



**Atividades de prática de ensino em  
EAD: história da matemática para  
formação inicial de professores**



**Fabiano Teixeira Garcia**

Marger da Conceição Ventura Viana

**Atividades de prática de ensino em  
EAD: história da matemática para  
formação inicial de professores**



**EDITORA UFOP**

Ouro Preto | 2014

© 2014

Universidade Federal de Ouro Preto  
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas | Departamento de Matemática  
Programa de Pós-Graduação | Mestrado Profissional em Educação Matemática

**Reitor da UFOP** | Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza  
**Vice-Reitor** | Profª. Célia Maria Fernandes Nunes

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLOGIAS  
**Dietora** | Profª. Raquel do Pilar Machado  
**Vice-Diretor** | Prof. Fernando Luiz Pereira de Oliveira

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
**Pró-Reitor** | Prof. Dr. Valdeci Lopes de Araújo  
**Pró-Reitor Adjunto** | Prof. Dr. André Talvani Pedrosa da Silva



**Coordenação** | Profª. Drª. Regina Helena de Oliveira Lino Franchi

#### MEMBROS

Profª. Dra. Ana Cristina Ferreira	Profª. Drª. Maria do Carmo Vila
Profª. Drª. Célia Maria Fernandes Nunes	Prof. Dr. Milton Rosa
Prof. Dr. Dale William Bean	Prof. Dr. Plínio Cavalcanti Moreira
Prof. Dr. Daniel Clark Orey	Profª. Drª. Regina Helena de Oliveira Lino Franchi
Prof. Dr. Dilhermando Ferreira Campos	Profª. Drª. Teresinha Fumi Kawasaki
Prof. Dr. Frederico da Silva Reis	
Profª. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana	

G216a Garcia, Fabiano Teixeira.  
Atividades de prática em EAD: história da matemática para formação inicial de professores / Fabiano Teixeira Garcia, Marger da Conceição Ventura. -Ouro Preto: UFOP, 2013.  
64p.: il.; color.; fotografias.

ISBN:

1. Matemática - Estudo e ensino - Teses. 2. Prática de ensino - Teses. 3. Ensino a distância - Teses. 4. Professores - Formação - Teses. I. Ventura, Marger da Conceição. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 51(091):37.018.43

Catálogo: [sisbin@sisbin.ufop.br](mailto:sisbin@sisbin.ufop.br)

Reprodução proibida Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de fevereiro de 1998.  
Todos os direitos reservados.



Diga-me e eu esquecerei, ensina-me e eu poderei lembrar,  
envolva-me e eu aprenderei.

*Benjamin Franklin*

## Expediente Técnico

---

**Organização** | Fabiano Teixeira Garcia / Marger da Conceição Ventura Viana

**Pesquisa e Redação** | Fabiano Teixeira Garcia / Marger da Conceição Ventura Viana

**Revisão** | Fabiano Teixeira Garcia / Marger da Conceição Ventura Viana

**Projeto Gráfico e Capa** | Editora UFOP

**Fotos** | Fabiano Teixeira Garcia / Marger da Conceição Ventura Viana

**Ilustração** | Fabiano Teixeira Garcia / Marger da Conceição Ventura Viana

# Índice

---

Introdução -----	10
1. A História da Matemática no Ensino da Matemática-----	12
1.1. O que dizem os PCN e PCN+-----	12
1.2. A História da Matemática no ensino segundo alguns pesquisadores-----	13
1.3. A História da Matemática segundo autores de livros didáticos-----	15
2. Sugestões de Atividades-----	18
2.1. Atividade 1 - título: Medindo a altura de objetos pela sombra -----	18
2.1.1. Instruções -----	18
2.1.2. Propor desafios-----	21
2.1.3. Alguns resultados da atividade 1 realizada nos Polos-----	22
2.2. Atividade 2 – título: Construindo e explorando um relógio de sol-----	25
2.2.1. Instruções-----	25
2.2.2. Propor desafios-----	27
2.2.3. Desafios: é hora de pensar e responder-----	28
2.2.4. Alguns resultados da atividade 2 realizada nos Polos-----	29
2.3. Atividade 3 – título: A razão ( $\pi$ ) entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro-----	31
2.3.1. Instruções-----	31
2.3.2. Procedimentos-----	33

2.3.3. Alguns resultados da atividade 3 realizada nos Polos-----	34
2.3.4. Outras situações matemáticas envolvendo o $\text{Pi}(\pi)$ -----	36
2.4. Atividade 4 – título: Formulando o Teorema de Pitágoras-----	39
2.4.1. Instruções-----	39
2.4.2. Construções práticas-----	42
2.4.3. Filmes e vídeos trabalhados e sugeridos nas atividades práticas-----	44
3. Alguns resultados da pesquisa-----	53
Referências-----	55

## Apresentação

---

Caro Professor,

A proposta, aqui apresentada, foi elaborada a partir dos resultados da pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto com o título “A prática de ensino com a história da matemática na formação inicial de professores de matemática na modalidade a distância”.

O objetivo da pesquisa foi desvendar possíveis contribuições que podem oferecer uma proposta de prática de ensino usando a história da Matemática para a formação inicial de professores de Matemática na modalidade a distância. No referencial teórico as ideias e as concepções de Antônio Miguel (2009), Iran Mendes (2009), Marcelo Bairral (2007) e Patrícia Behar (2009) foram tomadas como as mais relevantes.

Este livro contém algumas das atividades realizadas na pesquisa e antes de descrevê-las apresentaremos uma fundamentação teórica acerca do trabalho realizado.

A pesquisa foi desenvolvida com participantes do curso de Licenciatura em Matemática, na modalidade a distância de uma universidade pública do estado de Minas Gerais, porém as atividades podem ser utilizadas nos cursos presenciais, uma vez que as foram adaptadas para um curso a distância. Elas são dirigidas à educação básica.

Esperamos que este material possa colaborar tanto na formação inicial de professores quanto na continuada buscando aperfeiçoar o ensino da Matemática nas escolas.

Abraços!

Fabiano Garcia

---

## Introdução

---

A experiência como professor de Matemática da educação básica e a percepção da necessidade de mudança no ensino dessa disciplina, de modo a deixá-la mais atrativa e significativa, levaram-nos a elaborar e a realizar a pesquisa.

Na escola em que lecionávamos era comum a realização de projetos interdisciplinares. Buscando participar ativamente e usando a Matemática, encontrei no Manual do Professor, de Nicolau (2002), sugestões para utilizá-la de modo prazeroso, com problemas, desafios, curiosidades e até divertimento. Experiências como essas me levaram a refletir sobre o ensino da Matemática e a buscar recursos que me possibilitassem trabalhar em sala de aula nessa perspectiva.

Nas leituras realizadas, temos encontrado resultados de pesquisas que consideram a história da Matemática um elemento pedagógico importante para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática (MIGUEL, 2003; MENDES, 2001; D'AMBRÓSIO, 1999). Segundo esses pesquisadores, a falta de conhecimento e de informação do professor a respeito do uso dessa história como recurso didático pode dificultar a condução do aluno à (re)construção do pensamento matemático.

Quanto aos problemas enfrentados pelos professores, Iran Mendes (2001) considera que o aperfeiçoamento da prática pedagógica, por pesquisas e elaboração de atividades, pode contribuir para a resolução dos desafios encontrados por eles na condução do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. No entanto, a transformação da prática requer, além da mudança de postura e conhecimento de novas tendências no ensino, a aceitação do uso de novas alternativas para superação de dificuldades.

Quanto a isso, os *Parâmetros Curriculares Nacionais PCN* (BRASIL, 1997) indicam a inserção da história da Matemática na formação do professor, por meio de disciplinas que possibilitem ao futuro educador conhecer o desenvolvimento da Matemática como ciência aberta a novas ideias e descobertas, dinâmica e em constante transformação.

Além disso, os PCN (BRASIL, 1997) consideram a história da Matemática excelente recurso didático e metodológico. Conceitos abordados podem revelar-se importante meio de informação cultural, além de possibilitar o esclarecimento de

ideias matemáticas e a constituição de um olhar crítico sobre os objetos do conhecimento.

Quanto à EAD, procuramos ressaltar suas potencialidades como Behar (2009) em seu livro *Modelos Pedagógicos em Educação a Distância*. Mesmo com tais modelos faz - se necessário estudo específico sobre procedimentos e propostas metodológicas para a eficácia e na manutenção da qualidade do ensino (BEHAR, 2009).

Com respeito à história da Matemática como recurso didático para o ensino da Matemática em escolas do ensino básico, tem-se tornado presente nos cursos de formação inicial de professores de Matemática, o que não deve ser diferente nos cursos da EAD. Portanto, surgiu a seguinte questão de investigação:

*Quais são as possíveis contribuições uma proposta de prática de ensino usando a história da Matemática pode oferecer para a formação inicial de professores de Matemática na modalidade a distância?*

O objetivo da pesquisa foi o de desvendar possíveis contribuições que pode pudessem oferecer uma proposta de prática de ensino usando a história da Matemática para a formação inicial de professores de Matemática na modalidade a distância.

# 1. A história da Matemática no ensino da Matemática

---

## 1.1 O que dizem os PCN e PCN+

Os preocupantes resultados apresentados ultimamente em relação à educação brasileira, e a necessidade de garantir a todas as crianças e jovens brasileiros, principalmente em locais com condições socioeconômicas desfavoráveis, o direito de usufruir do conjunto de conhecimentos reconhecidos como necessários para o exercício da cidadania, levam à discussão sobre os possíveis caminhos para aperfeiçoar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Nesse contexto, a história da Matemática surge como um instrumento a ser utilizado no ensino da Matemática na tentativa de tornar esse processo agradável para os alunos e proporcionar-lhes um aprendizado eficaz.

Os PCN (1998), com referência à Matemática, destacam que o uso da história da Matemática em sala de aula pode trazer contribuições para uma aprendizagem significativa.

Sobre a sua utilização como instrumento no ensino da Matemática, Brolezzi (2003) destaca que seu uso

tem sido apontado como instrumento importante para ensino de Matemática em todos os níveis. O valor desse recurso está reconhecido em textos e programas oficiais que afetam o ensino nacional (PCNs, PNL, ENC) e está presente em diretrizes dos cursos superiores de Matemática (BROLEZZI, p.1).

Segundo Garcia (2005), os PCN sugerem ser a história da Matemática um excelente recurso didático e metodológico que oferece contribuição à aprendizagem dessa ciência como informação cultural, sociológica e antropológica, e, nesse sentido, resgatam a própria identidade cultural.

Além disso,

em muitas situações, o recurso à história da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e,

desse modo, contribuir para um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento (BRASIL, 1998, p. 46).

Os PCN orientam e propõem para os docentes a busca de uma aprendizagem efetiva e significativa que resulte numa ação convergente para a formação de alunos críticos, que possam participar ativamente da sociedade em que vivem e até transformá-la.

A história da Matemática também pode ser compreendida como complementação da formação cultural dos alunos, com aspecto interdisciplinar, conforme se vê nos PCN+:

A História é também história do conhecimento científico-tecnológico e matemático, e ainda história da cultura, em todos os sentidos dessa palavra, desde cultura da alimentação, do vestuário e de regras de convívio, até cultura literária, artística e humanista (BRASIL, 2002, p.18).

Nesse sentido, assim como as possibilidades oferecidas pela utilização da história da Matemática em sala de aula e sua relação com outras disciplinas, os PCN+ ressaltam a importância da preparação do professor para essa prática assim como o envolvimento da comunidade escolar:

Além do esforço de qualificação docente, para facilitar ou mesmo possibilitar tais desenvolvimentos, é importante uma atitude coletiva dos professores e da comunidade, estimulada e apoiada pela direção escolar, no sentido de se elaborar e desenvolver um projeto pedagógico de escola no qual os objetivos educacionais, entre os quais o de promoção de competências humanas mais amplas, estejam traduzidos em práticas formativas de cada uma das disciplinas e de seu conjunto (BRASIL, 2002, p. 18).

## 1.2 A história da Matemática no ensino segundo alguns pesquisadores

De acordo com Mendes (2006), o uso da história da Matemática em sala de aula poderá contribuir para a melhoria do ensino da Matemática, porém é necessário que para isso o professor esteja preparado para trabalhar com as potencialidades oferecidas por essa história. Esse autor apresenta informações importantes, obtidas de uma pesquisa exploratória sobre a necessidade de conhecimentos históricos por parte dos professores:



Os professores pesquisados consideraram que o conhecimento da história da Matemática é essencial para que eles adquiram mais segurança no ensino dos conteúdos matemáticos. Para que isso ocorra, é necessário conhecer e entender a Matemática como criação humana, construída de perguntas que surgiram de diferentes situações e contextos que geraram problemas práticos do cotidiano (MENDES, 2009, p. 5-6).

Mendes (2006) afirma ainda que os professores participantes de sua pesquisa confirmaram que a história da Matemática lhes possibilita uma explicação melhor dos conteúdos, permitindo, com maior segurança e clareza, responder às perguntas feitas pelos alunos, dar sólidas noções do significado e aplicações do assunto e tornar a Matemática mais agradável e cheia de causas a descobrir.

Sobre a preparação do professor de Matemática para trabalhar com a história da Matemática em sala de aula, Miguel (1997) defende a ideia da criação de núcleos de estudos compostos por diversos profissionais, que podem contribuir para esclarecimentos a respeito da história da Matemática. Além disso, afirma que há

necessidade de constituição de núcleos de pesquisa em história da matemática dos quais façam parte historiadores, matemáticos e educadores matemáticos e outros profissionais que possam contribuir para elaboração e reconstituições esclarecedoras de épocas, temas, situações e biografias (MIGUEL, 1997, p.95).

Segundo Santos (2012), hoje já se podem encontrar grupos de pesquisa, principalmente após a criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), em 30 de março de 1999, isto é, os apelos de Miguel (1997) foram atendidos. Sobre os Seminários Nacionais de História da Matemática, realizados desde 1995, de dois em dois anos, afirma a autora que

têm apresentado contribuições importantes para o uso da História da Matemática tanto para o aperfeiçoamento do processo de ensino-aprendizagem de Matemática quanto para a formação de professores de Matemática. Essas contribuições estão representadas pelos resultados de pesquisas e pelo lançamento da Coleção História da Matemática [para professores], ( SANTOS, 2012, p.27).

Santos (2012) cita vários grupos de pesquisa: História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática; História, Filosofia e Educação Matemática; História da Educação Matemática no Brasil; História Oral e Educação Matemática,

que realizam pesquisas relacionadas à utilização da História da Matemática na Educação Matemática e muitos outros que podem ser encontrados na Plataforma Lattes.

### 1.3 A história da Matemática segundo autores de livros didáticos

Garcia, Costa e Rezende (2011) realizaram uma análise de livros didáticos observando a maneira como a história da Matemática era abordada. Neles, concluíram que os livros didáticos atuais abordam o assunto de modos distintos, mas não apresentam vasta bibliografia por não terem por objetivo difundir uma nova disciplina, mas elementos históricos que permitam a cronologia. Da análise realizada por esses autores resultou um resumo de ideias e concepções a respeito da utilização da história da Matemática em sala de aula, retiradas do Manual Pedagógico de cada coleção dirigidas ao professor.

Para pesquisa e utilização em sala de aula, o livro didático se reveste de importância. Frison (s/d) afirma que ele pode ser a única fonte de consulta e apoio para o professor elaborar suas aulas:

A realidade da maioria das escolas mostra que o livro didático tem sido praticamente o único instrumento de apoio do professor e que se constitui numa importante fonte de estudo e pesquisa para os estudantes. Assim, faz-se necessário que professores estejam preparados para escolher adequadamente o livro didático a ser utilizado em suas aulas, pois ele será auxiliador na aprendizagem dos estudantes (FRISON, s/d, p.2).

Sobre as sugestões dirigidas ao professor em tais manuais, Matsubara e Zaniratto (2005), considerando que o professor deve realizar seu trabalho em perspectiva interdisciplinar, sugerem, em um tópico de orientações para estudo e aperfeiçoamento do professor, que este leia muitos textos, de acordo com o conteúdo que estiver ensinando. O trabalho desenvolvido por esses autores na coleção *Escola & Realidade* reflete o aspecto interdisciplinar defendido por eles e sugerido nas orientações do PCNEM e PCN+.

Ribeiro (2010), autor da coleção Projeto Radix, ao tratar dos aspectos didático-pedagógicos, destaca a aquisição do saber matemático e a exploração da pluralidade cultural:

Nas aulas de Matemática, é possível também a exploração do tema pluralidade cultural por meio da valorização do saber matemático construído e utilizado por diferentes grupos socioculturais e por diversas civilizações ao longo do tempo (RIBEIRO, 2010, p.9).

Andrini (2006), em sua obra *Praticando Matemática*, apresenta a história da Matemática como objeto de reflexão. Cita aspectos metodológicos da estrutura da obra e menciona partes do conteúdo:

Textos de caráter histórico, pequenas notas históricas ou no enunciado de alguns exercícios, procurando mostrar a matemática como uma construção humana, cujo desenvolvimento está relacionado às necessidades práticas (ANDRINI, 2006, p. 10)

Dante (2010), em sua coleção *Tudo é Matemática*, nos pressupostos teóricos que embasam a maneira de ensinar Matemática, resume ideias de Ribeiro (2010) e Andrini (2006) no que se refere à dinâmica e ao aspecto sociocultural:

A Matemática, vista como uma maneira de pensar, como um processo em permanente evolução, procura ajudar o aluno a construir e se apropriar do conhecimento de maneira dinâmica. Ajuda também a vê-la no contexto histórico e sociocultural em que ela foi desenvolvida e continua se desenvolvendo (DANTE, 2010, p.11).

Dante (2010), no *Manual Pedagógico* de sua coleção apresenta textos que focalizam tópicos de história da Matemática, revelando-a esta como uma criação humana, mostrando dificuldades e conquistas de diferentes culturas em diferentes momentos da história e comparando o que é feito hoje com o que era feito no passado. O autor confirma que essa abordagem favorece o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Matemática.

Cavalcante (2006), em sua coleção *Para Saber Matemática*, utiliza a história da Matemática como recurso didático e destaca: “Transformar a História da Matemática em recurso didático contribui para o aprimoramento e a valorização do aprendizado dessa disciplina” . E acrescenta:

A Matemática está entrelaçada com a história e o desenvolvimento das civilizações. Resgatar os fatos e processos históricos torna a História da Matemática uma fonte motivadora para o processo de ensino – aprendizagem, além de se constituir um ótimo recurso



para o trabalho interdisciplinar e dos temas transversais, em virtude dos aspectos culturais implícitos nesses fatos e processos (CAVALCANTE, 2006, p.17).

Iezzi (2009), em sua coleção *Matemática e Realidade*, justifica o uso da história da Matemática para oferecer uma visão abrangente das descobertas matemáticas:

o professor de hoje precisa conhecer não só o programa curricular de Matemática, mas também informações sobre a história das descobertas matemáticas, curiosidades, brincadeiras e jogos lógicos matemáticos, bons livros paradidáticos para estimular o interesse pela matéria (IEZZI, 2009, p.6).

## 2. Sugestões de atividades

---

Neste produto, serão apresentadas 4 atividades práticas sugeridas na dissertação e que poderão ser realizadas em sala.

As atividades, de vários tipos e níveis, acerca do tema história da Matemática foram elaboradas segundo os objetivos e a ementa da disciplina, e o perfil dos alunos que se dispuseram a participar da pesquisa.

As orientações para as atividades práticas foram postadas para os alunos na Plataforma Moodle, geralmente no formato word, com um texto informativo explicitando o objetivo de cada atividade. Nessas orientações, foi apresentado um fragmento de texto histórico, contextualizando a atividade. Para finalizar, foi proposta a realização da atividade assim como orientações e materiais necessários.

Para as atividades práticas, os alunos eram convidados a fazê-las em grupo nos Polos e depois apresentá-las para os colegas de classe, discutindo dificuldades e/ou empecilhos.

As atividades práticas foram baseadas em obras de Miguel *et. al* (2009) e Mendes (2009) e nas experiências do pesquisador e da orientadora.

Foram selecionadas atividades que possibilitassem um diálogo entre os alunos, ressaltando pontos comuns e dificuldades encontradas de maneira a perceberem as contribuições que essas atividades poderiam trazer para a prática.

Foi possível fazer um esboço do perfil dos participantes. Para identificação, os nomes foram codificados por AiPj, em que i é a numeração dada pelo pesquisador ao pesquisado, e j é o número do Polo de Apoio Presencial. Isso para evitar constrangimentos de quaisquer naturezas.

Serão expostos também alguns resultados dos trabalhos apresentados e produzidos pelos participantes da pesquisa.

### 2.1. Atividade 1: Medindo a altura de objetos pela sombra

(MENDES, 2009, p.26-28; MIGUEL, 2009, p.140-143)

#### 2.1.1 Instruções (para os participantes, futuros professores)

Nesta atividade, será utilizado um fato histórico como fonte de contextualização de uma prática social marcante dos povos antigos, cuja importância foi decisiva na organização das noções básicas da trigonometria. A história procura retomar a relação de semelhança estabelecida entre a altura de qualquer objeto e sua sombra. É nesse momento do trabalho que será fomentado no estudante a sua curiosidade e seu espírito investigador, tendo em vista fazer com que se lancem na aventura do conhecimento partindo dos aspectos históricos e transportando-os para uma situação atual. Nesse momento, eles passam a viver uma experiência que lhes dará a oportunidade de tirar conclusões próprias, pois a atividade vai além do fato histórico. Segundo Miguel (2009), “os dados matemáticos gerados da experiência são manipulados pelos estudantes de acordo com seus próprios interesses e é a partir daí que eles passam a ter uma compreensão relacional das noções de semelhança de triângulos e proporcionalidade” (MIGUEL, 2009, p.140).

Os objetivos da atividade são determinar a razão de semelhança entre dois triângulos retângulos isósceles; calcular o valor desconhecido de um dos lados de um triângulo retângulo a partir da comparação com outro triângulo retângulo semelhante; representar geometricamente situações-problema que envolvam semelhança de triângulos.

O material a ser utilizado é trena ou fita métrica, régua, transferidor e compasso.

#### Quadro 1 - Texto introdutório da Atividade 1



### ***Um pouco de história.***

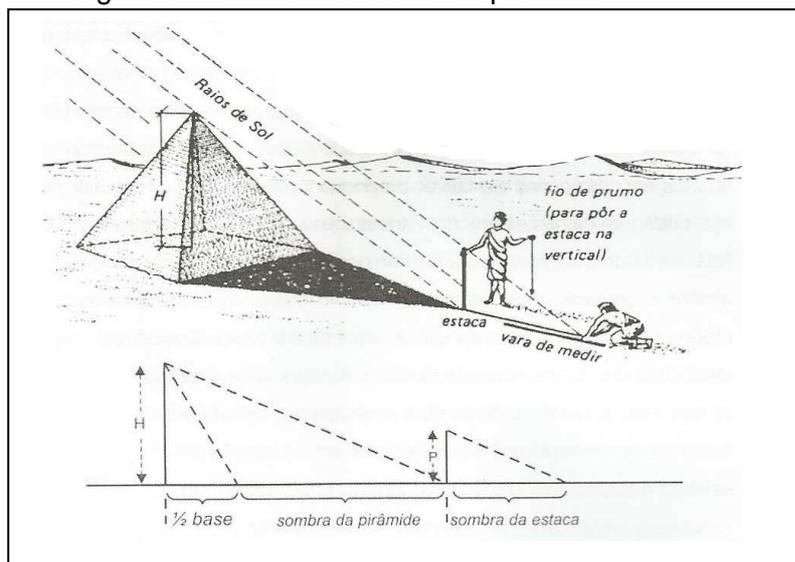
Os geômetras gregos elevaram a um altíssimo grau de perfeição, técnica e lógica o estudo das proporções entre grandezas e, em particular, o confronto entre as figuras semelhantes. Eles basearam em tal estudo o cálculo não só dos comprimentos, como a altura das edificações (como as pirâmides egípcias), mas também das áreas de muitas figuras planas limitadas por retas. O grego Tales de Mileto (640 – 549 a.C.) demonstrou que a relação existente entre os lados correspondentes de dois triângulos semelhantes é sempre a mesma, independentemente do comprimento desses lados (MIGUEL, 2009, p.136).

Por meio da determinação da razão de semelhança entre triângulos retângulos, os gregos efetivaram concretamente a medição da altura de objetos a partir de sua sombra. Tal experiência tem sua prática narrada historicamente por um dos feitos atribuídos a Tales de Mileto. Aproximadamente por volta de 600 a.C. ele se encontrava no Egito e foi abordado pelos escribas egípcios (estudiosos da época), para que, em nome do Faraó, calculasse a altura de uma pirâmide de base quadrangular. Apoiou-se a uma vara, esperou até o momento em que, em plena manhã, a sombra da vara, estando na vertical, tivesse comprimento igual ao da própria vara. Disse, então, a um deles: *“Vá, meça depressa a sombra, pois o seu comprimento é igual a altura da pirâmide”*. Desse modo, foi apresentado o processo matemático de medição da altura da pirâmide a partir de uma vara, duas sombras e uma ideia. Sabemos, entretanto, que à medida da sombra foi acrescentada metade da medida do comprimento da base, pois como ela era muito grande, escondia uma parte da sombra da pirâmide.

Não havia segredo na façanha realizada por Tales, pois nada mais era do que um conhecimento geométrico. Isso é evidenciado quando ele procurou igualar a medida da sombra à medida da vara que fincou no solo para relacionar tudo com a pirâmide e sua sombra. Temos aí a presença de um triângulo retângulo isósceles, isto é, usando o conhecimento geométrico sobre semelhança de triângulos, Tales mostrou que a altura da pirâmide é igual à sombra mais a metade da base (a metade da base da pirâmide oculta uma parte de sua sombra).

Fonte: Miguel (2009, p. 136-142)

Figura 1 – Medindo a altura da pirâmide



Fonte: Trota; Imenes; Jakubovic (1979)

### 2.1.2 Propor desafios

Para compreender melhor as ideias apresentadas no texto podemos desafiar os alunos (seus futuros alunos, agora o aluno é você!) a realizar uma experiência similar àquela que Tales fez há mais de 2000 anos.

#### Desafios

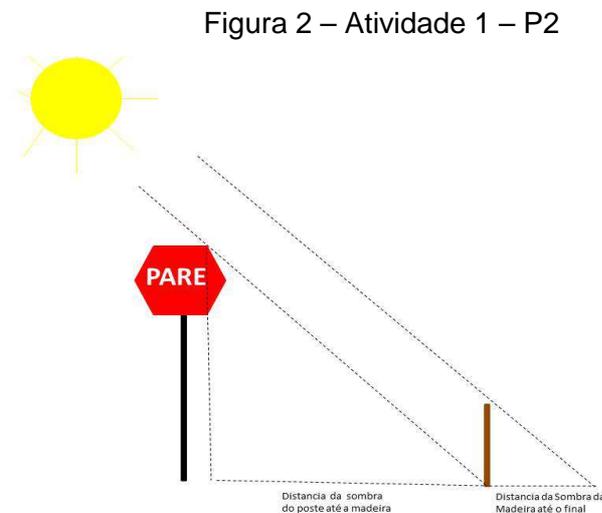
- 1 – Escolha uma edificação, um objeto ou uma árvore para que seja possível executar as tarefas a seguir.
- 2 – Selecione uma vara de madeira, de aproximadamente 110 cm, e a coloque fincada verticalmente no solo. A vara de madeira deve ser fincada a 10 cm no solo ou então a vara poderá ter 100 cm se ficar apoiada em uma base de madeira.
- 3 – Procure observar as medidas da sombra da vara e do objeto simultaneamente em diferentes horas do dia para que seja possível determinar a altura do objeto a partir das medições.
- 4 – Anote os resultados obtidos durante as observações realizadas;

5 – Represente geometricamente o fato ocorrido utilizando triângulos retângulos;

6 – Determine a altura da edificação, objeto ou árvore escolhida.

### 2.1.3 Alguns resultados da atividade 1 realizada nos polos

Os participantes do Grupo de P2 apresentaram os procedimentos utilizados e também uma ilustração da interpretação geométrica do processo, contida na Figura 2 a seguir



Fonte: relatório de P2

Os participantes do Grupo 2 do polo 4 mediram a altura de uma placa informativa utilizando a sombra do tronco de apoio localizado ao lado, de acordo com a Figura 3.

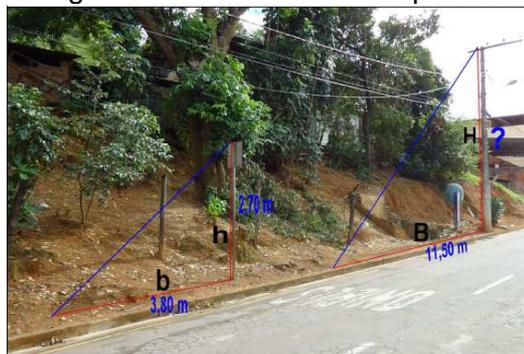
Figura 3 – Atividade 1 – Grupo 2 de P4



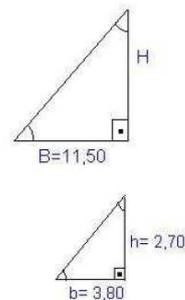
Fonte: relatório do Grupo 2 de P4

Segundo o relatório, o Grupo 3 de P4 escolheu calcular a altura de um poste. Para realizar tal medição, utilizou uma placa de sinalização encontrada próxima ao objeto escolhido. A Figura 4 contém a fotografia tomada pelo grupo para mostrar a situação.

Figura 4 – Atividade 1 – Grupo 3 de P4

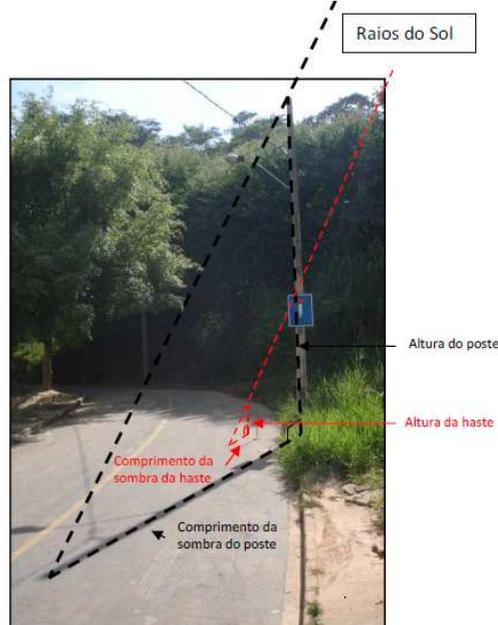


Fonte: relatório do Grupo 3 de P4



O Grupo 2 do Polo 4 fez a medição de um poste, do qual tomou foto que está contida na Figura 5, a seguir.

Figura 5 – Atividade 1 – Grupo 2 de P4



Fonte: relatório do Grupo 2 de P4

O Grupo 3 de P4 escolheu calcular a altura de um poste e fotografou a atividade, conforme Figura 6.

Figura 6 – Atividade 1 de P5



Fonte: relatório do Grupo de P5

## 2.2 Atividade 2 – Construindo e explorando um relógio de sol (MENDES, 2009, p.143-147; MIGUEL, 2009, p.28-32)

### 2.2.1 Instruções (para os participantes, futuros professores)

Após explorar as noções de proporcionalidade e semelhança, propomos a construção e exploração do relógio de sol (nessa fase, seus futuros alunos já terão estudado esses assuntos). Espera-se que os alunos ampliem sua compreensão relacional acerca do assunto.

Os aspectos históricos surgem como uma rica fonte de informações para os estudantes, visando mostrar-lhes o processo histórico pelo qual a ciência e a matemática se construíram nos fatores concretizadores das tecnologias produzidas por diferentes grupos sociais em diferentes momentos históricos. Essa é outra oportunidade dada aos alunos para que se lancem na aventura do conhecimento, tendo em vista que o conhecimento construído está diretamente relacionado às experiências e às reflexões sobre essas experiências (MIGUEL, 2009, p. 144).

Os aspectos históricos apresentados nessa atividade têm um caráter provocador para os estudantes, tendo em vista lançar-lhes vários desafios, dentre os quais podemos citar: uma pesquisa mais detalhada acerca dos relógios de sol; um estudo das modificações realizadas na técnica de medir o tempo até chegar aos relógios atuais; um estudo sobre trigonometria relacionada aos relógios de sol; uma investigação da exploração dessas ideias por diferentes grupos socioculturais, etc.

Os objetivos da atividade são construir e explorar um relógio de sol para ampliar a compreensão relacional da noção de proporcionalidade e semelhança de triângulos retângulos e interpretar as noções de trigonometria envolvendo os estudos da cronologia do tempo.

O material a ser utilizado é uma placa de compensado, isopor ou similar (60X60) cm; uma haste de madeira (30 cm); compasso; caneta hidrocor.



### ***Um pouco de história:***

#### **Os relógios de sol na história**

Por muitos séculos, a humanidade valeu-se da sombra de um objeto projetada pelo sol, a sombra do *gnomon* (do grego, o que indica) dos relógios de sol, para medir o tempo. Inicialmente, a medição devia basear-se na variação do comprimento da própria sombra dos homens, que decrescia do amanhecer ao meio dia e crescia do meio-dia até o entardecer, quando eles deveriam estar de volta à segurança de seus abrigos. Posteriormente criaram-se os calendários e orientaram-se por eles para identificar as estações do ano, utilizando esse saber, na agricultura, que dependia dos fatores climáticos característicos dessas estações.

A divisão dos dias em horas, minutos e segundos foi uma consequência natural da evolução das sociedades para a marcação das práticas religiosas e atividades leigas. Sua origem é controvertida e remonta à Mesopotâmia, Babilônia ou Caldeia, há uns 4.000 anos aproximadamente, mas há indícios de utilização dessas práticas também na China, onde as observações astronômicas se iniciaram na era do imperador Yao, no século XXIII a. C.

O primeiro relógio que se tem notícia – cerca de 5000 anos – foi o relógio de sol, o que leva a crer que o primeiro medidor de tempo, conhecido e realmente usado pelo homem, tenha sido um simples e rústico bastão fincado no solo para posterior observação do movimento de sua sombra. Ao longo dos tempos, aperfeiçoou-se esse e criaram os *gnômons*, constituídos por simples obeliscos de pedra que, posicionados em lugares amplos, recebiam a luz do sol sem obstáculos e assim projetavam a sombra que, com o correr do dia, assinalava em marcos, estrategicamente dispostos de forma circular, os períodos diurnos, ou seja, as horas que iam passando durante o dia.

Por volta do século VIII a.C., no Egito, os relógios de sol se apresentavam com um *gnômon* vertical e sobre a base havia uma escala de tempo diária com 6 divisões. Os obeliscos eram usados como relógios de sol. Dos babilônios, que teriam desenvolvido a divisão sexagesimal do círculo em graus por volta de 300 a.C, a partir das casas zodiacais e dividindo-as em 30° cada, os gregos teriam adquirido o conhecimento do dia dividido em 12 partes de duração variável e esses, apesar de imaginarem a Terra como centro do sistema solar, tendo avançados conhecimentos do movimento do Sol e de geometria, desenvolveram tipos mais complexos. Também na América pré-colombiana, essas ideias foram utilizadas, principalmente pelos Maias, Astecas e Incas, na construção de observatórios astronômicos úteis na determinação de solstícios e equinócios.

Fonte: Miguel (2009, p. 144-146)

### 2.2.2. Propor Desafios

Já conhecemos um pouco sobre a história do relógio de sol. Que tal construirmos um?

Para isso, é importante escolhermos um local onde haja incidência direta do sol na maior parte do dia, evitando a projeção de sombras de árvores e prédios. Em se tratando de um relógio de sol do tipo horizontal ou polar, é recomendável uma coluna ou pedestal para elevá-lo do chão e deixá-lo a uma altura confortável para leitura. O pedestal ou coluna deve ser assentado rigorosamente na vertical sobre uma base de concreto. A superfície onde for instalado deve ser rigorosamente nivelada e a orientação deverá ser aquela em que o alinhamento do gnômon coincide com a direção norte/sul verdadeira.

A experiência mostra que, em lugares públicos, é prudente interpor algum tipo de obstáculo entre os observadores e os relógios de sol para evitar excessiva aproximação. Os do tipo vertical, geralmente instalados em paredes e prédios e a uma altura maior do que a utilizada para os horizontais, pois podem ser vistos de baixo, são em geral maiores e por isso visíveis à grande distância, e assim menos sujeitos a depredações, o que os torna mais adequados aos locais públicos. Para uma boa visualização e decisão, apresentamos algumas sugestões de relógio de sol nas Figuras 7 e 8.

Figura 7– relógio de sol 1



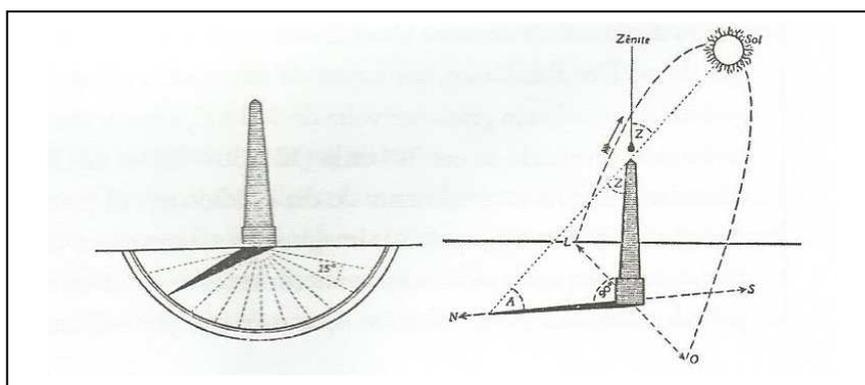
Fonte: foto cedida por Viana (2011)

Figura 8 – relógio de sol 2



Fonte: foto cedida por Viana (2011)

Figura: 9 - Sugestões de relógio de sol



Fonte: Miguel (2009, p. 146)

### 2.2.3 Desafios: é hora de pensar e responder

- 1 – Como você construiu o seu relógio de sol (Faça um relatório com as observações.)
- 2 – Quais as informações matemáticas necessárias para a construção do seu relógio?
- 3 – Há alguma relação entre essa atividade e a atividade (já realizada) “medindo a altura utilizando a sombra”? Quais?
- 4 – Por que a sombra do gnômon vai mudando de lugar?
- 5 – O que aconteceu com o tamanho do gnômon no decorrer das horas? Represente graficamente a sua observação.
- 6 – Quais as relações entre o movimento do gnômon, a variação do seu tamanho e as horas/dia? É possível explicar matematicamente? Como?
- 7 – O que acontece após o meio-dia? Como fica a sombra do gnômon?

8 – Há relógios de sol em lugares públicos na cidade em que você mora? Descreva o relógio, caso exista, e compare com o que o grupo construiu.

#### 2.2.4 Alguns resultados da atividade 2 realizada nos polos

A respeito da pergunta 8 da atividade, sobre a existência de relógio de sol nas cidades onde residiam os componentes do grupo, eles responderam que não existia, porém, com os estudos que realizaram, construíram um relógio de sol simples, didático, do qual tomaram uma fotografia, que se encontra na Figura 10:

Figura 10 – Relógio de sol – P2



Fonte: Relatório de P2

A Figura 11 contém os dois relógios de sol confeccionados pelo Grupo de P3, fotografados em dois horários: às 9h e às 14h.

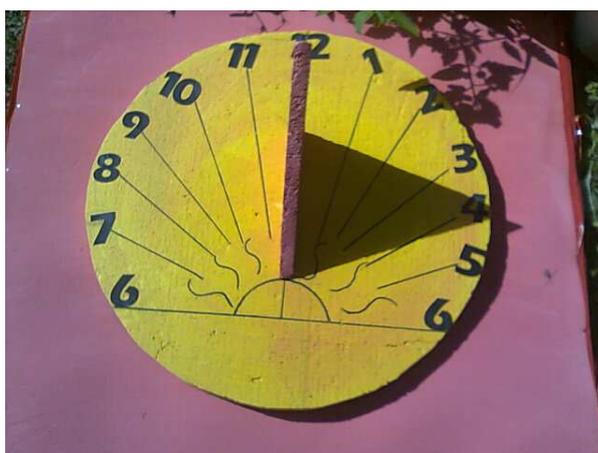
Figura 11 – Relógio de sol – Grupo 2 de P3



Fonte: Relatório Grupo 2 de P3

Na Figura 12, é apresentado o relógio de sol confeccionado pelos componentes do Grupo 1 de P4. De acordo com o Relatório do Grupo 1 de P4, o relógio de sol “é um patrimônio cultural e científico de todo o mundo, um instrumento lúdico e didático para o ensino, nomeadamente da matemática, história e geometria”.

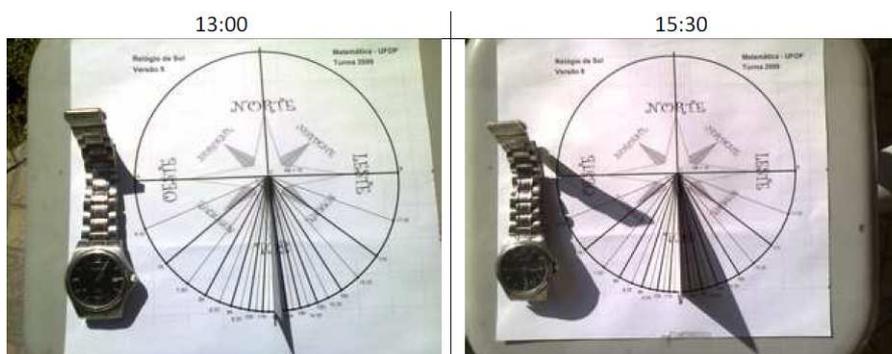
Figura 12 – Relógio de sol – Grupo 1 de P4



Fonte: Relatório Grupo 2 de P3

De acordo com o Relatório do Grupo 2 de P4, após ser calculado o ângulo do gnômon com a horizontal, o relógio de sol confeccionado foi concluído e registrado em momentos diferentes, conforme a Figura 13.

Figura 13 – Relógio de sol – Grupo 2 de P4

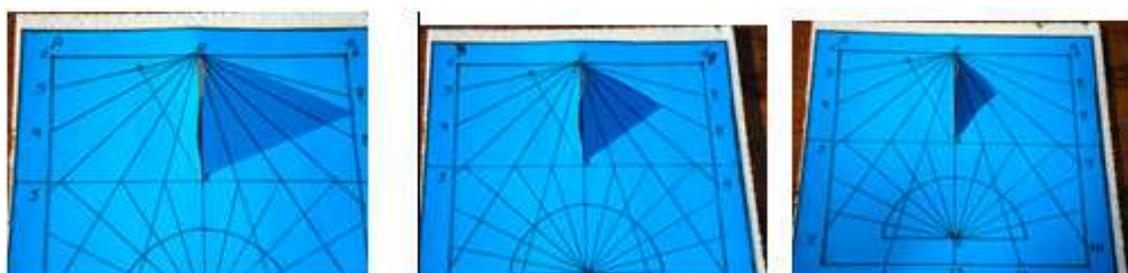


Fonte: relatório do Grupo 2 de P4

Segundo os participantes desse grupo, a atividade foi interessante e possibilitou a interdisciplinaridade, envolvendo conhecimentos de História e Geografia.

Os participantes do Grupo 4 de P6 confeccionaram o relógio de sol em papel e os fotografaram em 3 horários diferentes, conforme a Figura 14, a seguir:

Figura 14 – Relógio de sol – Grupo 4 de P6



Fonte: Relatório do Grupo 4 de P6

## 2.3 Atividade 3 – A razão ( $\pi$ ) entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro (MIGUEL, 2009, p.161-165).

### 2.3.1 Instruções (para os participantes, futuros professores)

Nesta atividade, pretendemos levar os alunos a compreenderem o número Pi ( $\pi$ ) como uma razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro. Além



disso, almejamos que os estudantes possam determinar experimentalmente essa relação e a representem matematicamente como

$$\pi = \frac{C}{2r}$$

pois é a partir das discussões surgidas durante a realização dessa atividade que exploraremos as ideias essenciais para a realização da atividade seguinte.

Por isso é importante que os estudantes compreendam que a irracionalidade do número  $\pi$  faz com que os estudos das cordas que geraram as razões trigonométricas apontem sempre valores aproximados para essas razões (seno, cosseno e tangente, por exemplo). Isso significa que a divisão da circunferência em partes “iguais” se torna um exercício concreto que pode ser discutido de forma simbólica pelas relações trigonométricas e da exploração do sistema de coordenadas na qual inserimos as funções seno e cosseno como eixo das abscissas e ordenadas do referido sistema.

Os objetivos da atividade são compreender o número Pi ( $\pi$ ) como uma aproximação da razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro e determinar experimentalmente essa relação e a representação do Pi ( $\pi$ ) como

$$\pi = \frac{C}{2r}$$

O material utilizado é régua, várias latas de formato cilíndrico com medidas de diâmetro diferentes e um pedaço de barbante.

### Quadro 3- Texto Introdutório da atividade 3

**Um pouco de história:**

**Um pouco de história sobre o número Pi ( $\pi$ )**

Durante o estudo da Matemática e de outras ciências (Física, Química, Estatística etc.) tanto em nível elementar como em nível elevado, surgem cálculos envolvendo o número irracional Pi ( $\pi$ ), como, por exemplo, no cálculo do comprimento da circunferência ( $C=2\pi r$ ). Por isso, é essencial que se compreenda de onde provém esse número e como determiná-lo de modo simples e prático.

O número Pi representa uma aproximação da razão entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do seu diâmetro. Pode ser representado também pela razão entre a área de um círculo e a área do quadrado gerado pela medida do seu raio. De modo semelhante, Pi ( $\pi$ ) aparece como uma razão relacionada com certas medidas de superfícies e volumes em geometria espacial; fórmulas para a elipse e outras curvas também contém o número Pi ( $\pi$ ). Mas o uso do Pi ( $\pi$ ) não se restringe de modo algum a situações geométricas. Aparece em vários ramos da Matemática, como a Teoria de Conjuntos, a Estatística, dentre outros.

O desenvolvimento gradua da compreensão desse conceito pode ser acompanhado desde os mais antigos registros históricos da Matemática até o presente. Um dos problemas geométricos mais antigos do homem era achar um quadrado de área igual à de um dado círculo ( o problema famoso da quadratura do círculo). O problema 41 do papiro Rhind (c.1650 a.C.) apresenta o seguinte: “*Exemplo de resolução de um recipiente circular de diâmetro 9 e altura 10. Você deve subtrair um nono de 9, ou seja 1; diferença 8. Multiplique 8 vezes, resultado 64. Você deve multiplicar 64 dez vezes, vindo a ter 640*”. Generalizando-se esse problema, encontra-se a área da base circular como quadrado de  $\frac{8}{9}$  do diâmetro.

Devemos a Arquimedes um método interessante de calcular um valor aproximado de  $\pi$ . Muito antes de Arquimedes, os matemáticos já sabiam que o comprimento da circunferência é igual a *um número maior que 3 vezes o diâmetro da circunferência*. Desde a Antiguidade, foram muitos os matemáticos que se dedicaram a calcular o valor exato desse número *um pouco maior que 3*, que hoje conhecemos como Pi e indicamos pela letra grega  $\pi$ . Não devemos nos esquecer, também, o interesse que o matemático grego tinha pelas circunferências. Nada mais natural para um construtor de rodas. Ele sabia, por exemplo, como calcular a área de um círculo. Podemos pensar em um círculo como sendo formado por infinitas circunferências concêntricas e de raios cada vez menores.

Fonte: Miguel (2009, p. 163-164)

### 2.3.2 Procedimentos

- 1 – Pegue uma lata cilíndrica qualquer e coloque-a sobre o papel, uma superfície plana.
- 2 – Corte um pedaço de barbante e contorne a base da lata, marcando as posições, no cordão, que correspondem a uma volta completa na lata.
- 3 – Estique o barbante sobre a régua e determine o comprimento da circunferência da base da lata.
- 4 – Repita o procedimento para as outras 4 latas.
- 5 – Com a régua, determine o diâmetro de cada lata e, a seguir, preencha o quadro 16 a seguir.

Quadro 4 – Latas e suas medidas: circunferência, diâmetro e quociente da circunferência pelo diâmetro

Lata	Medida da circunferência	Medida do Diâmetro	<u>Comprimento</u> <u>Diâmetro</u>
1			
2			
3			
4			
5			

Fonte: elaborado pelo pesquisador

6 – Analisando a razão entre a medida da circunferência e a medida do diâmetro de cada lata, o que você concluiu?

7 – Qual é o valor encontrado, expresso em números decimais?

*Outras situações matemáticas envolvendo o Pi ( $\pi$ )*

8 – Trace e divida uma circunferência de raio qualquer, em seis partes iguais, usando como unidade de medida dessa divisão o seu raio, cujo valor equivale a um radiano (1 rad).

9 – Quantos radianos há na circunferência subdividida?

10 – Considerando-se que a medida de 1 rad corresponde ao raio da circunferência, compare o seu comprimento com o número de subdivisões. Quantos graus correspondem a 1 rad.?

### 2.3.3. Alguns resultados da atividade 3 realizada nos polos

O procedimento utilizado por A1P1 para achar o centro da circunferência de um dos objetos cilíndricos foi fotografado e está contido na Figura 15 a seguir.

Figura 15 – Atividade 3 – P1



Fonte: relatório de A1P1

O Grupo 1 de P3 fotografou os procedimentos utilizados para achar o centro e o comprimento da circunferência de um dos objetos cilíndricos utilizando régua e barbante. A fotografia está contida na Figura 16.

Figura 16 – Atividade 3– Grupo 1 de P3



Relatório do Grupo 1 de P3

### 2.3.4 Outras situações matemáticas envolvendo o Pi ( $\pi$ )

Sobre “outras situações envolvendo o Pi”, o Grupo 2 do Polo 3 apresentou, em seu Relatório, uma atividade complementar descrita a seguir:

Numa segunda atividade, traçamos uma circunferência e cortamos pedaços de barbante do tamanho do raio da circunferência. Logo após, colamos esses pedaços com a medida do raio da circunferência sobre o seu perímetro. Observamos que couberam seis unidades de medida e ainda faltou um pequeno pedaço. Isso aconteceu porque são necessárias 2 vezes  $\pi$  vezes o raio, aproximadamente 6,28 vezes o raio, para preencher todo o perímetro.

Após observada a razão constante  $\pi$  entre o comprimento e o diâmetro, fizemos uma terceira atividade para mostrar que a área do círculo vale  $\pi$  vezes o raio ao quadrado.

Para essa atividade usamos apenas barbante ou linha, um círculo desenhado no papel, tesoura e cola.

Os participantes continuaram descrevendo os procedimentos e registrando com fotografias.

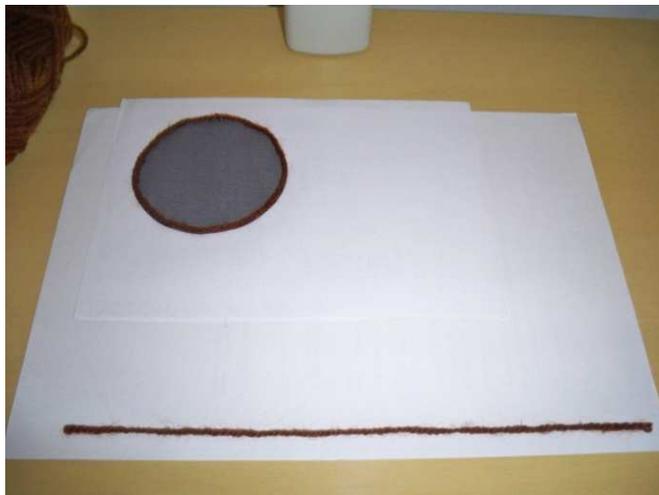
Figura 17 – Atividade 3 fotografia 1 – Grupo 2 de P3



Fonte: Relatório do Grupo 2 de P3

“Cortamos dois pedaços de barbante do tamanho do perímetro do círculo. O primeiro colamos no círculo e o outro, em linha reta” (Relatório do Grupo 2 de P3).

Figura 18 – Atividade 3 fotografia 2 – Grupo 2 de P3



Fonte: Relatório do Grupo 2 de P3

“No próximo passo, cortamos mais dois pedaços de barbante, de um tamanho que coubessem no interior da primeira linha colada” (Relatório do Grupo 2 de P3).

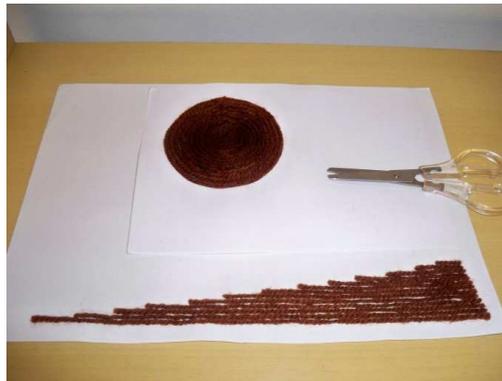
Figura 19 – Atividade 3 fotografia 3 – Grupo 2 de P3



Fonte: Relatório do Grupo 2 de P3

“Um dos pedaços foi colado na circunferência e o segundo, em linha reta por cima do primeiro. Esses passos foram repetidos até completarmos toda a área da circunferência. A outra figura formada foi um triângulo de mesma área da circunferência” (Relatório do Grupo 2 de P3).

Figura 20 – Atividade 3 fotografia 4 – Grupo 2 de P3



Fonte: Relatório do Grupo 2 de P3

Observamos que quanto mais fina a linha ou o barbante, mais semelhante a outra figura ficará de um triângulo. Na base do triângulo, temos a medida do perímetro: 2 vezes  $\pi$  vezes o raio, e a altura igual ao raio.

Calculando a área do triângulo, área da base vezes a altura dividido por dois encontramos a área da circunferência que vale  $\pi$  vezes o raio ao quadrado.

Segundo o Relatório, o Grupo 2 de P6 realizou a atividade de acordo com as orientações fornecidas pelo pesquisador e registrou a medição dos objetos por meio de fotos. A Figura 21 contém uma dessas medições.

Figura 21 – Atividade 3 – Grupo 2 de P6



Fonte: Relatório do Grupo 2 de P6

## 2.4 Atividade 4 – Formulando o Teorema de Pitágoras

(MIGUEL, 2009, p.136-139).

### 2.4.1 Instruções (para os participantes, futuros professores)

Quanto a esta atividade, pretendemos que os estudantes (seus futuros alunos) possam reconstruir o Teorema de Pitágoras a partir de informações históricas sobre sua construção, bem como demonstrar o referido teorema por meio de alguns recursos existentes na geometria. Daí, acreditamos que será possível a eles (futuros alunos) interpretarem o Teorema de Pitágoras e suas aplicações.

Além de fazer uma revisão acerca desse importante teorema da geometria do triângulo retângulo, os estudantes procurarão explorar aspectos algébricos que contribuem na demonstração do referido teorema. O fato histórico abordado nessa atividade mostra outra imagem desse tema, que não seja aquela já tão explorada e desgastada pelos autores dos livros de Matemática.

Procuramos com isso apontar a importância prática desse teorema no momento em que era usado em atividades cotidianas da população mediterrânea, bem como o impacto causado no mundo grego a partir da sua demonstração, principalmente considerando que esse teorema foi de fundamental importância para



o desenvolvimento, por exemplo, da geometria euclidiana e da geometria analítica, trigonometria e funções de uma variável complexa.

Os objetivos da atividade são reconstruir o Teorema de Pitágoras a partir de informações históricas sobre sua construção; demonstrar esse Teorema por meio de alguns recursos existentes na geometria; interpretar o Teorema de Pitágoras e suas aplicações.

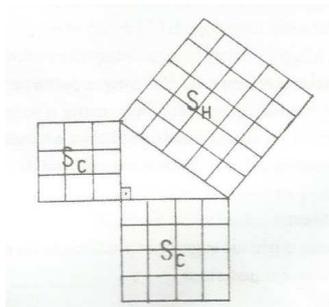
O material a ser utilizado é uma régua.

Quadro 5 – Texto introdutório da atividade 4

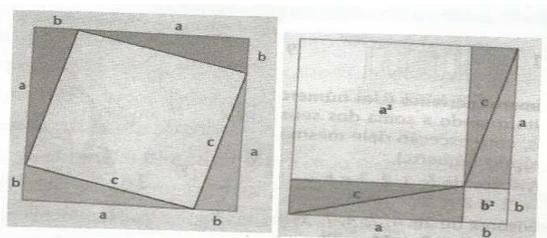
**Um pouco de História:**

Os triângulos retângulos são fundamentais para a trigonometria plana e lembram-se imediatamente o nome de Pitágoras, pois atribui-se a ele um dos feitos mais importantes relacionados a esse tipo de triângulo – o teorema pitagórico – além disso, acredita-se que ele tenha obtido esses conhecimentos com os agricultores egípcios, chamados esticadores de cordas que demarcavam as margens do rio Nilo quando as águas baixavam, visando utilizá-las na agricultura.

Por volta de 2.000 a.C., os egípcios já sabiam que um triângulo, cujos lados tem comprimento 3, 4 e 5 unidades, é um triângulo retângulo. Podemos, então, observar a partir disso que  $3^2 + 4^2 = 5^2$ , mas que certamente os egípcios não sabiam como provar que um triângulo oposto ao lado de comprimento 5 é um ângulo reto. Porém acreditavam nisso e usavam esse fato nos seus cálculos. Para os pitagóricos, entretanto, os resultados apresentados anteriormente significavam que ao considerarmos um triângulo de lados  $3u$ ,  $4u$  e  $5u$  e construirmos um quadrado sobre cada um dos lados, verificamos que a área do quadrado formado pelo lado maior (hipotenusa) será igual a soma das áreas dos quadrados formados pelos lados menores, os catetos.



A demonstração do teorema pitagórico representada na figura a seguir, foi atribuída ao matemático hindu Bhaskara (c.1150), que apresentou tal diagrama sem nenhuma explicação, pois segundo ele próprio, a álgebra forneceria a prova. Cabe-nos, portanto, tentar fazê-lo.



Fonte Miguel (2009, p. 137-139)

## 2.4.2 Construções Práticas

1 – Construa um triângulo retângulo de lados 13, 12 e 5 centímetros, usando régua e compasso e tente constatar esse fato. Meça cuidadosamente cada lado.

2 – Construa, a partir dos lados do triângulo, um quadrado e determine a área de cada um dos quadrados. Considerando A1 a área do quadrado formado pela hipotenusa e A2 e A3 as áreas dos quadrados formados pelos catetos, verifique se  $A1 = A2 + A3$  e escreva essa relação em função dos lados do triângulo retângulo. A partir disso, o que você pode concluir?

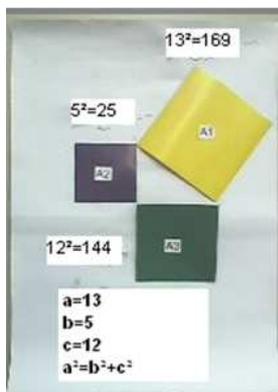
Vamos a um novo desafio!

Faça uma pesquisa no site <http://www.youtube.com/?gl=BR&hl=pt> sobre vídeos que contenham as demonstrações do Teorema de Pitágoras, indique um deles e justifique a sua escolha.

Alguns resultados da atividade 4 realizadas nos polos

Para realização dessa atividade, o Grupo 1 de P4 ilustrou o teorema com um triângulo retângulo particular, utilizando papel colorido para destacar os quadrados construídos sobre os lados do triângulo. A ilustração encontra-se na Figura 22

Figura 22 – Atividade 4 – Grupo 1 de P4



Temos os quadrados A1 que é o maior, o A2 e o A3. Vamos calcular a área de cada um destes quadrados.

**$15^2=225$**   
 **$20^2=400$**   
 **$25^2=625$**

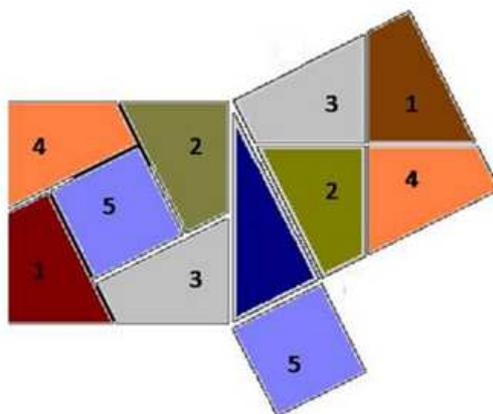
Se somarmos as áreas dos quadrados menores o que teremos?  
 **$A2+A3=A1$**   
**Logo:  $b^2+c^2=a^2$**

A área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos triângulos construídos sobre os catetos.

Fonte: Relatório do Grupo 1 de P4

O Grupo 1 de P5 realizou a atividade utilizando um quebra-cabeça, de acordo com a Figura 23:

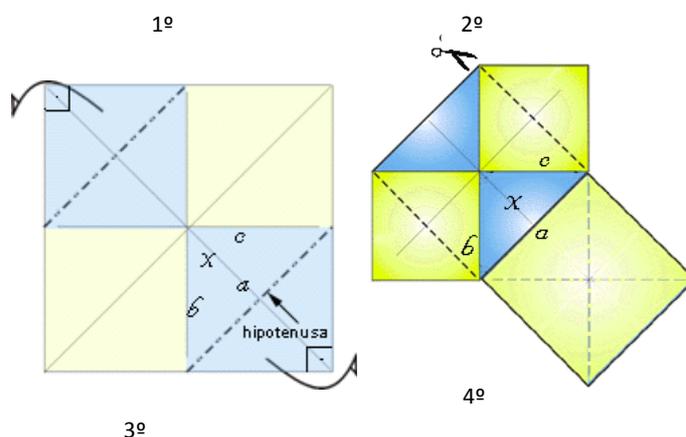
Figura 23 – Atividade 4 – Grupo 1 de P5

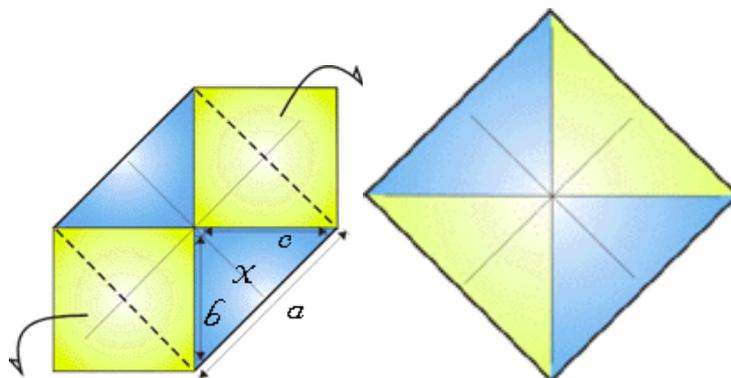


Fonte: Relatório do Grupo 1 de P5

Segundo o Relatório do Grupo de P9, a atividade foi iniciada com pesquisa na *web* sobre o Teorema de Pitágoras e uma das tarefas realizadas pelos participantes foi demonstrar o Teorema com Origami, cujos passos podem ser observados na Figura 24.

Figura 24: Demonstração do Teorema de Pitágoras – Origami – P9





Fonte: Relatório de P9

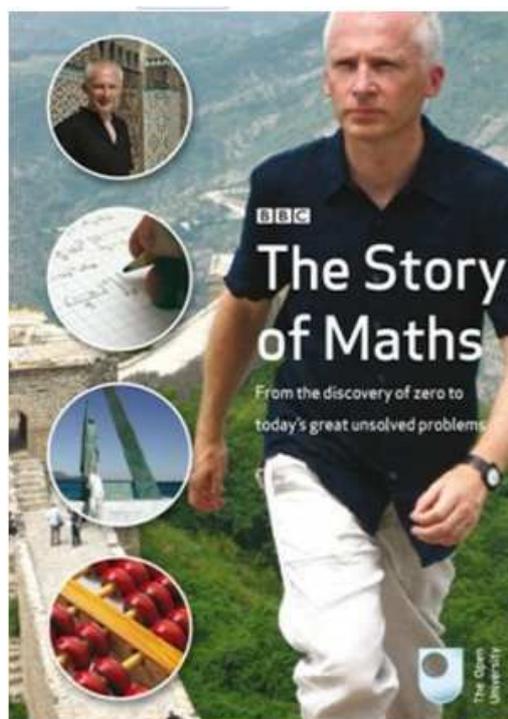
### 2.4.3 Filmes e vídeos trabalhados sugeridos nas atividades práticas

Na pesquisa, foram utilizados vários filmes, alguns sugeridos pela professora e pelo pesquisador e outros sugeridos pelos participantes como parte da atividade 4, descrita anteriormente.

São apresentados agora sugestões dos filmes (documentários) e vídeos utilizados.

A Origem do Universo

Figura 25 – Capa do Documentário *The Story of Maths*.



Fonte: <http://www.pensevestibular.com.br/geral/educacao/a-historia-da-matematica-episodio-1a-linguagem-do-universo-parte-i>

Nesse vídeo, a história da Matemática é apresentada pelo professor Marcus du Sautoy, da Universidade de Oxford, que passando por países como o Egito, a China, a Índia, a Rússia, além do Oriente Médio, a Europa e os Estados Unidos, nos permite viajar no mundo da Matemática.

Os episódios oferecem explicações claras e acessíveis de ideias matemáticas importantes, mas também nos contam histórias cativantes, pormenores biográficos fascinantes e episódios centrais nas vidas dos maiores matemáticos.

Interessante, esclarecedora e divertida, a série oferece aos espectadores pontos de vista novos e extraordinários relativamente à importância da Matemática, estabelecendo essa disciplina como um dos maiores feitos culturais da humanidade.

A História da Matemática (The Story of Maths) foi escolhida como o Melhor Documentário, no ano de 2009, pela BBC.

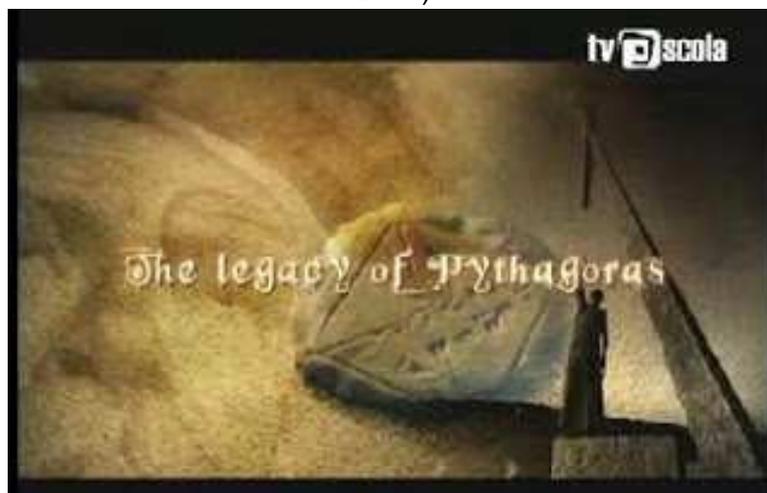
No episódio I - A linguagem do Universo, Marcus du Sautoy irá olhar para a importância da Matemática para as nossas vidas antes de analisar a Matemática do Antigo Egito, Mesopotâmia e Grécia, abordando a matemática da construção das

pirâmides, a descoberta do Pi, a importância dos triângulos retângulos e da geometria grega, onde pontificaram os grandes nomes de Platão, Pitágoras, Euclides e Arquimedes.

#### Documentário: O Legado de Pitágoras

O documentário poderia ser parte de uma aula educativa e deveria ser usado em escala pelas escolas do Brasil. Ele é mais que uma aula, é um verdadeiro aprendizado para as crianças que são obrigadas a se conformar com histórias desnecessárias. A Figura 26 a seguir apresenta a capa do documentário.

Figura 26 – Capa do documentário: O Legado de Pitágoras (TV Escola 2010)



Fonte: <http://tvescola.mec.gov.br>

O documentário O Legado de Pitágoras é dividido em uma série de três filmes independentes e que podem ser utilizados de maneira isolada para fins didáticos. A Figura 27 mostra parte do 1º episódio (O Triângulo de Samus).

Figura 27 – O Triângulo de Samus – 1º episódio



Fonte: <http://tvescola.mec.gov.br>

O primeiro filme traz como problema motivador a construção do Aqueduto de Eupalinos. O conhecimento de triângulos retângulos mostra-se importante para o planejamento dessa obra grandiosa.

A Figura 28 apresenta parte do 2º episódio denominado “Pitágoras e outros”  
Figura 28 – Pitágoras e outros – 2º episódio



Fonte: <http://tvescola.mec.gov.br>

De acordo com a descrição no *site* da TV Escola, o segundo episódio mostra que o Teorema de Pitágoras era conhecido por diferentes civilizações, muitos anos antes do nascimento de Pitágoras. Apresenta o desconforto dos membros da Sociedade Pitagórica ao descobrir que nem todos os números poderiam ser escritos como a razão de dois números naturais. Como exemplos de números com esta característica, apresentam  $2$ ,  $\pi$  e o número de ouro (razão áurea).

Na figura 29 é apresentada parte do 3º episódio do documentário “Desafiando Pitágoras”.

Figura 29 – Desafiando Pitágoras (TV Escola-2010) – 3º episódio



Fonte: <http://tvescola.mec.gov.br>

Segundo a crítica disponível no *site* da TV Escola, o terceiro filme inicia com um problema motivador para a criação de geometrias não euclidianas e apresenta um “exemplo” no qual o Teorema de Pitágoras falharia, mas conclui que o problema está na construção de triângulos em superfícies esféricas. Esse é o filme mais avançado da série e mostra como os estudos da geometria esférica (elíptica) e da topologia foram fundamentais para a Teoria da Relatividade e para o entendimento atual do universo.

Vídeos disponíveis no youtube sobre o Teorema de Pitágoras

Apesar de alguns documentários já citados também serem sugestões dos participantes, serão relacionados alguns vídeos, resultados de pesquisas deles.

### Vídeo 1 – Demonstração do Teorema de Pitágoras

É muito importante que o aluno saiba realizar os cálculos envolvendo o Teorema de Pitágoras, mas também antes disso é necessário que ele entenda o que está fazendo. Este vídeo com certeza auxilia a visualização da relação por meio de imagens que demonstram a visão geométrica desse teorema. Com isso, o professor concilia o conteúdo algébrico com o geométrico, estabelecendo mais entendimento.

Figura 30 – Vídeo 1 sobre Teorema de Pitágoras

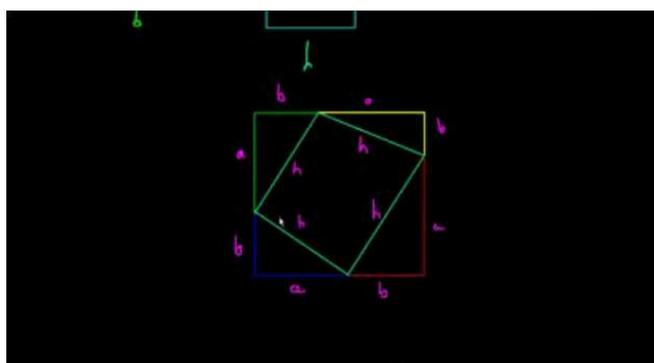


Fonte: <http://www.youtube.com/watch?v=pgxE3Po7ciU>

### Vídeo 2 – Demonstração do Teorema de Pitágoras

O vídeo apresenta uma dedução simples do Teorema com base na geometria, que permite o entendimento da relação entre os catetos e a hipotenusa num triângulo, sendo apropriado para alunos do ensino médio ou da graduação.

Figura 30 – Vídeo 2 sobre Teorema de Pitágoras



Fonte: <http://www.youtube.com/watch?v=-6j6lRKZNxY>

### Vídeo 3 – Demonstração do Teorema de Pitágoras

Este é um vídeo que nos mostra a importância do triângulo em diversas aplicações no nosso cotidiano. As boas ilustrações facilitam o aprendizado das formas do triângulo. De maneira rápida e eficiente, explica-se bem esse Teorema. Um vídeo que pode ser usado com alunos que estão tendo o primeiro contato com esta matéria pelo fácil entendimento.

Figura 31 – Vídeo 3 sobre Teorema de Pitágoras

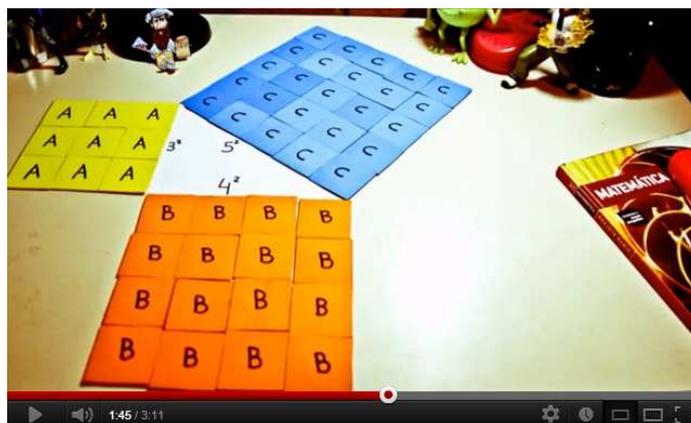


Fonte: <http://www.youtube.com/watch?v=NQjxroaxY8o>

### Vídeo 4 – Demonstração do Teorema de Pitágoras

Este é um vídeo que contém imagens simples, com o auxílio de uma música de fácil entendimento. Ao final, a música começa a dar exemplos de como aplicar o Teorema, o que possibilita ao aluno aprender mais esse conceito. São interessantes para pessoas que têm dificuldades com o assunto. (tempo 3min11s)

Figura 32 – Vídeo 4 sobre Teorema de Pitágoras

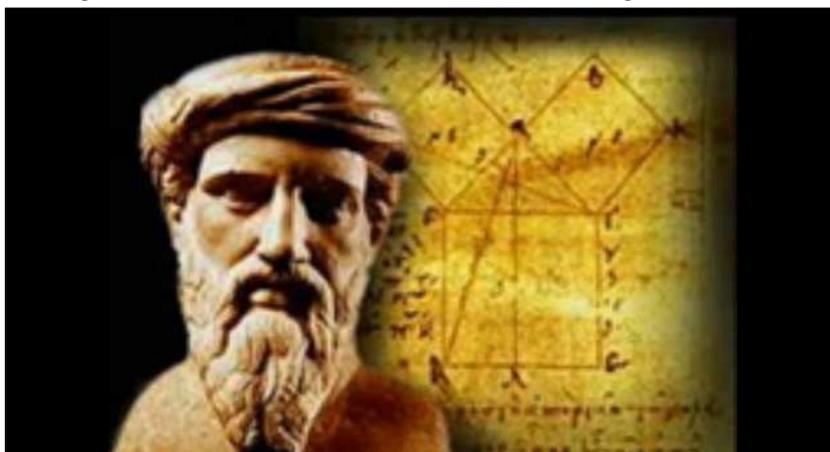


Fonte: <http://www.youtube.com/watch?v=jizQ-Ww7jik>

#### Vídeo 5 – Demonstração do Teorema de Pitágoras

Este vídeo é mais dinâmico com ilustrações e música que auxiliam na compreensão do aluno e prendem sua atenção devido à interação do conteúdo com as ilustrações de cada *slide*, é um vídeo voltado a alunos mais novos ou àqueles que têm dificuldade em concentração, pois a música facilita o entendimento. (tempo: 2min38s)

Figura 33 – Vídeo 5 sobre Teorema de Pitágoras

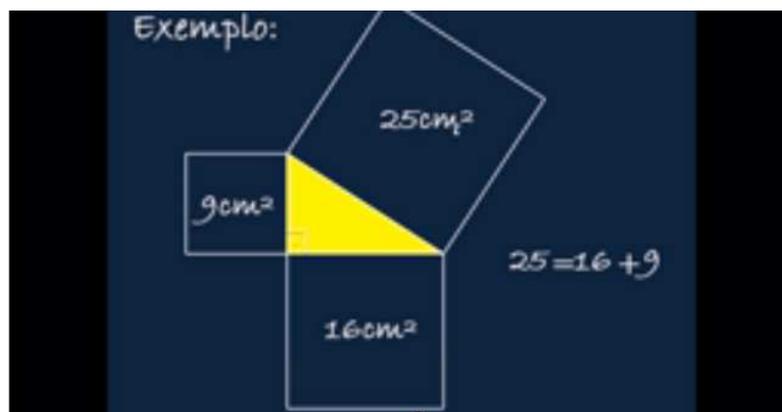


Fonte: <http://www.youtube.com/watch?v=qjvy2jcbv8w>

#### Vídeo 6 – Demonstração do Teorema de Pitágoras

Este é um vídeo que explica passo a passo como calcular o Teorema de Pitágoras, possui exercícios para os alunos treinarem no decorrer da aula, auxiliando assim o aprendizado; porém, é um vídeo mais lento, voltado exclusivamente para o conteúdo e é mais aplicado a alunos em séries mais adiantadas ou de graduação (Tempo: 7min10s)

Figura 34 – Vídeo 6 sobre Teorema de Pitágoras



Fonte: <http://www.youtube.com/watch?feature=endscreen&v=vq-Kb40ruN8&NR=1>

#### Vídeo 7 – Demonstração do teorema de Pitágoras

Este vídeo fala da aplicação do teorema e conta um pouco da história das cidades gregas, demonstra a utilização do Teorema de Pitágoras para resolver problemas de falta de água e, dessa forma, contribuiu para o desenvolvimento das cidades e dos povos ali existentes. Tempo: 6 min 37s)

Figura 35 – Vídeo 7 sobre Teorema de Pitágoras



Fonte: <http://www.youtube.com/watch?v=4l4Z8qkvSUc>

De acordo com os participantes, os vídeos se revelaram excelente instrumento de ensino para utilização da história da Matemática em sala de aula.

### 3. Alguns resultados da pesquisa

---

A proposta de prática de ensino realizada nesta pesquisa ofereceu contribuições para a formação inicial dos professores de Matemática, segundo os participantes porque possibilitou um olhar para a futura prática profissional docente de modo a utilizar e perceber a importância de atividades práticas com a aplicação da história da Matemática na sala de aula também permitiu a aprendizagem na busca de possibilidades de ensinar Matemática de maneira clara, objetiva e prazerosa em seus aspectos interdisciplinares.

As atividades com a história da Matemática facilitam a relação teoria/prática contribuindo para o sucesso do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, bem como ofereceram segurança aos participantes para a realização da prática docente.

Essas atividades exerceram papel importante na percepção do mérito da pesquisa como preparação de atividades.



A sua realização levou os participantes a perceberem que, com apelo à história, os conceitos matemáticos podem ser mais bem compreendidos e o ensino da Matemática mais atrativo.

A realização das atividades ainda possibilitou que os futuros professores percebessem que História da Matemática favorece a realização de atividades práticas que despertam o interesse e motivam os alunos para a aprendizagem da Matemática e o resgate da História da Matemática pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Os exercícios também ofereceram subsídios para os questionamentos dos alunos em relação ao desenvolvimento da Matemática e à construção de conceitos matemáticos, contribuindo para a formação deles.

Os participantes puderam perceber a importância de instrumentos da EAD, como os fóruns, para a comunicação e a interação a cerca do trabalho realizado (esclarecimento de dúvidas, troca de ideias e materiais sobre as práticas por eles desenvolvidas).

Outro ponto que muito contribuiu para a aprendizagem na análise de livros didáticos e planejamento de aulas (elaboração de atividades) pesquisas (na web, em livros, artigos e textos científicos em geral), foram as práticas que poderão ser parte da rotina do exercício profissional.

Ademais, possibilitaram aos participantes perceber a influência do contexto cultural do conteúdo matemático para a desmistificação e dificuldades de compreensão por parte dos alunos.

Finalmente, sobre a formação inicial do professor, é clara a contribuição da história da Matemática contribuíram para a formação do professor de Matemática, ainda mais para a formação de educadores matemáticos para o ensino básico, porque ajudaram na formação profissional, proporcionando elementos de História da Matemática para serem utilizadas em aula e, finalmente, bem como para a formação do professor como subsídio para o enfrentamento da sala de aula.

## Referências

---

ALVES, L.. *Educação a Distância: conceitos e história no Brasil e no Mundo*. In: *Associação Brasileira de Educação a Distância*, vol.10, 2011.

BARONI, R. L. S. NOBRE, S. A Pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. In: *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. BICUDO, M. A.V (org.) – São Paulo, UNESP, 1999.

BARONI, R. L.; BIANCHINI, M. I. Z. *História da matemática em livros didáticos*, Paraná, 2007.

BAIRRAL, M. A. *Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância*. Rio de Janeiro: Editora Universidade Rural, 2007.

BEHAR, P. A. (Org.). *Modelos pedagógicos em educação a distância*. Porto Alegre: Artmed, 2009.

BIANCHINI, E. *Matemática*. 6 ed, Editora Moderna. São Paulo, 2006.

BROLEZZI, A.C. *Conexões: história da matemática através de projetos de pesquisa*. *Coleção História da Matemática para Professores* (Preprint). Sérgio Nobre (org.) Rio Claro. SP: SBHMAT. 2003.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias- Ensino Médio*. Brasília: MEC, 1999.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; ZULATTO, R. B. A. Educação a distância online. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2007.

CAVALCANTE, L. G.; SOSSO, J.; VIEIRA, F.; POLI, E. *Para saber matemática*. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Saraiva, 2006.

DANTE, L. R. D. *Tudo é matemática*. 3ª edição, São Paulo: Ática, 2009.

D'AMBRÓSIO, U. *A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática*. In: Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. BICUDO, M. A.V (org.) – São Paulo, UNESP, 1999.

DUTRA, D. S. A. *Resolução de problemas em ambientes virtuais de aprendizagem num curso de licenciatura em matemática na modalidade a distância*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UFOP, Ouro Preto, MG, 2011.

GARCIA, F. T. *A participação da história da matemática no ensino de matemática: a visão dos professores das séries finais do ensino fundamental de Itabirito*. Ouro Preto – UFOP, 2005.

GARCIA, F.T, REZENDE, F. M. C., COSTA, E. A. S. *História da matemática em foco: uma análise de livros didáticos*. In: III Colóquio de Educação Matemática, UFJF. Juiz de Fora, MG, 2011.

IEZZI, G., et al. *Matemática e realidade*. 6. ed, São Paulo: Atual, 2009.

LONGEN, A. *Passaporte para a matemática*. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Editora do Brasil, 2006.

MACHADO, N. J. Educação: projetos e valores. São Paulo; Escritura Editora, 2000.

MENDES, I. A. *O uso da história da matemática – Reflexões teóricas e experiências*. Belém: EDUEPA, 2001.

MENDES, I. A. *Investigação histórica no ensino da matemática*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: Argumentos reforçadores e questionadores. *Zetetiké – CEMPEM - FE/UNICAMP*, V. 5 – nº 8 – jul./dez. de 1997.

MIGUEL, A. *Três estudos sobre história e educação matemática*. Tese (doutorado em Educação), UNICAMP. Campinas, SP, 1993.

MIGUEL, A. et al. *História da matemática em atividades didáticas – 2ª ed. Ver.* São Paulo: Livraria da Física, 2009.

NICOLAU, S. *Matemática: eu aprendo*. São Paulo: Ediouro, 2002.

NOBRE, S. Alguns “porquês” na história da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática. In: *Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática*. 1.ed. Campinas: Papyrus. 1996.p.29-35.

STRUIK, D. J. Por que estudar história da matemática? Trad. De Célia Regina A. Machado e Ubiratan D’Ambrosio. In: *História da técnica e da tecnologia: textos básicos*. Ruy Gama (org.). São Paulo: T. A. Queiroz e EDUSP, 1985. p.191-215.

VIANNA, C. R. *Usos didáticos para a história da matemática*. In: Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática. Recife – PE, 1998. Pp.65-79

VILA, M. C.; PIMENTEL F. It; Souza, Dimas B.; VIANA, M. C. V. Projeto do Curso de Licenciatura em Matemática Modalidade a Distância CEAD UFOP. 2006, 90 p.

ZUIN, E. S. L. *Livros Didáticos como Fontes para Escrita da História da Matemática*, Paraná, 2007.







Este trabalho foi composto na fonte Myriad Pro e Ottawa.  
Impresso na Coordenadoria de Imprensa e Editora|CIED  
Da Universidade Federal de Ouro Preto