou explícita” (Biembengut, 2000, p. 137).

A ênfase da pesquisa em etnomodelagem considera os processos que auxiliam na construção e no desenvolvimento de sistemas de conhecimento matemático local, bem como a coletividade, criatividade e inventividade (Rosa; Orey, 2010). De acordo com essa abordagem, é impossível aprisionar as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas em registros de designação unívoca da realidade, pois existem sistemas distintos que fornecem explicações universais e uma representação única da realidade (Craig, 1998). Nessa abordagem, a Matemática não pode ser concebida como uma linguagem universal, porque os seus princípios, conceitos, técnicas e fundamentações são distintos. Assim, o processo de produção de ideias, procedimentos e práticas matemáticas opera com o registro das singularidades interpretativas com relação às possibilidades de construção simbólica do conhecimento matemático local (Rosa; Orey, 2007).

Como a etnomodelagem estuda os processos matemáticos desenvolvidos localmente pelos membros de grupos culturais distintos, muitos etnomodelos são formulados a partir de dados obtidos com os estudos relacionados com a etnomatemática (Bassanezi, 2002; Babbitt; Liles; Eglash, 2012; Rosa; Orey, 2013). Assim, essa abordagem propõe a redescoberta de sistemas de conhecimento êmico desenvolvidos pelos membros de grupos culturais distintos que podem ser traduzidos e analisados por meio da utilização do conhecimento ético.

No processo da etnomodelagem, os construtos êmicos são as narrativas, as descrições e as análises das ideias, procedimentos e práticas matemáticas que são expressas em termos dos esquemas e categorias conceituais que são consideradas apropriadas e significativas pelos membros do grupo cultural (Rosa; Orey, 2012). Dessa maneira, esses construtos estão de acordo com as percepções, as compreensões e os entendimentos considerados adequados pelos membros de um determinado grupo cultural (*insiders*, locais). Então, o conhecimento êmico é validado consensualmente pelos membros desses grupos (*insider*, local, êmico), que devem concordar que as construções êmicas analisadas correspondem às percepções compartilhadas que retratam as características próprias de sua cultura

(Lett, 1990). O conhecimento matemático êmico pode ser obtido por meio da observação, pois os observadores externos podem inferir percepções locais com relação a esse conhecimento.

Por outro lado, no processo da etnomodelagem, as “construções éticas são as narrativas, as descrições e as análises das ideias, procedimentos e práticas matemáticas expressas em termos dos esquemas e das categorias conceituais que são consideradas apropriadas e significativas pela comunidade de observadores científicos” (Lett, 1990, p. 130). A abordagem ética utiliza como ponto de partida os conceitos, as teorias e as hipóteses que foram desenvolvidas externamente ao grupo cultural. Essas perspectivas teóricas e conceituais que foram desenvolvidas pelos pesquisadores, investigadores e educadores devem ser precisas, lógicas, compreensivas, comparáveis, replicáveis, abrangentes e independentes dos observadores (Rosa; Orey, 2010).

Enquanto alguns pesquisadores, investigadores e educadores privilegiam uma abordagem em detrimento da outra, muitos desses profissionais ainda trabalham com a tensão existente entre esses dois extremos. Nesse sentido, é necessário ressaltar que ao utilizarem somente uma dessas abordagens, esses profissionais podem desconsiderar o potencial pedagógico e metodológico das ideias, procedimentos e práticas matemáticas distintas² e inovadoras desenvolvidas pelos membros de outros grupos culturais.

Por exemplo, os resultados do estudo conduzido por Rosa e Orey (2013) mostram que o tema *quilt* é uma maneira interessante para os professores desenvolverem um trabalho pedagógico para integrar a Matemática, a Arte, a História e a leitura em uma abordagem interdisciplinar. Nesse sentido, a elaboração de um plano de aula sobre os *quilts* combinou a perspectiva etnomatemática e histórica mediante a proposição de um projeto interdisciplinar relacionado com o tema *Underground Railroad* por meio do qual foram utilizados blocos de *quilts* para o envio de mensagens aos escravos fugitivos nos Estados Unidos (Figura 1).

Figura 1 – Blocos de *quilts* utilizados para o envio de mensagens aos escravos fugitivos nos Estados Unidos

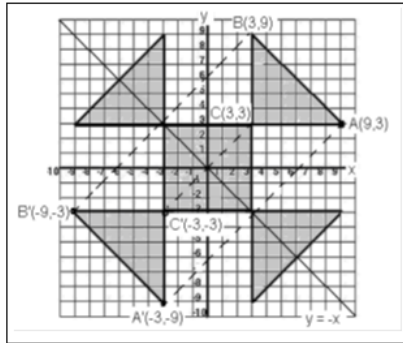


Fonte: Arquivo próprio dos pesquisadores.

Essa abordagem permite que os professores desenvolvam atividades e projetos em sala de aula que auxiliam os alunos a compreenderem melhor a História e a Geometria, especialmente os conceitos de simetria e transformações por meio da etnomodelagem ao incorporarem os etnomodelos nas atividades matemáticas curriculares. Uma implicação importante desse projeto para as aulas de Matemática é estimular a criatividade e o interesse, pois os *quilts* podem ser considerados expressões matemáticas e culturais da vida cotidiana de um determinado grupo de alunos.

Por exemplo, é possível construir o etnomodelo do Bloco do *Quilt Shoo Fly*. A Figura 2 mostra o Bloco *Quilt Shoo Fly*, um dos padrões-código utilizados no *Underground Railroad*.

Figura 2 – Bloco *Quilt Shoo Fly*: um dos padrões-código utilizados no *Underground Railroad*



Fonte: Arquivo próprio dos pesquisadores.

Nesse etnomodelo, considera-se a reflexão sobre a reta $y = -x$. Quando os pontos são refletidos sobre essa reta, as coordenadas x e y trocam de posição e possuem sinais opostos. A representação dessa reflexão é dada por $P(x, y) \rightarrow P'(-y, -x)$. Dessa maneira, as coordenadas da imagem dos três pontos são $A(9,3) \rightarrow A'(-3,-9)$, $B(3,9) \rightarrow B'(-9,-3)$ e $C(3,3) \rightarrow C'(-3,-3)$. É importante ressaltar que na época da escravidão nos Estados Unidos, os escravos sabiam que os indivíduos representados pelo *Shoofly* eram confiáveis ou amigos que poderiam auxiliá-los durante a fuga para os Estados do norte ou para o Canadá.

Nesse direcionamento, a etnomodelagem enfatiza a organização e a apresentação das ideias e dos procedimentos matemáticos desenvolvidos pelos membros de grupos culturais distintos a fim de facilitar a sua comunicação e transmissão através das gerações. Dessa forma, os membros desses grupos elaboram etnomodelos para representar matematicamente os problemas enfrentados em seu cotidiano (Rosa; Orey, 2010). Essa abordagem permite a utilização dos aspectosêmico, ético e dialógico do conhecimento matemático para a construção, elaboração e desenvolvimento de etnomodelos.

A Abordagem Dialógica em Etnomodelagem

O desenvolvimento do conceito de dialógica desencadeia-se a partir do reconhecimento da coexistência de muitas lógicas em um mesmo sistema. Essas lógicas são opostas, complementares e conflitantes, podendo integrar um mesmo fenômeno (Morin, 1977). Assim, existe uma complementaridade nas relações existentes entre os membros de grupos culturais distintos e os pesquisadores e investigadores com relação às ideias, aos procedimentos e às práticas matemáticas desenvolvidas localmente. Nesse dinamismo cultural, os conhecimentos locais interagem-se dialogicamente com os conhecimentos consolidados globalmente pela academia, desenvolvendo uma relação recíproca entre os saberes desenvolvidos êmica e eticamente (Rosa; Orey, 2013).

Nesse sentido, o principal objetivo dessa interação dialógica é a defesa de uma postura aproximadora entre pontos de vista antagônicos entre os detentores do conhecimento global (ético, *outsider*) e os detentores do conhecimento local (êmico, *insider*), admitindo que os opostos sejam complementares, indispensáveis e indissociáveis. Analogamente, esse princípio propõe um diálogo amplo e retroalimentador entre os elementos constituintes de várias realidades em detrimento de uma realidade unificada e perene. Então, é importante o reconhecimento do diálogo como uma convivência entre noções antagônicas, pois os pensamentos contrários são complementares.

Dessa maneira, é importante reconhecer que o conhecimento matemático desenvolvido globalmente pela Academia (ético) não tem prioridade sobre as ideias, noções, procedimentos e práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de outros grupos culturais (êmico) e vice-versa. Então, existe a necessidade de se depender dos “atos de *tradução* entre as perspectivas êmica e ética” (Eglash et al., 2006, p. 347). Esse processo de tradução, contudo, envolve uma interação dinâmica entre dois sistemas culturais distintos por meio do qual existe a necessidade de que os tradutores compreendam a maneira como as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas estão conectadas às realidades locais.

Essa abordagem está relacionada com a complementaridade e o antagonismo em uma convivência cultural dinâmica, pois os discursos, as práticas, as vivências e as experiências, bem como as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos são construtos que podem adquirir significados por meio das inter-relações dialógicas entre os pesquisadores e investigadores (*outsiders*, éticos) e o fenômeno a ser pesquisado com os membros de um determinado grupo cultural (*insiders*, êmico).

O Processo da Etnomodelagem

Os pesquisadores, investigadores e educadores, por meio do trabalho realizado no campo, podem revelar ideias, noções, procedimentos e práticas matemáticas sofisticadas que incluem os princípios geométricos em trabalhos artesanais, de arquitetura e nos artefatos culturais produzidos pelos membros de grupos culturais locais (Eglash, 1999; Orey, 2000; Urton, 1997; Rosa; Orey, 2009). Esses conceitos estão relacionados com as relações numéricas encontradas na medição, no cálculo, nos jogos, na adivinhação, na navegação, na astronomia e na modelagem.

Nas pesquisas e investigações em etnomodelagem existe a necessidade de se utilizar a tradução para descrever o processo de modelagem de sistemas culturais locais que podem ter uma representação matemática acadêmica ocidental (Rosa; Orey, 2006). Assim, a etnomodelagem pode ser considerada uma ferramenta que tem por objetivo mediar as formas culturais do desenvolvimento matemático com o currículo escolar para facilitar o ensino e a aprendizagem desse campo do conhecimento. Para que essas conexões ocorram, no entanto, existe a necessidade do estabelecimento de uma sinergia entre os conhecimentos matemáticos utilizados na Academia (ético) e as identidades culturais (êmica) do conhecimento matemático (Esmonde; Saxe, 2004).

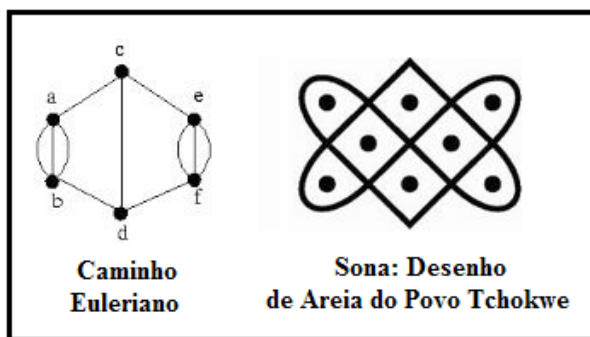
Nesse sentido, o estabelecimento de significados matemáticos depende do conhecimento sociocultural prévio dos professores e educadores (Gruenewald; Smith, 2008) que podem valorizar um determinado aspecto de conhecimento

matemático na resolução de uma específica situação-problema. Então, no processo de tradução de sistemas desenvolvidos localmente para a Matemática escolar, a elaboração de etnomodelos ocorre a partir das ferramentas culturalmente mediadas que funcionam como uma ponte para explicar academicamente essas práticas (Abreu, 2002).

Como ocorre em qualquer processo de tradução, entretanto, o sucesso é sempre parcial, pois a intencionalidade é uma das áreas na qual esse procedimento é particularmente problemático. Por exemplo, muitas vezes, os desenhos desenvolvidos localmente são meramente analisados a partir de uma visão ocidental, como nas classificações de simetria a partir da cristalografia para os padrões têxteis desenvolvidos localmente pelos membros de grupos culturais. Nesse sentido, a etnomatemática utiliza a modelagem com o objetivo de estabelecer relações entre a estrutura conceitual local com as ideias e procedimentos matemáticos contidos nos desenhos e padrões ornamentais que dependem das estruturas socioculturais locais. Nesse ponto de vista, o conhecimento matemático pode ser entendido como emergindo de uma origem êmica ao invés de ética (Eglash et al., 2006).

Em alguns casos, porém, a tradução de práticas matemáticas locais (*êmica*) para as práticas matemáticas acadêmicas (*éticas*) pode ser direta e simples como o trabalho com os sistemas de contagem e a elaboração de calendários desenvolvidos pelos membros de determinados grupos culturais. Em outros casos, as ideias e os procedimentos matemáticos estão inseridos em procedimentos culturalmente enraizados que são desenvolvidos pelos membros desses grupos, como o processo de iteração realizado no trabalho artesanal com miçangas e os caminhos eulerianos encontrados nos desenhos de areia africanos denominados Sona (Eglash et al., 2006; Rosa; Orey, 2012). A Figura 3 mostra a semelhanças entre os caminhos eulerianos e os desenhos Sona.

Figura 3 – Semelhança entre os caminhos eulerianos e os desenhos Sona



Fonte: Arquivo próprio dos pesquisadores.

Por outro lado, é importante ressaltar que a utilização das técnicas de contagem nos sistemas numéricos e das ideias e práticas matemáticas empregadas nos artesanatos e na arquitetura exigem a aplicação do processo de etnomodelagem (Eglash et al., 2006) para a tradução desses procedimentos para a Matemática acadêmica. Diante desse contexto, a tradução refere-se a um processo pelo qual os conhecimentos matemáticos ético (global) e *êmico* (local) são influenciados mutuamente.

O Etnomodelo Dialógico do Barril de Vinho

Um etnomodelo que oferece um bom exemplo do processo da etnomodelagem foi elaborado por um grupo de estudantes que investigou a produção de vinho. A motivação desse estudo foi determinar o volume de barris de vinho por meio da aplicação de técnicas aprendidas pelos ancestrais dos produtores vinícolas que vieram para a Região Sul do Brasil como imigrantes italianos no início do século 20 (Bassanezi, 2002). Desde então, a plantação de videiras e a produção de vinhos tornaram-se atividades agrícola e industrial essenciais para a economia daquela região.

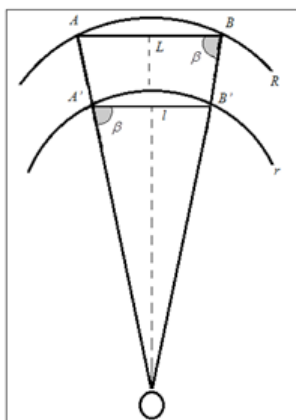
Inicialmente, para a realização dessa investigação, os alunos (*outsiders* éticos) visitaram vinícolas daquela região do Brasil para realizar entrevistas com os produtores de vinho (*insiders*, *êmico*) por meio da dialogicidade. Posterior-

mente coletaram dados que foram complementados com a revisão da literatura sobre o tema escolhido. A pesquisa etnológica e histórica do tema relacionado com a construção de barris de vinho foi a primeira etapa do processo de etnomodelagem. Nesse estudo os alunos identificaram algumas características socioculturais dos membros desse grupo cultural com o objetivo de entenderem e compreenderem os elementos culturais que moldam o pensamento matemático dos membros desse grupo (Bassanezi, 2002). Nesse contexto, os alunos descobriram que, além de produzir vinho, esses produtores também constroem os próprios barris de madeira com a utilização de esquemas geométricos herdados de seus antepassados italianos.

Durante a condução dessa pesquisa os alunos também descobriram, por meio de entrevistas dialógicas, que para a construção dos barris, que possuem um volume preestabelecido, é necessário que os produtores de vinho cortem as ripas de madeira para que se encaixem perfeitamente. Assim, os alunos estavam interessados em saber que tipo de ideias e procedimentos matemáticos (esquemas geométricos) os produtores de vinho herdaram de seus ancestrais para utilização na construção dos barris de vinho (Bassanezi, 2002).

No estudo realizado por esses alunos a perspectiva êmica dos membros desse grupo cultural (informantes locais) foi a principal característica do trabalho de campo. Nessa pesquisa a percepção dos produtores de vinho (*insiders*) sobre a própria realidade foi de fundamental importância para uma compreensão acurada do conhecimento matemático e científico, do comportamento e das situações vivenciadas e experienciadas (Fetterman, 2010) pelos membros desse grupo cultural. Assim, essa percepção auxiliou os alunos a entenderem como os membros desse grupo desenvolvem as suas práticas matemáticas. Por exemplo, a Figura 4 mostra um esquema geométrico elaborado pelos produtores vinícolas na construção de barris de vinho.

Figura 4 – Esquema geométrico elaborado pelos produtores vinícolas na construção de barris de vinho

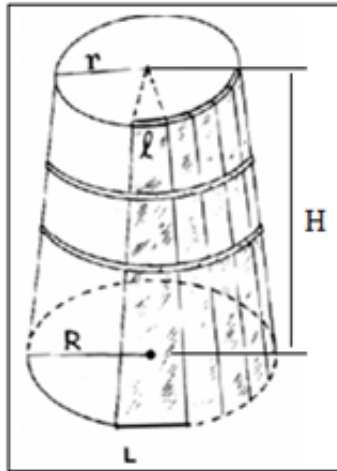


Fonte: Bassanezi (2002, p. 47).

No esquema mostrado na figura 4, L é a largura máxima da ripa, l é a largura a ser determinada e β é o ângulo de encaixe entre as ripas, que depende da largura inicial da aduela L e o volume requerido para o barril de vinho (Bassanezi, 2002).

Na Figura 5 o círculo com o raio R representa a base, o círculo pequeno com raio r representa a tampa e H representa a altura do cone truncado. Os produtores de vinho constroem os barris em formato de um cone truncado com a utilização de ripas justapostas cujas dimensões são 2,5 cm de comprimento, com a largura variando de 5 cm a 10 cm (Bassanezi, 2002). A Figura 5 mostra um barril de vinho com o formato de um cone truncado.

Figura 5 – Barril de vinho em formato de um cone truncado



Fonte: Bassanezi (2002, p. 48).

Com o objetivo de determinar o volume do barril de vinho, os produtores aproximam o seu volume por meio da aplicação de um procedimento denominado *cilindro médio* (Bassanezi, 2002), que é determinado pela fórmula I:

$$V \cong \pi \cdot r_m^2 \cdot H$$

Os produtores de vinho também aplicam o processo denominado *raio médio*, que é determinado pela fórmula II:

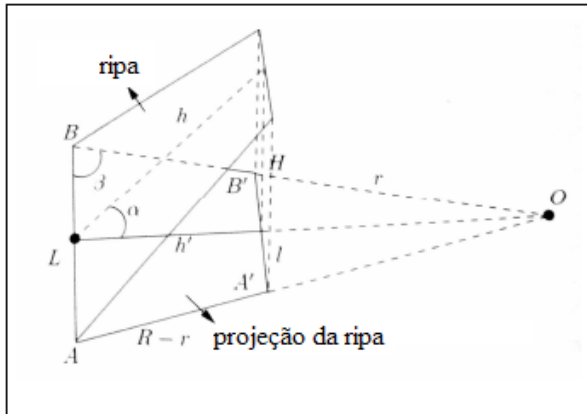
$$r_m = \frac{r + R}{2}$$

Ao substituir a fórmula II na fórmula I, a fórmula III é obtida por:

$$V \cong \pi \cdot \left(\frac{r + R}{2} \right)^2 \cdot H$$

Nesse processo, observa-se que o sistema utilizado por esses produtores é uma projeção ortogonal de uma das ripas de madeira do barril de vinho (Figura 6).

Figura 6 – Projeção ortogonal de uma chapa de madeira do barril de vinho



Fonte: Bassanezi (2002, p. 49).

A Figura 6 também mostra que o ângulo de encaixe entre as duas ripas de madeira é obtida ao considerar que no barril de vinho (Bassanezi, 2002):

- R é o raio de sua base.
- L é a largura da ripa de madeira de sua base.
- Todas as ripas de madeira justapostas determinam, em sua base, uma circunferência.

De acordo com a abordagem ética do desenvolvimento do processo de modelagem matemática utilizada na Academia, o volume do cone truncado é fornecido pela fórmula:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot H \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

Por outro lado, na abordagem ética para o desenvolvimento do processo de etnomodelagem utilizado pelos produtores de vinho, o volume do barril de vinho é determinado pela fórmula:

$$V \cong \pi \cdot \left(\frac{r + R}{2} \right)^2 \cdot H$$

Nesse contexto, a aplicação de etnomodelos ético e êmico proporcionou uma aproximação precisa para o volume dos barris de vinho que possuem o formato de um cone truncado.

Esse processo de modelagem foi investigado a partir de uma perspectiva etnomatemática, pois o cultivo de vinhas e a produção de barris de vinho estão interligados com a história e a cultura dos membros desse determinado grupo cultural. Assim, o processo da construção de barris de vinho é um exemplo importante que mostra a conexão entre a etnomatemática e modelagem matemática (D'Ambrosio, 2002) por meio da etnomodelagem (Rosa; Orey, 2012). É importante ressaltar, contudo, que esse método apresenta um cálculo aproximado para o volume do barril de vinho, que satisfaz as necessidades desse grupo cultural.

Nesse processo, a observação êmica da prática matemática da construção de barris de vinho procura entendê-la a partir da relação das dinâmicas internas que ocorrem no interior desse grupo cultural como fatores que podem influenciar a cultura dos produtores de vinho. Por outro lado, a abordagem ética procura oferecer um contraste cultural e uma perspectiva comparativa, que utiliza alguns aspectos da Academia para facilitar a tradução desse fenômeno para a Matemática acadêmica. Essa abordagem visa a ampliar o conhecimento matemático dos pesquisadores, investigadores e educadores, que possuem um ponto de vista cultural distinto daquele estudado localmente. Essa abordagem é necessária para a compreensão e explicação dessa prática matemática a partir do ponto de vista dos observadores externos com relação à percepção do conhecimento matemático desenvolvido pelos membros desse grupo cultural.

Dessa maneira, o ponto de vista êmico procura esclarecer as distinções culturais intrínsecas ao conhecimento matemático desenvolvido localmente, enquanto a abordagem ética procura a objetividade dos observadores externos com relação a esse conhecimento. Por outro lado, a abordagem dialógica examina a estabilidade das relações entre essas duas abordagens investigatórias. Ambas as abordagens, no entanto, são essenciais para compreender os comportamentos socioculturais que podem auxiliar a moldar as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos.

Considerações Finais

Do ponto de vista da etnomodelagem, as abordagens êmica e ética podem ser consideradas os dois lados de uma mesma moeda. Nesse contexto, a cultura pode ser concebida como uma lente que molda a realidade, bem como um modelo que especifica um determinado plano de ação para auxiliar os membros de grupos culturais distintos na resolução dos problemas que enfrentam diariamente. Então, é necessário que os pesquisadores e investigadores desenvolvam estudos em etnomodelagem com a utilização de ambas as abordagens para que possam obter uma compreensão mais completa do conhecimento matemático desenvolvido pelos membros desses grupos.

Nesse direcionamento, o princípio dialógico também é de fundamental importância para a condução de pesquisas e investigações em etnomodelagem, pois se relaciona com a noção de que a totalidade (global, ético) não pode ser considerada apenas uma justaposição de localidades (local, êmico) separadas. Assim, no princípio dialógico, nem a totalidade e nem a localidade são preponderantes uma sobre a outra, pois existe um diálogo que deve ocorrer entre essas duas conceituações. Dessa forma, no processo da etnomodelagem a promoção do diálogo entre os conhecimentos emergentes e as matemáticas existentes é muito importante para possibilitar a aproximação desses conhecimentos por meio de atividades matematizantes.

Finalizando, um dos principais objetivos da condução de pesquisas e investigações em etnomodelagem deve ser a aquisição dos conhecimentos êmico e ético. O conhecimento êmico é essencial para a compreensão intuitiva e empática das ideias matemáticas de um determinado grupo cultural, revelando-se essencial para a realização de um trabalho de campo etnográfico eficaz e eficiente. Além disso, o conhecimento êmico é frequentemente uma valiosa fonte de inspiração para a formulação de hipóteses éticas. Por outro lado, o conhecimento ético é fundamental para a comparação intercultural por meio dos componentes da etnologia que exige unidades-padrão e categorias comparativas. Do ponto de vista dialógico, a condução de pesquisas e investigações fundamentadas

metodologicamente por essas duas abordagens possibilita a obtenção de um entendimento completo e uma compreensão ampla sobre os conhecimentos matemáticos desenvolvidos pelos membros de grupos culturais distintos.

Referências

ABREU, G. Towards a cultural psychology perspective on transitions between contexts of mathematical practices. In: ABREU, G.; BISHOP, A.; PRESMEG, N. (Eds.). *Transitions between contexts of mathematical practices*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 2002. p. 170-189.

BABBITT, B.; LYLES, D.; EGLASH, R. From ethnomathematics to ethnocomputing: Indigenous algorithms in traditional context and contemporary simulation. In: MUKHOPADHYAY, S.; ROTH, W. M. (Eds.). *Alternative Forms of Knowing in Mathematics: Celebrations of Diversity of Mathematical Practices*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2012. p. 205-220.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo, SP: Editora Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem & etnomatemática: pontos (in)comuns. In: DOMITE, M. C. S. (Ed.). CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA – CBEm, 1., 2000, São Paulo. *Anais...* São Paulo, SP: FE-USP, 2000. p. 132-141.

CRAIG, E. *Routledge encyclopedia of philosophy: questions to sociobiology*. New York: Routledge, 1998. Vol. 8.

D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2002.

EGLASH, R. *African Fractals: modern computing and indigenous design*. New Brunswick, NJ: Rutgers University Press, 1999.

EGLASH, R. et al. Culturally situated designed tools: ethnocomputing from field site to classroom. *American Anthropologist*, v. 108, n. 2, p. 347-362, 2006.

ESMONDE, I.; SAXE, G. *Cultural mathematics in the oksapmin curriculum: continuities and discontinuities*. In: KAFAI, Y. et al. *Proceedings of the 6th international conference on Learning Sciences*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates: 2004. p. 174-181.

FETTERMAN, D. M. *Ethnography: step by step*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc., 2010.

GRUENEWALD, D.; SMITH, G. *Place-based education in a global age: local diversity*. New York: Lawrence Erlbaum, 2008.

HARRIS, M. THE EPISTEMOLOGY OF CULTURAL MATERIALISM. IN: HARRIS, M. *Cultural materialism: the struggle for a science of culture*. New York: Random House, 1980. p. 29-45.

LETT, J. Emics and etics: notes on the epistemology of anthropology. In: HEADLAND, T. N.; PIKE, K. L. (Eds.). *Emics and etics: the insider/outsider debate*. *Frontiers of anthropology*. Newbury Park, CA: Sage Publications, 1990. p. 127-142. Vol. 7.

MORIN, E. *La méthode I: la nature de la nature*. Paris, France: Le Seuil, 1977.

NICOLESCU, B. *O manifesto da transdisciplinaridade*. Tradução Lúcia Pereira de Souza. São Paulo, SP: Triom, 1999.

OREY, D. C. The ethnomathematics of the Sioux tipi and cone. In: SELIN, H. (Ed.). *Mathematics across culture: the history of non-western mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. 239-252.

PIKE, K. L. *Emic and etic standpoints for the description of behavior*. Glendale, IL: Summer Institute of Linguistics, 1954.

ROSA, M.; OREY, D. C. Abordagens atuais do programa etnomatemática: delinendo-se um caminho para a ação pedagógica. *Bolema*, v. 19, n. 26, p. 19-48, 2006.

_____. Cultural assertions and challenges towards pedagogical action of an ethnomathematics program. *For the Learning of Mathematics*, v. 27, n. 1, p. 10-16, 2007.

_____. Symmetrical freedom quilts: the ethnomathematics of ways of communication, liberation, and art. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, v. 2, n. 2, p. 52-75, 2009.

_____. Ethnomodeling: a pedagogical action for uncovering ethnomathematical practices. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, v. 1, n. 3, p. 58-67, 2010.

_____. O campo de pesquisa em etnomodelagem: as abordagensêmica, ética e dialética. *Educação e Pesquisa*, v. 38, n. 4, p. 865-879, 2012.

_____. Ethnomodelling as a research lens on ethnomathematics and modelling. In: STILLMAN, G. A.; BROWN, J. (Orgs.). *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice – International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling*. Dordrecht, The Netherlands: Springer Science+Business Media Dordrecht, 2013. p. 117-127.

SUE, D. W.; SUE, D. *Counseling the culturally diverse: theory and practice*. New York: John Wiley & Sons, 2003.

URTON, G. *The social life of numbers: a Quechua ontology of numbers and philosophy of arithmetic*. Austin, TX: University of Texas Press, 1997.

WILSON, R. J. An Eulerian trail through Königsberg. *J. Graph Th.* v. 10, p. 265-275, 1986.

Recebido em: 5/9/2015

Aceito em: 30/9/2015