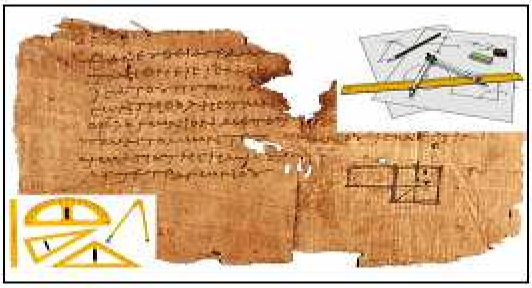
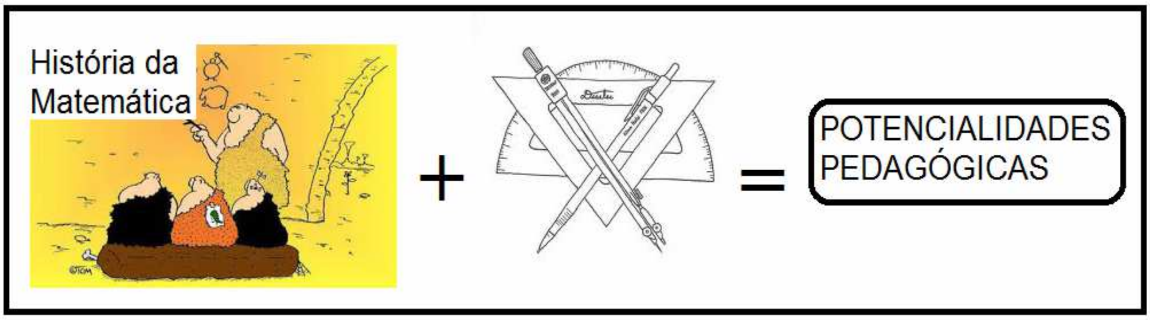
Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas
Departamento de Matemática

Mestrado Profissional em Educação Matemática

EVANDRO ALEXANDRE DA SILVA COSTA



Potencializando o Ensino e Aprendizagem do Desenho Geométrico por meio da História da Matemática



Caro(a) Colega,

Sou professor de Matemática e Desenho Geométrico e leciono há vários anos para o Ensino Fundamental e o Médio em escolas da rede particular e federal de ensino de Belo Horizonte. Há aproximadamente oito anos comecei a minha trajetória. Nessa direção, percebi que o ensino do Desenho Geométrico é visto de maneira mecânica, segundo a qual os alunos decoram a realização de vários traçados geométricos, buscando obter uma construção sem significado para a construção do conhecimento. Por causa disso, procurei realizar um estudo que apresentasse uma metodologia alternativa, diferente das observadas na maioria dos livros didáticos dessa disciplina.

Na busca de um novo caminho para o ensino do Desenho Geométrico, procurei na História da Matemática respostas que possibilitassem explicações, justificativas e a apresentação do desenvolvimento de algumas construções geométricas.

Esse caderno de sugestões é um produto educacional, que pode ser considerado como um recorte de minha dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática intitulada "*Analisando Algumas Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico por meio da Teoria Fundamentada*". defendida em 1.º de agosto de 2013, na Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

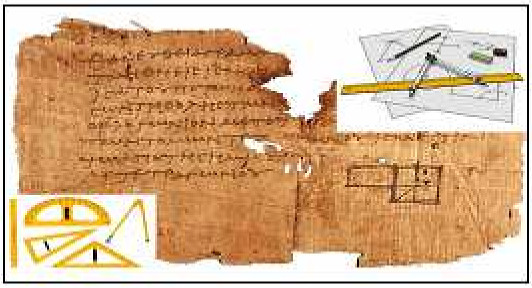
Assim, apresento, por meio dos pressupostos da Teoria Fundamentada, um breve resumo do desenvolvimento da pesquisa bem como a análise e a interpretação dos dados brutos.

Espero que as informações, as sugestões, as curiosidades e as atividades propostas contribuam positivamente para o planejamento de suas aulas, potencializando pedagogicamente o ensino e aprendizagem das construções geométricas.

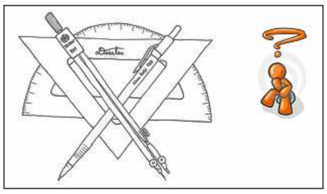
Um grande abraço!

Evandro Costa

SUMÁRIO



Por que estudar Desenho Geométrico?

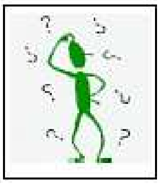


O Desenho Geométrico pode ser considerado como a linguagem gráfica da Matemática, pois o ensino dessa disciplina por meio de seus traçados e com a utilização de instrumentais como régua, compasso, transferidor e par de esquadros, auxilia o aprendizado das definições e das demonstrações, que são imprescindíveis para o entendimento dos conceitos das propriedades e das relações geométricas e algébricas (SILVA, 2006). Nesse direcionamento, o ensino do Desenho Geométrico pode auxiliar os alunos na compreensão de conceitos matemáticos ou puramente geométricos, favorecendo ainda o desenvolvimento de habilidades motoras manuais desenvolvidas pelo manuseio dos instrumentais de desenho.

Além disso, a disciplina Desenho Geométrico auxilia os alunos a concretizar os conhecimentos teóricos relacionados com conteúdos da Geometria, fortalecendo esse importante componente curricular. Consequentemente, o estudo das construções geométricas pode promover o desenvolvimento do raciocínio lógico, do pensamento divergente, da organização e da criatividade (MARMO e MARMO, 1994).

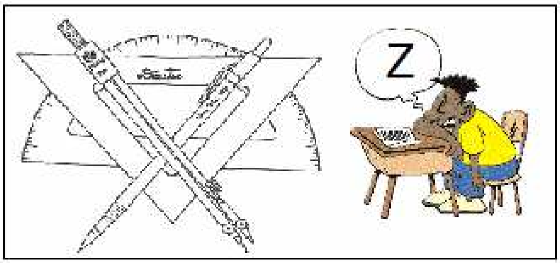
Resumindo, o Desenho Geométrico pode auxiliar o ensino de conteúdos matemáticos e desenvolver atitudes positivas nos alunos. Contudo, é importante ressaltar que essas atitudes são desenvolvidas quando os conteúdos dessa disciplina são apresentados de maneira compreensiva e significativa, motivando os alunos para o seu ensino e aprendizagem (AUSUBEL et al, 1980).

Como potencializar o ensino de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico?



Como esse objetivo pode ser alcançado? A resposta para essa pergunta pode ser dada por meio de uma proposta de mudança metodológica na prática pedagógica em sala de aula.

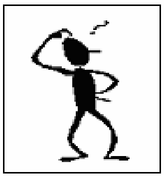
Nesse sentido, é necessário que os livros didáticos relacionados com a disciplina Desenho Geométrico evitem apresentar o conteúdo por meio de atividades mecânicas que não possuem relação com a Matemática ou mostrar várias construções geométricas descontextualizadas e desvinculadas de fatos que justificam a sua utilização. Assim se evita que essa disciplina seja vista como cansativa e desmotivadora (MONTENEGRO, 1991).



Fonte: http://educador.brasilescola.com

Portanto apresento a História da Matemática como um recurso didático que pode mostrar o elo de certos conteúdos do Desenho Geométrico com a Álgebra e a Geometria, além de fornecer um contexto ideal para tornar esse estudo mais significativo e atraente para os alunos.

A História da Matemática pode ser considerada como um recurso didático para o ensino de conteúdos matemáticos?



A História da Matemática pode ser utilizada como um recurso didático capaz de mostrar que a descoberta do conhecimento matemático é dinâmica e está em desenvolvimento (OZÁMIZ e PEREZ, 1993), podendo ser utilizada como uma aliada pedagógica para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, ou seja, aritméticos, algébricos ou geométricos. Nesse contexto, é importante que as abordagens históricas utilizadas em sala de aula estejam vinculadas aos conteúdos matemáticos e procurem encontrar justificativas, fatos interessantes, causas e objetivos, necessários para sanar a curiosidade dos alunos (TRIVIZOLI e MARIOTTO, 2011).

Portanto, com a utilização da História da Matemática, os professores melhoram a explicação de alguns conteúdos matemáticos, pois fornecem o contexto, ou seja, “subsídios suficientes para responder às perguntas surgidas na sala de aula, dando aos alunos sólidas noções do significado e aplicações do assunto, tornando a Matemática mais agradável e cheia de porquês a descobrir” (MENDES, 2009, p. 6).

Por outro lado, a História da Matemática propicia um processo investigativo e interdisciplinar, favorecendo a construção e a unificação do conhecimento matemático pelos alunos. Nessa perspectiva, esta metodologia contribui para que os alunos desenvolvam e exercitem a capacidade de argumentação escrita e falada, ao explorar as soluções de problemas lógicos, algébricos e geométricos (TRIVIZOLI e MARIOTTO, 2011). Portanto se propicia um ambiente de trabalho coletivo, de cooperação mútua, apresentando, também, vários tipos de resolução para o mesmo problema e, como consequência, se promovem atitudes e valores positivos (MIGUEL, 1997), auxiliando os alunos no entendimento dos conceitos matemáticos e contribuindo para responder a algumas de suas inquietações (BIANCHINI, 2006).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática sugerem a utilização da História da Matemática como um recurso didático. Assim, de acordo com os pressupostos desse documento, a História pode apresentar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar as necessidades e preocupações de culturas distintas, em diferentes momentos históricos (ROSA, 2010).

Nesse sentido, conhecer a história de um conceito ou técnica matemática direciona os alunos para um entendimento mais profundo e rico desses ensinamentos (BERLINGOFF e GOUVÊA, 2008). Assim, a história, muitas vezes, pode providenciar um contexto histórico para o conteúdo matemático a ser ensinado, pois é um recurso didático adequado para a elaboração de atividades escolares, que permite aos alunos reconstruírem o caminho histórico que conduziu os matemáticos à descoberta desses saberes. Em outro ponto de vista, a História da Matemática também pode ser utilizada em sala de aula para motivar os alunos a observarem a maneira como ocorreu a evolução das ideias matemáticas no decorrer da história.

Esta metodologia pode criar condições para que os alunos tenham uma aprendizagem mais significativa. Dessa forma, o professor pode levá-los a simular sua ação num contexto real, ou seja, pode conduzi-los a aplicar na vida prática os conceitos estudados (SANTOS, 2007).

Portanto a utilização da História no ensino de Matemática é importante, pois aumenta a motivação para a aprendizagem por meio de uma ação problematizadora, que utiliza o diálogo, articula a Matemática com outras ciências, mostra a importância da linguagem e da notação simbólica na constituição das formas e estruturas matemáticas, além de situar a Matemática, cronologicamente, em relação aos seus produtores e a sua própria constituição, buscando, dessa forma, que os alunos compreendam as condições de sua produção (SAD, 2004).

Nesse direcionamento, a História da Matemática pode contribuir para que se extrapole o campo da motivação e se abarquem elementos didáticos e pedagógicos que interligam os conteúdos matemáticos, como o aritmético, o algébrico e o geométrico, com o *fazer* pedagógico em sala de aula, tornando esses conteúdos compreensivos, significativos e contextualizados.

Em vista disso, apresentam-se 12 potencialidades pedagógicas da utilização da História da Matemática (Quadro 1) no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos (MIGUEL, 1997).

Quadro 1: 12 potencialidades pedagógicas da utilização da História da Matemática

1. A História como uma fonte de motivação para o ensino e aprendizagem da Matemática
2. A História como uma fonte de objetivos para o ensino da Matemática.
3. A História como uma fonte de métodos para o ensino e aprendizagem da Matemática.
4. A História como uma fonte para seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de Matemática.
5. A História como um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino.
6. A História como um instrumento de formalização de conceitos matemáticos
7. A História como um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico.
8. A História como um instrumento unificador dos vários campos da matemática
9. A História como um instrumento promotor de atitudes e valores.
10. A História como um instrumento de conscientização epistemológica.
11. A História como um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática.
12. A História como um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural.

Fonte: Baseado em Miguel, 1997

As potencialidades pedagógicas da História da Matemática para o ensino da Matemática podem ser estendidas para o Desenho Geométrico?

Do estudo conduzido por mim e meus orientadores originou a dissertação intitulada *Analisando Algumas Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico por meio da Teoria Fundamentada*, cujos resultados mostraram a utilização de oito potencialidades pedagógicas para a utilização da História da Matemática no ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico. A referida pesquisa, realizada com 41 alunos de duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular do município de Belo Horizonte, analisou os dados coletados por meio de diversos instrumentos, como questionários, atividades de aulas propostas no registro documental e diário de campo com minhas anotações e observações. Para as aulas propostas, foram elaboradas atividades que envolviam histórias da Matemática, lendas e comentários sobre o desenvolvimento de alguns conteúdos geométricos e algébricos e, também, sobre a vida de alguns matemáticos da antiga Grécia, como, por exemplo, Tales de Mileto e Pitágoras.

De acordo com os resultados, foi possível verificar que a História da Matemática teve papel contextualizador para o ensino e aprendizagem desses conteúdos, pois facilitou a reconstrução de atividades históricas e apresentou justificativas para os *por quês* e *para quês* apresentados pelos alunos durante as aulas. Esses resultados mostraram que, por meio da utilização desta metodologia de ensino, as aulas se tornaram mais dinâmicas e motivadoras, contribuindo para tornar o ensino e aprendizagem dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico mais atraentes e interessantes. Esses fatos mostram que a História da Matemática pode ser considerada como uma fonte de motivação para o ensino e aprendizagem do Desenho Geométrico.

Outra potencialidade verificada está relacionada com o ensino mais humanizado e menos mecânico para os conteúdos da disciplina Desenho Geométrico, destacando o desenvolvimento das ideias matemáticas e enfatizando as dificuldades encontradas para a construção desses conhecimentos. Portanto a História da Matemática pode ser considerada como um instrumento para desmistificar os conteúdos estudados nessa disciplina.

Foi verificado, também, que a História da Matemática possibilitou aos alunos perceberem as conexões do ensino dos conteúdos de Desenho Geométrico com outras áreas de conhecimento, como a Filosofia e a Artes, propiciando um elo entre os vários campos da própria Matemática, como a Geometria e a Álgebra. Nesse sentido, a História da Matemática contribuiu como um instrumento unificador de vários campos da Matemática.

Por outro lado, a História da Matemática pode ser considerada como uma fonte de objetivos para o ensino do Desenho Geométrico, pois propicia a humanização das construções geométricas, a interdisciplinaridade, além de apresentar o desenvolvimento e a evolução dos conteúdos estudados, fornecendo justificativas para os traçados.

A sua utilização também possibilitou contribuições para contextualizar a introdução ou a ilustração de determinado conteúdo relacionado com a disciplina de Desenho Geométrico. Dessa maneira, a História da Matemática trouxe contribuições para a elaboração de atividades que envolveram reconstruções históricas ou métodos para a apresentação de resoluções diferenciadas para a mesma situação-problema. Assim, a História da Matemática pode ser utilizada como uma fonte de métodos para o ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico.

A História da Matemática utilizada no Desenho Geométrico também contribuiu para o entendimento e compreensão da utilização de algumas fórmulas matemáticas que foram estudadas em anos anteriores. Portanto, pode contribuir significativamente como um instrumento didático e pedagógico que auxilia na promoção e na aprendizagem significativa e compreensiva dos conteúdos dessa disciplina.

A História da Matemática contribuiu ainda para promover o desenvolvimento de atitudes e valores positivos nos participantes desse estudo, que perceberam a importância de se justificar um procedimento matemático ou geométrico, bem como propiciou o trabalho coletivo e colaborativo que favoreceu alguns debates. Dessa maneira, a História da Matemática foi utilizada como um instrumento promotor de atitudes e valores dos participantes em relação ao ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico.

Uma última potencialidade pedagógica percebida nesse estudo foi que a utilização da História da Matemática como um instrumento contextualizador das atividades propostas nas aulas do registro documental, contribuiu para que os participantes compreendessem um determinado procedimento ou conceito estudado na disciplina Desenho Geométrico, facilitando, assim, a construção de conceitos estudados por meio da resolução de atividades que contemplavam as construções geométricas. Diante desse contexto, a História da Matemática contribuiu como um instrumento didático e pedagógico para que os participantes desse estudo pudessem formalizar os conceitos matemáticos e geométricos durante a condução dessa pesquisa.

Resumindo, foi percebido que a História da Matemática pode fornecer ao ensino e à aprendizagem de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico oito potencialidades pedagógicas das doze já citadas anteriormente por Miguel (1997). Dessa maneira, a História da Matemática pode contribuir como:

I. Uma fonte de motivação para o ensino e a aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina.
II. Uma fonte de objetivos para o ensino e a aprendizagem dos conteúdos da disciplina.
III. Um instrumento que promove o desenvolvimento de atitudes e valores nos alunos.
IV. Um instrumento que promove a aprendizagem significativa e compreensiva desses conteúdos.
V. Uma fonte de métodos para o ensino e aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina.
VI. Um instrumento que auxilia os alunos na formalização de conceitos algébricos e geométricos.
VII. Um instrumento que auxilia na desmistificação e desalienação do ensino e aprendizagem dos conteúdos do Desenho Geométrico.
VIII. Um instrumento unificador de vários campos da Matemática.

Como são coletados os dados na Teoria Fundamentada?

A pesquisa que originou este produto educacional iniciou-se com um levantamento bibliográfico por meio de pesquisas em teses, dissertações, livros, artigos, revistas e sites, para a elaboração de um referencial teórico que fornecesse embasamento para identificar as potencialidades pedagógicas que poderiam emergir das atividades desenvolvidas.

Foram elaboradas atividades que eram compostas pela leitura de lendas, curiosidades e histórias que envolviam determinados aspectos da História da Matemática. Os dados foram coletados por meio das respostas dos alunos a três questionários, das observações anotadas no caderno de campo, de algumas fotos tiradas durante o projeto, de gravações em áudio e das tarefas realizadas pelos alunos.

A coleta e análise desses dados foram embasadas nos princípios propostos pela Teoria Fundamentada, que visou analisar esses dados de maneira sistemática até a saturação teórica. Essa saturação significa que dados novos ou relevantes não foram mais determinados, pois os conhecidos começaram a se repetir durante o processo analítico (GASQUE, 2007).

O que é a Teoria Fundamentada? Como aplicá-la em uma pesquisa de Educação Matemática?

A Teoria Fundamentada é uma metodologia de pesquisa, de natureza exploratória que enfatiza a geração e o desenvolvimento de teorias que especificam um determinado fenômeno e as condições para a sua manifestação. Nesse tipo de metodologia, os conceitos emergentes dos dados empíricos são blocos fundamentais da construção de uma determinada teoria.

Neste contexto, um dos principais objetivos da Teoria Fundamentada é permitir que os pesquisadores elaborem uma teoria que possa responder diretamente ou indiretamente à pergunta da pesquisa a partir das observações de um conjunto de ações documentadas e relatadas durante o processo investigativo. Assim, ela descreve o fenômeno em estudo, analisando-o, interpretando-o e desenvolvendo-o por meio de uma sistemática coleta e análise de dados. A Teoria Fundamentada baseia-se em três etapas, denominadas de amostragem teórica, codificação dos dados e redação da teoria (GASQUE, 2007).

A amostragem teórica é o processo de coleta de dados para a geração da teoria, pois os pesquisadores analisam, coletam, codificam e interpretam conjuntamente os dados, decidindo quais serão coletados a seguir e onde encontrá-los para que possam fundamentar a teoria emergente (GLASER e STRAUSS, 1967).

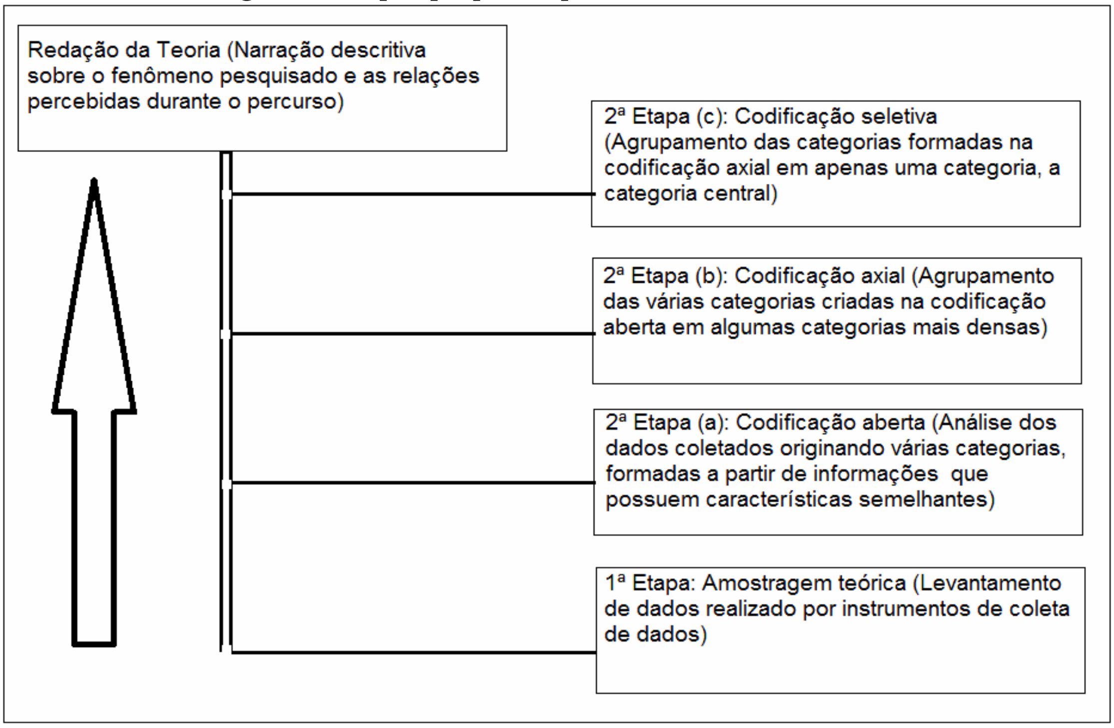
Após a definição da amostra teórica, a segunda etapa do processo é a codificação dos dados coletados, que são categoricamente rotulados de acordo com as suas características, sendo assim, organizados por meio de categorias semelhantes. Nesta fase, a codificação dos dados envolve comparações constantes entre fenômenos, casos e conceitos que auxiliam o desenvolvimento de teorias por meio da abstração e relações entre esses elementos.

Na Teoria Fundamentada, os dados são analisados por meio das codificações aberta, axial e seletiva. A codificação aberta é o processo analítico pelo qual os conceitos são identificados e desenvolvidos em relação a suas propriedades e dimensões. Neste tipo de codificação, os dados coletados são analisados linha por linha, frase por frase e parágrafo por parágrafo (GASQUE, 2007). Nessa fase, várias categorias emergem dos dados e se tornam subcategorias na codificação axial; nessa codificação categorias mais densas são elaboradas, pois são mais bem desenvolvidas e relacionadas, englobando as categorias formuladas na fase anterior.

A última fase do processo de codificação é a seletiva, que tem como objetivo “integrar e refinar categorias em um nível mais abstrato” (GASQUE, 2007, p. 100). Nessa fase, uma categoria central é elaborada para englobar as outras categorias que foram previamente formuladas. Nessa direção, a “categoria central é essencial para todos os elementos da teoria [emergente], pois é a partir dela que as propriedades e dimensões devem ser identificadas” (GASQUE, 2007, p. 100). Essa categoria em questão pode ser definida como a ideia central do estudo (BAGGIO e ERDMANN, 2011).

Após a realização das três fases de codificação, a redação da teoria emergida dos dados é elaborada. Esse processo “consiste numa narrativa descritiva sobre o fenômeno pesquisado” (PINTO, 2012, p. 6). Para a validação dessa teoria, é necessário comparar os conceitos estudados e as suas relações com os dados coletados (BAGGIO e ERDMANN, 2011). No entanto, ressalta-se que a teoria desenvolvida possui similaridades com as demais teorias existentes, que foram interpretações investigadas por outros investigadores e pesquisadores (STRAUSS e CORBIN, 1990 *apud* GASQUE, 2007). As etapas propostas pela Teoria Fundamentada são apresentadas na Figura 1.

Figura 1: Etapas propostas pela Teoria Fundamentada



Fonte: Diagrama baseado em Gasque (2007)

O desenvolvimento de determinado estudo, inicia-se com a coleta de dados por meio dos instrumentos descritos anteriormente. Esses dados coletados constituem a amostragem teórica da pesquisa. Após o levantamento dos dados brutos iniciais, por meio da amostragem teórica, os dados são divididos, conceitualizados e relacionados entre si. Nessa etapa, o processo analítico é iniciado com a codificação aberta, na qual os dados são examinados cuidadosamente, linha por linha, frase por frase, parágrafo por parágrafo com o objetivo de relacioná-los pelas semelhanças que apresentam (STRAUSS e CORBIN, 1990). O Quadro 2 mostra um exemplo desse processo de codificação.

Quadro 2: Exemplo de codificação aberta

Dados Brutos Coletados	**Codificação Aberta (Códigos Preliminares)**
As atividades realizadas [na aula de Desenho Geométrico] foram muito interessantes, pois, além de ensinar a matéria, é interessante saber a história (1) e as motivações que levaram ao desenvolvimento da Filosofia (2). As história contadas pelo professor ajudava a gente a lembrar de algumas fórmulas matemáticas (3).	1. Interesse pela atividade por meio da utilização da História da Matemática. 2. Ensino interdisciplinar 3. Métodos para o ensino e aprendizagem da disciplina de Desenho Geométrico

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Continuando o processo analítico, a codificação axial é iniciada com o desenvolvimento de uma análise mais aprofundada dos dados, partindo da codificação aberta realizada anteriormente. Assim, os dados são reagrupados de outras maneiras, para relacionar as categorias e subcategorias, originando, assim, os códigos conceituais (STRAUSS e CORBIN, 1990). O principal objetivo desta etapa é reorganizar os códigos em nível maior de abstração. O Quadro 3 mostra um exemplo da codificação axial.

Quadro 3: Exemplo de codificação axial

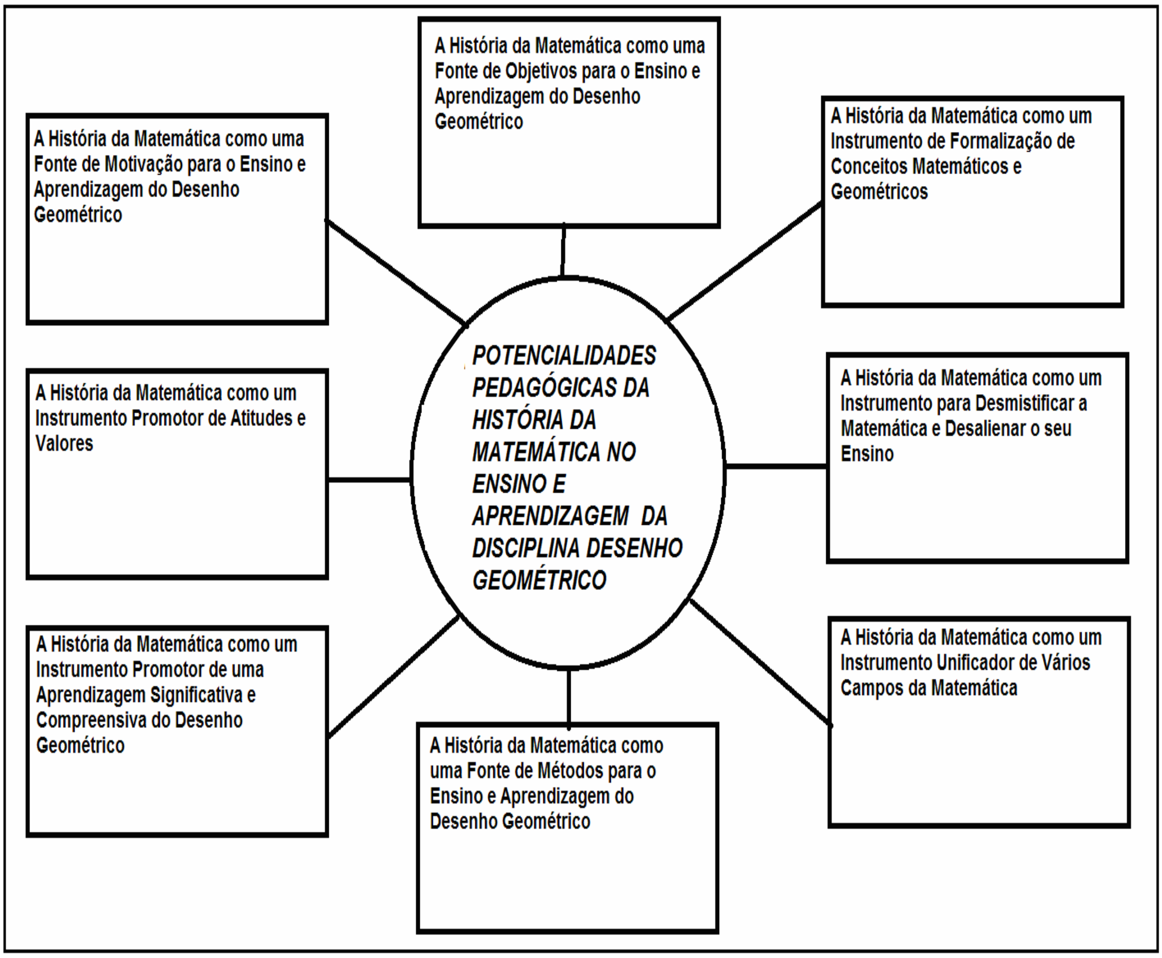
Codificação Aberta (Códigos Preliminares)	**Codificação Axial (Categorias Conceituais)**
1. Interesse pela atividade por meio da utilização da História da Matemática	História da Matemática como fonte de motivação
2. Ensino interdisciplinar	História da Matemática como uma fonte de objetivos para o ensino do Desenho Geométrico
3. Métodos para o ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico	História da Matemática como uma fonte de métodos para o ensino e aprendizagem do Desenho Geométrico

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

As codificações aberta e axial são necessárias para a elaboração da categoria central por meio da codificação seletiva. Assim, nessa última fase de codificação dos dados, as categorias são englobadas em uma única categoria, denominada de *Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho*

Geométrico. O Quadro 4 apresenta a elaboração da categoria central com base nas categorias determinadas pela codificação aberta e pela axial.

Quadro 4: Elaboração da categoria central com base nas categorias determinadas pelas codificações aberta e axial

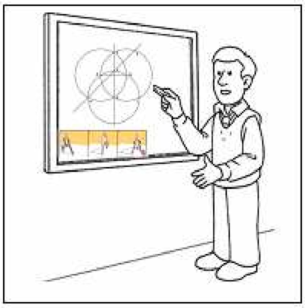


Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Nesse contexto, o relacionamento existente entre essas categorias e a problemática da pesquisa permitiu a redação de uma teoria emergente que foi baseada nos resultados, na análise e na interpretação dos dados coletados de acordo com as etapas previstas pela Teoria Fundamentada. Esse processo expõe o fenômeno estudado, visando a entendê-lo e explicá-lo em vez de somente descrevê-lo com base nas informações obtidas durante a condução do estudo.

A Teoria foi intitulada de *Potencializando o Ensino e a Aprendizagem do Desenho Geométrico por meio da História da Matemática*, sendo que o objetivo principal foi descrever as potencialidades pedagógicas da História da Matemática que podem ser utilizadas no ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico.

Apresentando as atividades para a disciplina Desenho Geométrico



A próxima etapa visa a apresentar atividades que foram realizadas com os alunos durante a condução do trabalho de campo desta pesquisa. Assim, para compor este Caderno de Sugestões foram escolhidas atividades de cinco aulas relacionadas com *Teorema de Tales*, *Semelhança de Triângulos*, *Média Geométrica*, *Teorema de Pitágoras* e *Operações com Segmentos de Reta.*

Esse caderno de sugestões oferece informações e comentários didáticos para a realização de atividades propostas em cada uma das aulas por meio da apresentação de *boxes* denominados *lembretes* e *sugestões*. Os *boxes lembrete* têm por finalidade alertar os professores para algumas dificuldades pedagógicas que os alunos possam apresentar durante a realização das atividades propostas nessas aulas bem como também orientar sobre algumas informações históricas ou educacionais que devem ser enfatizadas para esses alunos no decorrer do ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico. Por outro lado, os *boxes sugestão* visam apresentar dicas para uma melhor utilização dessas atividades. Outros elementos didático-pedagógicos importante deste caderno de sugestões são denominados de *Você sabia que... e curiosidades,* cujo os respectivos objetivos são o de complementar a ideia estudada, descontrair e desenvolver a curiosidades dos alunos por meio de fatos interessantes.

Aula 1: Teorema de Tales

O objetivo principal dessa aula é apresentar e definir o Teorema de Tales e testá-lo por meio de atividades de construções geométricas. É importante que os professores propiciem condições pedagógicas que favoreçam o relacionamento das resoluções gráficas das situações-problema propostas com as resoluções algébricas para que os alunos percebam vários tipos de resolução.

Sugestão 1

É importante que os professores lembrem que Tales de Mileto foi filósofo, astrônomo e um dos sete sábios da Antiguidade, para que os alunos possam associá-lo às contribuições nos campos de estudo da Filosofia e das Ciências, promovendo, dessa maneira, o aspecto interdisciplinar do conteúdo.

Sugere-se também que os professores expliquem as diferenças nas resoluções de situações-problema antes e depois da contribuição de Tales de Mileto.

Outro objetivo desta aula está relacionado com a ideia de apresentar a história de Tales de Mileto para que os alunos reflitam sobre a importância do surgimento da Matemática demonstrativa.

Sugestão 2

É necessário que os professores leiam os textos *A importância das justificativas para a Matemática* e *Um pouco da história sobre Tales e o seu Teorema*, comentando as passagens. A leitura desses textos pode fornecer contextualização histórica para a apresentação do Teorema de Tales.

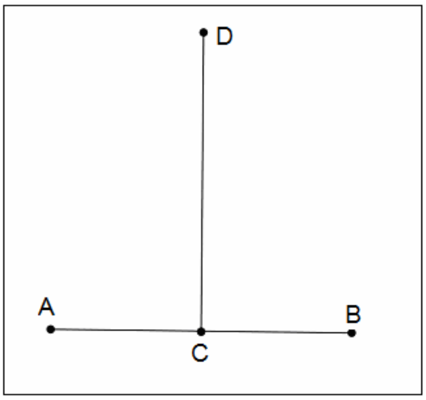
Texto: A importância das justificativas para a Matemática

Durante séculos, a humanidade elaborou afirmativas baseadas em observações de regularidades que influenciavam a vida cotidiana, como as estações do ano, as fases da lua, os períodos de chuva e de seca, as melhores épocas para o plantio e as melhores estações para a pesca ou a caça. Essas observações eram consideradas certezas que ocorriam no dia a dia da vida das pessoas. Por exemplo: Alguém duvida de que o Sol sempre nasce na posição que se convencionou denominar de Leste e se põe na posição que se convencionou denominar como Oeste?

As ciências cujas leis são descobertas por meio de observações do que acontece no mundo, naturalmente ou em experimentos conduzidos pela própria humanidade, são denominadas de Ciências Experimentais (GARBI, 2010b). Nessa perspectiva, as leis obtidas por essas ciências são denominadas de leis empíricas.

Porém se pode afirmar que essas leis sempre são válidas? Para responder a essa pergunta, observe a Figura 2 e responda: Qual segmento de reta é maior, o segmento *AB* ou o segmento *CD*?

Figura 2: Qual segmento de reta é maior?



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Por ilusão de ótica, parece que o segmento *CD* é maior do que o *AB*. No entanto ambos possuem o mesmo tamanho.

Outro exemplo de falha relacionada com conclusões baseadas em observações foi a afirmativa de que a Terra era o centro do universo. Nessa perspectiva, o texto de Garbi (2010b, p.19) mostra a origem histórica dessa asserção.

> (...) os antigos concluíram [por observação], naturalmente, que a Terra deveria estar imóvel e ser o centro do Universo, em torno do qual todos os outros astros [incluindo o Sol] se moviam. A humanidade acreditou nessa ´´lei`` astronômica por muitos séculos, até que, no século XVI, Nicolau Copérnico (1473-1543) apresentou provas irrefutáveis, também baseadas em observações astronômicas, de que a Terra e os demais planetas orbitam em torno do Sol. A ´´Lei do geocentrismo (considera a Terra no centro do Universo) foi abandonada e substituída pelo heliocentrismo (considera o Sol no centro do Universo). (GARBI, 2010b, p.19).

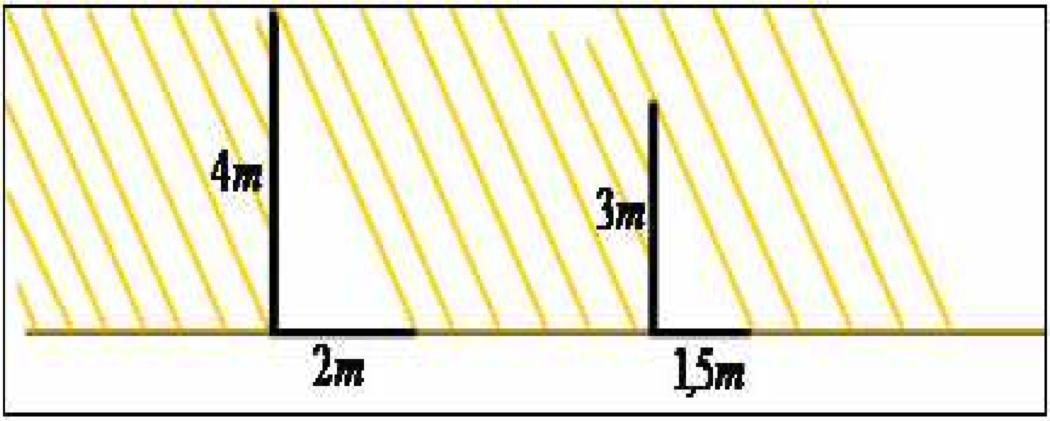
Dessa maneira, pode-se afirmar que a Matemática empírica aceita um argumento baseado em verificações visuais. Assim sendo, não necessita de demonstração para realizar determinada afirmação. Porém o contexto caracterizado por afirmações baseadas somente em observações foi alterado radicalmente a partir do século VI, com o filósofo e matemático grego Tales de Mileto (640 a.C-550 a.C), que afirmava que os conhecimentos matemáticos deveriam ser estabelecidos por meio do raciocínio lógico, em vez de serem estabelecidos por meio de observação, experimentação, tentativa e erro (DANTE, 2009).

Nesse direcionamento, o grande passo evolutivo que ocorreu com a Matemática grega, a partir de Tales de Mileto, foi a mudança da própria concepção da Matemática e do modo de estabelecer e justificar os fatos. Assim, os fatos matemáticos deveriam ser estabelecidos e justificados por procedimentos desvinculados dos do empirismo, pois as afirmações realizadas na Matemática deviam ser sempre provadas (GARBI, 2010b).

Texto: Um pouco da história sobre Tales e o seu Teorema

Tales de Mileto, filósofo e matemático grego, viveu de 640 a.C. a 564 a.C. (GARBI, 2010b). Grande parte de seu trabalho se concentrou no estudo das proporcionalidades entre as figuras geométricas. De acordo com textos históricos, Tales ficou conhecido por medir a altura da pirâmide de Quéops, construída por volta de 2500 a.C (DANTE, 2009). A medição foi realizada com base no comprimento da sombra. Em suas observações, Tales percebeu que os raios solares que chegavam à Terra eram paralelos e, quando estavam inclinados, projetavam a sombra dos objetos que se encontram sobre o planeta. Dessa maneira, Tales concluiu que havia proporcionalidade entre as medidas da sombra e a altura desses objetos. A Figura 3 mostra um exemplo da proporcionalidade.

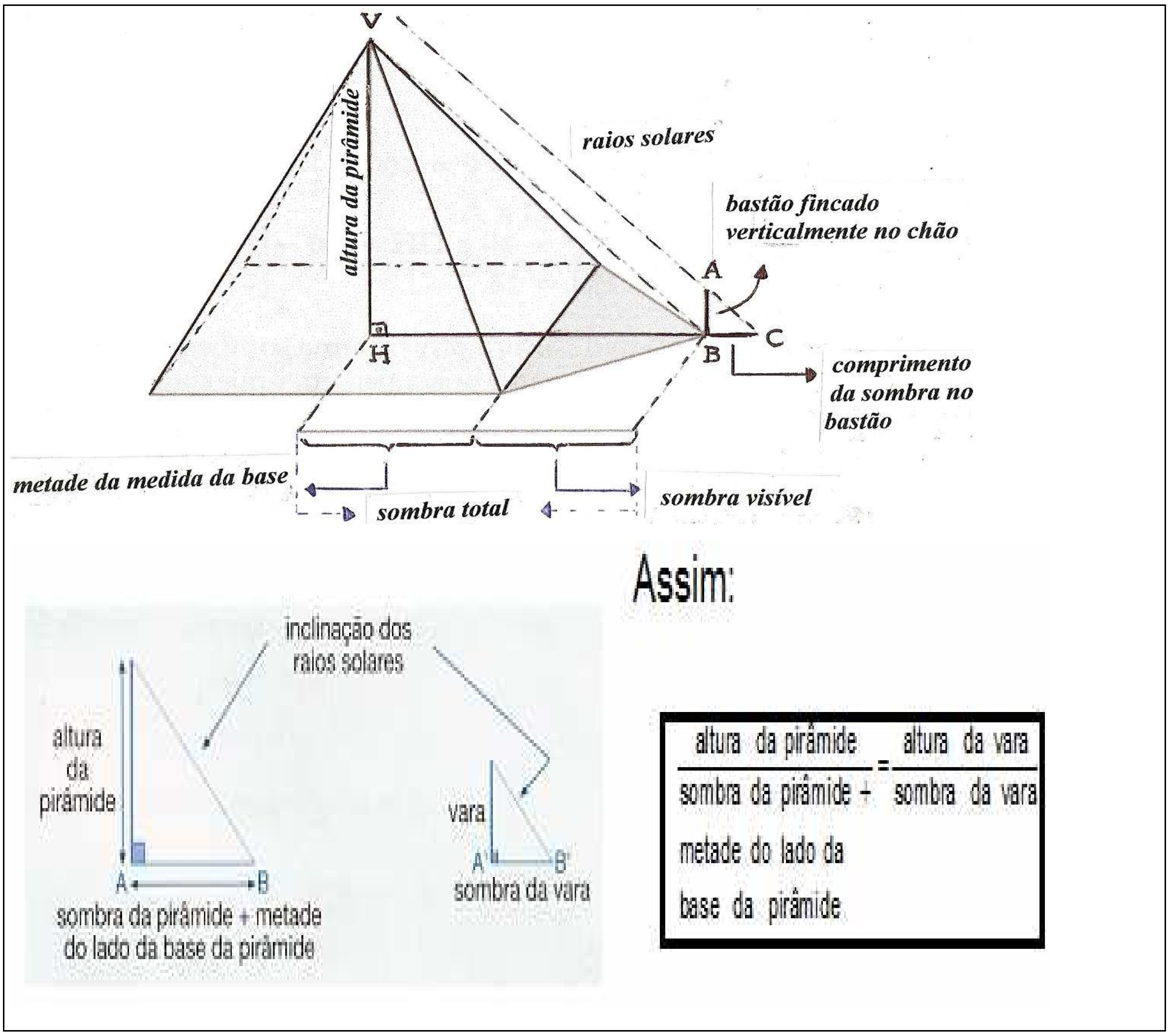
Figura 3: Proporcionalidade entre as medidas das sombras e a altura dos objetos que se encontram sobre a Terra



Fonte: http://www.brasilescola.com/matematica/teorema-tales.htm

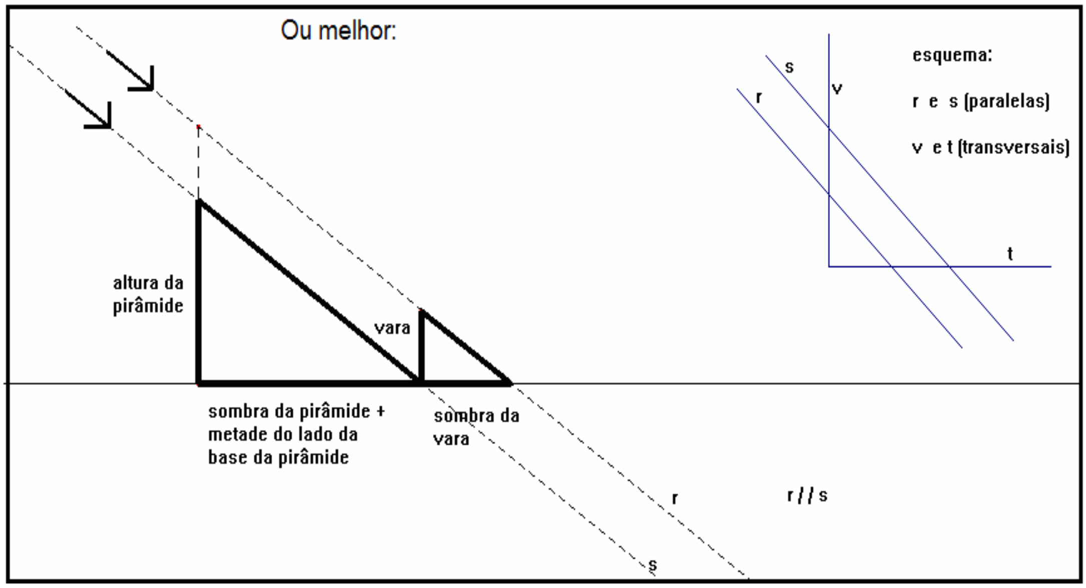
Utilizando os conhecimentos sobre proporcionalidade, Tales conseguiu medir a altura da pirâmide de Quéops, observando que a razão entre a altura da pirâmide e o comprimento da sombra total dela (metade da base da pirâmide + sombra visível) possuía a mesma razão determinada por um bastão (vara) fincado verticalmente no solo e o comprimento da sombra dele projetada pelos raios solares. As Figuras 4 e 5 mostram a interpretação desta situação-problema.

Figura 4: Determinando a altura da pirâmide de Quéops



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Figura 5: Utilizando a proporcionalidade para determinar a altura da pirâmide de Quéops

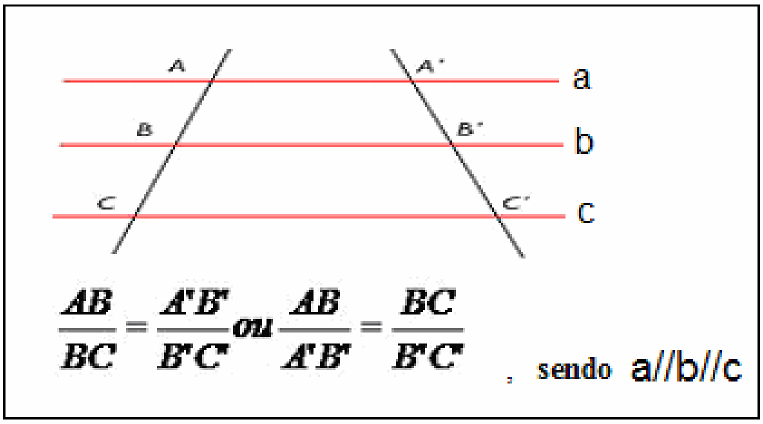


Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

As ideias de Tales de Mileto auxiliaram no desenvolvimento de uma teoria muito importante para a Matemática que passou a ser conhecida como o Teorema de Tales (Figuras 6 e 7), cujo enunciado é:

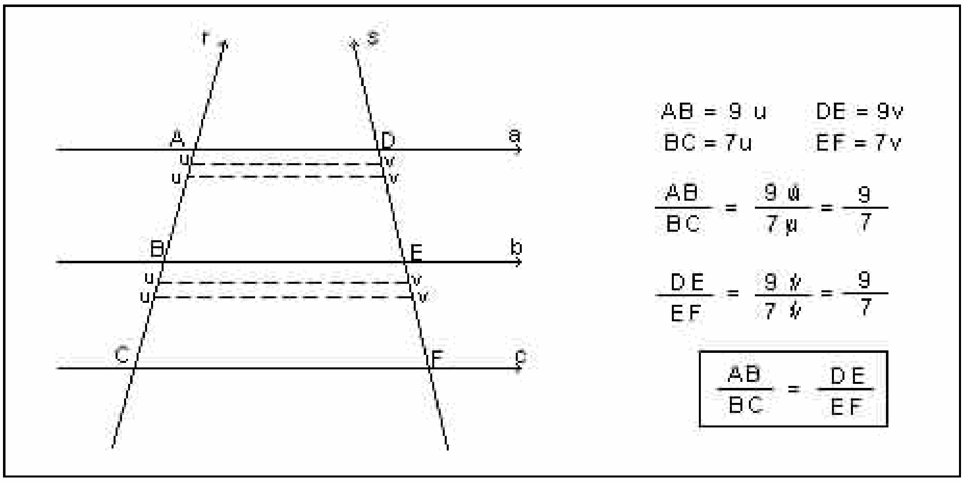
Um feixe de retas paralelas cortadas por retas transversais determinam segmentos proporcionais.

Figura 6: A definição gráfica do Teorema de Tales



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Figura 7: Uma possível demonstração para o Teorema de Tales



Fonte: http://www.sofi.com.br/node/650

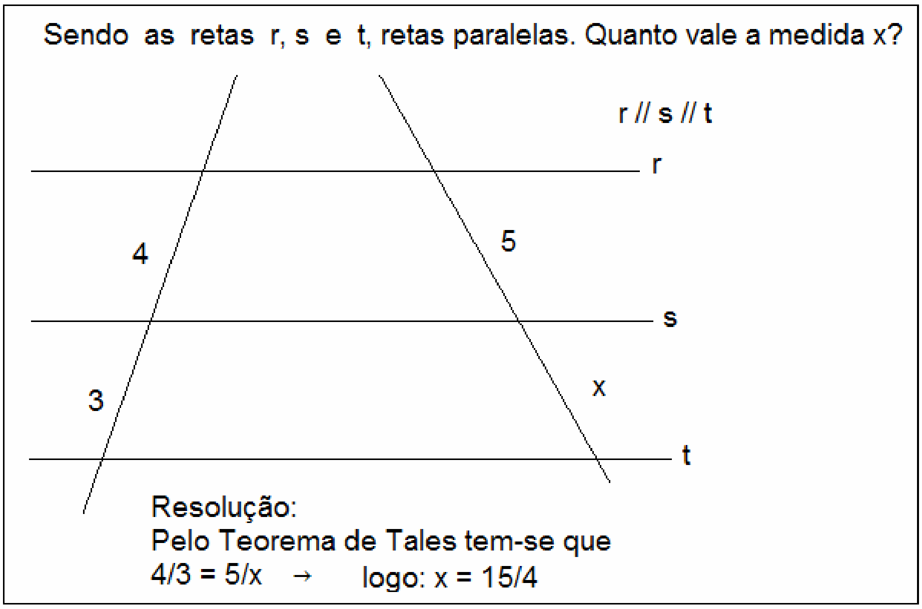
Esse teorema tem uma vasta aplicação na Matemática, pois embasou o desenvolvimento de outros campos do conhecimento, como, por exemplo, o estudo de semelhanças de triângulos e da trigonometria.

Lembrete 1

O fato de Tales ter demonstrado, de alguma maneira, esse teorema não significa que o tenha descoberto, pois conhecer um resultado é diferente de demonstrar. Porém, com certeza, o nome de Tales para esse teorema pode ser considerado uma homenagem a esse grande matemático pelas descobertas que realizou neste campo do conhecimento humano.

A Figura 8 fornece um exemplo de cálculos que envolvem o Teorema de Tales.

Figura 8: Exemplo de cálculos que envolvem o Teorema de Tales



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Porém, afirma-se que:

> (...) não se sabe como teria Tales provado aquelas propriedades [Teorema de Tales], porque nenhum de seus trabalhos chegou até nós. Entretanto, os historiadores acreditam que as provas foram rudimentares e quase certamente não atenderiam aos padrões atuais de rigor matemático (GARBI, 2010b, p. 26).

Por outro lado, fontes históricas (EVES, 2004, GALVÃO, 2008; GARBI, 2010) creditam a Tales a demonstração de outros teoremas, como “dois ângulos opostos pelo vértice são iguais”, “qualquer diâmetro divide o círculo em duas partes iguais”, “qualquer ângulo inscrito em um semicírculo é reto” e “em um triângulo isósceles, os ângulos da base são iguais”.

Sugestão 3

Após as leituras desses dois textos, os professores podem sugerir uma atividade na qual os alunos, em pequenos grupos, possam medir, com a utilização das medidas das sombras, alturas inacessíveis, baseando-se no conhecimento de proporção. Desse modo, sugere-se que os professores solicitem aos alunos que, em pequenos grupos, determinem a altura de árvores existentes na escola, mastros ou até mesmo uma escada. Para o desenvolvimento desta sugestão é necessário que os professores façam com que os alunos associem esta prática com a história contada sobre a medição da pirâmide de Quéops realizada por Tales de Mileto.

Lembrete 2

Os resultados encontrados pelos grupos podem gerar excelentes discussões, promovendo o desenvolvimento de atitudes positivas com relação à disciplina Desenho Geométrico. Essas atitudes são o cooperativismo, a argumentação e a flexibilidade em discutir e aceitar novas opiniões. Essas discussões também podem fornecer contribuições para auxiliar os alunos a entender o conceito de razão e proporção, além de mostrar a aplicabilidade do Teorema de Tales.

Atividades da Aula 1

Essa aula é composta por 04 atividades que envolvem conteúdos relacionados com o Teorema de Tales.

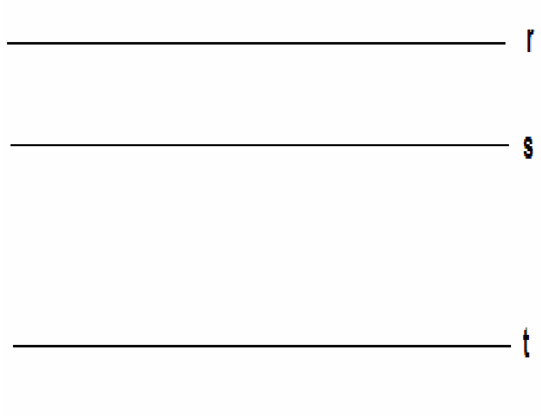
Atividade 1: As mudanças na Matemática após as contribuições de Tales de Mileto

Descreva, utilizando as suas próprias palavras, as mudanças que houve na Matemática com as ideias introduzidas por Tales de Mileto.

Sugestão 4

É necessário que a Atividade 1 seja realizada logo após as leituras e os comentários dos textos referentes à história de Tales de Mileto.

Atividade 2: Demonstração experimental do Teorema de Tales

Dado as retas paralelas: **r**, **s** e **t,** faça o que se pede abaixo:  	a) Trace uma reta v, cortando as retas r, s , t , obtendo assim os pontos A (r $\cap$ v), B (s $\cap$ v) e C (t $\cap$ v). b) Trace uma reta p, cortando as retas r, s , t , obtendo assim os pontos D (r $\cap$ p), E (s $\cap$ p) e F (t $\cap$ p). c) Meça, utilizando uma régua, os segmentos: AB, BC, DE e EF, d) Verifique se é válido as seguintes afirmações: I) $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ II) $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

Sugestão 5

Para a realização desta atividade, sugere-se que os alunos sejam colocados em duplas para que haja troca de informações e cooperativismo entre os pares.

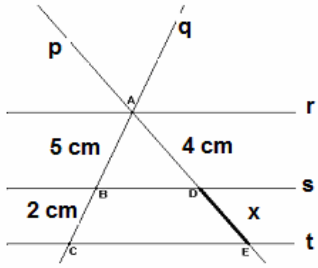
Lembrete 3

É importante lembrar aos alunos a importância da precisão nos traçados geométricos. Esta atividade também pode ser realizada com a utilização de uma calculadora, sendo considerada apenas uma casa decimal após a vírgula, para diminuir as imprecisões nos resultados.

Nesta atividade, os alunos devem perceber que as retas paralelas cortadas por retas transversais determinam segmentos proporcionais. Assim, é importante conscientizá-los de que a atividade proporciona várias situações que permitem a verificação da existência de segmentos proporcionais. Para isso, existe a necessidade de que os professores discutam em sala as soluções que podem ser encontradas durante o processo resolutório da situação-problema.

Atividade 3: Teorema de Tales - Comparando resoluções

a) Construa, utilizando o instrumental de Desenho Geométrico, a figura que está representada pelo esboço abaixo. Em seguida, utilizando uma régua, meça em (cm) o segmento DE encontrado.



Obs:

Sendo r // s // t; p e q retas transversais

Segmento AB = 5 cm, segmento AD = 4 cm

Segmento BC = 2 cm,

segmento DE = x (medida desconhecida)

b) Apresente a resolução algébrica do problema. Em seguida, compare com a medida x (em cm) obtida pela resolução gráfica.

Sugestão 6

Ao trabalhar com esta metodologia, busca-se conectar o ensino dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico com o ensino da Matemática. Assim, esta atividade pode promover uma discussão sobre as várias maneiras de resolver a mesma situação-problema. Nesse sentido, é necessário que a atividade seja realizada em pequenos grupos para que haja discussão e troca de informações entre os pares.

Lembrete 4

Esta atividade propicia aos alunos perceber que existem maneiras diferentes para resolver a mesma situação-problema. Desse modo, eles podem perceber que, apesar de se utilizarem processos distintos de resolução, as respostas convergirão para a mesma solução.

Com a realização desta atividade, os alunos podem verificar que um feixe de retas paralelas cortadas por retas transversais determina segmentos proporcionais. Portanto a atividade pode gerar novas discussões para que os alunos, juntamente com os professores, possam conceituar e definir o Teorema de Tales.

Você sabia que...

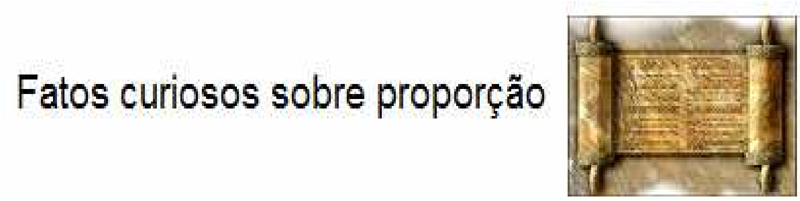
a) Muitos dos problemas resolvidos pelos antigos gregos envolviam proporcionalidade e que esse conhecimento era aplicado, principalmente, na arquitetura e agrimensura.

b) Em termos matemáticos, proporção é uma igualdade entre razões. Ou seja, uma proporção refere-se a uma equivalência fracionária.

Sugestão 7

O texto *Fatos Curiosos sobre Proporção* pode ser considerado como um elo para a apresentação do conteúdo referente às 3ª e à 4ª proporcionais. Esse contexto pode ser ideal para propiciar uma discussão sobre os conceitos de razão, proporção e a propriedade fundamental das proporções.

Texto



Os antigos papiros egípcios, escritos por escribas (indivíduos de várias classes sociais que aprendiam a ler e escrever rudimentos de Matemática e de Medicina, para seguir a carreira administrativa ou religiosa), apresentam resolução de problemas que envolvem proporções.

Encontram-se, por exemplo, em um dos papiros mais antigos de que se tem notícia, o papiro de Ahmes ou papiro de Rhind, escrito pelo escriba Aahmesu, por volta de 1650 a.C, vários exemplos de problemas que exigem utilização de proporção

Os egípcios utilizavam um método que consistia em uma estimativa inicial seguida de uma correção final. Esse método ficou conhecido como a *regra do falso* ou *regra da falsa posição*. Nessa regra, as incógnitas eram denominadas de *montão* ou *Aha*.

A *regra do falso* é um procedimento aritmético que, envolvendo proporções, parte de um número qualquer, denominado *valor falso*, para se obter um *valor desejado* que resolva o problema. Pode-se dizer, resumidamente, que esse é um método de resolução de equações a partir de um *chute inicial*.

Exemplo

A idade de Marcela, somada de outro tanto como a dela, somada com a sua metade, com a sua terça parte e com a sua quarta parte, dá o resultado 148. Qual é a idade de Marcela?

- **Resolução nos dias atuais**

  $x + x + x/2 + x/3 + x/4 = 148 \therefore x = 48$ (Marcela tem 48 anos)

- **Resolução por meio da regra da falsa posição**

  1.º) Passo: Escolha o número falso, por exemplo, 12 (suposta idade de Marcela).

  2.º) Passo: Aplique as operações indicadas com o número falso escolhido: 12 (número de sua escolha). Assim, tem-se:

  12 (idade) + 12 (igual) + 6 (metade) + 4 (terça parte) + 3 (quarta parte) = 37

3.º) Passo: Ajuste da resposta

	N.º (IDADE)	RESULTADO
FALSO	12	37
VERDADEIRO	X (valor desconhecido ou montão)	148

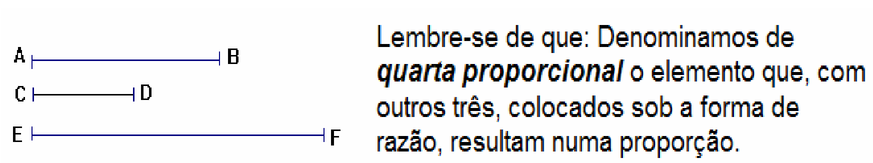
4º) A resposta é dada por $12/x = 37/148 \Rightarrow x = 48$

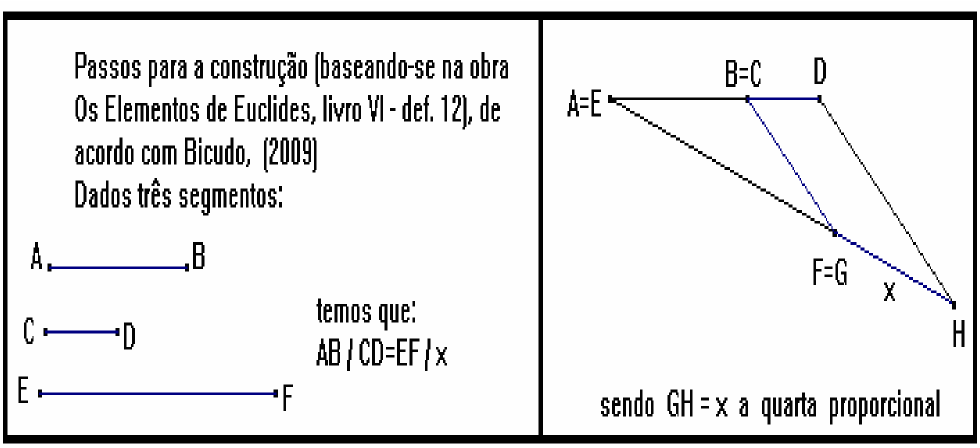
As resoluções dos antigos egípcios eram realizadas por tentativas e experimentações de acertos, pois, para resolver os problemas, era preciso testar possíveis soluções (GARBI, 2010). Esse tipo de problema, que envolve proporções, era solucionado pela regra da falsa posição, que aparece inúmeras vezes no *Papiro de Rhind*. A regra da falsa posição "é uma estratégia interessante para a resolução de equações, [mas], que foi deixado de lado com o desenvolvimento das técnicas algébricas produzidas posteriormente" (GALVÃO, 2008, p. 83).

Atividade 4: Determinando a 3ª e a 4ª proporcional

I- Dados $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ e $\overline{EF}$, encontre, graficamente, o quarto segmento proporcional a esses segmentos na seguinte proporção: AB/CD = EF/x. Justifique a construção realizada e, em seguida, calcule a resposta por meio algébrico e compare com o resultado obtido graficamente.

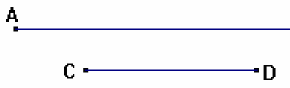
(Utilize, para a resolução deste exercício, régua, compasso e par de esquadros).



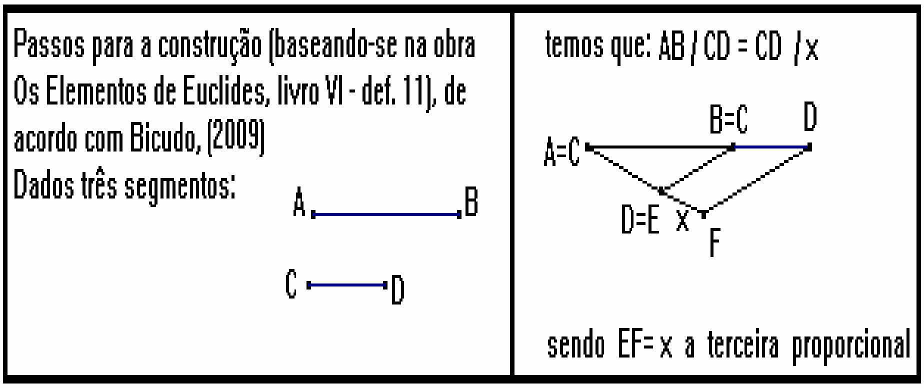


II- Dados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, encontre, graficamente, o terceiro segmento proporcional a esses segmentos na seguinte proporção: $\boxed{AB/CD = CD/x}$. Justifique a construção realizada e, em seguida, calcule a resposta por meio algébrico, comparando-a com a resposta obtida por meio gráfico.

(Utilize, para a resolução deste exercício, régua, compasso e par de esquadros).



Lembre-se de que: Denominamos de ***terceira proporcional***, uma proporção onde os segmentos dos meios (ou dos extremos) são



Lembrete 5

Esta atividade tem como objetivo apresentar o cálculo gráfico de proporções. Esse processo era utilizado pelos antigos gregos na resolução de problemas e constam no livro *Os Elementos* de Euclides, escrito em aproximadamente 300 a.C. É importante enfatizar que a Matemática desenvolvida pelos gregos na Antiguidade era realizada de maneira geométrica (EVES, 2004) e desenvolvida somente com régua sem escala e compasso.

É importante lembrar os alunos de que na resolução gráfica é necessário precisão nos traçados geométricos.

Para a justificativa da resolução proposta é importante que os alunos percebam e saibam relatar que foram criadas retas paralelas cortadas por retas transversais, ou seja, a resolução foi fundamentada pelo Teorema de Tales.

Sugestão 8

Para a realização desta atividade, sugere-se que os alunos resolvam das maneiras gráfica e algébrica, para que possam perceber a existência de vários processos de resolução para o mesmo problema.

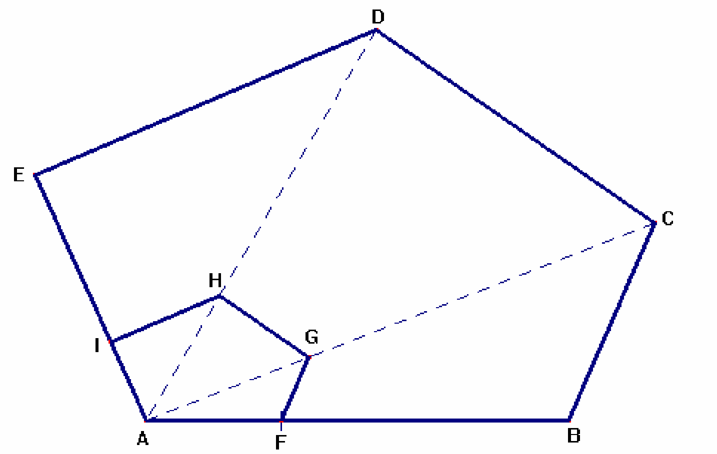
Esta atividade pode ser realizada individualmente, porém se sugere que os alunos sejam distribuídos em grupos pequenos para que haja comparações e socialização dos resultados encontrados.

Aula 2: Conceituando a semelhança entre triângulos

A aula 2 é composta por 4 atividades, envolvendo, inicialmente, a definição de semelhança de polígonos para, posteriormente, conceituar e apresentar os casos que garantem a semelhança entre triângulos.

Atividade 1: Conceituando semelhança de polígonos de modo experimental

Dado o polígono (pentágono), resolva o que está sendo solicitado.



a) Meça (utilizando uma régua) os lados do polígono ABCDE e do polígono AFGHI. b) Meça (utilizando um transferidor) os ângulos dos polígonos: ABCDE e AFGHI. c) Utilizando uma calculadora, obtenha os valores das seguintes divisões: $\frac{AB}{AF}, \frac{BC}{FG}, \frac{CD}{GH}, \frac{DE}{IH}, \frac{AE}{AI}$	d) Pode-se afirmar que o polígono dado tem lados homólogos proporcionais e ângulos congruentes? e) Sabe-se que os polígonos dados no exercício são polígonos semelhantes. Sendo assim, use as suas palavras e explique quando se pode afirmar que dois polígonos são semelhantes.

Lembrete 6
É importante relacionar as construções de figuras semelhantes com a aplicação do Teorema de Tales. Então é necessário que os professores auxiliem os alunos a refletir sobre essa atividade para que possam perceber que retas paralelas cortadas por retas transversais sempre determinam segmentos proporcionais.

Sugestão 8
Sugere-se que, para a realização desta atividade, os alunos considerem apenas uma casa decimal (podendo haver arredondamento) nas razões solicitadas.

Atividade 2: Conceituando semelhança de triângulos de maneira experimental

Utilizando a régua e o compasso, construa três triângulos (*ABC*, *EFG* e *MNP*) de acordo com as medidas fornecidas.

Triângulo ABC	AB = 4 cm	BC = 3 cm	AC = 2 cm
Triângulo EFG	EF = 8 cm	FG = 6 cm	EG = 4 cm
Triângulo MNP	MN= 12 cm	NP = 9 cm	MP = 6 cm

Após a realização dessas construções, observa-se que os triângulos têm a mesma *forma*, mas os *tamanhos* são diferentes. Sendo assim:

a) Verifique se as medidas dos lados do triângulo ABC são proporcionais às medidas dos lados correspondentes do triângulo EFG. (Você se lembra? Basta verificar se os quocientes: $\frac{AB}{EF}, \frac{BC}{FG}, \frac{AC}{EG}$ são todos iguais.)

b) Verifique se os lados do triângulo ABC são proporcionais aos lados correspondentes do triângulo MNP.

c) Verifique se os lados do triângulo EFG são proporcionais aos lados correspondentes do triângulo MNP.

d) Utilize um transferidor e meça os ângulos dos triângulos ABC, EFG e MNP. Após as medições o que você observou?

e) Pode-se afirmar que: os triângulos ABC, EFG e MNP são semelhantes? Justifique.

Lembrete 7

É importante os alunos percebam que os triângulos são polígonos de 3 lados e, sendo assim, são semelhantes quando possuírem lados homólogos proporcionais e ângulos congruentes.

Sugestão 9

Sugere-se que os professores promovam, por meio de discussões, a reflexão dos alunos para que possam entender o porquê da garantia de semelhança nos casos: *AA* (ângulo, ângulo), *LLL* (lado, lado, lado) e LAL (lado, ângulo, lado).

Você Sabia que...

No caso dos triângulos, que é um polígono de três lados, é obviamente válida a mesma definição de semelhança citada anteriormente. Porém existem três casos que garantem a semelhança entre dois triângulos.

a) Caso 1 – *AA* (ângulo, ângulo): Se dois triângulos possuem dois ângulos congruentes, então esses triângulos são semelhantes.

b) Caso 2 – *LLL* (lado, lado, lado): *Se dois triângulos possuem os três lados correspondentes proporcionais, então eles são semelhantes.*

c) Caso 3 – LAL (lado, ângulo, lado): Esse caso é o menos utilizado nas construções de Desenho Geométrico, mas de grande valia para algumas conclusões relacionadas a atividades de Matemática que envolvem semelhança de triângulos. Esse caso estabelece que: *Se as medidas de dois dos lados de um triângulo são respectivamente proporcionais às medidas de dois lados correspondentes de outro triângulo e os ângulos determinados por estes lados são congruentes, então os triângulos são semelhantes.*

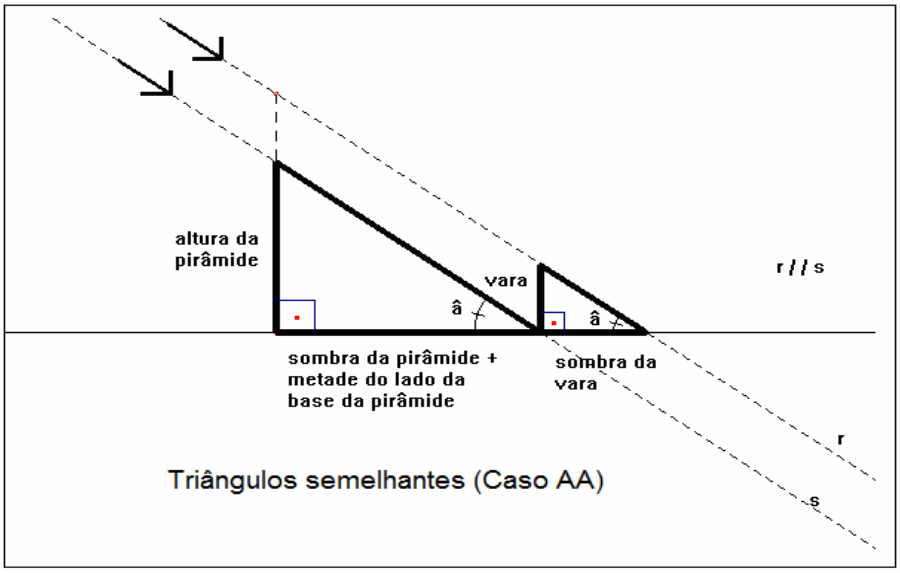
Você Sabia que ...

A história relatada anteriormente sobre uma das grandes façanhas do grande filósofo e matemático Tales de Mileto que mediu a altura da pirâmide do Egito utilizando uma vara e sua sombra é um exemplo da aplicação de semelhança de triângulo.

Fonte: http://matemativerso.wordpress.com

A Figura 9 mostra o processo de determinação da altura da pirâmide de Quéops por Tales de Mileto e o caso que garante a semelhança de triângulos.

Figura 9: Determinação da altura da pirâmide de Quéops

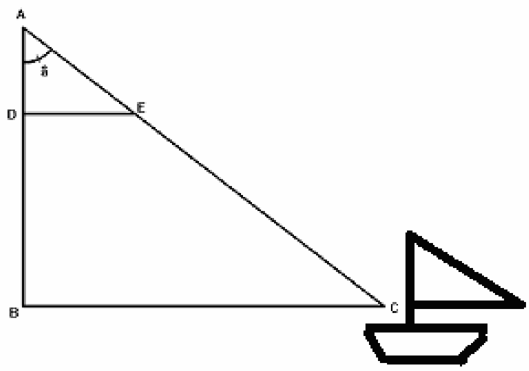


Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Você sabia que...

<table>
<tr>
<td>De acordo com Lintz (1999), outro problema que é atribuído à Tales, é o do cálculo da distância de um navio que se aproxima do porto.

Várias sugestões têm sido realizadas para esse método, sendo que uma dela é que Tales de Mileto teria utilizado o conhecimento de semelhança para resolvê-lo.

Nesse sentido, se considerarmos AB como uma:</td>
<td>(...) torre de altura conhecida e C, a posição do navio. AC seria a linha de mira, isto é, do olho do observador ao navio. As distâncias AD e DE podem ser medidas, por exemplo, colocando-se a uma altura AD um bastão DE de comprimento conhecido cuja extremidade E está alinhada com A e C. Então, os triângulos ABC e ADE são semelhantes (LINTZ 1999, p. 38)

</td>
</tr>
</table>

Atividade 3: Aplicando o conhecimento de semelhança de triângulos

Para a realização dessa atividade, os alunos devem ler o texto abaixo para depois resolverem os questionamentos solicitados.

Pablo fica bem próximo a uma árvore e, com a cabeça ereta, observa-a num ponto que fica a 1,5 m do chão. Afasta-se então 45 m e continua a olhar a árvore, segurando verticalmente, na altura dos olhos, uma régua de 20 cm de comprimento. Se a régua está a 25 cm dos olhos de Pablo, qual é a altura da árvore? (Fonte: *Dando Corda a Trigonometria* de Oscar Guelli, 1999)

(Obs: Lembre-se da história contada sobre Tales de Mileto anteriormente para buscar a solução do problema.)

a) Faça um desenho representando essa situação-problema.
b) Reúna um pequeno grupo e discuta como resolver essa situação para determinar a altura da árvore.

Sugestão 10

Sugere-se que esta atividade (Atividade 3) seja realizada com base no texto *Você sabia que...* , que narra o feito de Tales ao calcular a distância de um navio que se aproximava do porto. Dessa maneira, é interessante que seja realizada após a exposição da história. Nesse sentido, sugere-se que os alunos formem um pequeno grupo para discutir ou expor a resolução por meio de uma simulação teatral.

É importante que os professores utilizem a resolução deste problema para que os alunos discutam as relações entre os casos de semelhança de triângulos e o Teorema de Tales, o que torna esta atividade mais significativa e compreensiva. Assim, eles podem utilizar o conhecimento prévio para entender a nova informação.

Lembrete 8

É importante que os professores auxiliem os alunos a entender que esta atividade está relacionada com um problema de semelhança de triângulos, solicitando que elaborem um desenho ilustrativo da situação-problema.

Atividade 4: Construindo triângulos semelhantes

a) Construa um triângulo equilátero *ABC*, de lado 4,3 cm e, depois, construa o triângulo *A´B´C´* semelhante a esse triângulo, na razão k = 1/3. Justifique a construção do problema e o caso que garante a semelhança entre esses triângulos.

b) Construa um triângulo retângulo *ABC*, sendo dadas as medidas de seus catetos: *AB* = 7,0 cm e *AC* = 4,5 cm, *Â* = 90º e, em seguida, construa o triângulo *A´B´C´* semelhante ao triângulo *ABC*, na razão k = 3/2. Justifique a construção desse problema e o caso que garante a semelhança entre esses triângulos.

Sugestão 11

Sugere-se que nesta atividade, os alunos justifiquem as construções realizadas por meio da utilização de conceitos estudados anteriormente relacionados com o Teorema de Tales e os casos de semelhança de triângulos. É importante ainda que os professores reforcem a importância da justificativa para a Matemática e relembrem que Tales de Mileto foi o primeiro matemático a questionar os porquês da Matemática.

Aula 3: Teorema de Pitágoras

Essa aula é composta por 3 (três) atividades que visam conceituar, demonstrar e apresentar a trajetória de Pitágoras e dos Pitagóricos.

Sugestão 12

A história de Pitágoras pode atrair a atenção e a curiosidade dos alunos. Nesse sentido, o ato de contar histórias sobre os hábitos e crenças dos pitagóricos pode ser utilizado para introduzir o conceito do Teorema de Pitágoras e propiciar a sua demonstração. A narração dessa história pode apresentar a utilização desse conhecimento pelos antigos egípcios, mostrando assim, as aplicabilidades desse conteúdo.

Sugere-se que os professores narrem as histórias, sempre comentando as suas passagens de modo a tornar essas leituras agradáveis e promover uma discussão, buscando assim, uma interatividade entre os alunos.

Lembrete 9

Para se ensinar um determinado conteúdo matemático, seja ele, aritmético, geométrico ou algébrico é necessário que os professores direcionem os alunos a entenderem o desenvolvimento da ideia a ser estudada, buscando, assim, um contexto adequado para que os alunos possam compreender a construção desse conhecimento e a aplicabilidade desse conteúdo no cotidiano.

Texto: Uma breve história sobre Pitágoras e os Pitagóricos

O próximo matemático ilustre a ser estudado é Pitágoras, que nasceu por volta de 572 a.C na ilha grega de Egéia de Samo. É possível que tenha sido discípulo de Tales, pois era cinquenta anos mais novo e morava perto de Mileto, onde vivia Tales. Conta-se que, depois de residir por algum tempo no Egito, migrou para o porto marítimo de Crotona, uma colônia grega situada no sul da Itália, fundando nesse local a famosa escola pitagórica. Essa escola, além de ser um centro de estudo de Filosofia, Matemática e Ciências Naturais, era, também, uma irmandade estreitamente unida por ritos secretos e cerimônias. Nesse contexto, Pitágoras fundou:

> (...) por volta de 540 a.C., uma escola voltada ao estudo da Filosofia, das Ciências Naturais e da Matemática. Tal escola reuniu muitos discípulos interessados naqueles temas e acabou por se transformar em uma sociedade secreta, regida por estranhos rituais e procedimentos que provocaram, anos depois suspeição e hostilidades dos crotonenses (GARBI, 2010, p. 26).

Com o passar do tempo, a influência e as tendências aristocráticas da irmandade pitagórica tornaram-se tão grandes que as forças democráticas do sul da Itália destruíram os prédios da escola, estimulando, assim, a dispersão dessa confraria. De acordo com alguns relatos, Pitágoras fugiu para Metaponto onde faleceu, talvez assassinado, com a idade entre setenta e cinco e oitenta anos. A irmandade, embora dispersa, continuou a existir por, pelo menos, mais dois séculos (EVES, 2004).

A escola pitagórica, de natureza científica e religiosa, desenvolvia estudos em Matemática, Filosofia e Astronomia. A filosofia pitagórica era baseada na suposição de que a causa última das várias características da humanidade e da matéria são os números.

Nesse direcionamento, os pitagóricos também notaram um:

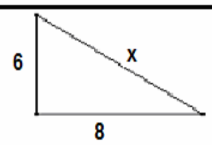
> (...) fato que os encantou: apesar de ser a Matemática algo ideal e abstrato, sua presença no mundo físico era percebida por toda a parte, nos céus e na Terra. Isso levou-os a considerar Deus o grande Geômetra do Universo, a dizer que o mundo era feito de números e a nutrir por eles uma veneração verdadeiramente religiosa. Essa visão pitagórica em relação à Matemática é, até os dias de hoje, tema de grande debate entre os filósofos que procuram responder à multimilenar e cândida pergunta: Fazemos ou descobrimos a Matemática? (GARBI, 2010, p. 27).

De acordo com essa asserção, a tradição é unânime em atribuir a Pitágoras a descoberta do Teorema que leva o seu nome, no qual *o quadrado da medida da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados das medidas dos seus catetos* (EVES, 2004).

Porém, é importante ressaltar que esse teorema era conhecido pelos babilônios há aproximadamente um milênio antes e, também, pelos egípcios e chineses. Assim, pode-se aceitar que somente a demonstração desse teorema foi realizada por Pitágoras

O Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras estabelece:

Em qualquer triângulo retângulo: ***o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos seus catetos***.	Ex:  temos algebricamente que: $x^2 = 6^2 + 8^2$, logo x = 10

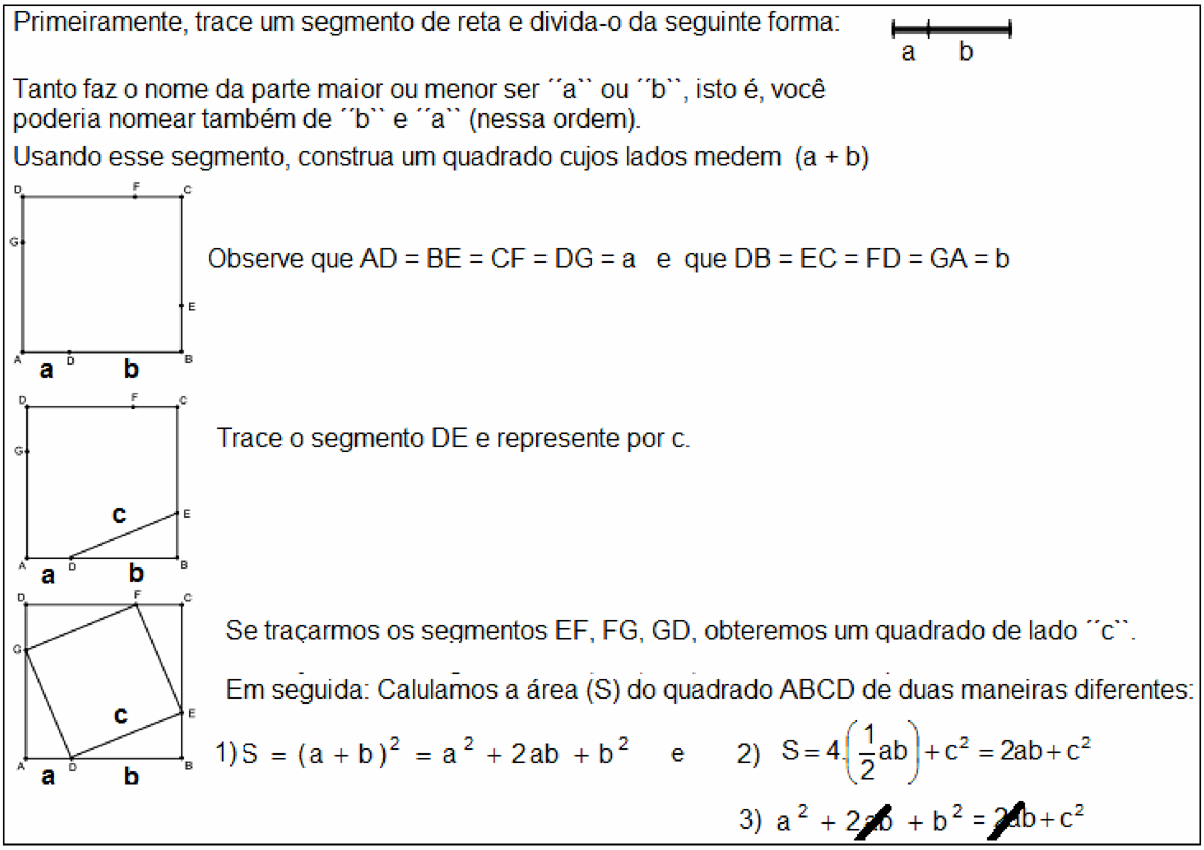
Historicamente, Pitágoras foi o primeiro filósofo e matemático a:

> (...) conceituar e deduzir este teorema; embora os babilônios não tenham nos deixado deduções, esta relação já era conhecida por eles (...) Hoje é uma dedução simples, mas com certeza está entre as mais importantes da Matemática e levou centenas de anos para ser demonstrada. (...) os babilônios a usavam para certos trabalhos práticos, mas isso não tira os méritos de Pitágoras, pois não podemos confundir conhecer com deduzir (CONTADOR, 2008, p. 105-106).

De acordo com Garbi (2010), existem muitos e belíssimos teoremas na Matemática, porém, a aura de surpresa, originalidade, estética e importância que cerca o Teorema de Pitágoras o tornou algo realmente incomparável em relação aos demais, pois todos os caminhos da Matemática conduzem a esse teorema.

Não se tem a indicação do caminho seguido por Pitágoras para a demonstração desse teorema, mas é possível que tenha utilizado o diagrama conhecido como *prova chinesa* (GARBI, 2010). A figura 10 mostra a demonstração do teorema de Pitágoras baseada no *diagrama chinês (diagrama da prova chinesa).*

Figura 10: Demonstração do Teorema de Pitágoras por meio do diagrama chinês



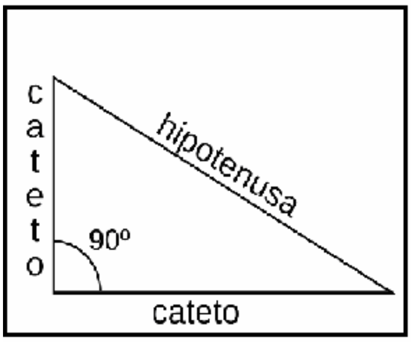
Fonte: http://legauss.blogspot.com/2009; acesso em 28/07/2013

Você Sabia que...

Em um triângulo retângulo, tem-se que:

a) O termo cateto origina-se de *Katetos* que significa vertical (perpendicular).

b) O termo hipotenusa origina-se do verbo *Hypoteinein* que significa estender-se sob.



Logo, ´´a hipotenusa é o lado que se estende sob o ângulo reto`` (GARBI, 2010, p.30).

Curiosidades...

A lenda sobre a origem do teorema de Pitágoras diz que, após ter descoberto a demonstração do teorema que leva seu nome, Pitágoras sacrificou 100 bois aos Deuses como prova de sua gratidão por ter conseguido essa descoberta.

Segundo a tradição, a pitonisa do oráculo de Delfos (as sacerdotisas do templo chamavam-se Pitonisa e profetizavam em transe) avisou aos pais de Pitágoras, o rico joalheiro Mnésarcnos e sua mulher Parthénis, que o filho esperado por Parthénis seria um homem de extrema beleza, inteligência e bondade, e iria contribuir de maneira única para o benefício de todos os homens. Quando a criança nasceu na ilha de Samos, na Grécia, em uma data que se situa entre 570 e 590 a.C., os seus progenitores deram-lhe o nome de Pitágoras, em homenagem à pitonisa que havia previsto para ele uma vida incomum.

Dentre as lendas que cercam a vida de Pitágoras, algumas asseguram que ele não era um homem comum, mas sim um Deus que tomara a forma de ser humano para melhor guiar a humanidade e ensinar os fundamentos da Filosofia, da Ciência e da Arte.

Fonte: http://pessoal.educacional.com.br/up/4240001/1017691/t201.asp. Acesso em 28/07/2013

Você Sabia que...

De acordo com os dados históricos (Eves, 2004), os egípcios utilizavam uma corda com 12 nós para construir um triângulo retângulo. Esse triângulo particular tem lados medindo 3 unidades, 4 unidades e 5 unidades de comprimento (Figura 11). Nesse triângulo, o ângulo formado pelos dois lados menores é um ângulo reto.

Figura 11: O triângulo retângulo da corda de 12 nós

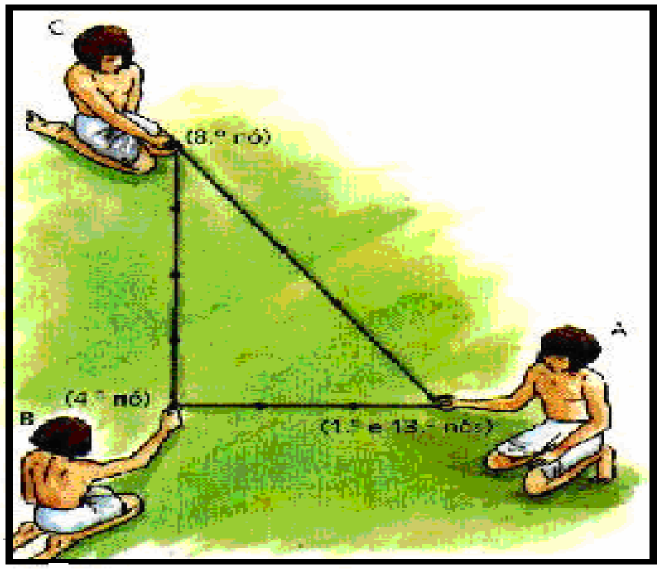
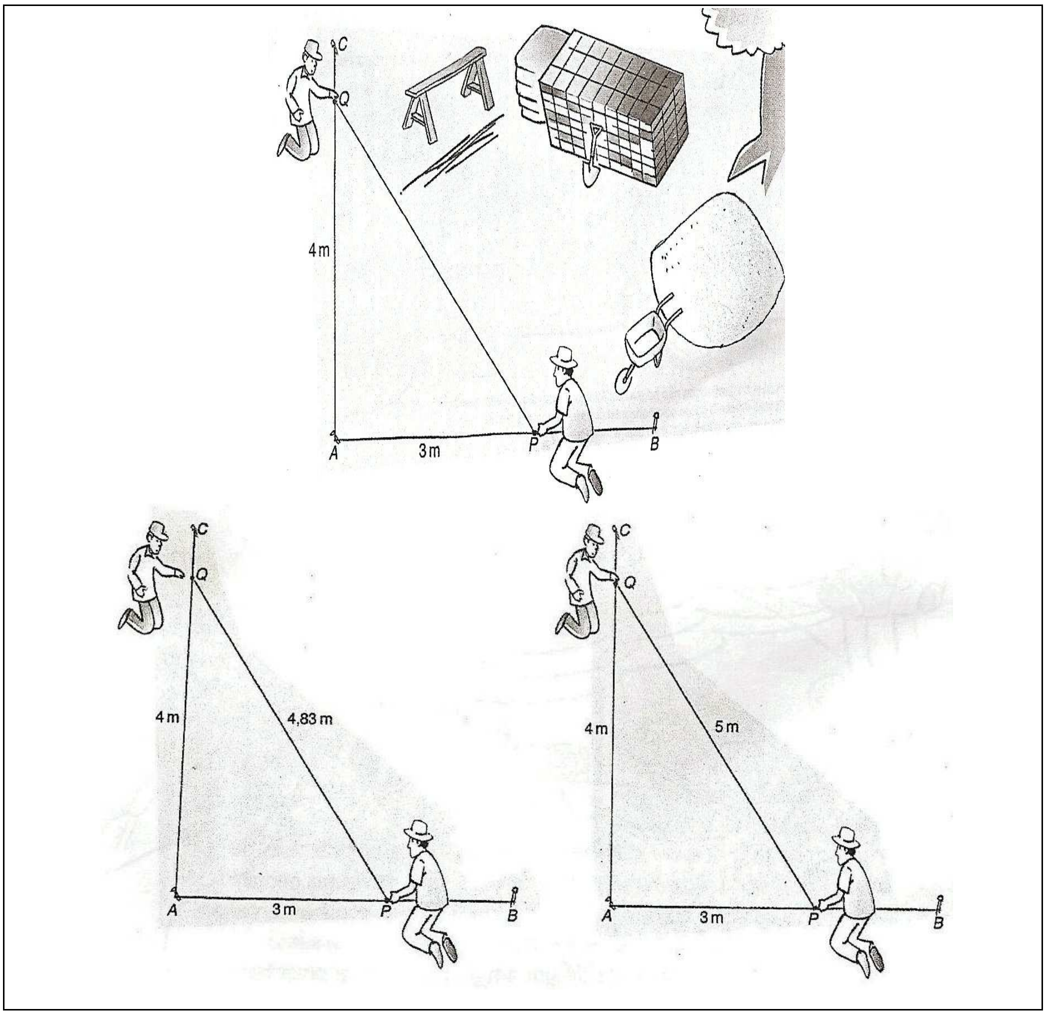


Ilustração disponível: http://www.prof2000.pt/users/hjco/pitagora/pg000007.htm

Hoje em dia, alguns mestres de obras ainda utilizam esse método para verificar a existência de um ângulo reto (Figura 12).

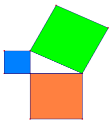
Figura 12: Utilização do triângulo retângulo por mestres de obras



Fonte: Descobrindo o Teorema de Pitágoras (IMENES e LELIS, 2000)

Os pitagóricos realizaram, também, importantes descobertas no campo da Aritmética grega, quase sempre com o auxílio de figuras geométricas. Aliás, a Aritmética grega foi muito influenciada por ideias geométricas. Por exemplo, um número multiplicado por si mesmo era percebido pelos pitagóricos como sendo a área de um quadrado cujo lado tivesse aquele número por medida. A multiplicação de um número por si mesmo, três vezes, era percebida como o volume de um cubo. É por isso que até hoje se emprega as expressões *quadrado* e *cubo* de um número (GARBI, 2010).

Atividade 1: Verificando o Teorema de Pitágoras experimentalmente

Leia a seguinte afirmativa: *A soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos de um triângulo retângulo é igual à área do quadrado construído sobre a hipotenusa desse triângulo*. Portanto, se somarmos as áreas dos quadrados menores, obteremos o valor da área do quadrado maior. 	a) Construa, utilizando régua e compasso, um triângulo retângulo cujos catetos medem respectivamente 3 e 4 cm e, em seguida, construa quadrados sobre esses catetos e sobre a hipotenusa. Verifique a afirmativa apresentada nesta atividade. b) Construa um triângulo retângulo de lados diferentes ao já construído no item *a* (medidas à sua escolha) e em seguida responda, com base na observação dos seus resultados e dos resultados obtidos pelos colegas da turma, se o Teorema de Pitágoras é válido para qualquer triângulo retângulo.

Sugestão 13
Sugere-se que os professores orientem os alunos a perceber que, quando se comenta sobre o quadrado da hipotenusa, é feita referência à área do quadrado que tem como lado a medida da hipotenusa e que, quando se comenta sobre o quadrado do cateto, é feita referência à área do quadrado que tem como lado a medida do cateto. Dessa maneira, os alunos podem entender o Teorema de Pitágoras: O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. É interessante também guiar os alunos para que percebam que o Teorema é válido para qualquer triângulo retângulo.

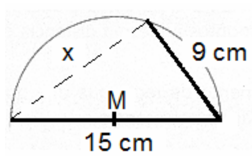
Atividade 2: Aplicando o Teorema de Pitágoras

Uma escada de 15 metros de comprimento está apoiada a um muro. A base da escada está distante do muro cerca de 9 metros. Determine a altura do muro. Em seguida, utilizando cada 1 metro como 1 centímetro, construa, apenas com régua e compasso, uma figura que represente a situação proposta.

Sugestão 14
O objetivo desta atividade é propiciar aos alunos conhecer uma das aplicabilidades do Teorema de Pitágoras. Assim, sugere-se que, após a realização da atividade, o professor promova uma discussão na qual os alunos possam apresentar outros exemplos de como e onde utilizar o Teorema de Pitágoras no cotidiano.

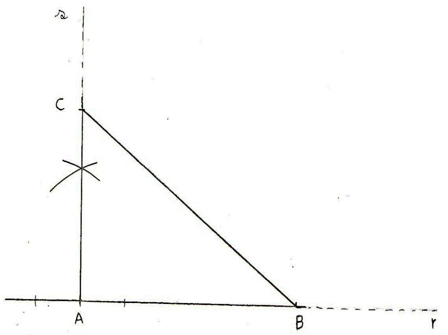
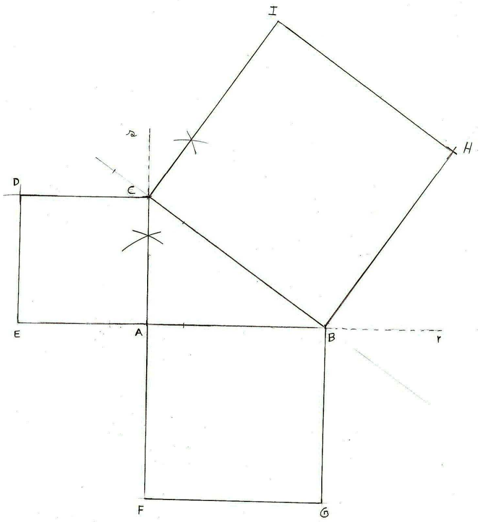
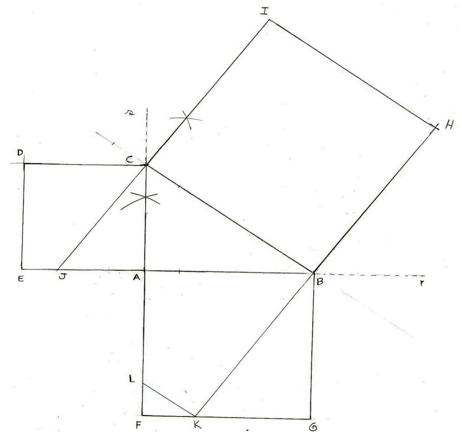
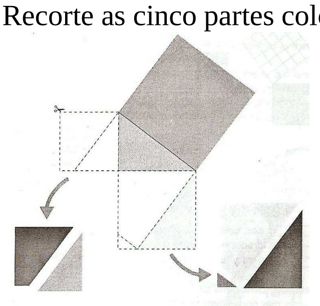
Lembrete 10

Para a resolução deste problema, o professor deve lembrar aos alunos que todo ângulo inscrito em uma semicircunferência é reto.



Atividade 3: O Tangram Pitagórico

I) Construa um triângulo retângulo ABC, sendo as medidas de seus catetos *b* e *c* iguais a: *b* = 6 cm e *c* = 4 cm e, em seguida, siga os passos para a construção de um quebra-cabeça pitagórico.

Passos para a construção de um quebra cabeça-pitagórico **Passo 1** – Trace um triângulo retângulo de catetos com medidas b e c (encontrando uma hipotenusa de medida *a*).  **Passo 2** – Construa, quadrados utilizando os lados dos catetos (´´b``e ´´c``) e da hipotenusa. 	**Passo 3 -** Prolongue os lados do quadrado maior (BCHI) até eles encontrarem os lados dos quadrados (ACDE) e (ABGF), determinando assim os pontos **J** e **K**. Em seguida trace o segmento **KL**, sendo **KL** paralelo ao segmento BC (use o par de esquadros). **Passo 4 -** Observe que o quadrado ACDE ficou dividido em duas partes e o quadrado ABGF, ficou dividido em três partes. Utilizando lápis coloridos, pinte cada parte de uma cor diferente.  **Passo 5 -** Recorte as cinco partes coloridas. 

Fonte: Descobrindo o Teorema de Pitágoras (IMENES E LELLIS, 2000).

II) Utilizando um tubo de cola, encaixe as 5 peças recortadas e coloridas sobre o quadrado de lado igual à medida da hipotenusa do triângulo retângulo ABC.

III) Observando a colagem realizada, o que se pode afirmar em relação aos quadrados formados pelos lados dos catetos do triângulo *ABC* e sobre o quadrado formado pelo lado da hipotenusa?

IV) Quanto mede a área do quadrado (em cm^2) de lado igual à hipotenusa do triângulo *ABC* construído.

V) Relembrando a história de Pitágoras, para os antigos gregos o que representa a^2? E b^2? E c^2?

VI) Represente algebricamente o Teorema de Pitágoras.

VII) Defina o Teorema de Pitágoras. Em seguida exemplifique com um desenho.

Sugestão 15
Sugere-se que esta atividade seja realizada em dupla para que haja troca de informações entre os pares, promovendo o cooperativismo.

Lembrete 11
Esta atividade tem como objetivo apresentar uma maneira divertida e lúdica de demonstrar o Teorema de Pitágoras. Sendo assim, é importante que o professor promova uma discussão sobre os resultados obtidos, para propiciar aos alunos mais compreensão do Teorema de Pitágoras.

Aula 4: Operações matemáticas com a utilização de traçados geométricos

Essa aula é composta por 1 (uma) atividade que visa apresentar uma síntese de como os gregos na antiguidade realizavam as suas construções, revisando, assim, alguns traçados que são fundamentais para o desenvolvimento do Teorema de Pitágoras e da média geométrica. Outro objetivo dessa aula é apresentar o produto notável e o quadrado da soma de dois termos de modo gráfico.

Texto: Cálculos dos Antigos Gregos

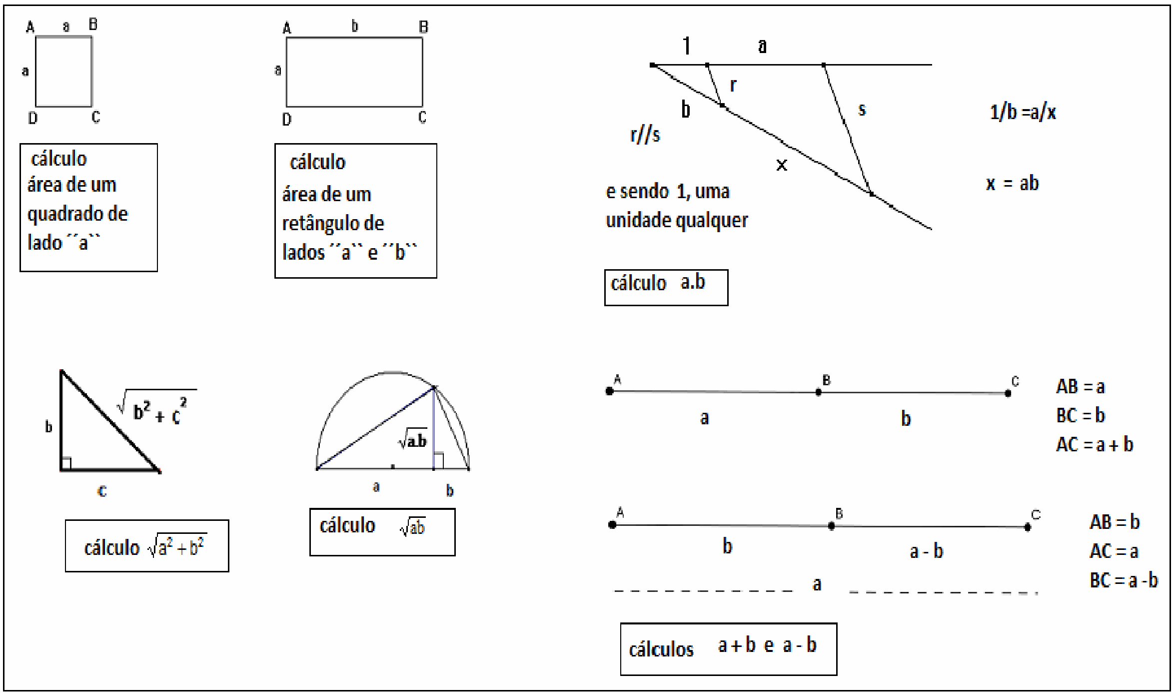
A álgebra estudada na antiga Grécia era geométrica, os antigos gregos resolviam os problemas matemáticos, utilizando os seus conhecimentos geométricos. Dessa maneira, os problemas eram resolvidos com a utilização de retas, segmentos de reta, pontos, áreas, arcos e circunferências. As grandezas eram associadas com segmentos de reta e, então, eram *construídas*, no lugar de serem calculadas. Assim, para os antigos gregos:

- a^2 era a área de um quadrado de lado **a.**
- ***ab*** era a área de um retângulo de lados **a** e **b**.
- ***a + b*** e ***a – b*** eram calculados com segmentos colineares e adjacentes ou com segmentos sobrepostos.
- ***a . b*** era calculado com a utilização do Teorema de Tales.
- $\sqrt{a^2 + b^2}$ era calculado com a utilização do Teorema de Pitágoras.

- $\sqrt{ab}$ era calculado com a utilização da técnica da Média Geométrica (ou Média Proporcional), que era justificada pelas relações métricas no triângulo retângulo.

A Figura 13 mostra algumas operações realizadas nos cálculos dos gregos.

Figura 13: Operações realizadas nos cálculos dos gregos



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Os Elementos, escrito por Euclides tem uma grande importância na História da Matemática, pois é utilizada nos estudos dos conceitos e propriedades geométricas apresentadas por esse grande matemático.

É importante ressaltar que Euclides compilou em Os *Elementos* toda a Geometria conhecida em sua época, estruturando esses conhecimentos a partir de alguns axiomas, que são conceitos e proposições admitidos sem demonstração. Euclides desenvolveu e demonstrou os teoremas e as proposições geométricas contidas em sua obra, sendo o primeiro matemático a utilizar esse método, denominado axiomático.

A obra *Os Elementos* foi escrita por volta do ano 300 a. C, consistindo em 13 livros que agrupam todos os conhecimentos matemáticos existentes até aquela época, aperfeiçoados e demonstrados por meio geométrico. É importante comentar que nenhum outro autor de livros-texto conseguiu êxito comparável a Euclides, pois a sua obra é o mais antigo livro de Matemática ainda em vigor atualmente, uma obra que somente perde para a Bíblia em número de edições e, para muitos, o mais influente livro matemático de todos os tempos (GARBI, 2010).

Sugestão 16

Sugere-se a formação de pequenos grupos para que haja colaboração, favorecendo a troca de informações entre os alunos.

Outra sugestão é apresentar uma cópia traduzida da obra *Os Elementos* para que os alunos percebam a linguagem utilizada.

Lembrete 12

É necessário que os alunos tenham conhecimento do traçado gráfico da média geométrica.

Atividade 1: Operações matemáticas com segmento de retas

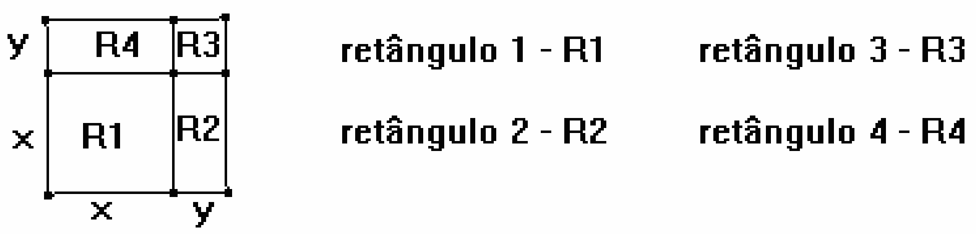
1) Dados os segmentos ***a*** e ***b*** , faça o que se pede abaixo:

Determine um segmento **x**, cuja medida, seja a média geométrica dos segmentos ***a*** e ***b*** que foram dados, ou seja, determine graficamente o segmento x, tal que **x** = $\sqrt{a\ .b}$.

b) Determine um segmento **y**, cuja medida seja a metade do segmento **x,** ou seja, **y** = $\sqrt{ab}$ / 2

c) Construa um quadrado de lado **x** + **y**.

d) Utilizando retas paralelas ou perpendiculares, divida o quadrado construído por você, em quatro retângulos conforme o esboço abaixo:



e) Observando o quadrado de lado **(x** + **y)** construído e os quatro retângulos formados, responda:

- Quais são as medidas do lado do retângulo 1 (R1)? E sua área? (Para essa atividade não utilize régua)

  ___________ ___________

- Quais são as medidas do lado do retângulo 2 (R2)? E sua área? (Para essa atividade não utilize régua)

  ___________ ___________

- Quais são as medidas do lado do retângulo 3 (R3)? E sua área? (Para essa atividade não utilize régua)

  ___________ ___________

- Quais são as medidas do lado do retângulo 4 (R4)? E sua área? (Para essa atividade não utilize régua)

  ___________ ___________

- Qual a área do quadrado de lado (x + y) ?

  ____

f) Você associa a área encontrada do quadrado de lado **(x** + **y)** com alguma fórmula matemática já estudada? Em caso afirmativo, qual?

Você Sabia que...

Os antigos gregos realizavam as suas operações matemáticas geometricamente com a utilização de um compasso e uma régua sem escala. Porém, certo dia, um desses filósofos gregos propôs as seguintes questões:

- Como dividir, com a utilização de um compasso e de uma régua sem escala, um ângulo qualquer em três partes iguais?
- Como construir um novo cubo cujo volume é o dobro do cubo original?
- Como construir um quadrado cuja área igual a de um círculo proposto?

Assim, esses questionamentos originaram inquietudes e surpresas, pois nenhum dos mais conhecidos geômetras gregos da antiguidade conseguiu resolver essas situações-problema.

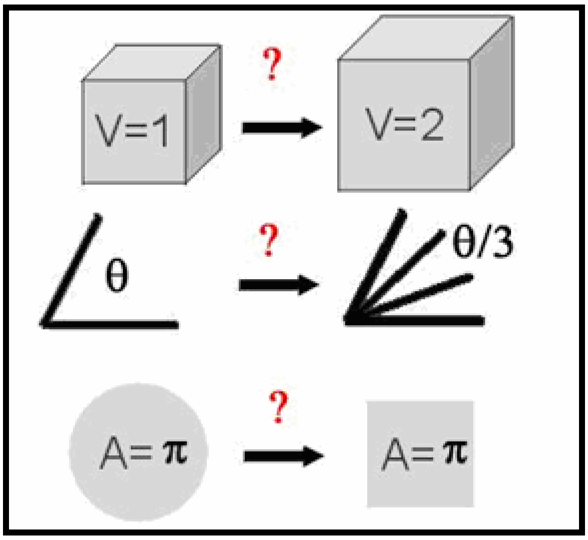
Nesse sentido, esses questionamentos ficaram conhecidos como os três problemas gregos clássicos da antiguidade:

1. A duplicação do cubo com a utilização de um de seus lados como medida. Essa duplicação consiste na construção de um novo cubo cujo volume é o dobro do cubo original.
2. A trissecção do ângulo ou a divisão de um ângulo arbitrário em três partes iguais.

3. A quadratura do círculo ou a construção de um quadrado com área igual à de um círculo dado.

É importante ressaltar que várias soluções foram encontradas para esses problemas, porém nenhuma dessas soluções envolvia apenas régua e compasso como solicitado para a resolução desses problemas. A figura 14 mostra uma ilustração desses três problemas.

Figura 14: Ilustração dos três problemas clássicos da Grécia antiga



Fonte: http//fatosmatematicos.blogspot.com

De acordo com Garbi (2010), foi "somente no século XIX, passados mais de 23 séculos, [que] os matemáticos modernos resgataram a honra de seus colegas gregos, provando que as soluções não foram encontradas simplesmente porque as construções são impossíveis [de serem realizadas] com régua e compasso" (p. 42).

FINALIZANDO A CONVERSA

A Geometria e o Desenho Geométrico são partes integrantes da Matemática e se complementam. A primeira área de conhecimento relaciona as figuras geométricas e os números e as medidas enquanto a outra relaciona essas figuras com as representações gráficas denominadas de construções geométricas.

Assim, ao se analisar o conteúdo do livro *Os Elementos*, de Euclides (300 a.C.), percebe-se uma conexão importante entre a Aritmética, a Geometria, a Álgebra e as construções geométricas, que são apresentadas por meio de demonstrações que eram realizadas quase sempre com a utilização de construções geométricas (ROSA e OREY, 2009). Assim, foi "na geometria grega que nasceu o Desenho Geométrico, pois não havia entre os gregos uma diferenciação entre o Desenho Geométrico e a Geometria" (QUEIROGA e VITOR, 2007, p. 11).

Diante desse contexto, ressalta-se que existem conexões das construções geométricas estudadas na disciplina Desenho Geométrico com os conteúdos da Geometria e da Álgebra estudadas no ensino da Matemática. É importante salientar também que a História da Matemática pode oferecer potencialidades para o ensino e aprendizagem de conteúdos do Desenho Geométrico, fortalecendo-o como uma importante disciplina da matriz curricular.

Nesse direcionamento, a História da Matemática, pode contribuir para reconstruir ou contextualizar, de maneira didática e pedagógica, os aspectos históricos do desenvolvimento de tópicos específicos da disciplina Desenho Geométrico. Como um recurso didático, a História da Matemática pode desencadear a aprendizagem significativa com a utilização de atividades curriculares baseadas na contextualização histórica, além de fornecer exemplos de aplicabilidade para o conteúdo estudado.

O conhecimento da História da Matemática também auxilia os professores a entender melhor a riqueza desta ciência e a encontrar respostas para os questionamentos dos alunos relativos à utilidade da Matemática e da Geometria e, consequentemente, do Desenho Geométrico no cotidiano.

Em outras palavras, a utilização da História da Matemática possibilita o esclarecimento dos porquês de muitos conceitos relacionados com a disciplina Desenho Geométrico, mostrando a Matemática como uma criação humana que foi desenvolvida no decorrer da história.

A utilização da História da Matemática ainda contribui para interligar o ensino da Matemática, por meio das construções geométricas, com outras áreas do conhecimento, como a Filosofia. Por exemplo, Tales de Mileto, que contribuiu para o desenvolvimento da Matemática, foi grande filósofo.

Nesse direcionamento, a História da Matemática pode ser um elemento contextualizador para o ensino de conteúdos algébricos e geométricos, pois possibilita o entendimento e a compreensão desses conceitos, além de apresentar a aplicabilidade no cotidiano, tornando o ensino de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico significativo e atraente, despertando a curiosidade dos alunos e promovendo atitudes positivas, como a colaboração e o cooperativismo.

Finalizando, a História da Matemática pode fornecer potencialidades pedagógicas para o ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico. Nessa perspectiva, a utilização desta metodologia proporciona uma alternativa para o ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico, que fica menos mecânica e mais atraente.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P., NOVAK, Joseph D., HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana , 1980.

BERLINGHOFF, Wiliam P; GOUVÊA, Fernando Q; **A matemática através dos tempos: Um guia fácil e prático para professores e entusiastas –** Tradução: Elza Gomide, Helena Castro; São Paulo: Edgard Blucher, 2008.

BIANCHI, Maria Isabel Zanutto; **Uma reflexão sobre a presença da História da Matemática nos livros didáticos**; Universidade Estadual - Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro; Rio Claro (SP); 2006.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins; **Matemática, uma breve história; Vol. I**; São Paulo: Editora Livraria da Física, 2008.

DANTE, Luiz Roberto; **Tudo é Matemática**; 8º ano; Editora Ática; São Paulo; 2009.

EUCLIDES. **Os Elementos/Euclides**; tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, Howard;; **Introdução à história da Matemática**; trad. Hygino H. Domingues; Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. **História da matemática: dos números à geometria**; Editora: Osasco: Edifieo, 2008.

GARBI, Gilberto Geraldo; **A Rainha das Ciências: Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemáti**ca; 5. ed. rev. e ampl. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

GARBI, Gilberto G; **C.Q.D;** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010b.

GASQUE, Kelley Cristine G. D. **Teoria Fundamentada: nova perspectiva à pesquisa exploratória**. In: Suzana Pinheiro Machado Mueller. (Org.). Métodos para a pesquisa em Ciência da Informação. Brasília: Thesaurus, 2007, p. 107-142.

GLASER, Barney G.; STRAUSS, Anselm L. **The Discovery of Grounded Theory:** Strategies for Qualitative Research. New York: Aldine de Gruyter, 1967.

GUELLI, Oscar; **Dando corda na Trigonometria**, São Paulo, editora Ática, 1999.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo; **Descobrindo o Teorema de Pitágoras**; São Paulo: Scipione 2000.

LINTZ, R. G. **História da Matemática**. Blumenau: Editora FURB. v. 1, 1999

MARMO, C. e MARMO, N. **Desenho geométrico.** Rio de Janeiro, RJ: Scipione, 1994.

MENDES, Iran Abreu; **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**, Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

MIGUEL, Antônio, As potencialidades da Historia da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores; **Revisa: Zetetiké – CEMPEM – FE/Unicamp, v.5, nº 8**, jul/dez de 1997, p. 73-105.

MONTENEGRO, Gildo A.; **Geometria Descritiva**- *vol.1*; Editora Blucher Ltda; 1991; São Paulo; 178 p.

OZÁMIZ, Miguel de Guzmán; PÉREZ, D. **Enseñanza de las ciencias y la matemática: tendencias e innovaciones**. Madrid, España: IBER, 1993.

QUEIROGA, Alberto Luiz Fernández; VITOR, Cláudio Barros; **Desenho Geométrico**; Universidade do Estado de Amazonas (UEA); Manaus, 2007.

ROSA, M.; OREY, D. C. **De Pappus a Polya: da heurística grega à resolução de problemas**. *Plures Humanidades*, v. 10, n. 2, p. 12-27, 2009.

ROSA, M. **A mixed-method study to understand the perceptions of high school leaders about English Language Learners (ELLs): The case of mathematics**. College o Education. Tese de: California State University – CSUS, 2010.

SAD, Ligia A. **Educação Matemática: Unidade na História e nos Objetivos Educacionais.** In: ANAIS do VII EPEM, SP, junho de 2004, p. 1-5.

SANTOS, Júlio Cesar Furtado dos. **O desafio de promover a aprendizagem significativa**. In Módulo Organização do Trabalho Pedagógico II. VI Semestre, Pedagogia. 2007. Artigo: http://www.juliofurtado.com.br/textodesafio.pdf

SILVA, Cláudio Itacir Della Nina; **Proposta de Aprendizagem sobre a importância do Desenho Geométrico e da Geometria Descritiva**; dissertação de Mestrado defendida na Pontifíca Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2006.

STRAUSS, Anselm L.; CORBIN, Juliet. **Basics of Qualitative Research:** Grounded Theory, Procedures and Techniques. Newbury: SAGE, 1990.

TRIVIZOLI, Lucieli M.; MARIOTTO, Raquel; **O Problema de Apolônio: panorama histórico e sua resolução utilizando um software geométrico**; 2011; IX Seminário Nacional de História da Matemática, Aracaju-Sergipe, Coleção História da Matemática para professores.