EVANDRO ALEXANDRE DA SILVA COSTA

Analisando Algumas Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico por meio da Teoria Fundamentada

UFOP – OURO PRETO / MG
2013

EVANDRO ALEXANDRE DA SILVA COSTA

Analisando Algumas Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico por meio da Teoria Fundamentada

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como exigência para a obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA junto à ***Universidade Federal de Ouro Preto,*** Minas Gerais, sob a orientação da **Professora Doutora Marger da Conceição Ventura Viana e do Professor Doutor Milton Rosa**

UFOP – OURO PRETO / MG

C837a Costa, Evandro Alexandre da Silva.

Analisando algumas potencialidades pedagógicas da história da matemática no ensino e aprendizagem da disciplina desenho geométrico por meio da teoria fundamentada [manuscrito] / Evandro Alexandre da Silva Costa – 2013.

242 f.: il., color.; graf.

Orientadora: Profª. Drª. Marger da Conceição Ventura Viana.

Coorientador: Prof. Dr. Milton Rosa.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática. Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

1. Matemática - Estudo e ensino - Teses. 2. Matemática - História - Teses. 3. Desenho geométrico - Teses. 4. Construções geométricas - Teses. 5. Teoria fundamentada em dados - Teses. I. Viana, Marger da Conceição Ventura. II. Rosa, Milton. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU: 514.115(091):37.012

Catalogação: sisbin@sisbin.ufop.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ANALISANDO ALGUMAS POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA DISCIPLINA DESENHO GEOMÉTRICO POR MEIO DA TEORIA FUNDAMENTADA

Autor: Evandro Alexandre da Silva Costa

Orientadora: Profª. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana
Co-Orientador: Prof. Dr. Milton Rosa

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação defendida por Evandro Alexandre da Silva Costa e aprovada pela Comissão Examinadora. Data: 01/08/2013

....
Orientadora

COMISSÃO EXAMINADORA:

Profª. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana (UFOP)

Prof. Dr. Milton Rosa (UFOP)

Prof. Dr. Frederico da Silva Reis (UFOP)

Profª. Dra. Cristiane Coppe de Oliveira (UFU)

2013

Agradecimentos

Agradeço a todos que contribuíram para a realização desse trabalho.
De modo especial, agradeço:

- A Deus, pela minha vida;
- À minha linda esposa Chris, pelo amor, carinho, companheirismo e muitas outras qualidades que não caberiam escritas nessa dissertação;
- Aos meus pais, pelo amor, dedicação e proteção;
- À Professora Edna Roriz pelo apoio e incentivo;
- À Professora Mari e ao Professor Ilton pelas revisões ortográficas.
- Aos professores e colegas do Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP pelos ensinamentos e amizade.
- Ao Professor Doutor Frederico da Silva Reis e à Professora Doutora Cristiane Coppe de Oliveira, pelas ideias sugeridas na banca de qualificação;
- À Professora Doutora Marger da Conceição Ventura Viana pelas orientações, sugestões, amizade e por ter acreditado neste trabalho.
- Ao Professor Doutor Milton Rosa pelos ensinamentos durante essa trajetória e principalmente pela parceria nesse trabalho;
- E por último, à minha pequena Manuela, a quem eu dedico essa dissertação.

Resumo

A experiência do professor-pesquisador como professor de Desenho Geométrico o auxiliou a perceber que essa disciplina é lecionada de uma maneira mecânica, na qual os alunos somente reproduzem os traçados geométricos sem que, na maioria das vezes, associem esses traçados com os conteúdos ensinados na Álgebra ou na Geometria. Dessa maneira, com base em vários autores, como, por exemplo, Struik (1985), Miguel (1997) e Mendes (2009) percebeu-se que a História da Matemática utilizada como um recurso didático poderia fornecer algumas potencialidades pedagógicas para a aprendizagem dessa disciplina. Assim, um dos objetivos dessa pesquisa foi analisar algumas dessas potencialidades no ensino de conteúdos do Desenho Geométrico. Para esse estudo, foram analisadas 6 (seis) aulas de 50 minutos cada, aplicadas para duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental de um colégio da rede particular de Belo Horizonte. Essas aulas tiveram como conteúdo: Razão e proporção, Teorema de Tales, Semelhança de Triângulos, Teorema de Pitágoras e Média Geométrica. O recurso didático da História da Matemática foi utilizado por meio de histórias contadas ou lidas, lendas e algumas curiosidades históricas, que serviram como ponto de partida para a apresentação, contextualização e exemplificação dos conteúdos dessa disciplina. Muitos dos conteúdos ensinados foram ministrados por meio de reconstruções históricas de problemas matemáticos adaptados para o ensino do Desenho Geométrico. Sendo assim, foram coletados dados que foram analisados e interpretados por meio dos pressupostos da Teoria Fundamentada (Grounded Theory), que é uma metodologia analítica que visa a elaboração de uma teoria emergente fundamentada em uma análise rigorosa dos dados coletados. A interpretação da análise dos resultados dessa pesquisa possibilitou que a questão de investigação fosse respondida. Os resultados desse estudo também possibilitaram a elaboração de uma teoria emergente denominada de *Potencializando o Ensino e a Aprendizagem do Desenho Geométrico por meio da História da Matemática*, que procurou entender e compreender a problemática estudada. Esses resultados permitiram a verificação da existência de 8 (oito) potencialidades pedagógicas da História da Matemática que podem ser utilizadas no ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico.

Palavras-chave: Desenho Geométrico, Construções Geométricas, História da Matemática, Teoria Fundamentada nos Dados, Potencialidades Pedagógicas.

Abstract

Prior experience of this Geometric Drawing teacher-researcher helped to realize that this course is taught in a mechanical way in which students reproduce only geometric drawings without, in most cases, associating them with the content found in algebra and geometry. Based on the work of Struik (1985), Miguel (1997), and Mendes (2009) it was realized that the History of Mathematics could be used effectively as a didactic resource and could offer pedagogical possibilities for the teaching and learning of Geometric Drawing content. The results in this study suggest that the use of History of Mathematics is a didactic resource that can enrich the teaching and learning Geometric Drawing content. For this study, six 50 minute lessons with two classes of 9th graders in a private middle school in Belo Horizonte were analyzed. The content of these classes were Ratio and Proportion, Thales Theorem, Similar Triangles, Pythagorean Theorem and Geometric Median. The History of Mathematics as a didactic resource was used through histories, legends, and historical curiosities, which served as a starting point for the presentation, contextualization, and sampling of the content taught through historical reconstructions of mathematical problems that have been adapted to teach Geometric Drawing. Data were collected, analyzed and interpreted using the assumptions found in Grounded Theory, which is an analytical methodology that aims at developing an emerging theory based on a rigorous analysis of the collected data. The interpretation of the survey results made it possible to answer the research question and also resulted in the development of an emerging theory named *Leveraging the Teaching and Learning of Geometrical Drawing through the History of Mathematic*s, which seeks to understand the problem studied in this research. The results obtained in this study showed that is possible to verify the existence of eight (8) pedagogical potentialities provided in the use of History of Mathematics in the teaching and learning Geometric Drawing content.

Keywords: Geometric Drawing, Geometric Constructions, History of Mathematics, Grounded Theory, Pedagogical Possibilities.

Lista de Figuras

Lista de Quadros

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

INICIANDO A TRAJETÓRIA RUMO À PROBLEMÁTICA DO ESTUDO

A ideia de desenvolver uma pesquisa sobre a utilização da História da Matemática no ensino e aprendizagem do Desenho Geométrico[1] surgiu da experiência do professor-pesquisador[2] como docente dessa disciplina que, por muitas vezes, percebeu inquietações de seus alunos a respeito dos traçados construídos em sala de aula.

O primeiro contato do professor-pesquisador com o ensino das construções geométricas foi como estudante, nos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, no qual teve a oportunidade de estudar em um colégio técnico da rede particular de Belo Horizonte, cujo currículo escolar continha a disciplina Desenho Geométrico. Após esse período, o seu próximo encontro com o estudo das construções geométricas ocorreu no Curso de Licenciatura em Matemática quando cursou as disciplinas Desenho Geométrico e Desenho Descritivo, das quais, posteriormente, se tornou monitor.

Após a conclusão desse curso, em 2002, o professor-pesquisador começou a lecionar Desenho Geométrico em uma escola técnica da rede particular de ensino de Belo Horizonte, que por julgar importante o ensino das construções geométricas nos anos finais do Ensino Fundamental, a sua grade curricular continha essa disciplina. Nesse mesmo ano, o professor-pesquisador também começou a lecionar em outra escola da rede particular de ensino, na qual o Desenho Geométrico estava inserido nos conteúdos desenvolvidos na disciplina de Educação Artística.

Durante o período em que ministrou as aulas de Desenho Geométrico nessas escolas, o professor-pesquisador teve a chance de perceber e conhecer as inquietações que os alunos apresentavam na aprendizagem dessa disciplina. Essas inquietações foram percebidas pelo fato de os alunos sempre questionarem sobre o *porquê* e o *para quê* dos traçados que estavam sendo ensinados. Além disso, ao realizarem as tarefas que envolviam muitos traçados, os alunos mostravam-se desmotivados por terem que decorar as construções que eram propostas nas atividades curriculares em sala de aula.

---

[1] Nesse estudo, será considerado como Desenho Geométrico, a disciplina que estuda as construções geométricas e desenvolve a construção de traçados com a utilização de qualquer um dos instrumentos de desenho, como por exemplo, a régua, o compasso, o par de esquadros e o transferidor.

[2] Nesse estudo, será utilizada a denominação *professor-pesquisador* para se referir ao autor dessa pesquisa. É importante ressaltar que a denominação professor-pesquisador é utilizada devido à participação do autor como sujeito dessa pesquisa, pois o autor desse trabalho também é o professor da disciplina das turmas pesquisadas.

Três anos depois, em 2005, o professor-pesquisador teve a oportunidade de lecionar a disciplina Desenho Geométrico em uma escola militar da rede federal de ensino, percebendo
que os seus novos alunos tinham as mesmas inquietações relacionadas ao ensino e aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina. Atualmente, o professor-pesquisador leciona, em uma escola da rede particular de ensino de Belo Horizonte, que integra a disciplina Desenho Geométrico em seu currículo escolar.

Assim, durante anos de experiência lecionando Desenho Geométrico, o professor-pesquisador procurou respostas para o *porquê* de muitas construções geométricas[3] contidas em vários livros didáticos dessa disciplina. No entanto, encontrava, nesses livros, construções geométricas apresentadas de maneira mecânica, com a utilização de modelos que mostravam, passo a passo, a resolução dessas construções, que eram desvinculadas de qualquer situação-problema que tivesse sentido para os alunos. Então, nessa disciplina, as construções geométricas eram sempre percebidas pelos alunos somente como receitas a serem decoradas e que não possuíam justificativas e nem conexões com os conteúdos estudados na Matemática.

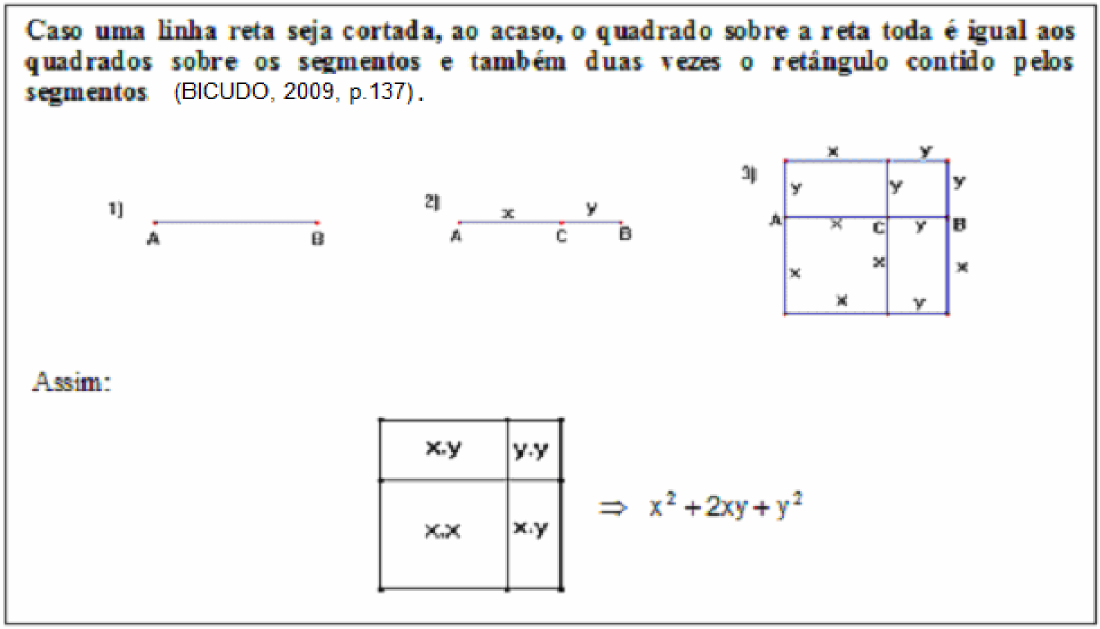
Com isso, em sua prática pedagógica, no ensino da disciplina Desenho Geométrico, o professor-pesquisador buscava apresentar conexões das construções geométricas com a geometria e com a álgebra, percebendo que os alunos ficavam surpresos com essa abordagem, pois não conseguiam perceber, de imediato, a ligação entre essas áreas de estudo da Matemática. Por exemplo, uma explicação geométrica para os produtos notáveis com a utilização do instrumental utilizado no ensino do Desenho Geométrico trazia grande satisfação aos alunos, pois, em geral, os professores abordam esse conteúdo de maneira mecânica.

A figura 1 mostra como o professor-pesquisador aborda os produtos notáveis em suas aulas de Desenho Geométrico lecionadas no Ensino Fundamental. Contudo, ressalta-se que tópicos matemáticos e geométricos como abordados na figura 1 não são tratados nos livros didáticos de Desenho Geométrico, apesar de serem apresentados nos Elementos de Euclides (BICUDO, 2009).

---

[3]Nesse estudo, os traçados ou conjunto de traçados geométricos, a partir dos entes primitivos como ponto, reta e plano, realizados com o uso do instrumental de desenho; serão denominados de construções geométricas.

Figura 1: Uma abordagem diferenciada para o ensino e aprendizagem dos produtos notáveis



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

De acordo com essa perspectiva, verifica-se que a abordagem adotada pelo professor-pesquisador em sala de aula pode ser considerada como uma metodologia adequada para o ensino do conteúdo da disciplina Desenho Geométrico, pois essa abordagem apresenta conexões entre as construções de figuras planas, cálculo de áreas e operações com segmentos de reta por meio da visualização dessas operações. A habilidade de visualização possibilitada pelo Desenho Geométrico é importante, pois ao visualizar objetos geométricos, os alunos desenvolvem habilidades de controle sobre o conjunto das operações mentais básicas exigidas no ensino da Geometria (KALEFF, 2003).

Nesse contexto, é importante ressaltar que existe a necessidade de que os professores de Desenho Geométrico apresentem, de maneira eficaz, a ligação do conteúdo abordado nessa disciplina com o ensino da Álgebra e da Geometria, pois a Matemática ensinada atualmente nas escolas teve como base, a geometria grega, que era fundamentada em traçados geométricos (ROSA e OREY, 2009). Utilizando esses argumentos como um embasamento metodológico, o professor-pesquisador percebeu que, nas aulas de Desenho Geométrico, pode-se demonstrar o *porquê* de teoremas ensinados em Geometria Plana e, também, apresentar, geometricamente, alguns conteúdos algébricos.

Por outro lado, Montenegro (1991) argumenta que o ensino do Desenho Geométrico é realizado de maneira, quase que exclusiva, por mecanismos e procedimentos que não são explicados aos alunos, que apenas reproduzem os traçados geométricos sem conectá-los com o estudo das propriedades geométricas estudadas em Geometria. Esse procedimento pedagógico, talvez, ocorra devido ao fato de que as construções geométricas estiveram ausentes dos currículos escolares (ZUIN, 2001). Nesse sentido, é fundamental auxiliar os alunos a resgatarem esse conteúdo, mostrando a sua importância como um instrumento auxiliar no aprendizado da Geometria (WAGNER, 1998).

Nesse direcionamento, buscando novas ideias, metodologias ou técnicas de ensino, o professor-pesquisador ingressou no Mestrado Profissional em Educação Matemática, no Departamento de Matemática (DEMAT), da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), onde teve a oportunidade de cursar a disciplina denominada *História da Matemática e o seu Potencial no Ensino e Aprendizagem*, podendo, dessa maneira, ter a oportunidade de estudar autores, como por exemplo, Miguel (1997), Struik (1985), Eves (2004), Viana (2006), Mendes (2009), Garbi (2010), entre outros.

Por meio dos estudos das potencialidades da História da Matemática (MIGUEL, 1997), o professor-pesquisador percebeu que poderia buscar na História da Matemática, a resposta para muitas inquietações demonstradas pelos seus alunos, em sala de aula, no ensino da disciplina Desenho Geométrico. Assim, o professor-pesquisador também percebeu que poderia utilizar a História da Matemática como um recurso facilitador do ensino e aprendizagem dessa disciplina, apresentando a Matemática como uma criação humana bem como mostrando as ligações dos conteúdos matemáticos com a Geometria e o Desenho Geométrico. Nessa perspectiva, Marmo e Marmo (1994) afirmam que existe um relacionamento entre o Desenho Geométrico e a Geometria, pois essas áreas do conhecimento humano estudam as figuras geométricas, os seus conceitos e as suas propriedades.

Nesse direcionamento, a História da Matemática pode auxiliar a contextualização do conhecimento matemático, mostrando que os conceitos matemáticos ou simplesmente geométricos foram e são resultados de acontecimentos ocorridos em uma determinada época histórica. Então, existe a necessidade de mostrar a Álgebra, a Geometria e o Desenho Geométrico inseridos em um contexto cultural, social, ambiental, econômico e político, apresentando-os como uma criação humana repleta de erros e acertos, como conhecimentos abertos a produção de novos saberes (ROSA, 2010).

Dessa maneira, nesse estudo, buscaram-se fundamentações teóricas para a utilização da História da Matemática no ensino dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico para que essa abordagem pudesse contribuir para a melhoria da aprendizagem dessa disciplina, fortalecendo o seu resgate como um componente curricular, que, durante muito tempo, foi praticamente abandonado do currículo de muitas escolas (ZUIN, 2002).

Essas preocupações conduziram o professor-pesquisador à seguinte questão de investigação:

Quais são as possíveis potencialidades pedagógicas que a História da Matemática pode oferecer ao processo de ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico?

Assim, o objetivo principal desse estudo será o de levantar algumas possíveis potencialidades pedagógicas que a utilização da História da Matemática pode trazer para o ensino da disciplina Desenho Geométrico. Nesse sentido, o professor-pesquisador pretende analisar algumas das potencialidades pedagógicas oferecidas pela História da Matemática, no ensino de conteúdos do Desenho Geométrico, pois entende que essas potencialidades podem apresentar um caráter facilitador para a aprendizagem dos conteúdos.

Nesse estudo, o trabalho com a História da Matemática será utilizado como um recurso didático, que serve como um instrumento mediador entre os conteúdos a serem ensinados e os alunos, favorecendo dessa maneira a sua aprendizagem (BRAVIM, 2007). Assim, a História da Matemática pode ser considerada como um auxiliar potencializador no processo de ensino e aprendizagem, pois situa, esclarece e apresenta a motivação das grandes ideias que levaram ao desenvolvimento do conteúdo matemático a ser ensinado (OLIVEIRA GROEWALD, DE OLIVEIRA SAUER e FUELBER FRANK, 2005).

Então, para verificar as possíveis potencialidades pedagógicas que a História da Matemática pode oferecer ao ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico, foram analisadas as atividades de Desenho Geométrico realizadas pelos participantes nas aulas propostas no registro documental, o caderno de campo do professor-pesquisador, as gravações em áudio das aulas, as fotos tiradas durante a condução das atividades, as respostas dadas aos três questionários, que tiveram como objetivo colher dados sobre as atividades propostas e, também, sobre a visão dos participantes desse estudo com relação a essa disciplina.

Nesse estudo, o trabalho pedagógico com o Desenho Geométrico foi direcionado para o ensino e aprendizagem de construções geométricas com a utilização de instrumentos de desenho; como, por exemplo, régua, compasso, par de esquadros e transferidor. Apesar de o professor-pesquisador ter conhecimento sobre softwares de geometria como Geogebra e Cabri Géomètre II, esse estudo se desenvolveu somente com as construções realizadas com a utilização desses instrumentais.

Com a intenção de apresentar algumas potencialidades defendidas para a utilização da História da Matemática para a realização desse estudo, foi realizada uma pesquisa em alguns livros didáticos, artigos científicos e outros trabalhos acadêmicos visando apresentar como alguns autores, como por exemplo, Struik (1985), Ozámiz e Perez (1993), Berlingoff e Gouvêa (2008), percebem a importância da utilização da História da Matemática como um recurso didático para o ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Diante desse contexto, a História da Matemática foi estudada como um recurso didático para o ensino da disciplina Desenho Geométrico, na qual os seguintes conteúdos foram trabalhados com os participantes desse estudo:

- Segmentos proporcionais.
- Teorema de Tales.
- Semelhança de polígonos.
- Semelhança de triângulos.
- Teorema de Pitágoras.
- Relações métricas no triângulo retângulo.

Desse modo, esse estudo se desenvolveu com o intuito de buscar as conexões entre as construções geométricas e os conceitos estudados em Matemática e, em particular, em Geometria, em responder os *porquês* de alguns traçados realizados nessa disciplina, e, principalmente, em analisar o potencial pedagógico da História da Matemática para o ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico.

Assim, para a realização desse estudo, essa dissertação foi organizada em 5 (cinco) capítulos, que foram complementados pela Introdução, Considerações Finais, Referências Bibliográficas e Apêndices.

A introdução discute a experiência do professor-pesquisador bem como os motivos que o levaram ao desenvolvimento dessa pesquisa no intuito de determinar uma resposta ao problema estabelecido, de acordo com a fundamentação teórica utilizada e a metodologia adotada para essa investigação.

O capítulo 1 contém a revisão de literatura pertinente ao tema estudado, sendo composto pelos tópicos que embasaram essa pesquisa: O Desenho Geométrico, Um Possível Cenário para o Ensino e Aprendizagem do Desenho Geométrico, Desenho

Geométrico: definição e instrumentais para uma importante disciplina curricular, Uma breve história do Desenho Geométrico, História do Desenho Geométrico no Brasil, História da Matemática, Historiando o Ensino da Matemática, Motivação e Aprendizagem Significativa e Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática

O capítulo 2 descreve a metodologia adotada para essa pesquisa, explicitando as etapas e as escolhas metodológicas realizadas pelo professor-pesquisador, caracterizando os participantes desse estudo, apresentando os instrumentos de coleta de dados, detalhando os procedimentos metodológicos e explicitando a análise dos dados.

O capítulo 3 apresenta os resultados da análise dos dados quantitativos e qualitativos coletados nos instrumentos de coleta, de acordo com os pressupostos da Teoria Fundamentada e com o referencial teórico analisado na revisão de literatura. Esse capítulo também analisa as respostas dadas pelos participantes aos questionários e as atividades propostas nas aulas contidas no registro documental para a determinação da codificação aberta que foi obtida por meio da identificação dos códigos preliminares, enquanto que a codificação axial foi obtida por meio da identificação dos códigos conceituais.

O capítulo 4 apresenta a interpretação dos resultados de acordo com os pressupostos da Teoria Fundamentada, fornecendo a resposta da problemática desse estudo por meio da breve descrição das oito categorias emergentes. Nesse capítulo, a codificação seletiva originou a categoria central, que englobou as categorias criadas anteriormente.

O capítulo 5 apresenta a teoria emergente fundamentada nos dados, que têm por objetivo justificar a importância da utilização da História da Matemática no ensino e aprendizagem do Desenho Geométrico, visando assim, potencializar o ensino dessa área do conhecimento.

Finalizando, continuando com a estrutura organizacional desse estudo, foram traçadas as considerações finais, que foram concluídas a partir da interpretação da análise de dados e da fundamentação teóricas. As referências bibliográficas e os apêndices também compõem a estrutura organizacional dessa dissertação.

CAPÍTULO 1

BUSCANDO E CONSTRUINDO ARGUMENTOS PARA A FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO ESTUDO

O objetivo deste capítulo foi providenciar uma revisão de literatura relacionada com o tema desse estudo para apresentar as principais fundamentações teóricas em relação à História da Matemática e ao Desenho Geométrico.

Assim o foco dessa revisão de literatura foi baseado nos seguintes tópicos:

a) Desenho Geométrico

b) Um Possível Cenário para o Ensino e Aprendizagem do Desenho Geométrico

c) Desenho Geométrico: definição e instrumentais para uma importante disciplina curricular

d) Uma breve história do Desenho Geométrico

e) História do Desenho Geométrico no Brasil

f) História da Matemática

g) Historiando o ensino da Matemática

h) Motivação e Aprendizagem Significativa

i) Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática

1.1. Desenho Geométrico

A disciplina Desenho Geométrico foi retirada do currículo da Escola Básica brasileira em 1971, com a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases 5692 (BRASIL, 1971), quando deixou de ser disciplina obrigatória para constar apenas na parte diversificada do currículo. Esse fato associado à exclusão do Desenho Geométrico dos vestibulares de Arquitetura e Engenharia tornou essa disciplina praticamente abandonada da grade curricular do Ensino Fundamental e Médio de grande parte das escolas brasileiras (ZUIN, 2001), pois cada escola tinha autonomia para elaborar a parte diversificada do currículo escolar. Nesse contexto, muitas escolas:

> (...) excluíram o Desenho Geométrico, já que este não era mais uma disciplina obrigatória. A situação instalada, após a LDB 5692/71, em relação ao ensino do Desenho Geométrico, acontece em todos os estados do Brasil. Isso é comprovado com a acentuada queda na venda dos livros didáticos de Desenho Geométrico, em todo país (ZUIN, 2001, p. 91).

Na década de 80, apesar de não integrar o currículo da maioria das escolas brasileiras, o ensino da disciplina Desenho Geométrico recebe um novo impulso com a publicação de novas coleções de livros didáticos (ZUIN, 2001) por editoras importantes, como a Scipione, a Ática e a FTD. Porém, o resgate dessa disciplina no currículo escolar não se concretizou, pois:

> O lançamento de novos livros não despertou os dirigentes da educação para que a disciplina retornasse ao ensino básico em âmbito nacional. Embora muitas escolas voltassem a incluir o Desenho Geométrico em seus currículos, existiam instituições que continuaram não abordando as construções geométricas. Isto aconteceu, principalmente, em instituições públicas, que se pautavam na LDB 5692/71, onde se estabelecia que o Desenho Geométrico não seria mais uma disciplina obrigatória (ZUIN, 2002, p. 6).

Diante dessa perspectiva, com a eliminação do Desenho Geométrico do currículo escolar e do vestibular:

> (...) os professores do ramo começaram o movimento pelo seu retorno. Simpósios, reuniões e abaixo assinados resultaram inócuos. Pudera! Sequer foi estabelecida uma estratégia de ação. Para salvar as aparências, começou-se a discutir um novo currículo, na suposição de que uma vez elaborado, o Desenho voltaria à escola. Talvez pela ação de uma fada, com poderes maiores do que o ministro. Na pressa, ninguém cuidou de analisar os programas antigos, de discutir a ação pedagógica, de avaliar os resultados do ensino tradicional, muito menos de localizar suas deficiências e de aproveitar o que vinha dando certo (MONTENEGRO, 1991, p. 157).

No final da década de 90, a necessidade do estudo das construções geométricas ressurge nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCNs (BRASIL, 1998), que reforçaram a importância das construções geométricas no currículo matemático, e orientavam a utilização da régua, do compasso, do par de esquadros e do transferidor no desenvolvimento do conteúdo matemático a ser desenvolvido na Escola Básica. Nesse sentido, um aspecto que "merece atenção neste ciclo é o ensino de procedimentos de construção com régua e compasso e a utilização de outros instrumentos, como por exemplo, esquadro e transferidor" (BRASIL, 1998, p. 68). Essa abordagem tem por objetivo estabelecer relações entre tais procedimentos e as propriedades geométricas que estão presentes nessas construções.

1.1.1. Um Possível Cenário para o Ensino e Aprendizagem do Desenho Geométrico

Os PCNs de Matemática (BRASIL, 1998) ressaltam que os conceitos geométricos constituem uma parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, pois utilizando as construções geométricas, os alunos desenvolvem um tipo especial de pensamento que lhes permitem compreender, descrever e representar, de maneira organizada, o mundo em que vivem. Esse documento também relata que o trabalho pedagógico com:

> (...) espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações (BRASIL, 1998, p. 51).

Com relação ao quarto ciclo do Ensino Fundamental da Escola Básica, os PCNs de Matemática (BRASIL, 1998) também apresentam a importância das construções geométricas com a utilização de régua, compasso, par de esquadros e transferidor, advertindo que existe a necessidade de que os professores desenvolvam o emprego das verificações empíricas com a utilização desse instrumental. Para desenvolver essas verificações, com a utilização dos materiais de desenho, os PCNs de Matemática (BRASIL, 1998) também sugerem a realização de um trabalho pedagógico com a representação decimal infinita e não periódica bem como a sua localização na reta numérica, a divisão de segmentos em partes proporcionais, a construção de retas paralelas e retas perpendiculares, a resolução de situações-problema que envolva a obtenção da mediatriz de um segmento, a bissetriz de um ângulo e de alguns ângulos notáveis. Nesse sentido, destaca-se a importância da utilização do Desenho Geométrico para o ensino e aprendizagem em Matemática, pois:

> Quando os alunos têm de representar um objeto geométrico por meio de um desenho, buscam uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organizam o conjunto do desenho de uma maneira compatível com a imagem mental global que têm do objeto (BRASIL, 1998, p. 125).

Diante dessa perspectiva, de acordo com os PCNs de Matemática (BRASIL, 1998), está previsto para os últimos anos do Ensino Fundamental, a utilização de:

> (...) instrumentos de desenho, com finalidade de ensinar procedimentos de construção com régua e compasso, e a utilização de outros instrumentos, como esquadro e transferidor, estabelecendo-se a relação entre tais procedimentos e as propriedades geométricas presentes (GIOVANNI, GIOVANNI JR., FERNANDES e GASSAWARA, p. 6, 2010).

Contudo, é importante ressaltar a necessidade de que as atividades de construções geométricas mantenham ligações estreitas com o estudo de outros conteúdos, particularmente, com as atividades numéricas e métricas, e com a noção de proporcionalidade (GIOVANNI et al, 2010) em uma abordagem pedagógica interdisciplinar.

Por outro lado, existe a necessidade de que o conteúdo da disciplina Desenho Geométrico seja oferecido em um contexto histórico que possa apresentá-lo de maneira apropriada (MONTENEGRO, 1991), para que os alunos tenham condições de perceber a sua importância e possam utilizar os conhecimentos sobre as construções geométricas para a aprendizagem da Geometria (BONGIOVANNI et al, 2007). Assim, o “Desenho Geométrico caminha lado a lado com a Geometria” (JORGE, 2008, p. 5), pois essas disciplinas podem ser consideradas como “conhecimentos que têm características próprias, mas que se complementam” (JORGE, 2008, p. 5).

Com relação à utilização dos livros didáticos de Desenho Geométrico, esse material pedagógico contém poucas atividades contextualizadas e, geralmente, apresentam apenas exercícios mecânicos como, por exemplo, a construção de uma determinada figura e a divisão de uma circunferência em partes iguais (ZUIN, 2001). Nesse sentido, corroborando com essa percepção, os resultados obtidos pelo estudo conduzido por Nascimento (1999) mostram que os livros de Desenho Geométrico que foram analisados têm como:

> (...) preocupação maior o domínio do processo construtivo das figuras geométricas planas, [pois] apresentam as construções isoladas entre si (...) não discutindo como as formas construídas poderiam ser aproveitadas para explorar tanto o espaço plano como o tridimensional (NASCIMENTO, 1999, p. 162).

Com relação à essa asserção, é de suma importância que os livros didáticos disponíveis para o ensino e aprendizagem do Desenho Geométrico sejam utilizados como um instrumento auxiliar no trabalho pedagógico desenvolvido com a Matemática, pois esses livros apresentam poucas relações com essa disciplina (NASCIMENTO, 1999).

Os resultados do estudo conduzido por Zuin (2001) sobre a análise realizada com coleções de livros didáticos revelam que:

> (...) o ensino desse saber, principalmente na primeira metade do século XX, seguiu sempre a mesma linha didática com poucas variações. De um modo geral, encontramos em alguns livros um maior ou menor número de definições e conceitos, a presença ou não de alguma teoria e justificativas das construções, a inclusão ou não de aplicações (ZUIN, 2001, p. 183).

Para essa autora, a construção geométrica está, na maioria das vezes, relacionada com a execução dos traçados por meio dos *passos de construção*, que se constituem em um roteiro a ser seguido pelos alunos em sala de aula. Com relação aos livros textos de Matemática, as atividades de construção geométrica se mostram insuficientes e descontextualizadas para o ensino da Matemática e da Geometria, apresentando apenas exemplos, que estão expostos no final de cada unidade, para serem reproduzidos pelos alunos (ZUIN, 2001).

Por outro lado, historicamente, o ensino e a aprendizagem de conteúdos de Geometria e Desenho Geométrico apresentam uma série de lacunas conceituais. De acordo com essa perspectiva, Silva (2006) argumenta que a maioria dos professores não detém os conhecimentos de geometria e de construções geométricas necessárias para o desenvolvimento da própria prática pedagógica. Então, é possível afirmar que os professores de Matemática se:

> (...) distanciaram dos conhecimentos de construções geométricas. Suas formações, em tese, para a maioria deles, não comportaram conhecimentos de Geometria e de Desenho a ponto de pô-los em prática na atividade pedagógica. Com a perda desta competência, a Geometria é abordada com enfoque nas relações matemáticas entre os elementos, isto é, apenas com cálculo aritmético ou algébrico (SILVA, 2006, p. 44).

Com relação ao ensino das construções geométricas por meio dos livros didáticos de Matemática, Zuin (2002) afirma que essas construções aparecem como atividades complementares. Contudo, apesar de alguns livros didáticos de Matemática seguirem as orientações dos PCNs de Matemática (BRASIL, 1998), alguns professores ainda ensinam os conteúdos de Desenho Geométrico de acordo com a sua orientação pedagógica, não atentando para os direcionamentos propostos pelos documentos oficiais. Diante desse contexto, o ensino das construções geométricas foi praticamente abandonado:

> (...) no ensino básico e em cursos de licenciatura de Matemática, por muitos anos, [e] não se incorporaram à formação básica e/ou acadêmica de diversos professores. Deste modo, como o professor é quem comanda as atividades nas suas aulas, não é garantido que ele trabalhe as construções geométricas com os seus alunos (ZUIN, 2002, p.15).

De acordo com esse ponto de vista, o ensino das construções geométricas segue a mesma didática dos livros utilizados há mais de quarenta anos, apresentando-o de maneira metódica, sem a utilização de um contexto histórico para o conteúdo abordado em sala de aula. Esse ensino continua vinculado à geometria desenvolvida pelos gregos na antiguidade, por volta do ano 300 a.C., que utilizavam apenas um compasso e uma régua não graduada nas construções geométricas (HEIN e VALCANAIA, 2009).

Na proposta pedagógica apresentada por esses livros, o ensino das construções geométricas é estático, fechado em si mesmo, e repleto de traçados que devem ser memorizados e reproduzidos. No entanto, esse tipo de prática está desvinculada das propriedades da Geometria e dos traçados geométricos, podendo ocasionar uma desmotivação dos alunos para estudar as construções geométricas necessárias para resolver as situações-problema apresentadas em sala de aula. Então, é importante entender que:

> (...) uma nova relação de ensino e aprendizagem sobre outras bases cognitivas e afetivas é um desafio complexo e urgente, uma vez que educar não é repetir regras e memorizar técnicas, mas sim criar ideias e encantar (FAINGUELERNT e NUNES, 2006, p. 10).

Assim, os conteúdos da disciplina Desenho Geométrico, que são ensinados nesse contexto, não contribuem para o aprendizado dos alunos, que apenas memorizam os traçados e reproduzem as técnicas operatórias necessárias para a resolução dos problemas enfrentados no cotidiano (MONTENEGRO, 1991). Nessa perspectiva, os alunos também não conseguem interligar os traçados do Desenho com o estudo da Geometria, perdendo o prazer de estudar essa disciplina. Concordando com esse ponto de vista, existe a necessidade de que um determinado ambiente de aprendizagem, como por exemplo, a sala de aula, forneça um:

> (...) material atraente e que alimente pensamentos, [pois] concentrar-se no aspecto superficial de traçados não leva a solucionar, a criar e nem a formular problemas. Vale muito mais interessar os estudantes em aprender do que a competência ou uma habilidade qualquer (MONTENEGRO, 1991, p. 163).

Então, se as construções geométricas estudadas no ensino dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico, forem desencadeadas sem nenhuma justificativa, os alunos não terão um aprendizado significativo (AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN, 1980) e os traçados somente serão apresentados como uma sequência de procedimentos mecânicos sem significado (ZUIN, 2001).

Contudo, depois do surgimento dos PCNs de Matemática (BRASIL, 1998), os livros didáticos de Matemática começaram a abordar atividades de construções geométricas, porém, quase sempre no final dos capítulos de tópicos referentes aos conteúdos de geometria. Concordando com esse ponto de vista, Lorenzato e Vila (1993) argumentam que muitos livros didáticos ainda trazem o conteúdo de geometria e de desenho geométrico em seus últimos capítulos, dificultando, assim, o ensino e aprendizagem desses conteúdos, que geralmente ocorre no final do ano letivo. Além disso, muitos desses livros somente abordam a geometria e o desenho geométrico por meio de definições, propriedades e fórmulas em situações que desvinculam esse conteúdo do cotidiano dos alunos.

Por outro lado, as construções geométricas abordadas nos livros didáticos de Matemática estão restritas a conteúdos muito reduzidos:

> (...) fixando-se apenas a alguns tópicos, não possibilitando uma visão mais ampla da sua integração com a geometria euclidiana. Pelo fato de os conteúdos presentes nesses livros serem limitados, o ensino das construções geométricas nos mesmos ficará muito aquém dos programas das escolas que mantêm o Desenho Geométrico, com aulas semanais e um professor específico para ministrá-la (ZUIN, 2001, p. 191).

Por meio do estudo dos autores citados acima, percebe-se que as construções geométricas expostas nos livros didáticos de Desenho Geométrico apresentam-se descontextualizadas e repletas de atividades de construções realizadas de maneira mecânica e sem conexão com o ensino da Álgebra e da Geometria (MONTENEGRO, 1991). E quanto a sua exposição nos livros didáticos de Matemática, os conteúdos são apresentados em quantidade insuficiente, de maneira descontextualizada, sem conexão com o ensino da Geometria e raramente aplicada a outras áreas do conhecimento, pois de uma maneira geral, existe um despreparo dos professores de Matemática com relação ao ensino dessas construções (ZUIN, 2001).

1.1.2. Desenho Geométrico: Definição e Instrumentais para uma Importante Disciplina Curricular

No final do século XX e no início do século XXI, alguns autores como, por exemplo, Wagner (2007), Rezende e Queiróz (2000) utilizaram a denominação construções geométricas para os traçados geométricos enquanto que outros como Jorge (2008) e Bongiovanni et al (2007), denominaram esses traçados de Desenho Geométrico. É importante ressaltar que, nesse estudo, os traçados geométricos construídos com a utilização de qualquer um dos instrumentos de desenho como, por exemplo, a régua, o compasso, o par de esquadros e o transferidor serão denominados de Desenho Geométrico. Os resultados do estudo conduzido por Zuin (2001) sobre a análise de alguns livros didáticos de Desenho Geométrico mostraram que algumas dessas obras[4] utilizam a régua, o compasso, o par de esquadros e o transferidor como instrumentos necessários para as construções durante o processo de resolução dos problemas geométricos.

Dessa maneira, o Desenho Geométrico pode ser considerado como a linguagem gráfica da Matemática, pois o ensino dessa disciplina por meio de seus traçados e com a utilização dos instrumentais do desenho, auxilia o aprendizado das definições e das demonstrações, que são imprescindíveis para o entendimento dos conceitos das propriedades e das relações geométricas e algébricas (SILVA, 2006). Nesse sentido, com exceção dos aspectos aritméticos menos complexos, "as relações da Matemática com o Desenho são tão intrínsecas que, na maioria dos casos, é impossível entender as leis matemáticas sem os recursos gráficos ofertados pelo Desenho Geométrico" (RAYMUNDO, 2010, p. 18).

Nesse direcionamento, os resultados do estudo conduzido por Silva (2006) mostram que o ensino do Desenho Geométrico pode auxiliar os alunos na compreensão de conceitos matemáticos, favorecendo ainda o desenvolvimento de habilidades motoras manuais, por manusear instrumentos de construções geométricas como, por exemplo, a régua, o compasso, o transferidor e os esquadros, facilitando a "obtenção das figuras geométricas pretendidas" (SILVA, 2006, p. 49).

De acordo com esse contexto, Marmo e Marmo (1994) afirmam que a disciplina Desenho Geométrico auxilia os alunos a concretizarem os conhecimentos teóricos relacionados com a Geometria, fortalecendo o ensino desse importante componente curricular. Então, o Desenho Geométrico pode ser considerado como uma expressão gráfica de conceitos e propriedades das figuras geométricas, que desenvolve o raciocínio reflexivo e estimula a inteligência dos alunos (CALFA, ALMEIDA e BARBOSA, 1995).

Compartilhando com esse ponto de vista, Jorge (1998) afirma que essa disciplina proporciona a capacidade de promover o entendimento de outros conhecimentos em outros campos da atividade humana, pois auxilia os alunos a desenvolverem o raciocínio lógico, o pensamento divergente, a organização e a criatividade. Para esses autores, a prática do Desenho Geométrico possibilita a:

---

[4] *Desenho Geométrico* escrito por José Rui Giovanni, Tereza Morangoni Fernandes e Elenice Lumico Ogassawara em 1987; *Desenho Geométrico* escrito por Elizabeth Teixeira Lopes Cecília Fujiko Kanegae em 1987; *Desenho Geométrico* escrito por Isaías Marchesi Júnior em 1998; Geometria e Desenho Geométrico escrito por José Carlos Putnoki em 1991.

> (...) a aquisição de valores e o desenvolvimento de atitudes que constroem a capacidade de aprendizagem do aluno, tais como: a perseverança na busca de soluções; a confiança em sua própria capacidade; o espírito de colaboração; o interesse pela pesquisa e pela investigação; a iniciativa e a construção da autonomia, a participação crítica, a segurança na defesa de seus argumentos; a apreciação da precisão, da limpeza e da ordem na realização de seus desenhos; a sensibilidade para observar as formas geométricas na natureza e a sua aplicação através do Desenho Geométrico, na produção humana (JORGE, 1998, p. 4).

No entanto, existem autores que têm uma visão severa quanto à utilização de outro tipo de instrumental, que não seja o instrumental de apoio, para o desenvolvimento do Desenho Geométrico, pois:

> Os únicos instrumentos permitidos no Desenho geométrico, além do lápis, da prancheta, do papel e da borracha (chamados instrumentos de apoio), são a régua não graduada e os compassos de duplas pontas secas e comum (uma ponta seca e outra grafitada). (...) qualquer outro instrumento de Desenho, entre os quais podemos lembrar o esquadro, o transferidor, a régua T, etc, têm uso proibido no Desenho Geométrico (MARMO, 1964 *apud* VARHIDY, 2010, p. 27).

Porém, Varhidy (2010) afirma que o próprio Marmo e muitos outros autores, para ganhar tempo na resolução de um determinado problema, utilizam o jogo de esquadros para traçar paralelas, pois somente o emprego de régua e compasso demandaria pelo menos cinco passos para a construção dessas paralelas. De acordo com esse autor, a utilização dos esquadros não implica um "pecado mortal" (VARHIDY, 2010, p. 27) com relação aos ideais geométricos de Euclides. Concordando com esse ponto de vista, Nascimento (1999) critica a abordagem de não se utilizar os instrumentais de desenho como, por exemplo, o esquadro, para o ensino de determinado conteúdos de Desenho Geométrico, pois o emprego dos esquadros nos desenhos busca a simplificação dos traçados geométricos, garantindo, assim, uma maior rapidez e precisão em sua elaboração. No entanto, mesmo sendo possível inventar novos instrumentais de desenho, "os principais [ainda] são a régua graduada, o compasso, o jogo de esquadros e o transferidor" (MARMO e MARMO, 1994, p. 22).

Contudo, Nascimento (1999) argumenta que a restrição desses instrumentais, que auxilia a fixação dos processos de resolução gráfica dos desenhos, tornou-se um dos maiores problemas para o ensino dessa disciplina. Por exemplo, os traçados são, muitas vezes, complexos, obrigando a memorização dificultosa desses traçados pelos alunos, descaracterizando, dessa maneira, a função educativa da disciplina de Desenho Geométrico. Assim, é importante o desenvolvimento de um trabalho pedagógico que impeça que o raciocínio dedutivo, que é considerado como "um dos principais objetivos da disciplina, se reduza um mero exercício de memória, de fixação de uma seqüência de operações, que é lógica sim, mas de que o aluno não toma consciência" (NASCIMENTO, 1999, p. 142).

Contrapondo essa abordagem, Bongiovanni, Savietto e Moreira (2007) desenvolveram traçados geométricos com a utilização de régua e compasso, ressaltando, porém, que existem outros processos e instrumentos para o desenvolvimento dessas construções como, por exemplo, régua graduada, régua T, transferidor, esquadros, compasso e a *curva francesa*[5].

Por outro lado, buscando argumentos que reforcem a importância do ensino do Desenho Geométrico para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, é importante salientar que essa disciplina pode estabelecer um:

> (...) canal de comunicação universal para a transmissão da linguagem gráfica. É [essa] disciplina que permite ao estudante tirar uma série muito grande de conclusões a partir de um mínimo de informações, liberando a criatividade. Interliga as demais disciplinas ajudando a compreensão de desenhos em geral e a resolução de questões de natureza prática do cotidiano (MARMO e MARMO, 1994, p. 6).

Contudo, o Desenho Geométrico também pode ser considerado como uma disciplina adequada para incutir nos alunos bons hábitos de zelo e capricho. Então, os instrumentos de desenho auxiliam os alunos a adquirirem esses hábitos, pois existe a necessidade de que esses instrumentos sejam "manejados com capricho e conhecimento" (MARMO e MARMO, 1994, p. 22).

Com relação ao aspecto interdisciplinar do Desenho Geométrico, é de suma importância mostrar que as disciplinas curriculares não podem ser consideradas como compartimentos estanques e que o conhecimento humano não é interrelacionado. Dessa maneira, todas as disciplinas são igualmente importantes, contudo, é necessário enfatizar que "sob este aspecto, cumpre lembrar que o Desenho não é um mero auxiliar da Matemática. Na verdade, o Desenho e a Matemática é que são auxiliares das profissões produtivas" (MARMO e MARMO, 1994, p. 3).

Diante desse contexto, o Desenho Geométrico tem uma importância teórica e prática que é fundamental para o ensino e aprendizagem da Geometria e da Matemática, pois representa uma ferramenta indispensável para as investigações matemáticas e geométricas (OLIVEIRA, 2009). Nesse sentido, a retirada do Desenho Geométrico do

[5] A curva francesa é uma das réguas constantemente utilizadas na modelagem de roupas, especialmente na hora de desenhar cavas e decotes. É uma régua composta apenas por curvas com raios variados.

Ensino Fundamental e da Geometria Descritiva do Ensino Médio afetou o aprendizado da linguagem gráfica e o desenvolvimento da visão espacial, prejudicando o aprendizado dos conteúdos geométricos dos alunos (SILVA, 2006).

Então, a ausência da Geometria na grade curricular da Educação Básica e dos recursos facilitadores do Desenho Geométrico e da Geometria Descritiva significa "desperdiçar oportunidades e deixar de promover, de modo eficiente, o raciocínio lógico e espacial do aluno, na faixa etária em que se encontra apto a desenvolvê-los" (SILVA, 2006, p. 45). Em outras palavras, a não utilização dessas ferramentas para as construções geométricas, pode tornar os alunos incapazes de abordarem os conteúdos geométricos e matemáticos com maior profundidade. Seguindo essa linha de raciocínio, quando esses conteúdos não se relacionam os:

> (...) prejuízos que afetam o aprendizado dos alunos quando privados dos conhecimentos proporcionados pelas construções geométricas, as maiores recaem sobre o estudo da Geometria Plana e consequentemente da Geometria Espacial, da Matemática do ensino básico e superior, e das disciplinas que dependem da visão espacial e das demais competências aprimoradas pelo Desenho Geométrico (RAYMUNDO, 2010, p. 108).

Na perspectiva apresentada por essa asserção, verifica-se que o Desenho Geométrico é um auxiliar importantíssimo na aprendizagem dos conteúdos algébricos e geométricos, ou seja, nos conteúdos matemáticos e que o seu ensino também contribui para que os alunos desenvolvam a visualização, compreendendo melhor os conceitos a serem estudados. Assim, é necessário uma retomada do ensino do Desenho Geométrico no Ensino Básico e, também, nos demais níveis de ensino (RAYMUNDO, 2010).

Nesse direcionamento, os resultados dos estudos conduzidos por Dias (1998), Liblik e Pinheiro (1998) e Peres e Zuin (2001) mostram que o trabalho com construções geométricas auxiliam o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos. Então, é importante enfatizar a importância do ensino dessas construções por meio de atividades curriculares que permitam que os alunos utilizem à régua e o compasso em sua resolução. De acordo com esse ponto de vista, a capacidade de perceber uma forma ou um objeto é de fundamental importância para promover a aprendizagem de conceitos geométricos (FAINGUELERNT e NUNES, 2006).

Portanto, existe a necessidade de que a Geometria e o Desenho Geométrico sejam considerados como instrumentos importantes para a compreensão, descrição e interação com o espaço no qual os alunos estão inseridos, pois é necessário que desenvolvam e adquiram uma concepção visual para perceberem que a Matemática tem conexões com outras áreas de estudo (BIGODE, s/d). Então, é de suma importância ressaltar que:

> O Desenho Geométrico é a base necessária para a execução de qualquer tipo de desenho de precisão. Desenvolve o raciocínio lógico e é útil na obtenção de soluções aproximadas de problemas matemáticos, além de complementar o estudo da Geometria Plana (BONGIOVANNI, SAVIETTO e MOREIRA, 2007, p. 9).

Corroborando com essa asserção, Wagner (2007) relata que os problemas de construções são motivadores, às vezes intrigantes e, frequentemente, conduzem à descoberta de novas propriedades geométricas. Nesse sentido, as construções geométricas possibilitam a utilização de estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações. Assim, como a prática das construções geométricas ilustra, explica e motiva os alunos na aprendizagem dos conceitos matemáticos e geométricos, existe a necessidade de que o Desenho Geométrico seja considerado como uma disciplina obrigatória do currículo escolar (VARHIDY, 2010).

A preocupação com o ensino de construções geométricas é um assunto que vem sendo investigado nas últimas três décadas. Por exemplo, Kalter (1986) conduziu uma investigação exploratória com 136 alunos de 8ª série de seis escolas de Curitiba, com o intuito de comparar os rendimentos entre os participantes que estudaram os conteúdos de Desenho Geométrico com aqueles que não tiveram a oportunidade de estudá-los. Os resultados desse estudo mostraram que os alunos das escolas que ofereceram os conteúdos de Desenho Geométrico apresentaram um desempenho significativamente melhor em relação aos demais participantes. Concluindo o seu estudo, Kalter (1986) ressalta a importância do Desenho Geométrico no currículo escolar ao sugerir o seu retorno como uma disciplina obrigatória da grade curricular das escolas do Ensino Fundamental.

Em um estudo mais recente, Guarnieri (2011) conduziu um projeto no qual alunos de um Curso de Licenciatura em Matemática lecionaram aulas de Desenho Geométrico para alunos do Ensino Fundamental de uma escola pública da periferia da cidade de Apucarana, no estado do Paraná. Esse projeto visava à melhoria do ensino da Geometria, utilizando as construções geométricas como metodologia de ensino. Esse projeto teve a duração de um semestre com duas aulas por semana a cada quinze dias, apresentando como resultado uma sensível melhora no desempenho dos alunos, principalmente com relação a sua participação e interesse nas atividades curriculares propostas em sala de aula. Os resultados desse projeto também mostraram que os alunos participantes nunca haviam manuseados os instrumentais de Desenho Geométrico.

Desse modo, é possível concluir que para melhorar a qualidade no ensino de Geometria, é importante que o Desenho Geométrico seja utilizado na representação gráfica e na visualização de conceitos geométricos, pois as construções realizadas "com instrumentos auxiliam o raciocínio e contribuem na execução do conhecimento teórico" (GUARNIERI, 2011, p. 67).

Finalmente, com relação à importância de as escolas oferecerem a disciplina Desenho Geométrico, é importante que essas instituições de ensino continuem investindo nessa disciplina, como parte integrante da grade curricular, para que possam oferecer um ensino diferenciado e superior àquele sugerido pelos PCNs de Matemática (ZUIN, 2001).

Diante desse contexto, a revisão de literatura com relação a esse tópico mostra que uma grande parte dos autores discutidos argumenta que o ensino do Desenho Geométrico, por meio de suas construções geométricas, auxilia os alunos no desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade, da precisão nos traçados e do capricho, que os auxilia a perceber as suas interligações com os conteúdos aprendidos nas aulas de Geometria e Matemática. Por outro lado, verifica-se que autores como, por exemplo, Varhidy (2010), Raymundo (2010), Kalter (1986) e Zuin (2001) defendem o retorno do Desenho Geométrico como uma disciplina permanente do currículo escolar brasileiro.

1.1.3. Uma Breve História do Desenho Geométrico

De uma maneira pouco sistematizada, pode-se argumentar que o desenho sempre esteve presente nas atividades e tarefas cotidianas realizadas pela humanidade. Por meio dos desenhos encontrados nas cavernas e nos artefatos culturais pode-se tomar conhecimento e estudar os costumes bem como verificar o desenvolvimento técnico e intelectual de grupos socioculturais que viveram em uma determinada época da história.

Assim, desde o tempo das inscrições nas cavernas, a humanidade se utiliza dos desenhos, que podem ser considerados como uma linguagem universal que tem como objetivo analisar, interferir e transformar a própria realidade desses grupos. Nesse sentido, o desenho se tornou um fator preponderante para a evolução e o desenvolvimento da história da humanidade, pois:

> (...) a preocupação do homem pré-histórico com configurações e relações pode estar relacionada com o sentimento estético e o prazer causado pela beleza das formas, motivos que, muitas vezes, impulsionam a matemática hoje (CYRINO, 2006, p. 12).

Por outro lado, por meio da Geometria, considera-se que alguns traçados geométricos tenham se desenvolvido no Egito, na antiguidade, pela necessidade da medição de terras, que eram divididas em lotes, pois os agricultores egípcios cultivavam plantações que estavam localizadas em terrenos às margens do rio Nilo. Na época das chuvas, o Nilo transbordava alagando a terra e, quando voltava ao nível normal, deixava o solo fertilizado, ideal para a agricultura. Como as marcas dos lotes eram carregadas pela cheia do rio, tornava-se necessário refazer as demarcações para que esses lotes pudessem ser redistribuídos aos agricultores. Nesse contexto, argumenta-se que:

> (...) a geometria egípcia estava relacionada com o sistema de avaliação de terras produtivas. Este aspecto do conhecimento matemático egípcio evidenciava um sistema de produção que estava relacionado com as estruturas sócio-econômicas dessa cultura. Neste processo, a interação da cultura egípcia com o meio-ambiente ocorria através do desenvolvimento de técnicas aritméticas e geométricas que eram necessárias para a medição das terras ao longo das margens do Rio Nilo (ROSA e OREY, 2005, p. 367).

Assim, por meio da medição e do desenho dos terrenos, os egípcios descobriram métodos e técnicas matemáticas, adquirindo conhecimentos geométricos que, posteriormente, foram aprendidos pelos gregos. Contudo, foram os gregos que estudaram e desenvolveram os conhecimentos geométricos, estruturando-os em um determinado ramo da Matemática, que foi denominado de Geometria. De acordo com essa perspectiva, os gregos não estavam preocupados com:

> (...) os resultados obtidos para as situações que eram propostas para resolução dos problemas algébricos, pois estavam decididos em demonstrar, provar e validar, através de métodos geométricos, as soluções que eram determinadas (KLINE, 1953 *apud* ROSA e OREY, 2009, p. 14).

Assim, durante o período clássico da cultura grega, de 600 a.C. a 300 a.C., os gregos "enfatizaram a utilização ampla do raciocínio lógico, por meio do qual estabeleceram a maioria das conclusões obtidas na resolução de problemas geométricos" (ROSA e OREY, 2012).

Nesse período, Euclides realizou as primeiras construções gráficas, descobrindo relações importantes entre os elementos geométricos. Nesse sentido, é importante salientar que:

> (...) os pitagóricos influenciaram o trabalho de Euclides, que considerou o método axiomático fundamental para a resolução dos problemas geométricos, os quais foram organizados e sistematizados na obra escrita por volta de 300 a.C. e que foi denominada de *Os Elementos* (ROSA e OREY, 2009, p. 16-17).

Contudo, como a Matemática grega era basicamente fundamentada em conteúdos geométricos, a Geometria era considerada como o princípio mais importante do desenvolvimento matemático (BERLINGOFF e GOUVÊA, 2008; HEIN E VALCANAIA, 2009). Nesse direcionamento, a Geometria era dominante na Matemática grega, pois embora os gregos também:

> (...) tenham estudado as propriedades dos números inteiros, a teoria das razões, astronomia e mecânica. A maior parte dos matemáticos gregos tinha pouco interesse por aritmética prática ou por problemas de efetivamente medir comprimentos ou áreas (BERLINGOFF e GOUVEA, 2008, p. 15).

De acordo com essa asserção, a utilização da História da Matemática permite a conscientização de que algumas das:

> (...) teorias que hoje parecem estar acabadas e que são apresentadas de maneira alinhada resultaram de desafios enfrentados pelos matemáticos em certos momentos históricos e foram desenvolvidas com grande esforço, muitas vezes em uma ordem diferente de que é apresentada como uma teoria formalizada (TRIVIZOLI e MARIOTTO, 2011, p. 13).

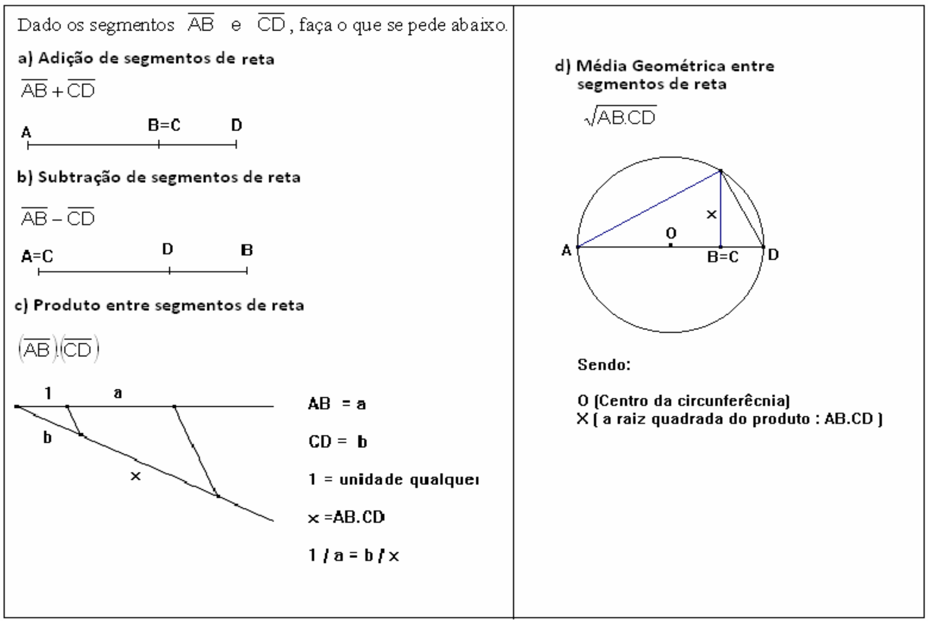
Por outro lado, Euclides (360 a.C. - 295 a.C.), um matemático e geômetra grego, que viveu entre os séculos IV e III a. C., lecionava em Alexandria, no Egito. Euclides colecionou os conhecimentos geométricos e os teoremas formulados por Tales, Pitágoras, Eudóxio, Zenão, Demócrito e outros matemáticos gregos da antiguidade para publicá-los em *Os Elementos*, escrita por volta de 300 a.C. Nessa obra, Euclides organizou e sintetizou os conhecimentos aritméticos, algébricos e geométricos da Grécia Antiga nos treze volumes de *Os Elementos* (ROSA e OREY, 2009), reunindo todas as realizações matemáticas desenvolvidas pelos gregos até aquele período e, agregando também, o conhecimento matemático de outros povos.

Historicamente, a Matemática desenvolvida pelos gregos na antiguidade, a partir de Tales de Mileto, durante a primeira metade do século VI a.C., era demonstrativa. Porém, Dolce e Pompeu (2005) argumentam que, antes dessa fase, a Matemática também passou pelas seguintes fases:

a) *Subconsciente*, na qual embora percebendo formas, tamanhos e relações espaciais, graças a uma aptidão natural, a humanidade não era capaz de estabelecer conexões que pudessem proporcionar resultados gerais.
b) *Científica*, na qual a humanidade é capaz de formular leis gerais como, por exemplo, a razão entre uma circunferência qualquer e o seu diâmetro é uma constante.
c) *Demonstrativa*, inaugurada pelos gregos, na qual a humanidade adquire a capacidade de deduzir resultados gerais mediante raciocínios lógicos.

Contudo, na antiguidade, a Matemática grega baseava-se, fundamentalmente, nas formas e figuras geométricas como, por exemplo, as operações aritméticas de soma ou subtração eram realizadas com a utilização de segmentos consecutivos ou sobrepostos; o produto de x por y era determinado pela área de um retângulo de lados x e y, podendo ser determinado por meio da aplicação do Teorema de Tales (ROSA e OREY, 2009). Por exemplo, um segmento $\sqrt{xy}$ podia ser encontrado com o traçado de uma média geométrica, que era justificada pela utilização da semelhança de triângulos. A figura 2 mostra algumas operações matemáticas realizadas pelos gregos na antiguidade por meio de construções geométricas.

Figura 2: Operações matemáticas realizadas pelos gregos na antiguidade por meio de construções geométricas



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Em *Os Elementos*, Euclides apresenta cinco postulados que desencadeiam os teoremas apresentados em sua obra (VARHIDY, 2010). Dentre esses postulados, destacam-se aqueles que estabelecem que as retas podem ser construídas dados dois pontos no plano e que uma circunferência pode ser construída dado o seu centro e passando por um outro ponto no plano. Nessa obra, Euclides apresenta demonstrações geométricas de vários teoremas. Historicamente, alguns historiadores como Eves (2004) e Garbi (2010) creditam a Tales as demonstrações de teoremas, como por exemplo, qualquer diâmetro bissecta o círculo no qual é traçado, os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais e dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes. Como na antiguidade, os gregos resolviam os problemas matemáticos com a utilização de régua sem escalas e compasso, baseando-se em elementos geométricos conhecidos naquela época (EVES, 2004), verifica-se que, desde a publicação de *Os Elementos* de Euclides, o "Desenho Geométrico se apresenta ligado à Geometria de forma indissolúvel, não com esse titulo, mas com a denominação de Construções Geométricas" (PUTNOKI, 1988, p. 13).

Diante dessa perspectiva, a conexão existente entre as construções geométricas e o ensino da Geometria e da Álgebra pode ser percebida. Por exemplo, os resultados do estudo conduzido por Varhidy (2010) mostram a importância das construções geométricas para o ensino de conceitos algébricos. Nessa pesquisa, houve a formulação de uma sequência de atividades com a utilização dos instrumentais de desenho, como por exemplo, régua, compasso e par de esquadros, que foi apresentada para os professores de uma rede de ensino particular de Belo Horizonte. Os instrumentos de coleta de dados foram compostos por dois questionários, que tinham por objetivo de coletar os dados das atividades realizadas. Os resultados dos dados coletados no primeiro questionário desse estudo mostram que os professores tinham opiniões negativas sobre a utilização do método de construções geométricas para o ensino de equações. Porém, no decorrer desse estudo, Varhidy (2010), apresentou resoluções de equações do 1º e 2º grau de maneira gráfica, mostrando uma abordagem alternativa para o ensino desses conteúdos. Nesse direcionamento, ao coletar o segundo questionário, buscando as impressões desses professores sobre a utilização do Desenho Geométrico no ensino das equações, verificou-se que houve uma mudança de opiniões dos professores com relação à utilização desses instrumentais. Assim, os resultados desse estudo mostram que as construções geométricas podem ser consideradas como uma ferramenta pedagógica que pode proporcionar um melhor entendimento de conteúdos geométricos e algébricos pelos alunos.

É importante enfatizar que a matemática dos antigos gregos era puramente geométrica (GARBI, 2010) e as construções geométricas realizadas em suas construções eram realizadas apenas com a utilização de régua e compasso. No entanto, é necessário ressaltar que os gregos esbarraram na impossibilidade de, somente com régua e compasso, duplicar o cubo, enquadrar o círculo e trisseccionar um ângulo qualquer (EVES. 2004). Esses três problemas clássicos da antiguidade foram os mais discutidos e estudados na História da Matemática e da Geometria. Entretanto, foi somente no século XIX que os matemáticos modernos provaram, matematicamente, a impossibilidade da resolução desses problemas com a utilização de apenas régua e compasso (GARBI, 2010).

Posteriormente, “dentre os séculos XIV a XVI propagou-se pela Europa um movimento artístico e científico, iniciado na Itália, conhecido como *Renascimento*” (MACHADO, 2012, p. 43). Nesse período, buscava-se representar o mundo real por meio das pinturas. Assim, renomados artistas dessa época como, por exemplo, Piero Della Francesca (1415-1492), um pintor e geômetra italiano; Leonardo da Vinci (1452-1519), um polímata italiano[6]; Luca Pacioli (1445-1517), um matemático italiano e Albrecht Dürer (1471-1528), um matemático e teorista alemão; perceberam nos traçados da perspectiva uma maneira para ilustrar mais fielmente as pinturas de suas telas. De acordo com essa abordagem, a “necessidade de uma representação realista do mundo acabou por sistematizar o conhecimento em desenho, que mais tarde seria socializado em outros espaços” (MACHADO, 2012, p. 45).

Nesse mesmo período, as primeiras armas de fogo começaram a aparecer “para serem utilizadas na guerra” (MACHADO, 2012, p. 47), ocasionando a necessidade do surgimento de uma nova arquitetura de fortificações, que pudessem resistir aos ataques desses novos armamentos. De acordo com esse ponto de vista, “a necessidade de fortificar fez uso do saber em desenho constituído no âmbito das Artes, em um espaço completamente diferenciado: o espaço militar” (MACHADO, 2012, p. 48).

Nos séculos seguintes, as construções geométricas se constituíram em um saber autônomo com as instalações das Corporações de Ofício, que teve uma amplitude social, política e econômica relevante. Essas corporações respondiam pela quase totalidade da produção, dos serviços, do comércio e da rede de sociabilidades que conformavam o *fazer* e os *saberes* das sociedades pré-industriais (FRANCO JR., 2001). Posteriormente, na Europa, as construções geométricas foram desvinculadas da geometria como um saber escolar independente, o Desenho Geométrico (MACHADO, 2012).

A partir de 1866, considerando o Desenho Geométrico como uma ciência, Eugéne Guillaume, diretor da Escola de Belas Artes de Paris e um dos membros de uma comissão responsável pela reforma do ensino de Desenho na França, conseguiu que seu método de ensino “fosse adotado, oficialmente, em todas as escolas francesas, durante, cerca de 30 anos, daí se irradiando para influenciar a maneira de ensinar Desenho em todas as regiões do mundo” (BANDEIRA, 1957, p. 75). Esse método era fundamentado na resolução gráfica de problemas clássicos de geometria, que era realizada com rigor nas construções

[6]Polímata é uma palavra de origem grega que significa aquele que aprendeu muito, cujo conhecimento não está restrito somente a uma única área do conhecimento humano. Informalmente, um polímata pode se referir a alguém que detém um grande conhecimento.

por meio de instrumentais tradicionais de desenho. A partir dessa experiência, os textos didáticos sobre os métodos de ensino do Desenho Geométrico foram divulgados, influenciando outros países a adotarem essa metodologia inovadora (NASCIMENTO, 1994).

Por outro lado, em meados do século XIX, o ensino do Desenho Geométrico começa a ser difundido no Brasil, embora não fosse uma prática pedagógica utilizada em todas as escolas. Devido a esse fato, o Desenho Geométrico e a Geometria somente foram estudados de maneira independente no século XX (ZUIN, 2001).

1.1.4. História do Desenho Geométrico no Brasil

No Brasil, entre os séculos XVII e XVIII, o ensino era regido pelos jesuítas e possuía um caráter clássico-humanista, pois era calcado em uma filosofia humanista de educação. Nesse período, o conteúdo matemático ensinado era "estritamente prático, e ensinava quase exclusivamente a escrita dos números e as operações, mesmo assim, destinado apenas a uma pequena elite" (MORALES; AMBRÓSIO; MAGALHÃES; PEDRASSOLI, 2003, p. 19). Porém, a partir do século XVIII, com a:

> (...) urgência de Portugal em proteger e defender suas terras de além-mar, que se deram as primeiras iniciativas de um ensino de ciências, especialmente de Matemática e Desenho, a fim de formar pessoal capacitado para trabalhos com fortificações militares. Tanto que, em 1699, foi criada a *Aula de Fortificações* no Rio de Janeiro, cujo objetivo era ensinar a desenhar e fortificar. (VALENTE *apud* MACHADO, 2012, p. 53).

No século XVIII, o ensino do Desenho Geométrico tornou-se obrigatório para os oficiais militares. Dessa maneira, a partir de 1738, esses cursos de formação das Academias Militares começaram a oferecer aulas de fortificações, que incluíam o estudo dos conteúdos do Desenho Geométrico. Assim, o ensino proposto por essas academias:

> (...) pretendia formar engenheiros militares, cartógrafos e matemáticos, capazes de levar a cabo o levantamento de mapas com latitudes determinadas pelos novos métodos empregados na Inglaterra e na França, e habilitar engenheiros a construir fortificações para a defesa dos domínios ultramarinos (MACHADO, 2012, p. 53).

Em 1808, a corte portuguesa, juntamente com D. João VI, transferiu-se para o Brasil, ocasionando mudanças no sistema educacional da colônia. Com a transferência da família real, algumas iniciativas educacionais mais formalizadas começam a se destacar no cenário nacional (NASCIMENTO, 1999). Por exemplo, em 1811, foi criada a Academia

Real Militar que consolidou “o ensino sistemático das matemáticas, das ciências e da técnica do Brasil, no início do século XIX” (ZUIN, 2001, p. 64).

Nesse contexto, é nos “cursos técnico-militares que vai se constituir o rol de conteúdos da Matemática escolar secundária que estará presente nos liceus e preparatórios do século XIX” (VALENTE *apud* MACHADO, 20120, p. 55). Nesse período, com a chegada de D. João VI ao Brasil, a:

> (...) necessidade de se estabelecerem as profissões técnicas e científicas faz com que sejam criados cursos de Desenho no país. Para começar a reverter este quadro, em 1816, a Missão Francesa composta por 18 integrantes chega ao Rio de Janeiro, a convite de D. João VI, para organizar e criar a Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios no Brasil. Em 1817, é criado o curso de Desenho em Vila Rica. No entanto, apenas após a abolição da escravatura, as artes e os trabalhos manuais começam a ser mais valorizados (ZUIN, 2001, p. 64).

Então, no início do século XIX, “a educação brasileira se espelha no ensino da França, adotando-se seus métodos e livros pedagógicos” (ZUIN, 2001, p. 64). No entanto, é importante ressaltar que o objetivo da Missão Francesa era a implantação de um modelo educacional no Brasil nos moldes da educação francesa, na qual o ensino do Desenho Geométrico possuía um aspecto artístico (MACHADO, 2012). No final do século XVIII, termina o ensino jesuíta, motivo pelos quais se busca uma adequação do ensino brasileiro às novas ideias educacionais circulantes na Europa.

A Revolução Francesa e a Revolução Industrial, que ocorreram na Europa em meados do século XVIII, provocaram mudanças tecnológicas que tiveram impacto no processo produtivo mundial em nível econômico e social. Esse cenário possibilitou que o ensino das ciências se tornasse primordial, no qual o Desenho Geométrico era considerado como um saber essencial, que possibilitava a modernização das máquinas industriais (MACHADO, 2012).

A partir do século XIX, a revolução industrial expandiu-se mundialmente. Nesse contexto, no Brasil, a urgência em formar mão de obra especializada possibilitou, em 1835, a criação das *Escolas Normais*, dos *Liceus Provinciais* e, também do *Colégio Pedro II*, em 1837. Assim, a criação dessas instituições permitiu que o ensino do Desenho Geométrico se expandisse, sendo desvinculado da:

> (...) esfera privada dos ateliês e das Escolas Militares, e [se tornasse] parte da cultura escolar geral. Isso, por conta dos professores militares convocados para o ensino nos preparatórios, o que acabou difundindo a escolarização técnico-militar desenvolvida nas Academias para a esfera pública (MACHADO, 2012, p.60).

No final do século XIX, Rui Barbosa, preocupa-se com a educação brasileira, avaliando que países como a Alemanha, a Áustria, os Estados Unidos, a França e a Inglaterra estavam em um nível de desenvolvimento econômico e educacional muito superior ao do Brasil. Para Rui Barbosa, o ensino do Desenho Geométrico era importantíssimo para auxiliar o desenvolvimento do país e, determinou, dessa maneira, que o Desenho Geométrico fosse considerado “como um saber escolar necessário para o desenvolvimento industrial” (MACHADO, 2012, p. 63) do Brasil.

Posteriormente, na década de 50, o Desenho Geométrico estava:

> (...) plenamente instituído enquanto disciplina escolar no currículo brasileiro. Pode-se inferir, inclusive, que as décadas de 1930 a 1950 constituíram os anos de ouro dessa disciplina em nosso país, dada sua visibilidade em meio aos documentos educacionais oficiais. (MACHADO, 2012, p. 68).

Nesse contexto, é importante ressaltar que entre as décadas de 30 e 70, o ensino do Desenho Geométrico era considerado como um componente curricular escolar básico, permanecendo oficialmente nas matrizes curriculares.

Porém em 1961, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB 4.024/61 determina novos rumos para o ensino do Desenho Geométrico, tornando-o uma disciplina curricular optativa. Esse fato ampliou o desprestígio dessa disciplina nos meios acadêmicos, pois, nessa época, os documentos oficiais elaborados pela academia desvalorizaram o Desenho Geométrico, tornando-o uma disciplina curricular complementar, que compunha a parte diversificada do currículo escolar. É importante ressaltar que após a determinação de que o Desenho Geométrico não fosse considerado como uma disciplina curricular obrigatória, o seu ensino foi excluído da grande maioria das escolas brasileiras enquanto que o seu conteúdo foi retirado da programação dos principais vestibulares do Brasil (ZUIN, 2001).

Continuando essa discussão, entre o final da década de 50 e início da década de 60, inicia-se um movimento, denominado Movimento da Matemática Moderna (MMM), visando a uma renovação do ensino da Matemática (WIELEWSKI, 2008). Esse movimento visava aproximar os conteúdos matemáticos trabalhados na escola básica com a Matemática produzida pelos pesquisadores dessa área do conhecimento. Em outras palavras, esse movimento buscava preparar os estudantes dessa disciplina para trabalhar com a tecnologia emergente da época.

De acordo com essa perspectiva, foram incluídos no currículo estudado na disciplina de Matemática, os conteúdos referentes à teoria de conjuntos, à topologia e às estruturas algébricas. Assim, esse movimento facilitou a redução e, em alguns casos, excluiu o ensino da Geometria Euclidiana em alguns países do mundo, inserindo o Brasil (ZUIN, 2002). Desse modo, a ausência da geometria no currículo matemático também foi repercutida no ensino do Desenho Geométrico, pois essa disciplina estuda a geometria e as suas aplicações de uma maneira gráfica (COSTA, 1981 *apud* ZUIN, 2002).

Em 1971, foi promulgada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei 5692, que excluiu definitivamente o Desenho como disciplina obrigatória da grade curricular escolar, instituindo a obrigatoriedade do ensino de Educação Artística (ZUIN, 2001). De acordo com o estabelecido nessa lei, o papel do Desenho Geométrico no currículo matemático não ficou bem definido, pois era considerado como uma disciplina autônoma e, também, como parte integrante dos conteúdos de Educação Artística (ZUIN, 2001). Por exemplo, o parecer 853/71 do Conselho Federal de Educação (CFE) relata que quando o ensino do Desenho Geométrico é centrado na Geometria, a sua aprendizagem se desloca com mais propriedade para o campo das Ciências, na qual o conhecimento matemático está inserido. No entanto, é de suma importância enfatizar que, nesse período, os pareceres expostos pelo CFE não foram claros quanto ao papel do Desenho Geométrico na Educação Artística ou mesmo na Matemática (ZUIN, 2001), pois os pareceres e resoluções do CFE se mostraram contraditórios e indefinidos.

Na década de 90, em 1996, foi promulgada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional 9.394 (BRASIL, 1996) na qual o Desenho Geométrico não é considerado como disciplina obrigatória e nem optativa para o Ensino Fundamental e Médio. Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs para o ensino das Artes do 6° ao 9° anos (BRASIL, 1998) não referenciam a disciplina de Desenho Geométrico. Porém, os PCNs de Matemática (BRASIL, 1998), para esses mesmo anos, possuem alguns indicativos de que o ensino do Desenho Geométrico pode contribuir para auxiliar na conceituação de conteúdos matemáticos. É importante destacar que a tímida inserção do Desenho Geométrico nos PCNs de Matemática não implica a concretização de seu ensino nas salas de aula.

Atualmente, no Brasil, o Desenho Geométrico é considerado como uma disciplina independente, sendo que poucas escolas ainda mantêm essa disciplina em sua matriz curricular nos dois últimos anos do Ensino Fundamental (ZUIN, 2001). Nessa perspectiva, existem escolas que:

> (...) mantêm a disciplina Desenho Geométrico; escolas que tratam das construções geométricas dentro da disciplina [de] Artes; escolas que não possuem a disciplina Desenho Geométrico em suas grades curriculares e não abordam as construções geométricas em nenhum momento, nem mesmo dentro do conteúdo de Geometria, desenvolvido em Matemática; e, uma outra classe de escolas que trazem a disciplina em questão em sua grade curricular, mas o conteúdo não é cumprido, sendo estas aulas preenchidas com o conteúdo de Matemática, sem nem sequer se mencionarem as construções geométricas (ZUIN, 2001, p. 99).

Esse breve histórico indica que existe a necessidade de que o ensino das construções geométricas por meio da disciplina de Desenho Geométrico continue sendo um conhecimento acessível a todos os alunos. Nesse sentido, é de suma importância que a academia exerça o seu papel de propulsora de retorno desse saber (STENHOUSE, 1991) ao currículo escolar.

1.2. História da Matemática

A História da Matemática pode ser utilizada como um recurso didático (OZÁMIZ e PEREZ, 1993) cujos objetivos são:

- Mostrar que o descobrimento do conhecimento matemático é um processo dinâmico e em desenvolvimento.
- Aceitar os objetos matemáticos considerando os seus significados institucional, pessoal e temporal.
- Estabelecer distinções entre prova, argumentação e demonstração dos conceitos matemáticos, seja eles aritméticos, algébricos ou geométricos, utilizando-os de maneira equilibrada no currículo escolar.
- Destacar a importância da aplicação de provas que contribuam para o desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos.

Dessa maneira, para que a História da Matemática seja considerada como um recurso didático para o ensino e aprendizagem do Desenho Geométrico, é importante que as abordagens históricas utilizadas em sala de aula estejam vinculadas ao conteúdo aritmético, algébrico e geométrico a serem estudados, procurando encontrar justificativas, fatos interessantes, os *porquês* e os *para quês*, necessários para suprir a curiosidade dos alunos. Nesse direcionamento, a História da Matemática pode ser utilizada como uma aliada pedagógica no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos (TRIVIZOLI e MARIOTTO, 2011).

Com relação à importância da discussão dos *porquês* e dos *para quês* durante o processo de ensino e aprendizagem em Matemática, consequentemente, em Geometria e Desenho Geométrico, é importante destacar que:

> Um momento freqüente e muito importante no processo ensino e aprendizagem da Matemática em sala de aula é o afloramento da curiosidade discente sob a forma de POR QUÊ. Cabe ao professor não só conhecer a resposta correta, isto é, o PORQUÊ, como também ensiná-la. Mas o que vem a ser o PORQUÊ? POR QUÊ significa procedimento matemático ou seu resultado e, portanto, é elemento básico para a aprendizagem significativa; sem o significado a aprendizagem se dá de maneira superficial, sem compreensão (LORENZATTO, 1993, p. 73).

Continuando a discussão sobre a importância de responder aos *porquês* dos alunos sobre os conteúdos matemáticos e geométricos por meio da utilização do recurso didático da História da Matemática, existe a necessidade de enfatizar que:

> A história da Matemática possibilita ao professor uma explicação melhor dos conteúdos, pois conhecendo bem essa história, eles terão subsídios suficientes para responder às perguntas surgidas em sala de aula, dando aos alunos sólidas noções do significado e aplicações do assunto, tornando a Matemática mais agradável e cheia de porquês a descobrir (MENDES, 2009, p. 6).

Assim, a opção pela utilização do recurso didático da História da Matemática, para o ensino e aprendizagem de conteúdos relacionados ao Desenho Geométrico, pode possibilitar um resgate dos fatos históricos que permitem potencializar o entendimento dos alunos de que a Matemática, a Geometria e o Desenho Geométrico são criações humanas. Nesse sentido, o conhecimento de aspectos históricos do conteúdo matemático e geométrico também pode viabilizar a explicação dos *porquês* das construções geométricas que são estudadas na disciplina de Desenho Geométrico. Diante desse contexto, é necessário que o ensino dessa disciplina acompanhe a:

> (...) História da Ciência, [pois] não se pode começar uma instrução com as ideias mais gerais e formulações abstratas. A mente humana, em seu desenvolvimento, recapitula a História, indo do concreto para o abstrato. Convém insistir que as ideias (matemáticas ou não) surgem sob a forma de visão ou estalo (insight) e passam por vários estágios antes de alcançar seu aspecto definitivo ou demonstração sistemática (MONTENEGRO, 1991, p. 158).

Então, é importante reforçar que um tratamento puramente matemático, isto é, recorrente a algebrismos e fórmulas matemáticas, pode ser resultante do desconhecimento dos aspectos históricos das Ciências, da Matemática e da Geometria (MONTENEGRO, 1991).

Nesse sentido, procurando uma conectividade da História da Matemática com o Desenho Geométrico e a Geometria, ressalta-se que as construções geométricas podem conduzir a um processo investigativo e interdisciplinar, favorecendo a construção e a unificação do conhecimento matemático e geométrico pelos alunos, partindo de conhecimentos históricos sobre os conteúdos a serem estudados. Por exemplo, os resultados dos estudos conduzidos por Bianchini (2006), Iezzi, Dolce, Degenszajn, Perigo e Almeida (2006), Imenes e Lellis (2002), Mori e Onaga (2007), Trivizoli e Mariotto (2011) mostram que a História da Matemática favorece a aprendizagem de conteúdos matemáticos conectando-os com outras áreas do conhecimento humano. Essa abordagem contribui para que os alunos desenvolvam e exercitem as suas capacidades de argumentação escrita e falada ao explorar as soluções de problemas lógicos, matemáticos e geométricos (TRIVIZOLI e MARIOTTO, 2011).

Contudo, existe a necessidade de enfatizar a importância da História da Matemática para o ensino e aprendizagem da Geometria e do Desenho Geométrico, destacando que esse caminho pode ser promissor para facilitar a aprendizagem dessas ciências (HEIN e VALCANIA, 2009). Então, nessa abordagem, o desenvolvimento da História da Matemática pode facilitar a:

> (...) a compreensão dos conteúdos mais complexos e informações importantes [e] obscurecidas na simbologia. Numa expressão como b.c, por exemplo, pode ficar ofuscado o significado geométrico que corresponde à área de um paralelogramo de base b e altura c (HEIN e VALCANAIA, 2009, p. 140).

Contudo, é fundamental que os professores tenham um conhecimento mais aprofundado sobre a História da Matemática, pois podem compreender melhor e, às vezes, até prever, as dúvidas mais frequentes que podem surgir em sala de aula (ÁVILA e GROENWALD, 2003).

Nesse direcionamento, os PCNs de Matemática (BRASIL, 1998) apresentam diversas situações nas quais o recurso didático providenciado pela História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas, que estão sendo construídas pelos alunos, especialmente, para fornecer respostas e justificativas para alguns procedimentos matemáticos e geométricos e, dessa maneira, contribuir para o desenvolvimento de um olhar mais crítico desses conhecimentos.

Concordando com esse ponto de vista; Bianchini (2006), Fauvel (1991) *apud* Mendes, Carvalho, Brito e Miguel (2009), Trivizoli e Mariotto (2011) afirmam que a História da Matemática, como um recurso didático pode auxiliar os alunos no entendimento dos conceitos matemáticos, contribuindo para responder às suas inquietações ao discutir as justificativas de estarem realizando os traçados geométricos.

Outra maneira de se utilizar a história no ensino e aprendizagem da Matemática e, consequentemente, da Geometria e do Desenho Geométrico, é manifestada na proposta dos PCNs de Matemática (BRASIL, 1998), tendo relação com a sua utilização como recurso didático. Assim, de acordo com os pressupostos desse documento, a Matemática é considerada como uma criação humana, apresentando as necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, para estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, objetivando, dessa maneira, o desenvolvimento de atitudes e valores mais favoráveis aos alunos frente a esse conhecimento (ROSA, 2010).

Nesse sentido, conhecer a "história de um conceito ou técnica matemática leva [os alunos] a um entendimento mais profundo e mais rico do próprio conceito ou técnica [matemática ou geométrica]" (BERLINGOFF e GOUVÊA, 2008, p. 1). Assim, a história, muitas vezes, pode providenciar um contexto histórico para o conteúdo matemático ou geométrico a ser ensinado, pois é um recurso didático adequado para a elaboração de atividades escolares, que permite que os alunos reconstruam o caminho histórico que conduziu os matemáticos à descoberta de novos conteúdos relacionados com esses conhecimentos.

Por outro lado, a História da Matemática pode ser utilizada em sala de aula, buscando relações com outras ciências como, por exemplo, a Arte (MORI e ONAGA, 2007). Nessa abordagem, os alunos podem observar a maneira pela qual ocorreu a evolução das ideias matemáticas, reproduzindo em sala de aula, algumas passagens dessa evolução. Diante desse contexto, reforçando a conexão entre a Matemática e a Arte, pode-se encontrar uma abrangente relação histórica, na qual:

> (...) o desenvolvimento da linguagem da primeira [Matemática] vai ao encontro das diversas expressões da segunda [Arte]. Por exemplo, na Música temos a proporcionalidade matemática nas escalas musicais, utilizadas nos instrumentos de sopro e percussão, e as obras de arquitetura e expressão carregam dimensionamento matemático nos vários estilos de época (CASTRO e BRAGANÇA, 2007, p. 3).

Nessa perspectiva, Castro e Bragança (2007) utilizaram o filme intitulado *Pato Donald no País da Matemágica* como um contextualizador para a conexão entre a Arte, a História e a Matemática, apresentando, em seguida, algumas sugestões de atividades para serem trabalhadas em sala de aula, como o estudo das diferentes formas geométricas encontradas na natureza e nas obras de arte, o estudo de alguns conceitos científicos como a onda e a intensidade sonora de instrumentos de percussão, como por exemplo, o violão.

Por outro lado, muitos livros didáticos de Matemática apenas utilizam a história dessa disciplina para iniciar um determinado conteúdo relatando uma breve passagem histórica relacionada a esse conteúdo ou apresentando a minibiografia de um grande matemático, que influenciou na descoberta de um determinado conceito matemático (REZENDE; GARCIA e COSTA, 2011). Contudo, existe a necessidade de se utilizar a História da Matemática de uma maneira direta (BROLEZZI, 2003). Nesse caso, é imprescindível propor o conhecimento da história para:

> (...) poder rechear o ensino de ligações entre os conceitos, de exemplos de aplicação, de diferentes modos de pensar, de diferentes linguagens, de problemas interessantes, de jogos e de toda cultura matemática fornecida pelo estudo da história (BROLEZZI, 2003, p. 6).

Nessa perspectiva, a História da Matemática pode ser utilizada de uma maneira mais profunda do que apenas apresentar breves passagens históricas e biografias de matemáticos famosos. Essa abordagem pode aliar as descobertas matemáticas aos fatos sociais e políticos, aos momentos históricos, ao pensamento vigente em uma determinada época, à corrente filosófica que determinava e influenciava o avanço científico e tecnológico de cada época e, principalmente, tentar buscar, com que os alunos associem o conhecimento matemático e geométrico a uma aplicação prática, entendendo, então, a origem desse conhecimento.

No entanto, é importante enfatizar que a utilização de anedotas históricas e biográficas da vida e trajetória de matemáticos, frequentemente, tem uma ligação distante com o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos e geométricos (BERLINGOFF e GOUVÊA, 2008). Porém, algumas histórias dessa natureza podem auxiliar os alunos a reterem na memória alguma ideia matemática, pois a utilização de contos históricos nas aulas de Matemática ilustra o conteúdo a ser ensinado, podendo motivar a aprendizagem dos alunos, por estarem recheadas de fatos interessantes sobre a vida e os feitos dos grandes matemáticos (ROSA NETO, 1987).

Assim, as histórias contadas nas aulas de Matemática devem abordar também uma história social da Matemática, que coloca “essa ciência como algo humano, um fato social, resultado da colaboração de todos, e que é estritamente ligada às necessidades sociais” (ROSA NETO, 1987, p. 7). Dessa forma, é importante apresentar “o longo caminho percorrido pela humanidade em três milhões de anos de existência, ajudando a perceber as transformações que ocorreram e continuam a ocorrer, alterando a sociedade e a própria personalidade do homem" (ROSA NETO, 1987, p. 7).

Porém, é importante que os professores tenham a consciência de que a:

> (...) a Matemática, precisa de belas histórias para, não só, despertar no aluno o interesse pela matéria, mas principalmente para situar a Matemática como uma manifestação cultural de vários povos em todos os tempos; para mostrar que a Matemática estudada nas escolas é apenas uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade; para mostrar que sua origem está nas culturas da antiguidade e, somente a partir do século XVII, ela conseguiu se situar como ciência. Mais ainda: para mostrar que hoje é uma matéria indispensável em todo o mundo em conseqüência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico que estamos vivendo (CONTADOR, 2008, p.12).

Sendo assim, muitas dessas histórias como, por exemplo, o folclore em todas as culturas, são instrumentos pedagógicos valiosos como alegoria ou como ganchos mnemônicos para auxiliar os alunos a lembrarem de uma determinada ideia matemática (BERLINGOFF e GOUVÊA, 2008). Nesse sentido, é inquestionável que a vida dos grandes matemáticos, como seres humanos, desperta grande curiosidade nos alunos bem como os episódios ou anedotas, podem ter um grande valor didático se forem utilizados, de uma maneira adequada em sala de aula (DOMINGUES 1992, *apud* EVES, 1992). Considerando essa linha de raciocínio, o interesse e a motivação dos "alunos em seus estudos pode ser significativamente aumentado se a solução dos problemas e a fria lógica das demonstrações forem temperadas com anedotas e notas históricas" (CAJORI, 2007, p. 18). Então, os professores que ensinam Matemática possuem um instrumento de ensino valioso que:

> (...) pode ser usado com o intuito de desdobrar novos horizontes fazendo com que esta metodologia facilite a compreensão dos alunos através dos questionamentos acerca do porquê e para que da Matemática (OLIVEIRA, NEVES e NEVES, 2010, p. 4).

De acordo com essa asserção, a utilização de histórias contadas ou lidas nas aulas de Matemática, podem propiciar a:

> (...) emergência de várias estratégias de resolução que transcenderam a mobilização/produção de conceitos matemáticos, abordando inclusive aspectos relativos às crenças, [aos] valores e [as] ideologias presentes em cada resolução" (ANDRADE, 2007, p. 144).

Nesse direcionamento, é de suma importância que os professores de Matemática utilizem recursos metodológicos capazes de inovar as aulas. Porém, muitos professores não veem a História como uma ferramenta de apoio à prática pedagógica docente, ou seja, um instrumento pedagógico que pode auxiliá-los a melhorar o processo de ensino e aprendizagem em Matemática e Geometria (OLIVEIRA, NEVES, NEVES; 2011). Então, para que os professores possam alterar essa percepção que possuem sobre a História da Matemática, existe a necessidade de incentivar "a discussão pedagógica interna das escolas e a elaboração de projetos educativos, assim como servir de material de reflexão para a prática de professores" (BRASIL, 1998, p. 36).

Em outro ponto de vista, a História da Matemática também pode ser utilizada em sala de aula para motivar os alunos a observarem a maneira como ocorreu a evolução das ideias matemáticas no decorrer da história (MORI e ONAGA, 2007). Nesse sentido, essa metodologia pode criar condições para que os alunos tenham uma aprendizagem mais significativa, pois toda aprendizagem pode ser considerada significativa, caso se:

> (...) insira de forma ativa na realidade. Intervir no real é o fim último da aprendizagem. A condução dessa fase passa pela atitude do professor no sentido de levar o aluno a simular sua ação num contexto real. Apresentar projetos, desenvolver novas idéias, resolver problemas, aplicar o conceito em sua vida prática são exemplos de atividades que se adéquam a fase do 'transformar' (SANTOS, 2007, p. 4).

Então, a utilização da história no ensino de Matemática é importante, pois:

> (...) aumenta a motivação para [a] aprendizagem; tem ação problematizadora, utilizando em especial o diálogo; articula matemática com outras ciências; mostra a importância da notação simbólica (linguagem) na constituição das formas e estruturas matemáticas, no processo histórico de construção dos objetos matemáticos por diversas culturas e situa a matemática cronologicamente: em relação aos produtores e a sua própria constituição, para poder compreender as condições de sua produção (SAD, 2004, p. 4).

De acordo com essa asserção, a História da Matemática pode imprimir uma maior motivação e criatividade cognitiva às atividades realizadas em sala de aula pelos discentes (MENDES et al, 2006), pois essa metodologia pode provocar uma ruptura a prática de ensino tradicional vivenciada nas aulas de Matemática.

Em outro ponto de vista, em sua abordagem didático-pedagógica, a utilização da História da Matemática também pode auxiliar os alunos a compreenderem algumas fórmulas algébricas utilizadas atualmente na Matemática, motivando-os a se aprofundarem nos conteúdos matemáticos, tendo uma visão de como esses tipos de problemas foram resolvidos no decorrer da história (BERLINGOFF e GOUVÊA, 2008). Nesse contexto, a Educação Matemática está sempre buscando novos instrumentos metodológicos que podem ser utilizados pelos professores em suas atividades escolares (BARONI e NOBRE, 1999).

Diante dessa perspectiva, a História da Matemática pode ser considerada como um desses instrumentos, pois pode extrapolar o campo da motivação e abarcar elementos instrucionais que interligam os conteúdos matemáticos com o *fazer* pedagógico.

Por outro lado, com a utilização da História da Matemática no ensino e aprendizagem em Matemática e, consequentemente, do Desenho Geométrico, Mendes (2009) defende a sua aplicação em atividades que envolvam investigações históricas denominadas de *atividades históricas investigatórias*. Nesse contexto, Mendes (2009) propõe o emprego da história na geração do conhecimento matemático por meio de atividades que despertem a curiosidade dos alunos, permitindo-lhes a reconstrução do conhecimento matemático desenvolvido no decorrer da história para utilizá-la na resolução de situações-problema enfrentadas no cotidiano. Então, a História da Matemática atua como um recurso didático que contribui para desencadear a aprendizagem significativa (MENDES, 2009).

Dessa maneira, os alunos se tornam capazes de "construir o seu conhecimento partindo de sua própria reflexão acerca do conhecimento histórico e transpondo os resultados dessa reflexão para a situação cotidiana atual" (MENDES, 2009, p. 12).

Nesse processo pedagógico e metodológico, a História da Matemática pode ser considerada como um recurso didático de ensino que direciona para a "sala de aula questões relativas às necessidades humanas que deram origem a conceitos matemáticos e às produções teóricas consequentes das abstrações e generalizações obtidas" (VAILATI e PACHECO, s.d., p. 22).

Contudo, para que esse processo seja utilizado em sala de aula, Struik (1985) elenca alguns motivos que podem tornar atrativo o estudo dos aspectos históricos de conteúdos matemáticos, pois:

- Mostra como os conteúdos matemáticos se originaram e se desenvolveram no decorrer da história.
- O estudo dos Clássicos pode ser considerado como uma atividade prazerosa que pode auxiliar na pesquisa e no ensino.
- Auxilia o entendimento da herança cultural da humanidade por meio da compreensão das aplicações da matemática em vários campos do conhecimento humano como, por exemplo, a astronomia, a física e em outras ciências e, também, devido às suas relações interdisciplinares com campos de estudo variados como, por exemplo, a arte, a religião, a filosofia e as técnicas artesanais.

- Proporciona um campo de pesquisa no qual os especialistas em Matemática e de outros campos do conhecimento podem encontrar um interesse comum.
- Providencia um pano de fundo para que pesquisadores, investigadores e educadores possam compreender as tendências em Educação Matemática no passado e no presente.
- Ilustra e torna mais interessante o ensino da Matemática com historietas.

Porém, é importante que a utilização da História da Matemática em sala de aula não empregue de maneira exagerada alguns abusos tradicionais, que incluem:

> Motivar a atenção do aluno através de historietas e contos que nem sempre reproduzem com fidelidade a realidade, (...) dar pinceladas culturais para tornar mais agradável a exposição (...) e fazer 'hagiografia[7]' matemática estabelecendo correspondência entre semideuses e milagres matemáticos (FERNANDEZ *apud* MELO, 2003, p.29).

Dessa maneira, Miguel (1997) por meio de seus estudos apresenta doze potencialidades pedagógicas sobre a utilização da História da Matemática no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

1. A História como uma fonte de motivação para o ensino e aprendizagem da Matemática
2. A História como uma fonte de objetivos para o ensino da Matemática.
3. A História como uma fonte de métodos para o ensino e aprendizagem da Matemática.
4. A História como uma fonte para seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de Matemática.
5. A História como um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino.
6. A História como um instrumento de formalização de conceitos matemáticos
7. A História como um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico.
8. A História como um instrumento unificador dos vários campos da Matemática
9. A História como um instrumento promotor de atitudes e valores.

---

[7]A hagiografia é um tipo de biografia, que consiste na descrição da vida de algum santo ou beato, que retrata a sua prática de virtudes heróicas. As hagiografias se originaram no século XVII sob a influência da cultura clerical por meio de traduções de vidas de santos e relatos de milagres.

10. A História como um instrumento de conscientização epistemológica.

11. A História como um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática.

12. A História como um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural.

Finalizando essa discussão sobre a utilização da História da Matemática em sala de aula e para que seja útil para o trabalho pedagógico realizado nas escolas, existe a necessidade de enfatizar a reconstituição dos resultados matemáticos e, sobretudo, dos contextos epistemológico, psicológico, social, político e cultural nos quais esses resultados foram produzidos e difundidos através das gerações (MIGUEL, 1997).

Assim, de acordo com esse ponto de vista, é importante que os professores explicitem as relações que a Matemática estabelece com a sociedade em geral e com as diversas atividades práticas produtivas setorizadas e teóricas, que são específicas dos grupos socioculturais que compõem a sociedade moderna (D'AMBROSIO, 1996).

1.3. Historiando o Ensino da Matemática

A utilização de histórias nas aulas de Matemática requer intencionalidade, uma busca pela melhor história, ou por uma história diferente, que tenha sentido para os alunos, podendo caracterizar um momento didático único (ANDRADE, 2007). Esse ato pode ser considerado como uma atividade pedagógica que permite que os alunos solucionem um determinado problema por meio da utilização de diversas operações.

Porém, os professores devem selecionar uma história adequada que possua um determinado potencial didático (LORENZATO, 2010), pois muitas aulas de Matemática podem ser motivadas pela utilização da história da Matemática, de histórias do cotidiano, narrativas e lendas. Assim, a utilização de histórias no ensino e aprendizagem em Matemática pode ser denominada de "*historiar o ensino*, [pois] além de motivadoras, as histórias divertem e ensinam" (LORENZATO, 2010, p. 101).

Nesse direcionamento, o contexto histórico determina as condições concretas de ensino e aprendizagem de acordo com as operações matemáticas que estão vinculadas a cada ação resolutória (LIBÂNEO, 2004). Então, a resolução de uma determinada situação-problema por meio do ato de utilizar histórias, possibilita o desenvolvimento do imaginário, que pode ser considerado como um possível contexto histórico dessa ação (ANDRADE, 2007).

Esse contexto facilita o entendimento de que a resolução de uma determinada situação problema, como, por exemplo, uma construção geométrica, pode ser considerada como uma motivação importante para se contar histórias para os alunos.

Essas histórias podem estar baseadas no desenvolvimento histórico de conteúdos matemáticos a serem ensinados em sala de aula. Então, uma passagem histórica que está relacionada com um determinado personagem tem a possibilidade de gerar ações matemáticas operatórias, que podem ser caracterizadas por sentidos atribuídos aos objetos, com um significado socialmente construído (ANDRADE, 2007).

De um modo geral, a história pode ser considerada como “uma situação-problema que poderia ser vivida pela humanidade em algum momento” (MOURA e LANNER DE MOURA, 1998, p. 14), tendo uma função importante no ensino e aprendizagem em Matemática, pois coloca os alunos diante de situações-problema que os auxiliam a refletir sobre o papel das construções de saberes e conhecimentos que são comodamente usufruídas (MOURA e LANNER DE MOURA, 1998) no decorrer da história.

Por outro lado, a utilização dessas histórias como uma ação metodológica para o ensino e aprendizagem em Matemática é importante para apresentar ou encerrar um determinado conteúdo, iniciar um exercício, vivenciar um problema histórico ou apresentar uma simples curiosidade, pois busca contextualizar o conteúdo programático a ser ensinado. Autores como Rosa Neto (1987), Andrade (2007), Cajori, (2007), Berlingoff e Gouvêa e (2008), Lorenzato (2010) e Oliveira, Neves e Neves, (2010) defendem a utilização de histórias nas aulas de Matemática, pois é um recurso didático capaz de buscar um ensino significativo, contextualizado, humano e motivador.

Assim, as histórias que envolvem os conceitos matemáticos e geométricos contribuem para a produção de sentidos e significados com relação ao conhecimento matemático que é produzido no contexto no qual a história se insere (ANDRADE, 2007). Dessa maneira, pode-se ampliar esses benefícios para a disciplina de Desenho Geométrico quando se apresenta que os conhecimentos algébricos e geométricos podem ser estudados por meio de construções geométricas com a utilização do instrumental de desenho (VARHIDY, 2010).

Assim, o desenvolvimento das aulas com a utilização de histórias contribui para a busca da interdisciplinaridade da Matemática com outras áreas do conhecimento (ANDRADE, 2007). Nessa abordagem, a História da Matemática:

> (...) pode e deve ser abordada de diferentes maneiras pelos educadores. Não há regra, uma receita pronta para que isto ocorra. Cada professor deve usar esse recurso em momento oportuno. Talvez para introduzir um novo conceito, ou no decorrer da aula mencionar fatos da vida de um matemático. (...) caberá ao professor utilizar-se deste recurso pedagógico da maneira que melhor lhe convier (LUTZ, s.d., p. 7).

De acordo com essa asserção, a utilização do ato de utilizar histórias pode gerar resultados positivos no ensino e aprendizagem da Matemática, pois além de trazerem uma motivação para a aprendizagem, podem também fornecer significados para os conteúdos ensinados aos alunos (ANDRADE, 2007). Dessa maneira, esse tipo de ensino pode "possibilitar ao ouvinte imaginar situações não vivenciadas, relembrar momentos vividos, [e] levar o conhecimento da história passada, principalmente da história da humanidade" (ANDRADE, 2007, p. 23). Essa abordagem favorece o emprego da história de uma maneira lúdica nas aulas de Matemática, possibilitando que os alunos conheçam o seu desenvolvimento, apresentando-a como uma criação humana.

As histórias contagiam os indivíduos, pois normalmente são apresentadas na fase da infância. Nesse sentido, quando:

> (...) gravadas em nossa mente são indeléveis e seus ensinamentos passam a fazer parte de nossas vidas. Ao depararmo-nos com situações similares, somos levados a agir de acordo com a experiência que, inconscientemente, já vivemos na história, daí decorre a importância da leitura da literatura para a formação do ser (TAVARES, MORAES e BARREIROS, 2008, s.p.).

Sendo assim, as histórias estão entrelaçadas com a formação cultural dos indivíduos desde a infância, sendo que o hábito de ouvi-las e de contá-las pode contribuir para o desenvolvimento da imaginação, da criatividade e, também, pode estabelecer um clima de cumplicidade entre os alunos e os professores. Nesse direcionamento, as histórias podem contribuir para que as aulas sejam mais agradáveis e produtivas (MAINARDES, 2007/2008).

Diante desse contexto, o comportamento dos alunos durante o ato de ler, contar ou ouvir histórias não pode ser considerado:

> (...) neutro em relação ao desempenho que podemos observar nos (...) [alunos] nem tão pouco pode ser limitado ao espaço físico onde a interação acontece, (...) pois se modifica à medida que a própria interação se vai desenrolando (CARVALHO, 2005, p. 17).

Essa perspectiva fornece “uma nova definição do contexto [histórico], mais dinâmica, [que] se torna necessária uma vez que [esse contexto] é (re)criado pelo próprio desenvolvimento da interação” (CARVALHO, 2005, p. 17). Assim, os alunos envolvidos nessas situações interpretam os acontecimentos de acordo com as suas próprias vivências e em conformidade com os “conhecimentos que, individualmente, possuem e precisam mobilizar naquele momento” (CARVALHO, 2005, p. 17) de aprendizagem de um determinado conteúdo matemático.

Por outro lado, a partir do ato de contar e ouvir uma determinada história é possível realizar uma mediação pedagógica que envolve o desenvolvimento do conhecimento científico e matemático, permitindo que os alunos se apropriem desses conhecimentos, pois as histórias são intencionais, possibilitando a resolução de situações-problema no ambiente escolar e no cotidiano (ANDRADE, 2007). Porém, para que se possa garantir o ensino e aprendizagem de um determinado conteúdo matemático, existe a necessidade de que os alunos ouçam a história, pensem sobre a resolução das situações-problema presentes nessa história e socializem a resolução dessas situações de uma maneira coletiva com os outros alunos da turma (ANDRADE, 2007).

1.4. Motivação e Aprendizagem Significativa

No contexto educacional, a motivação dos alunos é um importante desafio a ser confrontado, pois tem implicações diretas na qualidade de seu envolvimento com o processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, a motivação parece exercer um papel primordial no desempenho acadêmico dos alunos e na sua apropriação às solicitações do ambiente escolar. Porém, o ensino somente tem sentido se houver uma aprendizagem que seja significativa (LOURENÇO e PAIVA, 2010). Nesse direcionamento, o significado da motivação decorre do:

> (...) conceito de necessidade e de outros conceitos semelhantes. A chave da motivação está em regular a satisfação que o indivíduo obtém com o seu comportamento, pois a aprendizagem [significativa], tanto no âmbito escolar quanto no enfrentamento dos problemas sociais e pessoais, ocorre quando as respostas aprendidas já não são adequadas para permitir a satisfação das necessidades do indivíduo (BZUNECK, 2001 *apud* MARTIN, 2008, p. 10).

De acordo com esse ponto de vista, existe a necessidade de que os professores utilizem estratégias e métodos de ensino que possibilitem aos alunos integrarem novos conhecimentos ao conteúdo a ser estudado, pois alunos motivados atribuem significado ao conteúdo a ser aprendido (LOURENÇO e PAIVA, 2010). Sendo assim, uma importante fonte de motivação, é o professor mostrar aos alunos o significado e a importância das atividades curriculares propostas em sala de aula. Dessa maneira, se os professores não conseguirem despertar a motivação para a realização das atividades, os alunos podem perceber uma tarefa ou conteúdo como irrelevante, podendo provocar-lhes tédio ou indiferença (BUZNECK, GUIMARÃES e BORUCHOVITCH, 2010).

Assim, para despertar o interesse dos alunos, Buzneck et al (2010) apresentam estratégias motivacionais como, por exemplo, a contextualização de atividades com temas familiares aos alunos e o trabalho com tarefas extraídas do cotidiano para apresentar as utilidades e os objetivos para o aprendizado de um determinado conteúdo matemático. No entanto, é importante ressaltar que as tarefas propostas pelos professores devem ser estimulantes e desafiadoras, sendo necessário que essas tarefas tenham um grau de dificuldade intermediário, pois se forem muito fáceis tendem a causar tédio e, se forem muito difíceis, podem causar ansiedade (BUZNECK et al, 2010).

Por outro lado, a motivação do aprendizado escolar pode ser intrínseca e extrínseca (SIQUEIRA e WECHSLER, 2006). Por exemplo, alunos extrinsecamente motivados desempenham uma determinada atividade ou tarefa, pois estão interessados em recompensas externas ou sociais. Assim, esses alunos estão mais preocupados com a opinião dos outros, isto é, as tarefas somente são executadas para agradar os pais e/ou os professores, para receberem elogios, ou mesmo para não serem punidos. Os alunos intrinsecamente motivados se envolvem na realização das tarefas e atividades, pois as consideram agradáveis e geradoras de satisfação pessoal, tendendo a ter alta realização escolar (SIQUEIRA e WECHSLER, 2006).

De acordo com Deci e Ryan (1991) *apud* Buzneck et al (2010), as possibilidades de motivação se distinguem em:

- Desmotivação: ausência de intenção ou motivação para a realização de uma tarefa.
- Motivação extrínseca por regulação externa: realização de uma tarefa por pressão ou obediência, visando a alguma recompensa ou para evitar punições.
- Motivação extrínseca por regulação introjetada: as pressões para a realização de uma tarefa são internas, permitindo que os alunos fiquem pressionados por sentimento de culpa, por ansiedade ou para atender as instâncias ligadas a sua autoestima.

- Motivação extrínseca por regulação identificada: a tarefa é realizada por escolha pessoal, pois os alunos decidem realizar uma tarefa proposta por vontade própria.
- Motivação extrínseca por regulação integrada: é o tipo mais autônomo das motivações extrínsecas, pois os alunos realizam a tarefa por escolha pessoal, sem coação e por completa autonomia.
- Motivação intrínseca: a tarefa é realizada pela satisfação de aprender, pois há um interesse na atividade proposta, por liberdade de escolha e por percebê-la como importante.

Com relação às possibilidades de motivação definidas por Deci e Ryan (1991) *apud* Buzneck et al (2010), as motivações controladas são extrínsecas por regulação externa ou por regulação introjetada, enquanto que as motivações autônomas incluem a motivação extrínseca por regulação identificada, a extrínseca por regulação integrada e, principalmente, a motivação intrínseca, que é a motivação originada nos próprios indivíduos.

As motivações autônomas são equivalentes às maneiras autodeterminadas de regulação da motivação, pois reúnem características de comportamento intencional, liberdade psicológica e possibilidade de escolha. Por outro lado, as motivações controladas caracterizam-se por uma regulação externa, ou seja, os alunos agem em função de eventos externos como pressões e obrigações; mesmo que introjetada como, por exemplo, prazos, recompensas, punições e ameaças (BUZNECK et al, 2010).

Considerando esse contexto, não existe aprendizado sem a motivação, que pode estar relacionada com o assunto, com algum interesse dos alunos ou por curiosidade (POZO, 2002). Porém, sem a existência da motivação, não existiria a vontade de se adquirir o aprendizado e, sem a vontade de aprender, os alunos não alcançariam uma aprendizagem significativa (AUSUBEL et al, 1980).

De acordo com Ausubel et al (1980), é necessário que os professores considerem o conhecimento prévio dos alunos para buscarem um elo com o novo aprendizado. Nessa direção, “a aprendizagem pode ser considerada significativa à medida que o novo conteúdo é incorporado às estruturas de conhecimento dos alunos, que adquirem significado a partir da relação com seu conhecimento prévio” (PELZZARI, KRIEGL, BARON, FINCK e DOROCINSKI, 2002, p. 38).

Ainda nessa perspectiva, é importante ressaltar que, para que haja a aprendizagem significativa, são necessárias as seguintes condições (PELZZARI et al, 2002):

a) Os alunos precisam ter uma disposição para aprender, isto é, devem estar motivados para o aprendizado.
b) É importante que o conteúdo a ser ensinado seja potencialmente significativo, pois deve ter algum sentido para os alunos.

Nesse sentido, a aprendizagem pode ser considerada significativa quando está relacionada com o conhecimento prévio que os alunos possuem, pois o novo conhecimento relaciona-se com os fatos do dia-a-dia, vividos, vivenciados e experienciados pelos sujeitos da aprendizagem (MORETTO, 2002). De acordo com esse contexto, a tarefa pedagógica dos professores consiste em programar, organizar e sequenciar os conteúdos para que os alunos possam realizar as atividades propostas para a aprendizagem, incorporando os novos conhecimentos à sua estrutura cognitiva prévia (MADRUGA, 1996).

Assim, uma das principais características da aprendizagem significativa é o fato de que essa aprendizagem envolve os alunos, holisticamente, na realização das atividades curriculares propostas em sala de aula. Em outras palavras, o desenvolvimento dessas atividades é direcionado para as necessidades dos alunos cujo objetivo é gerar um desequilíbrio em suas estruturas cognitivas, resultando em uma energia impulsora que pode motivá-los na busca da aprendizagem. Nesse sentido, é importante também:

> (...) explicitar a aprendizagem como algo que deve ser significativo na vida do indivíduo, onde se sobressai a qualidade de desenvolvimento pessoal, permanente e que vai ao encontro das necessidades do sujeito. Sabe-se que aquilo que não é tomado como significativo tende a ser abandonado. Assim sendo, e, considerando-se a aprendizagem na situação da sala de aula, onde eventos de aprendizagem devem ser favorecidos, torna-se importante referendar a necessidade de estratégias de ensino que oportunizem ao aprendiz vislumbrar o verdadeiro significado (desenvolvimento, mudança) de tudo que é proposto (ZANELLA, 1999, p. 21).

Dessa maneira, é de extrema importância que haja vínculos pedagógicos desafiadores entre os alunos e os conteúdos a serem ensinados (ROSA, 2010). Então, o ensino dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico devem conter desafios interessantes, que sejam contextualizados para que tenham sentido e significado para os alunos.

1.5. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática - PCNs (BRASIL, 1998) visam nortear a formação inicial e continuada de professores tornando os fundamentos do currículo mais claros, organizados, contribuindo para a melhoria do Ensino Fundamental. Esse documento tem como finalidade:

> (...) fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento, socializar informações e resultados de pesquisas, levando-as ao conjunto dos professores brasileiros (BRASIL, 1998, p. 15).

É importante ressaltar que apesar desse documento estabelecer, para os sistemas de ensino, uma base nacional comum nos currículos e servir como um eixo norteador na revisão ou elaboração da proposta curricular das escolas, os parâmetros não possuem um caráter de obrigatoriedade, pois não ditam regras para os professores, e, nessa perspectiva, caso necessário, pode-se realizar adaptações às peculiaridades escolares locais.

Sobre a Matemática, os PCNs (BRASIL, 1998) orientam que essa disciplina deve ter um papel fundamentado na proposição de objetivos que mostrem a sua importância para os alunos, para que possam valorizá-la como um instrumental que é capaz de auxiliá-los na compreensão do mundo. Esse documento ainda ressalta a importância de mostrar ao corpo discente que a Matemática é uma área do conhecimento que “estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas” (BRASIL, 1998, p. 15).

Esses parâmetros também estabelecem uma orientação para os professores sobre a importância de os alunos desenvolverem atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir o conhecimento matemático, de cultivar a autoestima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar a busca de soluções para as situações-problema enfrentadas no cotidiano.

Para o Ensino Fundamental, os PCNs (BRASIL, 1998, p. 47) indicam os objetivos gerais da Matemática para o Ensino Fundamental, que procuram conduzir os alunos a:

- Identificarem os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceberem o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como um aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.
- Realizarem observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecerem o maior número possível de

relações entre esses aspectos, utilizando para isso o conhecimento matemático, aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório e probabilístico.

- Selecionarem, organizarem e produzirem informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente.
- Resolverem situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.
- Comunicarem-se matematicamente, ou seja, descreverem, representarem e apresentarem resultados com precisão e argumentarem sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas.
- Estabelecerem conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares.
- Sentirem-se seguros da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
- Interagirem com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Nessa perspectiva, os PCNs (BRASIL, 1998) de Matemática ainda apresentam os objetivos específicos para cada ciclo, assim como, sugestões de conteúdos para desenvolvê-los. O documento também aponta "as possíveis conexões entre os blocos de conteúdos, entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento e suas relações com o cotidiano e com os Temas Transversais[8]" (BRASIL, 1998, p. 16).

Sobre a construção do conhecimento, esse documento ainda apresenta a importância de se considerar o conhecimento prévio dos alunos para que haja uma aprendizagem significativa. Contudo, alerta que é importante explorar os conteúdos matemáticos em outros contextos como, por exemplo, as questões internas da própria Matemática e dos

[8]Os temas transversais apresentados pelo PCNs (1998) são: ética, orientação sexual, meio ambiente, saúde, pluralidade cultural, e trabalho e consumo.

problemas históricos, para não correr o risco de descartar conteúdos importantes, que não são partes da realidade dos alunos ou não têm uma aplicação prática imediata na resolução de situações-problema presentes no cotidiano.

Então, a escola tem como função básica garantir aos seus alunos a aprendizagem dos conhecimentos, habilidades e valores necessários à sua participação social. Nesse sentido, como a formação de cidadãos críticos e reflexivos é um dos principais papéis da educação, os parâmetros curriculares nacionais destacam que a Matemática pode contribuir para que esse objetivo seja alcançado ao desenvolver:

> (...) metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios. (...) Por outro lado, para a inserção de cada indivíduo no mundo das relações sociais, a escola deve estimular o crescimento coletivo e individual, o respeito mútuo e as formas diferenciadas de abordar os problemas que se apresentam (BRASIL, 1998, p. 27).

Buscando melhorias no ensino da Matemática, os PCNs (BRASIL, 1998) destacam alguns caminhos e dentre as sugestões apresentadas, surge a utilização da História da Matemática que de acordo com esse documento, pode oferecer uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Nesse sentido, esses parâmetros apresentam a Matemática como uma:

> (...) criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos e [ao] estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente (BRASIL, 1998, p. 42).

Os PCNs (BRASIL, 1998) ainda elencam, como sugestões, uma seleção de conteúdos a serem trabalhados em Matemática, que estão dimensionados em conceitos, procedimentos e atitudes. Os conteúdos conceituais são aqueles que se referem à construção ativa das capacidades intelectuais dos alunos para que possam operar com símbolos, ideias, imagens e representações que os permitem organizar a realidade. Os conteúdos procedimentais expressam um *saber-fazer*, que envolve a tomada de decisões e a realização de uma série de ações de maneira ordenada e não aleatória, para atingir uma determinada meta. Os conteúdos atitudinais estão relacionados com o contexto socializador e com as atitudes transmitidas pela escola em atividades cotidianas.

Resumindo, a primeira dimensão está relacionada com o conhecimento de conceitos, fatos e princípios, a segunda refere-se aos conteúdos relacionados com o *saber/fazer*, enquanto que a terceira corresponde aos conteúdos que estão associados aos valores, atitudes e normas (CARVALHO e CORDEIRO, 2005). De acordo com essas dimensões, as atitudes envolvem o componente afetivo, a predisposição, o interesse e motivação que é fundamental no processo de ensino e aprendizagem, como exemplo, a perseverança na busca de soluções, a valorização do trabalho coletivo, a elaboração de estratégias de resolução e sua validação (BRASIL, 1998).

Para os 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental, os parâmetros curriculares nacionais destacam algumas atitudes a serem desenvolvidas nos alunos para o processo e ensino e aprendizagem em Matemática. Essas atitudes estão relacionadas com (BRASIL, 1997, p. 58):

- A confiança em suas possibilidades para propor e resolver problemas.
- A perseverança, esforço e disciplina na busca de resultados.
- A segurança na defesa de seus argumentos e flexibilidade para modificá-los.
- O respeito pelo pensamento dos outros, valorização do trabalho cooperativo e do intercâmbio de ideias, como fonte de aprendizagem.
- A apreciação da limpeza, ordem, precisão e correção na elaboração e na apresentação dos trabalhos.
- A curiosidade em conhecer a evolução histórica dos números, de seus registros, de sistemas de medida utilizados por diferentes grupos culturais.
- A confiança na própria capacidade para elaborar estratégias pessoais de cálculo, interesse em conhecer e utilizar diferentes estratégias para calcular e os procedimentos de cálculo que permitem generalizações e precisão.
- A curiosidade em conhecer a evolução histórica dos procedimentos e instrumentos de cálculo utilizados por diferentes grupos culturais.
- A valorização da utilidade dos sistemas de referência para localização no espaço.
- A sensibilidade para observar simetrias e outras características das formas geométricas, na natureza, nas artes, nas edificações.
- A curiosidade em conhecer a evolução histórica das medidas, unidades de medida e instrumentos utilizados por diferentes grupos culturais e reconhecimento da importância do uso adequado dos instrumentos e unidades de medida convencionais.
- O interesse na leitura de tabelas e gráficos como forma de obter informações.

- O hábito em analisar todos os elementos significativos presentes em uma representação gráfica, evitando interpretações parciais e precipitadas.

Para os 3º e 4º ciclos, os PCNs (BRASIL, 1998, p. 91) destacam as seguintes atitudes a serem desenvolvidas pelos alunos que estão relacionadas com:

- A predisposição para usar os conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver problemas em contextos diversos.
- O desenvolvimento da capacidade de investigação e da perseverança na busca de resultados, valorizando o uso de estratégias de verificação e controle de resultados.
- A predisposição para encontrar exemplos e contra-exemplos, formular hipóteses e comprová-las.
- O interesse em comparar diferentes métodos e processos na resolução de um problema, analisando semelhanças e diferenças entre eles e justificando-os.
- O interesse por utilizar as diferentes representações matemáticas que se adaptam com mais precisão e funcionalidade a cada situação-problema de maneira que facilite sua compreensão e análise.
- A compreensão da importância da estatística na atividade humana e de que ela pode induzir a erros de julgamento, pela manipulação de dados e pela apresentação incorreta das informações (ausência da freqüência relativa, gráficos com escalas inadequadas).
- A valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação.
- A predisposição para analisar criticamente informações e opiniões veiculadas pela mídia, suscetíveis de ser analisadas à luz dos conhecimentos matemáticos.
- A valorização do uso dos recursos tecnológicos, como instrumentos que podem auxiliar na realização de alguns trabalhos, sem anular o esforço da atividade compreensiva.
- O interesse em dispor de critérios e registros pessoais para emitir um juízo de valor sobre o próprio desempenho, comparando-o com o dos professores, de modo que se aprimorem.

De acordo com as informações apresentadas, os conteúdos sugeridos pelos PCNs de Matemática (BRASIL, 1998) para cada ciclo do Ensino Fundamental envolvem "explicações, formas de raciocínio, linguagens, valores, sentimentos, interesses e condutas" (BRASIL, 1998, p. 49). Assim, as dimensões apresentadas nesses parâmetros também favorecem e promovem a utilização da História da Matemática para o esclarecimento das ideias matemáticas que os alunos constroem no decorrer de sua vida escolar, especialmente, para responder a alguns dos *porquês* e justificar a necessidade do trabalho realizado com os conteúdos matemáticos estudados e, assim, contribuir para o desenvolvimento de sua criticidade para que possam refletir sobre os problemas enfrentados no cotidiano.

CAPÍTULO 2

DELINEANDO AS ETAPAS E OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS: RUMO À TEORIA FUNDAMENTADA

Essa pesquisa iniciou-se com uma busca de trabalhos, artigos, dissertações e teses, tanto do Brasil como do exterior, em cursos de pós-graduação, que se relacionavam com a questão de pesquisa desse estudo. Assim, o objetivo principal do levantamento de dados relacionados com a revisão de literatura visou à obtenção de ferramentas teóricas e metodológicas que propiciassem a melhor maneira de abordar a problemática dessa pesquisa, que estava relacionada com a utilização da História da Matemática como um recurso didático para determinar as potencialidades pedagógicas dessa área do conhecimento no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico.

Dessa maneira, de posse das ferramentas teóricas e metodológicas julgadas apropriadas para a condução desse estudo, elaborou-se uma proposta de 14 aulas contidas no registro documental composta por atividades que pudessem estabelecer um diálogo entre as construções geométricas, a Matemática e a História da Matemática. O objetivo dessa proposta foi abordar os aspectos históricos, que são necessários na busca de alguns dos *porquês* solicitados pelos alunos no estudo dessas construções e, também, buscar relacionar os conteúdos estudados na disciplina Desenho Geométrico com a Álgebra e a Geometria, que são ensinados na disciplina Matemática.

Dessa maneira, as 14 aulas, com 50 minutos cada uma, realizadas durante a condução desse estudo, com as atividades planejadas para essa proposta, forneceram condições para que os alunos encontrassem por meio da utilização de histórias e, também, de problemas históricos, um contexto que apresentasse o *porquê* e o *para quê* do ensino de algumas construções geométricas. As construções estudadas na disciplina Desenho Geométrico foram apresentadas conectando-as a alguns conteúdos da álgebra e geometria, que são estudados no currículo matemático.

As aulas, em sua maioria, foram iniciadas com a utilização de histórias ou curiosidades históricas visando apresentar aos alunos os conteúdos relacionados ao Desenho Geométrico. Essas histórias foram narradas pelo professor-pesquisador com o auxílio de textos lidos e discutidos em sala de aula. Em seguida foram realizadas as atividades referentes às construções geométricas, relacionadas com os conteúdos matemáticos que estavam relacionados com tópicos da História da Matemática.

2.1. Contexto Escolar

Essa pesquisa desenvolveu-se em uma escola da rede particular de ensino, situada em um bairro nobre de Belo Horizonte, Minas Gerais, na qual o professor-pesquisador leciona a disciplina Desenho Geométrico. Trata-se de um colégio com regime semi-integral, isto é, todas as manhãs são realizadas aulas das 7h30m às 12h e duas tardes, das 13h30m às 17h. Dessa maneira, a escola tem a possibilidade de oferecer disciplinas eletivas, além daquelas obrigatórias do currículo escolar. Dentre as disciplinas não obrigatórias no currículo brasileiro, a escola oferece Espanhol, Empreendedorismo e Desenho Geométrico, do 6º ano do Ensino Fundamental a 3ª série do Ensino Médio, como disciplina em sua grade curricular. Essa instituição de ensino, ainda oferece a possibilidade de regime integral, isto é, nas três tardes restantes, proporciona reforços escolares em todas as disciplinas para os alunos que optarem para participar desse reforço.

2.2. Participantes da Pesquisa

A população participante desse estudo foi composta por 41 alunos de duas turmas de 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular da cidade de Belo Horizonte, Minas Gerais. Em sua maioria, os participantes estudaram nessa instituição de ensino desde o 6º ano do Ensino Fundamental, sendo moradores do bairro ou em bairros adjacentes àquele no qual a escola se localiza.

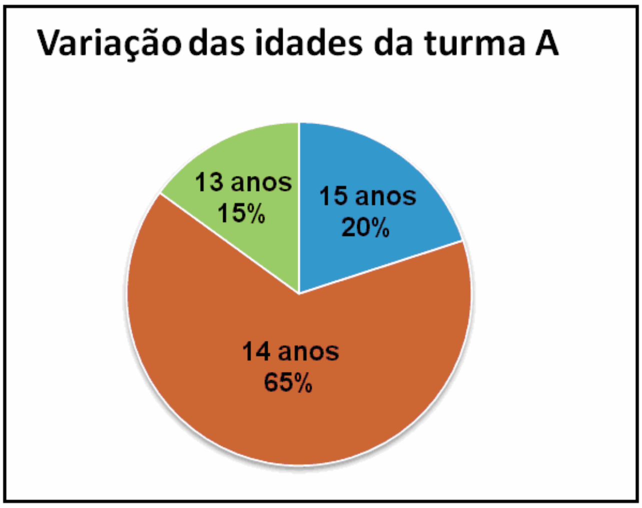
Para a condução dessa pesquisa, os alunos foram divididos em 02 (duas) turmas que foram denominadas *A* e *B*, sendo compostas por 20 e 21 participantes, respectivamente. Embora esse estudo tenha sido realizado com duas turmas, essa pesquisa não é experimental, pois não tem como característica principal a constituição dos grupos de experimento e de controle.

Por outro lado, de acordo com os dados coletados na escola, por meio do diário escolar, pode-se ainda relatar que os alunos dessas turmas frequentam as aulas com regularidade e que, geralmente, em sala de aula, são agitados. Essas duas turmas foram escolhidas como participantes desse estudo pelo fato de a escola oferecer a disciplina Desenho Geométrico em seu currículo para o 9º ano do Ensino Fundamental. Além disso, o pesquisador é o professor dessa disciplina para as duas turmas de alunos, facilitando a aceitação da realização dessa pesquisa pela escola e a sua condução com os participantes desse estudo.

2.2.1. Participantes da Turma *A*

O número de participantes dessa turma é de 20 alunos. Desses, 19 (95%) alunos responderam ao questionário I (Apêndice 1) aplicado no dia 09 de fevereiro de 2012. Por meio das respostas dadas para esse questionário e pelos dados fornecidos pelo diário escolar foi possível verificar que essa turma é composta por 10 (50%) alunos e 10 (50%) alunas, com idade variando de 13 a 15 anos. O quadro 1 mostra a variação percentual das idades dos alunos pesquisados na turma A.

Quadro 1- Distribuição dos alunos da turma *A* por idade



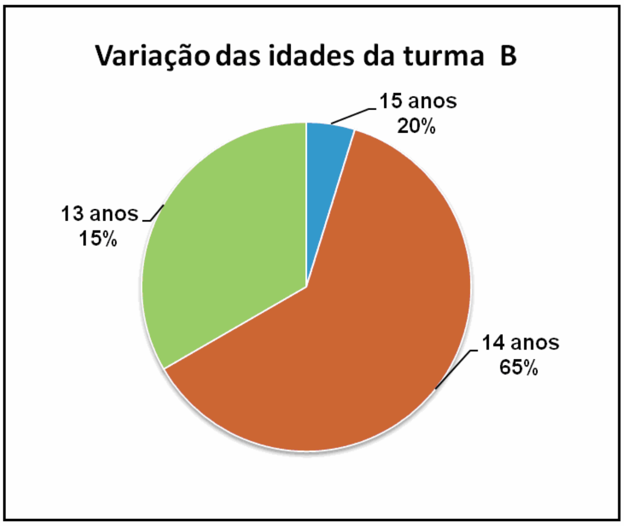
Fonte: Arquivo pessoal do professor - pesquisador

Com base nos dados coletados no questionário I (Apêndice 1) respondido antes do início da pesquisa, constatou-se que 13 (68%) alunos dessa turma consideram a disciplina Desenho Geométrico como cansativa, mas necessária, para um melhor aprendizado de conteúdos geométricos. Quanto à importância de conhecer a história dos conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico aprendidos em sala de aula, 7 (37%) alunos dessa turma concordaram que o conhecimento da história dos conteúdos dessa disciplina é importante, pois auxiliam no ensino e aprendizagem da Geometria.

2.2.2. Participantes da Turma *B*

Essa turma é composta por 21 alunos, sendo que 20 (95%) responderam ao questionário I (Apêndice 1). Por meio das respostas dadas para esse questionário e pelos dados fornecidos pelo diário escolar foi possível constatar que essa turma é formada por 9 (43 %) alunos e 12 (57%) alunas com idade variando de 13 a 15 anos. O quadro 2 apresenta a variação percentual das idades dos alunos pesquisados na turma *B*.

Quadro 2: Distribuição dos alunos da turma *B* por idade



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Com base nos dados coletados no questionário I (Apêndice 1), respondido antes do início da pesquisa, constatou-se que 13 (65%) alunos da turma *B*, que responderam esse questionário, consideram a disciplina Desenho Geométrico como cansativa, mas necessária para um melhor aprendizado de conteúdos geométricos. Quanto à importância de conhecer a história dos conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico aprendidos em sala de aula, 17 (85%) alunos dessa turma concordaram que esse conhecimento é importante, pois ensinam construções geométricas importantes para o aprendizado de Geometria.

2.3. Instrumentos de Coleta de Dados

Para a realização dessa pesquisa foram utilizados como instrumentos de coleta de dados:

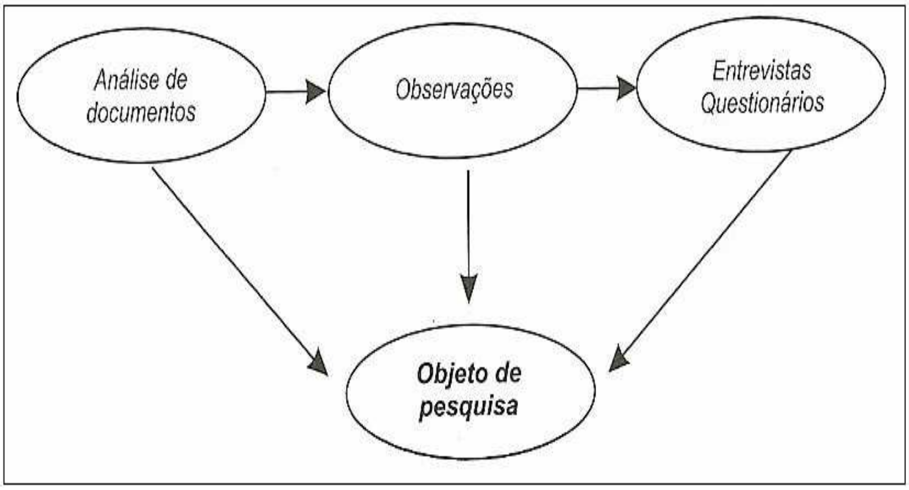
a) Questionários I, II e III.
b) Registro Documental das aulas.
c) Caderno de campo do professor-pesquisador.

As informações obtidas com esses instrumentos de coleta de dados visaram auxiliar a obtenção de resposta ao questionamento desse estudo:

> *Quais são as possíveis potencialidades pedagógicas que a História da Matemática pode oferecer ao processo de ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico?*

É importante enfatizar que essa pesquisa é de cunho qualitativo, pois se conceitua “como sendo um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou sua estruturação” (OLIVEIRA, 2007, p. 37). Nesse sentido, em uma pesquisa qualitativa, os pesquisadores estudam a literatura existente pertinente ao tema, analisando as observações, os questionários, as entrevistas e procedendo a análise dos dados para representá-los de maneira descritiva. A figura 3 mostra, por meio de diagramas, uma visão geral da pesquisa qualitativa.

Figura 3: Quadro conceitual para abordagem da pesquisa qualitativa



Fonte: Como fazer pesquisa qualitativa (OLIVEIRA, 2007, p. 38)

Existem várias abordagens para uma pesquisa qualitativa que, de uma maneira geral, descrevem eventos, fatos, situações ou fenômenos, buscando compreendê-los. Nesse estudo, a Teoria Fundamentada (*Grounded Theory*) foi utilizada como fundamentação metodológica por meio de etapas previamente estabelecidas para a elaboração de um modelo teórico-metodológico para a coleta e análise de dados desse estudo. Dessa maneira, a utilização da Teoria Fundamentada teve como objetivo o desenvolvimento de “uma teoria fundada em dados sistematicamente coletados e analisados” (PINTO, 2012, p. 3). Assim, o professor-pesquisador, durante a coleta de dados, reuniu um volume de informações sobre o fenômeno[9] sob estudo para determinar o seu desdobramento por meio da análise fundamentada nos dados (PINTO, 2012).

Nessa perspectiva, a Teoria Fundamentada é uma metodologia fundada em dados sistematicamente coletados e analisados por meio de uma constante interação entre a análise e a coleta de dados (GLASER e STRAUSS, 1967). Ressalta-se que essas teorias "são interpretações produzidas [por meio] de algum ponto de vista e adotadas ou averiguadas por pesquisadores" (GASQUE, 2007, p.114).

No entanto, é importante salientar que, apesar dessa pesquisa ser de cunho qualitativo, combinará algumas técnicas de análise quantitativa. Essa combinação de técnicas "proporciona [um] maior nível de credibilidade e validade aos resultados da pesquisa, evitando-se, assim, o reducionismo por uma só opção de análise" (OLIVEIRA, 2007, p. 39). Nesse direcionamento, a Teoria Fundamentada também pode ser utilizada com a análise quantitativa (GLASER e STRAUSS, 1967). Dessa maneira, houve uma combinação de métodos de coleta e análise de dados, que incluiu a interação entre os métodos quantitativos e qualitativos (BAGGIO e ERDMANN, 2011).

Resumindo, a condução metodológica desse estudo foi embasada nos princípios da Teoria Fundamentada, que permitiu a utilização de instrumentos diversos para a coleta de dados (PINTO, 2012). Assim, optou-se pelos seguintes instrumentos de coleta de dados:

2.3.1. Questionários

O questionário é um instrumento muito importante na pesquisa científica, especialmente nas ciências da educação, pois um dos seus principais benefícios é a sua flexibilidade, pois permite a coleta de dados qualitativos e quantitativos (SAPSFORD, 2006 *apud* ROSA, 2010).

Esse instrumento de coleta de dados também possibilita aos pesquisadores abrangerem um maior número de pessoas e de informações em um curto espaço de tempo do que outras técnicas de pesquisa, facilitando também a tabulação e o tratamento dos dados coletados (BARROS, 2000). Geralmente, os "questionários têm como principal objetivo descrever as características de uma pessoa ou de determinados grupos sociais" (OLIVEIRA, 2007, p. 83).

---

[9]Fenômeno refere-se à ideia central de um evento, acontecimento ou incidente por meio do qual um conjunto de ações ou interações é direcionada e gerenciada ou por meio do qual um conjunto de ações é relatado (STRAUSS, CORBIN, 1990 *apud* GASQUE, 2007, p. 85).

2.3.1.1. Questionário I (Apêndice 1)

Esse questionário foi composto por 10 questões fechadas, que têm a vantagem de serem facilmente aplicadas e analisadas (MATTAR, 1994). O questionário I foi aplicado no dia 09 de fevereiro de 2012, antes do início das aulas e da realização das atividades propostas para esse estudo. O principal objetivo desse questionário foi traçar um perfil geral dos participantes da pesquisa e levantar dados sobre a visão e vivência desses participantes em relação à disciplina Desenho Geométrico e também sobre a História da Matemática como um recurso didático para o ensino e aprendizagem de conteúdos relacionados ao Desenho Geométrico.

2.3.1.2. Questionário II (Apêndice 2)

Esse questionário foi composto por 4 (quatro) questões, sendo 3 (três) fechadas e 1 (uma) aberta. A opção por uma questão do tipo aberta foi buscar explicações e esclarecimentos mais significativos sobre a problemática desse estudo, pois permitiu que os participantes emitissem suas opiniões, comentários e esclarecimentos sobre o objeto dessa pesquisa (MATTAR, 1994). Outra vantagem em utilizar questões abertas é oferecer aos informantes uma “total liberdade para formular suas respostas” (OLIVEIRA, 2007, p. 84). O principal objetivo desse questionário foi a obtenção de dados para auxiliar o professor-pesquisador na análise do andamento do projeto, buscando verificar se havia modificações em relação às questões respondidas no primeiro questionário. Esse questionário foi aplicado no dia 03 de maio de 2012, após a realização de quatro aulas de 50 minutos referentes à pesquisa de campo, portanto durante o andamento desse estudo, que se iniciou no dia 29 de março desse mesmo ano.

2.3.1.3. Questionário III (Apêndice 3)

Esse questionário foi composto por 10 questões abertas, sendo que a sua aplicação ocorreu no dia 06 de setembro de 2012, aproximadamente um mês após a realização da última aula do registro documental. Esse questionário surgiu em virtude da necessidade de coletar dados qualitativos que auxiliassem na resposta da problemática da pesquisa. De acordo com Fink (1995) *apud* Rosa (2010), as questões abertas, apesar de os participantes terem dificuldades para responder a elas e serem trabalhosas para os pesquisadores catalogá-las e interpretá-las, essas questões dão-lhes uma maior liberdade as respostas.

Assim, as questões abertas propostas nesse questionário permitiram a coleta de dados mais completos do que aqueles coletados pelas questões fechadas, pois tiveram um menor poder de influência junto aos participantes desse estudo do que os questionamentos com alternativas previamente estabelecidas (MATTAR, 1994). Isso significa que as questões abertas não se restringem a um rol de opções de respostas, que podem influenciar o pronunciamento dos respondentes dos questionários. Assim buscou-se, nesse instrumento de coleta de dados, proporcionar aos participantes a emissão de comentários, explicações e esclarecimentos significativos para serem utilizados na análise dos dados coletados dessa pesquisa.

2.3.2. Registro Documental das Aulas (Apêndice 4)

Os registros documentais podem ser compostos por papéis e documentos que contêm informações para auxiliar os pesquisadores a tomarem decisões sobre a problemática de um determinado estudo (LEEDY e ORMORD, 2010). Assim, qualquer informação escrita, objeto ou fato registrado materialmente, é suscetível de ser utilizado para estudo, investigação, consulta ou prova. Nesse sentido, a análise documental é uma técnica que busca identificar informações factuais nos documentos pesquisados a partir de questões ou hipóteses de interesse dos pesquisadores (LUDKE e ANDRÉ, 1986). Essa técnica é importante, principalmente, para pesquisadores que pretendem ratificar e validar as informações obtidas por outras técnicas de coleta de dados, como por exemplo, os questionários e as entrevistas.

Os documentos do registro documental podem incluir os exercícios, as provas de exame, as atas das reuniões, os documentos de políticas educacionais, os registros públicos, os meios de comunicação, os documentos particulares, as biografias e os documentos visuais como, por exemplo, os áudios, os filmes, os vídeos e as fotografias. Nesse estudo, o registro documental foi composto pelas atividades escritas realizadas pelos alunos, as gravações em áudio e as fotos que foram tiradas durante a realização das aulas.

As atividades propostas para essa pesquisa foram realizadas com a utilização de 14 aulas, de 50 minutos cada uma. O quadro 3 apresenta as quatorze aulas ministradas para os participantes desse estudo, com os seus respectivos objetivos e conteúdos.

Quadro 3: Conteúdos e objetivos das 14 aulas

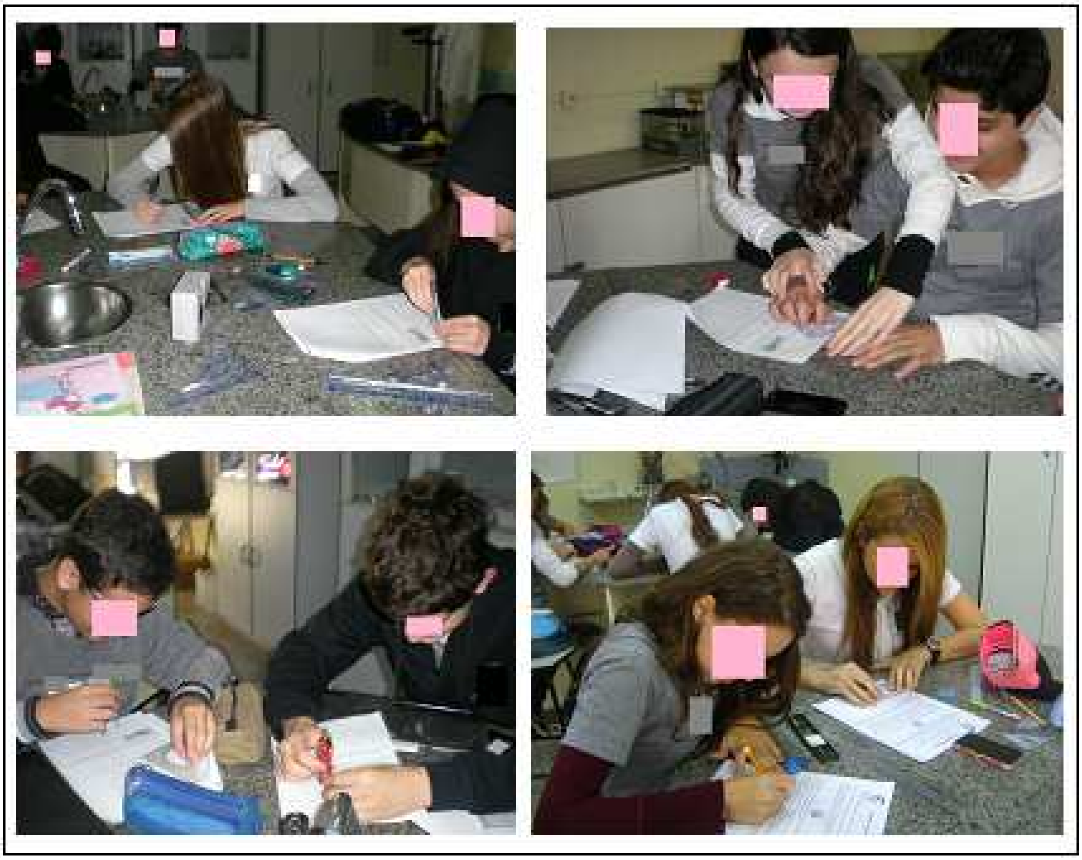
Aula	Tópico	Objetivos
Aula 1	Razão e proporção	Revisar o entendimento de razão e proporção.
Aula 2	Teorema de Tales	Apresentar o Teorema de Tales e testá-lo por meio de atividades de construções geométricas.
Aula 3	Terceira e quarta proporcionais	Resolver atividades de proporção por meio de construções geométricas e buscar a ligação entre essas construções e o Teorema de Tales.
Aula 4	Semelhança de polígonos	Construir o conceito de Semelhança de Polígonos por meio de construções geométricas e buscar a ligação entre essas construções e o Teorema de Tales.
Aula 5	Semelhança de triângulos	Apresentar o conceito de semelhança de triângulo como um caso especial de semelhança de polígonos e testá-lo por meio de atividades de construções geométricas.
Aula 6	Relacionando: Teorema de Tales e a Semelhança de triângulos	Atividades sobre semelhança de triângulos e apresentar as ligações entre o estudo do Teorema de Tales e da Semelhança de triângulos.
Aula 7	Teorema de Pitágoras	Apresentar o Teorema de Pitágoras e testá-lo por meio de atividades de construções geométricas.
Aula 8	Atividades com o Teorema de Pitágoras	Construir o conceito do Teorema de Pitágoras por meio de construção de um Tangram.
Aula 9	Espiral Pitagórico e números irracionais	Apresentar a história dos números irracionais e construí-los geometricamente utilizando o Teorema de Pitágoras.
Aula 10	Expressões Pitagóricas	Apresentar as construções de segmentos do tipo $\sqrt{a^2+b^2}$ e $\sqrt{a^2-b^2}$.
Aula 11	Pentagramas	Apresentar a história dos pentagramas e realizar a sua construção geométrica.
Aula 12	Média Geométrica – Processo aditivo e subtrativo	Apresentar as construções de segmentos do tipo $\sqrt{ab}$ e relacionar a demonstração utilizando o conceito de semelhança de triângulos. Relacionar a construção geométrica da média geométrica com o estudo das relações métricas.
Aula 13	Cálculos com construções geométricas	Resolução de atividades que envolvem operações matemáticas por meio das construções geométricas.
Aula 14	Discussão e fechamento do projeto.	Discutir o aprendizado sobre razão e proporção, Teorema de Tales, Semelhança de triângulos, Teorema de Pitágoras e o cálculo da média geométrica e sua relação com as relações métricas.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Em todas as aulas foram realizadas atividades que objetivaram determinar a conexão entre as construções geométricas, a Matemática e a História da Matemática, bem como buscar algumas explicações que respondessem aos *porquês* e aos *para quês* de muitos traçados estudados na disciplina Desenho Geométrico.

As fotos tiradas durante a condução dessa pesquisa forneceram alguns dados descritivos que contribuíram para a obtenção da percepção do ambiente estudado, apresentando evidências de como ocorriam determinados acontecimentos particulares relacionados com a problemática desse estudo (BODGAN e BIKLEN, 1994). Em outras palavras, as fotografias puderam auxiliar a percepção do professor-pesquisador quanto aos vários aspectos qualitativos relacionados com os participantes desse estudo como, por exemplo, a concentração, a coletividade e o interesse dos alunos em relação à realização das atividades propostas nessa pesquisa. A figura 4 mostra algumas fotografias tiradas durante a realização de uma das 14 aulas propostas nesse estudo.

Figura 4: Registro fotográfico de umas das 14 aulas propostas nesse estudo



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

2.3.3. Caderno de Campo do professor-pesquisador

O caderno de campo do professor-pesquisador contém registros das informações coletadas durante as 14 aulas propostas para esse estudo. São observações quanto à postura, perguntas, questionamentos, respostas e comentários dos participantes dessa pesquisa. Bodgan e Biklen (1994) sugerem que, durante as atividades de pesquisa, os professores pesquisadores anotem os detalhes do comportamento dos participantes, que podem conter informações não verbais importantes para auxiliar na análise dos dados que foram coletados. Sendo assim, as notas de campo originaram, para esse estudo, um diário pessoal que auxiliou o professor-pesquisador no acompanhamento do desenvolvimento dessa pesquisa e, posteriormente, em sua análise.

Nesse contexto, “a observação é um dos instrumentos que mais fornece detalhes ao pesquisador, por basear-se na descrição e para tanto utilizar-se de todos os cinco sentidos humanos” (OLIVEIRA, 2010a, p. 23). Em outras palavras, além de possibilitar a análise do comportamento dos participantes da pesquisa sobre novos aspectos com relação à problemática sob estudo, a observação pode, em conjunto com outros métodos de coleta de dados, fornecer evidências adicionais para a triangulação dos dados da pesquisa (OLIVEIRA, 2010a).

2.4. Coleta de Dados

A coleta de dados desse estudo iniciou-se com o recolhimento do Termo de Compromisso Livre e Esclarecido (TCLE) (Apêndice 5), assinado pelos pais dos participantes e pela direção da escola, que autorizaram a condução desse estudo. O TCLE é um documento no qual os participantes da pesquisa, juntamente com seus responsáveis, autorizam o professor-pesquisador a realizar a pesquisa. Convites verbais também foram realizados, solicitando a participação dos alunos nesse estudo. Após o seu recolhimento, os TCLE foram arquivados para posterior eliminação.

A realização das aulas do registro documental iniciou-se em 29 de março de 2012 e encerrou-se em 09 de agosto desse mesmo ano, totalizando 14 aulas que geraram dados que foram coletados para posterior análise e interpretação. Em todas as aulas foram realizadas atividades, algumas de maneira individual, outras em dupla ou em grupos maiores. Os registros dessas atividades foram recolhidos ao final de cada aula, que era ministrada às quintas-feiras, no horário regular de aula da disciplina Desenho Geométrico, de acordo com o calendário escolar. Não houve coleta de dados nos dias 05 de abril, 17 de maio, 07 de junho, 19 de julho, 26 de julho e 07 de agosto de 2012 por motivo de recessos, palestras ou realização de atividades que constavam no plano de ensino da disciplina Desenho Geométrico, mas estavam ausentes no planejamento dessa pesquisa.

Durante o trabalho de campo, o professor-pesquisador utilizou um gravador digital que captou o desenvolvimento das aulas para registrar o seu andamento, pois a utilização desse equipamento auxilia na preservação do conteúdo original dos dados coletados, registrando as palavras, os silêncios, as vacilações e as mudanças no tom de voz dos participantes de um determinado estudo (BELEI, PASCHOAL, NASCIMENTO e MATSUMOTO, 2008).

Com relação aos questionários, o primeiro foi respondido no início do projeto, o segundo durante o seu andamento enquanto que o terceiro foi respondido, aproximadamente um mês após o término das aulas propostas no registro documental. Essas aulas serviram para coletar os dados qualitativos e quantitativos que visavam subsidiar as respostas dadas aos questionamentos relacionados à problemática desse estudo.

Dessa maneira, os instrumentos utilizados para a coleta de dados qualitativos e quantitativos foram os questionários, o caderno de campo do professor-pesquisador e o registro documental das aulas. O quadro 4 mostra os instrumentos utilizados nessa pesquisa, diferenciando-os quanto à coleta de dados qualitativos e quantitativos.

Quadro 4: Instrumentos de coleta de dados quantitativos e qualitativos

Instrumentos de Coleta de Dados	**Quantitativos**	**Qualitativos**
Questionário I	**X**	
Questionário II	**X**	**X**
Questionário III		**X**
Registros documentais	**X**	**X**
Caderno de campo do professor-pesquisador		**X**

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

2.5. Procedimentos Metodológicos

Em um primeiro momento, a partir de março de 2011, após o ingresso no Mestrado Profissional em Educação Matemática, foi realizado o levantamento bibliográfico, visando à busca de fundamentações teóricas que auxiliassem o professor-pesquisador na análise da problemática da pesquisa. Assim, foi realizada uma pesquisa bibliográfica que é "uma modalidade de estudo e análise de documentos de domínio científico tais como livros, enciclopédias, periódicos, ensaios críticos, dicionários e artigos científicos" (OLIVEIRA, 2007, p. 69). Dessa maneira, essa pesquisa bibliográfica teve início com uma busca no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com a procura de resumos de dissertações e teses que tratassem do estudo da disciplina Desenho Geométrico e da História da Matemática. Nessa pesquisa, o professor-pesquisador percebeu que não havia registros de muitas pesquisas que envolvessem, em um mesmo trabalho, essas duas temáticas. Assim, buscou-se levantar artigos, dissertações e teses que tratavam dos assuntos Desenho Geométrico e História da Matemática, procurando por esses temas individualmente.

Em um segundo momento, foi realizada a entrega dos TCLEs (Apêndice 5) por meio dos quais os alunos, juntamente com os pais e a direção da escola, autorizaram a coleta de dados para essa pesquisa. O objetivo desses documentos era informar aos participantes sobre os procedimentos e instrumentos que seriam utilizados nesse estudo, bem como apresentar informações de que os participantes poderiam desistir da participação nessa investigação, a qualquer momento, por vontade própria ou por meio de solicitação dos pais. Esses documentos também apresentavam a garantia do sigilo com relação à identificação dos participantes, pois os seus nomes foram substituídos por códigos, que foram identificados apenas pelo professor-pesquisador. Os códigos que começavam pela letra *A* indicam que o(a) participante pertence à turma *A*. Da mesma maneira, os códigos que começavam pela letra *B* indicam que o(a) participante pertence à turma *B*. Utilizou-se, também, números adjacentes a essas letras que diferenciavam os alunos de uma mesma turma, como por exemplo, *A1*, *A2*, ..., *A20* ou *B1*, *B2*, ..., *B21*. Essa numeração obedeceu a uma ordem aleatória, elaborada pelo professor-pesquisador, sendo diferente da ordem alfabética constante no diário de classe da disciplina de Desenho Geométrico.

Em 09 de fevereiro de 2012, o 1º questionário (Apêndice 1) foi respondido pelos participantes desse estudo, tendo por objetivo a coleta de dados que auxiliaram o professor-pesquisador a traçar um perfil dos alunos das turmas *A* e *B*. Por meio de uma atividade diagnóstica de construção geométrica (Apêndice 6) e, de acordo com as respostas obtidas pelo questionário I, o professor-pesquisador constatou que a maioria dos participantes demonstrou ter algum tipo de dificuldade com o manejo dos instrumentais necessários para o desenvolvimento dos conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico. Por esse motivo, o professor-pesquisador resolveu adiar o início das atividades propostas para esse estudo para o dia 29 de março de 2012, para que nesse período de tempo, os alunos tivessem a oportunidade de praticar o manejo desses instrumentais como, por exemplo, a régua, o esquadro, o compasso e o transferidor.

Durante o período de tempo entre o preenchimento do questionário I e o início do trabalho de campo, o professor-pesquisador, juntamente com os seus orientadores, elaboraram as atividades das aulas (Apêndice 4) que seriam realizadas pelos participantes das duas turmas desse estudo. Essas atividades, iniciadas normalmente por historietas, foram elaboradas visando apresentar algumas justificativas para os traçados realizados na disciplina Desenho Geométrico e relacioná-las com a História da Matemática, a Álgebra e a Geometria.

Durante a realização do trabalho de campo, no dia 03 de maio de 2012, foi respondido o questionário II (Apêndice 2) que tinha o objetivo de coletar informações sobre o andamento do projeto, analisar como os participantes descreviam as atividades realizadas, verificar se houve diminuição das dificuldades manifestadas nas respostas dadas aos questionamentos do primeiro questionário e, também, constatar a percepção dos participantes desse estudo quanto às disciplinas Desenho Geométrico e História da Matemática. No dia 06 de setembro de 2012, foi aplicado o terceiro questionário (Apêndice 3), que foi composto apenas por questões abertas. Esse questionário visou levantar dados qualitativos, que apresentassem principalmente possíveis contribuições pedagógicas da utilização da História da Matemática, como um recurso didático, potencializador da aprendizagem na disciplina Desenho Geométrico.

Após a coleta, a análise dos dados foi embasada nos princípios propostos pela Teoria Fundamentada, que visou analisar a amostra coletada de maneira sistemática, até a sua saturação teórica, isto é, até que dados novos ou relevantes não fossem mais determinados ou que começassem a se repetir (GASQUE, 2007).

2.6. Design da Pesquisa

A Teoria Fundamentada é "uma metodologia de natureza exploratória que enfatiza a geração e o desenvolvimento de teorias que especificam o fenômeno e as condições para a sua manifestação" (GASQUE, 2007, p. 90). Dessa maneira, "os conceitos emergentes dos dados empíricos são blocos fundamentais da construção da teoria" (GASQUE, 2007, p. 90). Nesse contexto, um dos objetivos principais da Teoria Fundamentada é permitir que os pesquisadores elaborem uma teoria que possa responder, diretamente ou indiretamente à pergunta da pesquisa a partir de observações de um conjunto de ações examinadas e relatadas por esses pesquisadores.

Assim, essa teoria descreve o fenômeno sob estudo, analisando-o e interpretando-o. Na Teoria Fundamentada, o fenômeno estudado é descoberto e desenvolvido por meio de uma sistemática coleta e análise de dados (STRAUSS e CORBIN, 1990).

Nessa perspectiva, essa teoria exige:

> (....) o exercício do pensamento criativo no processo de teorização, devendo o investigador ter a capacidade de retroceder e analisar situações de forma crítica e reflexiva; ter sensibilidade às palavras, às ações dos informantes e perceber as tendências que os dados apontam; ter sensibilidade aguçada para elaborar perguntas pertinentes; ter capacidade de pensar o abstrato, de reconhecer/perceber além do óbvio; ser flexível e aberto a críticas, além de ter capacidade de interpretar os dados indutiva e indutivamente, nomear categorias adequadamente, realizar comparações entre as diversas categorias e criar um esquema analítico interpretativo inovador (BAGGIO et al, 2011, p.179).

Então, com base nas leituras de Glaser e Strauss (1967), Gasque (2007), Baggio et al (2011) e Pinto (2012), verifica-se que, nessa metodologia de pesquisa, existe a necessidade de que os pesquisadores, após levantarem os dados, os separe, classificando-os e sintetizando-os por meio de codificações[10]. Dessa maneira, de acordo com Gasque (2007), a Teoria Fundamentada baseia-se em três etapas:

1) A amostragem teórica.
2) A codificação dos dados.
3) A redação da teoria.

A amostragem teórica é o processo de coleta de dados para a geração da teoria, sendo assim os pesquisadores "analisa[m], coleta[m], codifica[m] e interpreta[m] conjuntamente os dados, decidindo quais serão coletados a seguir e onde encontrá-los para

[10]Codificar os dados significa organizá-los em categorias semelhantes.

fundamentar a teoria emergente” (GLASER e STRAUSS, 1967, p. 45). Desse modo, a amostragem teórica tem como objetivo “maximizar as oportunidades de obtenção de dados para auxiliar na explicação das categorias, em termos de suas propriedades e dimensões, objetivando o desenvolvimento conceitual e teórico do estudo” (BAGGIO e ERDMANN, 2011, p. 180).

Após a definição da amostra teórica, a segunda etapa do processo é a codificação dos dados coletados, que são categoricamente rotulados de acordo com as suas características, sendo assim, organizados por meio de categorias semelhantes (GASQUE, 2007). Nessa fase, a codificação dos dados envolve “comparações constantes entre fenômenos, casos e conceitos, as quais conduzem ao desenvolvimento de teorias por meio da abstração e relações entre os elementos” (FLICK, 2004 *apud* GASQUE, 2007, p. 93).

Na Teoria Fundamentada, os dados são analisados por meio de três tipos de codificações (GLASER e STRAUSS, 1967):

- Codificação Aberta.
- Codificação Axial.
- Codificação Seletiva.

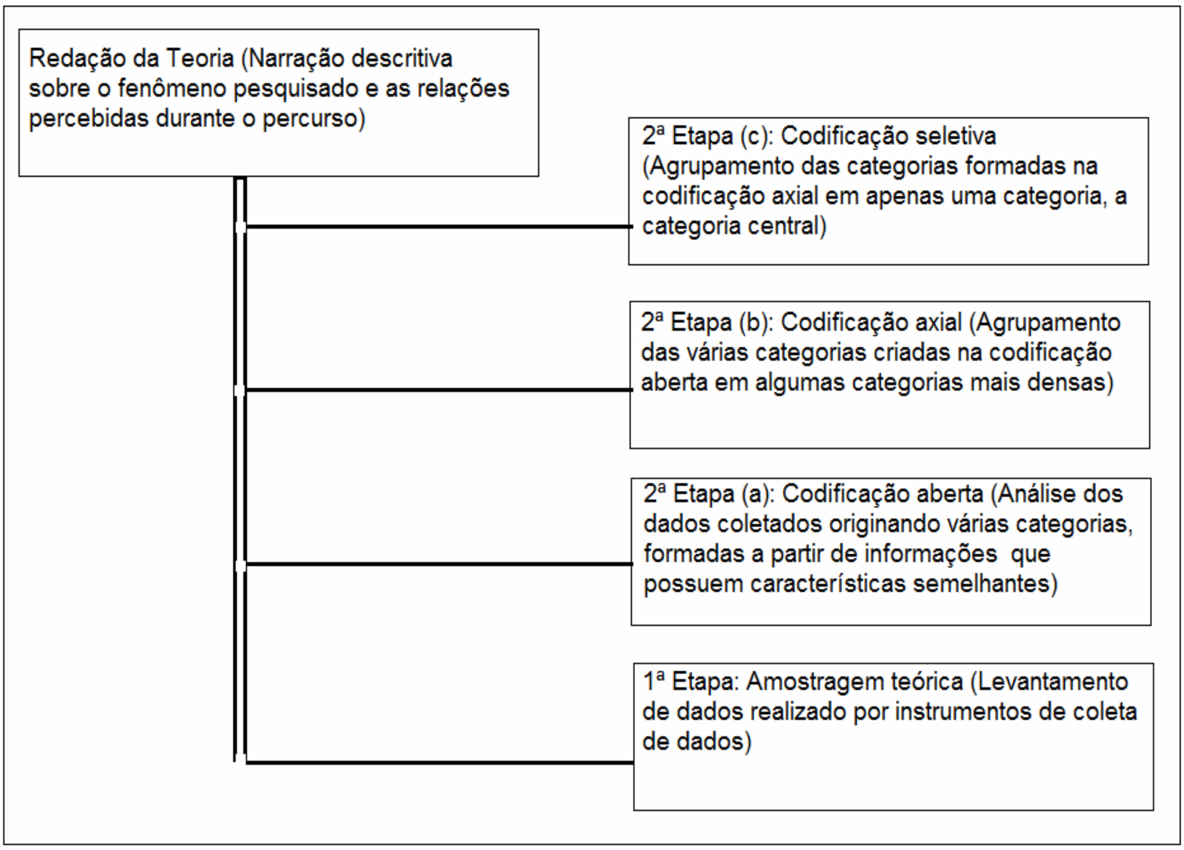
A codificação aberta “é o processo analítico pelos quais os conceitos são identificados e desenvolvidos em relação a suas propriedades e dimensões” (PINTO, 2012, p. 5). Nesse tipo de codificação, os dados coletados nos instrumentos de coleta são analisados linha por linha, frase por frase e parágrafo por parágrafo (GASQUE, 2007). Sendo assim, nessa fase de codificação, várias categorias emergem dos dados e se tornarão subcategorias da próxima fase de codificação, que é denominada de codificação axial. Na codificação axial, categorias mais densas são elaboradas, pois são melhor desenvolvidas e relacionadas (BAGGIO e ERDMANN, 2011), englobando as categorias formuladas na fase anterior.

A última fase do processo de codificação é a seletiva, que tem como objetivo “integrar e refinar categorias em um nível mais abstrato” (GASQUE, 2007, p. 100). Nessa fase, uma categoria central é elaborada para englobar as outras categorias que foram previamente formuladas. Nessa direção, a “categoria central é essencial para todos os elementos da teoria [emergente], pois é a partir dela que as propriedades e dimensões devem ser identificadas” (GASQUE, 2007, p. 100). Essa categoria também pode ser definida como a ideia central do estudo (BAGGIO e ERDMANN, 2011).

Após a realização das três fases de codificação, a redação da teoria emergida dos dados é elaborada. Esse processo "consiste numa narrativa descritiva sobre o fenômeno pesquisado" (PINTO, 2012, p. 6). Para a validação dessa teoria, é necessário comparar os conceitos estudados e as suas relações com os dados coletados (BAGGIO e ERDMANN, 2011). No entanto, ressalta-se que a teoria desenvolvida possui similaridades com as demais teorias existentes, que foram interpretações investigadas por outros investigadores e pesquisadores (STRAUSS e CORBIN, 1990).

Dessa maneira, nesse estudo, com embasamento na Teoria Fundamentada, os dados foram coletados, buscando-se por meio de sua análise e interpretação, o levantamento de possíveis potencialidades da História da Matemática no ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico. A figura 5 apresenta as etapas propostas pela Teoria Fundamentada, que guiaram o processo de coleta e análise de dados desse estudo.

Figura 5: As etapas propostas pela Teoria Fundamentada

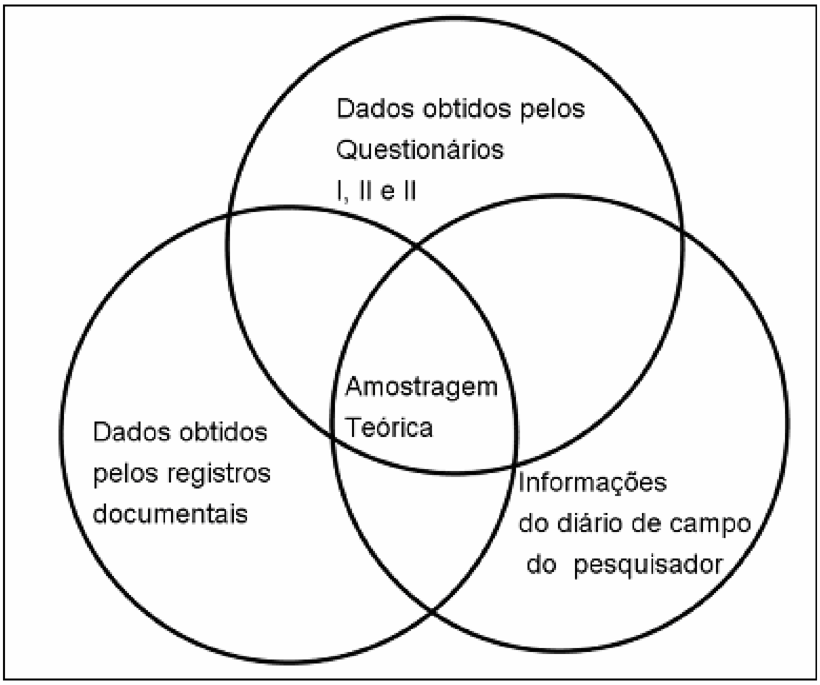


Fonte: Diagrama baseado em Gasque (2007)

Com a finalidade de estabelecer um rigor metodológico para esse estudo utilizou-se a triangulação[11] dos dados coletados por meio das informações obtidas nos questionários, no registro documental das aulas e no caderno de campo do professor-pesquisador. Nesse contexto, a triangulação permitiu uma visão multidimensional do objeto de análise desse estudo, pois auxiliou a reduzir as distorções possíveis quando se utiliza um único método de coleta de dados (GUNTHER, 2006).

Assim, a triangulação dos dados e os procedimentos metodológicos, descritos nesse estudo, guiaram o professor-pesquisador em direção à obtenção de uma resposta para a questão de investigação de acordo com as fases da Teoria Fundamentada. Então, por meio dos dados coletados nessa pesquisa, buscou-se, com a utilização da triangulação, a comparação e a convergência dos dados obtidos nos três instrumentos de coleta com a revisão de literatura de acordo com os procedimentos utilizados na Teoria Fundamentada. A figura 6 ilustra a triangulação dos dados obtidos por meio dos instrumentos utilizados para a coleta de dados dessa pesquisa.

Figura 6: A triangulação dos dados obtidos por meio dos instrumentos utilizados para a coleta de dados



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

[11]A triangulação de dados em uma pesquisa qualitativa é uma maneira de conferir os dados coletados, relacionando as coletas realizadas em diferentes instrumentos por meio de uma análise realizada de maneira conjunta.

Finalizando, os dados coletados foram confrontados, buscando a obtenção da amostragem teórica que geraram as categorias para análise e o desenvolvimento de uma teoria emergente fundamentada nesses dados, para a aquisição de uma resposta para a questão de investigação.

2.7. Análise dos Dados

Os dados coletados, que se constituem na amostragem teórica desse estudo, foram transcritos em documentos para análise, sendo codificados de acordo com as propostas pela Teoria Fundamentada.

Na codificação aberta, os dados transcritos foram enquadrados em várias subcategorias, que foram construídas visando determinar quais as potencialidades da História da Matemática, que foram levantadas no referencial teórico, poderiam ser utilizadas nesse estudo. Em seguida, essas subcategorias foram transformadas em categorias que foram englobadas em uma categoria mais densa. Na última fase de codificação dos dados, essas categorias foram englobadas em uma categoria central, denominada de *Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico.*

Nesse contexto, o relacionamento existente entre essas categorias e a problemática dessa pesquisa permitiu a redação de uma teoria emergente que foi baseada nos resultados, na análise e na interpretação dos dados coletados, expondo as suas relações e os seus conceitos a partir da observação específica do fenômeno estudado visando entendê-lo e explicá-lo ao invés de somente descrevê-lo com base nas informações obtidas durante a condução desse estudo.

CAPÍTULO 3

ANALISANDO OS DADOS COLETADOS: EM BUSCA DAS CODIFICAÇÕES ABERTA E AXIAL

Este capítulo apresenta o resultado da análise dos dados coletados nos questionários I, II e III e, também, uma breve descrição de 6 (seis) das 14 (quatorze) aulas e suas respectivas atividades constantes no registro documental, que foram realizadas durante o trabalho de campo dessa pesquisa. As respostas dos participantes para os questionários e para as atividades bem como o relato das aulas por meio das observações descritas pelo professor-pesquisador e registradas no caderno de campo foram transcritas, codificadas e analisadas.

Objetivando uma maior disponibilidade de tempo para a análise mais detalhada dos dados coletados durante a condução desse estudo, o professor-pesquisador escolheu 6 (seis) das 14 (quatorze) aulas por causa da expressividade de dados que possuíam em relação as demais aulas que compõem o registro documental. Por outro lado, a escolha dessas aulas também se justificou devido à saturação dos dados brutos por meio da qual as informações relevantes ou novas pararam de emergir no processo de análise de dados das aulas 02, 04, 05, 07, 08 e 13. O quadro 5 apresenta o tema de cada uma das 6 (seis) aulas escolhidas para a análise dos dados brutos coletados.

Quadro 5: Objetivos e conteúdos das 6 (seis) aulas escolhidas para a análise dos dados brutos

Aula	Assunto	Objetivos
02	Teorema de Tales	Apresentar o Teorema de Tales e validá-lo por meio de atividades de construções geométricas.
04	Semelhança de polígonos	Construir o conceito de semelhança de polígonos por meio de construções geométricas e buscar a ligação entre essas construções e o Teorema de Tales.
05	Semelhança de triângulos	Apresentar o conceito de semelhança de triângulo como um caso especial de semelhança de polígonos e testá-lo por meio de atividades de construções geométricas.
07	Teorema de Pitágoras	Apresentar o Teorema de Pitágoras e validá-lo por meio de atividades de construções geométricas.
08	Atividades com o Teorema de Pitágoras	Construir o conceito do Teorema de Pitágoras por meio de construção de um tangram.
13	Cálculos com construções geométricas	Resolução de atividades que envolvem operações matemáticas por meio das construções geométricas.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

3.1. Procedimentos Metodológicos Adotados para a Análise dos Dados

Primeiramente, o professor-pesquisador utilizou a técnica da amostragem teórica para definir os dados coletados por meio da anotação de indicadores, palavras, ações e conceitos que emergiram durante o processo da análise dos dados. Após o levantamento dos dados brutos iniciais, o professor-pesquisador iniciou os procedimentos de codificação e categorização desses dados de maneira sistemática e simultânea até a sua saturação teórica (GASQUE, 2007). Nessa saturação, os dados começaram a ser repetir, pois informações novas ou relevantes deixaram de ser encontradas. Nesse estudo, a saturação teórica dos dados foi percebida no questionário III e a partir das seis aulas analisadas.

Após o levantamento dos dados brutos iniciais por meio da amostragem teórica, esses dados foram divididos, conceitualizados e relacionados entre si. Nesse direcionamento, o processo analítico foi iniciado com a *codificação aberta*, na qual os dados foram examinados cuidadosamente, linha por linha, frase por frase, parágrafo por parágrafo, divididos em partes distintas e comparados para descobrir semelhanças e diferenças entre esses dados (STRAUSS e CORBIN, 1990). O quadro 6 mostra um exemplo desse processo de codificação.

Quadro 6: Exemplo de codificação aberta

Dados Brutos Coletados	Codificação Aberta (Códigos Preliminares)
As atividades realizadas [na aula de Desenho Geométrico] foram muito interessantes pois, além de ensinar a matéria, é interessante saber a história (1) e as motivações que levaram ao desenvolvimento da filosofia (2). As história contadas pelo professor ajudava a gente a lembrar de algumas fórmulas matemáticas (3).	1. Interesse pela atividade por meio da utilização da História da Matemática. 2. Ensino interdisciplinar 3. Métodos para o ensino e aprendizagem da disciplina de Desenho Geométrico

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Continuando o processo analítico, a *codificação axial* foi iniciada com o desenvolvimento de uma análise mais aprofundada dos dados, partindo da codificação aberta realizada anteriormente. Dessa maneira, os dados foram reagrupados de outras maneiras, buscando relacionar as categorias e subcategorias, originando, assim, os códigos conceituais (STRAUSS e CORBIN, 1990). O principal objetivo dessa etapa foi reorganizar os códigos em um nível maior de abstração. O quadro 7 mostra um exemplo da codificação axial.

Quadro 7: Exemplo de codificação axial

Codificação Aberta (Códigos Preliminares)	**Codificação Axial (Categorias Conceituais)**
1. Interesse pela atividade por meio da utilização da história da Matemática	História da Matemática como fonte de motivação
2. Ensino interdisciplinar	História da Matemática como uma fonte de objetivos para o ensino do Desenho Geométrico
3. Métodos para o ensino e aprendizagem da disciplina de Desenho Geométrico	A História como uma fonte de métodos para o ensino e aprendizagem do Desenho Geométrico

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Nesse estudo, as codificações aberta e axial foram necessárias para a elaboração da teoria que emergiu dos dados coletados denominada de *Potencializando o Ensino e Aprendizagem do Desenho Geométrico por meio da História da Matemática*, que foram analisados e interpretados de acordo as etapas previstas pela Teoria Fundamentada (STRAUSS e CORBIN, 1990).

.

3.2. Análise dos Dados Coletados

A coleta e a análise de dados ocorreram simultaneamente durante todas as etapas desse estudo, pois essa é uma característica importante da Teoria Fundamentada. Nesse contexto, apresenta-se a análise dos dados coletados nos instrumentos de coleta utilizados nessa pesquisa.

3.2.1. Dados Coletados no Questionário I

Dos 41 alunos participantes da pesquisa, 39 (95%) responderam a esse questionário inicial, que foi aplicado antes do início das aulas e da realização das atividades propostas para esse estudo. Desses participantes, 2 (5%) não responderam ao questionário, pois estavam ausentes no dia da aplicação dessa atividade.

3.2.1.1. Analisando os Dados Coletados no Questionário I

O quadro 8 mostra as respostas dadas pelos participantes desse estudo sobre o questionamento referente à disciplina Desenho Geométrico.

Quadro 8: Respostas dos participantes sobre a disciplina Desenho Geométrico

Respostas	**Número de Participantes**	**Porcentagem**
Considera cansativa e desnecessária, pois exige que os alunos decorem certos traçados.	**1**	**3%**
Considera cansativa, mas necessária, apesar de se exigir que os alunos decorem certos traçados.	**4**	**10%**
Considera cansativa, mas necessária, pois ensina construções geométricas importantes para o aprendizado de Geometria.	**26**	**67%**
Considera motivante, pois ensina construções geométricas importantes para o aprendizado de Geometria.	**8**	**20%**
Considera que, apesar de importante, não ajuda no ensino da Geometria.	**0**	**0%**
TOTAL	**39**	**100%**

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Com base nos dados analisados no quadro 8, infere-se que 26 (67%) dos participantes se mostram insatisfeitos com a atual metodologia utilizada nas aulas tradicionais da disciplina de Desenho Geométrico, porém, afirmam que consideram essa disciplina importante para o aprendizado dos conteúdos geométricos. Esse contexto está de acordo com Montenegro (1991) que afirma que o ensino do Desenho Geométrico ensinado na maioria das escolas é mecânico, pois exige que os alunos decorem uma grande quantidade de traçados sem a preocupação de conectar esse conhecimento ao ensino da Geometria.

O quadro 9 mostra as respostas dadas pelos alunos sobre o interesse para saber o motivo ou os *porquês* em estudar algum conteúdo específico de Geometria.

Quadro 9: Interesse em estudar algum conteúdo específico de Geometria

Respostas	**Participantes**	**Porcentagem**
Sim (tem interesse)	**25**	**64%**
Não (não tem interesse)	**14**	**36%**
TOTAL	**39**	**100%**

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados do quadro 9 mostra que 25 (64%) participantes se interessaram em saber o *porquê* dos conteúdos aprendidos em Geometria. Esse resultado ressalta a necessidade de se ensinar os conteúdos matemáticos, seja eles aritméticos, algébricos ou geométricos, apresentando a explicação dos *porquês* desse estudo. Nesse sentido, Lorenzato (2010) afirma que é importante “escolher um tipo de ensino que opta por processo e não por resultado, opta por aprendizagem com significado e não por simples memorização" (p. 97-98).

O quadro 10 mostra as respostas dadas pelos alunos para verificar se o conhecimento dos *porquês* de um determinado conteúdo matemático pode ser considerado como um fator motivante para o estudo da Matemática.

Quadro 10: O conhecimento dos porquês de um determinado conteúdo como um fator motivante para o estudo da Matemática

Respostas	Participantes	Porcentagem
Sim (sim motiva)	**25**	**64%**
Talvez (talvez motivaria)	**13**	**33%**
Não (não motiva)	**1**	**3%**
TOTAL	**39**	**100%**

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados do quadro 10 mostra que 25 (64%) dos participantes afirmam que o conhecimento sobre os motivos ou os *porquês* de se estudar um determinado conteúdo matemático ou geométrico, pode motivá-los para esse estudo. Diante dessa perspectiva, Lorenzato (2010) afirma que a "presença do porquê indica que a situação de aprendizagem está ganhando sentido" (LORENZATO, 2010, p. 97). Esse mesmo autor argumenta que o entendimento desses *porquês* pode favorecer aos alunos a compreensão dos conteúdos matemáticos, seja eles aritméticos, algébricos ou geométricos.

O quadro 11 mostra as respostas dadas pelos alunos com relação à importância de se conhecer a história do surgimento de um determinado conteúdo matemático para o ensino e aprendizagem da matemática.

Quadro 11: Respostas dadas pelos alunos sobre a importância de se conhecer a história do surgimento de um determinado conteúdo matemático

Respostas	Participantes	Porcentagem
Sim (consideram importante se conhecer a história do surgimento de um determinado conteúdo matemático).	**28**	**72%**
Não (não consideram importante se conhecer a história do surgimento de um determinado conteúdo matemático).	**11**	**28%**
TOTAL	**39**	**100%**

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados mostra que 28 (72%) dos participantes afirmam que consideram importante conhecer a história dos conteúdos matemáticos aprendidos nas salas de aula. De acordo com Lorenzato (2010), a maioria das aulas de Matemática pode ser motivada pela utilização didática da História da Matemática. Complementando essa perspectiva, Fauvel (1991) *apud* Mendes et al (2009) argumenta que, além de promover a motivação dos alunos para a aprendizagem da Matemática, essa disciplina pode humanizar o seu ensino, contribuindo para que os alunos compreendam como os conceitos matemáticos e geométricos se desenvolveram no decorrer da história.

3.2.2. Dados Coletados no questionário II

De acordo com os procedimentos metodológicos utilizados nessa pesquisa, o objetivo principal desse questionário foi verificar se houve modificações com relação às respostas dadas para as questões propostas no primeiro questionário. Dessa maneira, é importante ressaltar que esse questionário foi aplicado após a realização da quarta aula das 14 previstas para o trabalho de campo desse estudo. Esse questionário foi respondido por 37 (90%) dos 41 participantes, sendo que 4 (10%) não lhe responderam, pois estavam ausentes no dia de aplicação desse instrumento de coleta de dados.

3.2.2.1. Analisando os Dados Coletados no Questionário II

O quadro 12 mostra as respostas dadas pelos alunos sobre a utilização da História da Matemática nas aulas de Desenho Geométrico. Ressalta-se que os participantes puderam escolher uma ou mais opções, havendo, portanto, mais de uma alternativa assinalada como resposta. A tabulação desses dados foi calculada pelo quociente entre o número de marcações (respostas marcadas pelos participantes) pelo seu total.

Quadro 12: Utilização da História da Matemática nas aulas de Desenho Geométrico

Respostas	**Marcação por Questão**	**Porcentagem**
Sua utilização foi muito enfadonha e cansativa.	**6**	**9%**
A História da Matemática pouco contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos de Desenho Geométrico.	**7**	**7%**
História da Matemática levou-me a querer realizar as atividades propostas em sala.	**21**	**10%**
A História da Matemática mostrou-me de onde surgiram certos conteúdos matemáticos e geométricos.	**11**	**30%**
A História da Matemática contribuiu para a minha aprendizagem dos conteúdos de Desenho Geométrico	**5**	**16%**
A História da Matemática mostrou-me que a Matemática é uma criação humana que foi se desenvolvendo a partir de necessidades e com erros e acertos.	**19**	**28%**
TOTAL	**69**	**100%**

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados revela que 58% das respostas dadas pelos participantes estão relacionadas com o ponto de vista de que a História da Matemática pode mostrar aos alunos de onde surgiram certos conteúdos matemáticos, auxiliando-os a entenderem a Matemática como uma criação humana, que se desenvolveu e continua se desenvolvendo a partir das necessidades cotidianas da humanidade. Nessa perspectiva, é importante que os alunos consigam perceber que os cientistas e matemáticos enfrentaram desafios e dificuldades, em vários momentos da história, para desenvolver as teorias matemáticas estudadas na atualidade (TRIVIZOLI e MARIOTTO, 2011).

Por outro lado, buscando atingir o objetivo desse questionário, que era avaliar o andamento das atividades até o momento de sua aplicação após a quarta aula do trabalho de campo, o professor-pesquisador utilizou esse questionário para que os participantes descrevessem as suas opiniões sobre as atividades que estavam sendo realizadas até aquele momento.

Com base na análise quantitativa e qualitativa dos dados coletados para esse questionamento, infere-se que houve uma aprovação das atividades propostas, pois 26 (70%) dos participantes manifestaram que as atividades foram produtivas. Por exemplo, um dos participantes da turma *B* afirmou que:

> Eu achei muito interessante, pois, com certeza, o que aprendi com o professor irá me ajudar bastante, e as aulas foram bem produtivas, todos os alunos colaboraram, e o professor conseguiu passar todas as atividades.

Em contrapartida, 9 (24%) participantes manifestaram insatisfações com as atividades realizadas. Por exemplo, um participante da turma *A*, afirmou que "as atividades são cansativas, pois tem muitos traçados para fazer". Por outro lado, 2 (6%) participantes não opinaram sobre essa questão.

Os dados analisados também mostram que 11 (30%) dos 37 participantes que responderam a esse questionamento afirmaram que as atividades propostas nesse estudo, até o momento da aplicação dessa atividade, foram cansativas, difíceis e complicadas. Por exemplo, um participante da turma *A* afirmou que "em minha opinião, achei muito cansativa, mas no fundo, acho necessária" enquanto que um participante da turma *B* argumentou que "apesar de ser cansativa, é necessária, dependendo de sua futura profissão. As atividades trabalhadas em todo esse tempo são cansativas e exigem muito tempo para serem concluídas". Nesse direcionamento, um participante da turma *B* argumentou que "muitas vezes é cansativo realizar as construções, pois necessita de muito tempo, repetição e reconstruções".

Como o objetivo principal do questionário II foi avaliar o andamento das atividades até o momento da aplicação desse questionário, a análise das respostas dadas pelos participantes mostrou que as atividades propostas eram cansativas, complicadas e difíceis, sendo determinantes para a mudança de atitude do professor-pesquisador na condução do trabalho de campo desse estudo. Nesse sentido, essas respostas mostraram que era necessário a redução do número de atividades propostas para as aulas posteriores. Essa abordagem visou a uma disponibilidade de tempo para que professor-pesquisador pudesse sanar as dúvidas e adequar as atividades futuras para que os participantes as terminassem no prazo previsto no planejamento escolar para a condução desse estudo.

A análise dos dados desse questionário referentes às atividades realizadas pelos participantes até a quarta aula do registro documental, que envolviam a História da Matemática como recurso didático, mostra indícios de que houve motivação para a realização dessas tarefas. Por exemplo, um participante da turma *A* que afirmou que “foi muito bom, podíamos fazer mais, pois é muito legal. Eu gosto de aprender mais sobre a história da Geometria, e estudar alguns mestres da Matemática”, enquanto um dos alunos da turma *B* afirmou que “as atividades realizadas na disciplina Desenho Geométrico são muito interessantes, ajudando a entender mais a matéria”.

O resultado dessa análise também mostra que surgiram ideias envolvendo interdisciplinaridade, pois um dos alunos da turma *A* relata que “achei bom, alguns assuntos abordados em sala de aula de Geometria [Desenho Geométrico] também são discutidos nas aulas de Matemática, auxiliando a compreender melhor o conteúdo”. Essas atividades também contribuíram para o aprendizado dos participantes, pois um dos alunos da turma *A* afirmou que “as atividades realizadas ajudaram a ter um conhecimento mais amplo da matéria”. Corroborando com esse ponto de vista, um participante da turma *B* relata que “achei-as [atividades] interessantes e necessárias [para] a construção de várias figuras geométricas e para o estudo da Geometria em geral”. De acordo com essa análise, a utilização da História da Matemática pode favorecer a interdisciplinaridade (OZÁMIZ e PEREZ, 1993), facilitando a aprendizagem dos conteúdos matemáticos a serem ensinados (BIANCHINI, 2006; TRIVIZOLI et al, 2011).

Nesse direcionamento, um dos participantes da turma *A* comenta que ficou motivado com o estudo dos conteúdos ensinados, pois havia entendido o *porquê* da necessidade de aprender aquele conteúdo curricular:

> Nos anos já passados eu admito que nunca aprendi a matéria, não tinha muito interesse, pois sempre achava que antigamente os matemáticos eram desocupados mas só esse ano, com o estudo da História da Matemática eu entendi os motivos de suas invenções, como eles faziam e sua linha de raciocínio. Achei muito interessante e tenho vontade de continuar a aprender.

A análise dos dados também revela que a realização das atividades foi fundamental para o processo de ensino e aprendizagem, pois de acordo com esse participante, forneceu "noções sobre a História da Matemática".

Dessa maneira, as manifestações dos participantes apresentadas nesse questionário estão de acordo com o ponto de vista de Fauvel (1991) *apud* Mendes, Carvalho, Brito e Miguel (2009) que afirma que a utilização da História no ensino e aprendizagem da Matemática pode aumentar a motivação para a aprendizagem dessa disciplina, além de humanizá-la e contribuir para que os alunos entendam como os conceitos matemáticos e geométricos se desenvolveram no decorrer da história.

3.2.3. Analisando os Dados Coletados no Questionário III

Esse questionário, que foi aplicado depois do término do trabalho de campo, após as 14 aulas planejadas para esse trabalho, tinha como principal objetivo coletar dados qualitativos que auxiliassem o professor-pesquisador a obter subsídios para responder à problemática desse estudo. Esse questionário foi composto por 10 questões abertas, que foram respondidas por 38 (93%) participantes. Ressalta-se que 3 (7%) dos participantes faltaram no dia da aplicação desse instrumento de coleta de dados.

3.2.3.1. Sobre a Disciplina Desenho Geométrico

A quantificação dos dados qualitativos desse questionário revela que 20 (53%) dos participantes desse estudo não consideram a disciplina Desenho Geométrico cansativa. Por exemplo, um participante da turma *A* argumentou que "eu não acho cansativa, pois é muito interessante e sem a matemática e a geometria não somos nada" enquanto que um participante da turma *B* afirmou que essa disciplina não é cansativa, pois "é bem legal você conseguir ver [o] que está ocorrendo e como se resolve determinado problema matemático por meio de desenho".

Em contrapartida, 7 (18%) dos 38 participantes que responderam a esse questionário, consideram a disciplina de Desenho Geométrico cansativa. Por exemplo, um dos participantes da turma *A*, que afirma que o cansaço em relação a essa disciplina “depende, [pois] quando temos que fazer uma construção grande ou confusa, eu acho [a disciplina de Desenho Geométrico] cansativa”.

Por outro lado, 11 (29%) participantes afirmam que, às vezes, essa disciplina é considerada cansativa. A análise dos dados também mostra que os 18 (47%) participantes que declararam que essa disciplina é cansativa ou, às vezes, cansativa, afirmam ter dificuldades com as construções geométricas, devido ao grande número de traçados e, também, devido à dificuldade que possuem com o manejo do instrumental necessário para esse tipo de atividade. Por exemplo, uma participante da turma *A* afirmou que “considero às vezes um pouco cansativa, pois requer o manuseio de muitos instrumentos”. Nesse direcionamento, uma participante da turma *B* argumentou que o seu cansaço “depende [de] quando tenho que fazer uma construção grande ou confusa”.

Em uma análise mais aprofundada dos dados por meio da comparação dos resultados desse questionário com as respostas fornecidas no questionário I, foi verificado que houve uma redução de 62% na quantidade de participantes que afirmaram que essa disciplina era cansativa ou uma redução de 33% nessa quantidade, se forem considerados também os alunos que responderam que, às vezes, o Desenho Geométrico é uma disciplina cansativa.

3.2.3.2 A Relação entre o Estudo da Geometria e da Álgebra

Sobre a relação existente entre o estudo da Geometria e da Álgebra com o estudo da disciplina Desenho Geométrico, a quantificação dos dados qualitativos mostra que 35 (92%) dos alunos participantes afirmaram que conseguem perceber o relacionamento entre essas duas áreas de estudo. Por exemplo, um participante da turma *A* afirmou que esse relacionamento existe, pois “a Álgebra é a parte teórica, enquanto a Geometria é a parte prática. Juntas, formam a Matemática”. Ressalta-se que a análise desses dados também mostra que 10 (26%) dos participantes consideram que esse relacionamento proporcionou uma contribuição pedagógica para o estudo de ambas as disciplinas. Nesse sentido, um participante da turma *B* comenta que o “estudo da Geometria e da Álgebra ajuda a entender o desenho geométrico e a construção fica mais fácil de fazer”. Esse resultado é corroborado pelo ponto de vista de Jorge (2008) que afirma que essas disciplinas se complementam apesar de terem características próprias.

3.2.3.3. A Importância do Desenho Geométrico para o Estudo da Geometria

Com relação à importância da disciplina de Desenho Geométrico para o estudo da Geometria, a quantificação dos dados qualitativos mostra que 37 (97%) dos participantes afirmaram que o estudo da disciplina de Desenho Geométrico contribuiu positivamente para o ensino de conteúdos geométricos. Por exemplo, um participante da turma *B* argumenta que “o estudo do Desenho Geométrico é muito importante para a Geometria, pois é a parte técnica que aprendemos e que depois pode ser aplicada na Geometria”. Esse fato é corroborado pelos resultados dos estudos conduzidos por Kalter (1986) e Guarnieri (2011) que mostram que os alunos que estudaram os conteúdos curriculares da disciplina de Desenho Geométrico têm resultados mais significativos no aprendizado de Geometria em relação àqueles que não estudaram essa disciplina no currículo escolar.

A análise desses dados também mostra o desenvolvimento de atitudes positivas nos participantes como, por exemplo, a predisposição para utilizar os conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver problemas em contextos diversos (BRASIL, 1998). Nesse direcionamento, um participante da turma *B* afirma que “a disciplina de Desenho Geométrico é interessante, pois ensina a aplicação do conteúdo matemático em situações do dia-a-dia”.

3.2.3.4. A Utilização da História da Matemática nas Aulas de Desenho Geométrico

Sobre como foi à utilização da História da Matemática nas aulas de Desenho Geométrico, 21 (55%) dos participantes afirmaram que, nessas aulas, a História da Matemática foi utilizada para apresentar como as ideias matemáticas e geométricas estudadas surgiram e o *porquê* da necessidade desse estudo. Por exemplo, um dos alunos da turma *A* afirmou que “a história é utilizada para mostrar como que o pensador pensou sua ideia na época em que vivia”, enquanto um dos alunos da turma *B* afirmou que a História da Matemática, nas aulas de Desenho Geométrico, foi “utilizada principalmente para chegarmos à conclusão de determinados conceitos e também para percebermos a evolução da Matemática”. Esses dados confirmam os resultados obtidos pelo estudo conduzido por Mendes (2009), que mostra que a História da Matemática pode contribuir para a busca da explicação dos *porquês* do ensino da Matemática e da Geometria.

De acordo com esse contexto, 10 (26%) participantes afirmaram que a História da Matemática foi utilizada para auxiliar o entendimento das fórmulas utilizadas em Matemática e Geometria. Por exemplo, um dos participantes da turma *A* afirmou que:

> O professor contava histórias da Matemática para iniciar a aula e explicar com clareza tudo o que ele queria que a gente fizesse, e na matemática, lembramos da maioria das coisas que ele falou, porque a Geometria está relacionada a ela.

Esses resultados são corroborados pelas conclusões obtidas no estudo conduzido por Berlingoff e Gouvêa (2008), que defendem a utilização da História da Matemática para auxiliar os alunos a terem um melhor entendimento das fórmulas matemáticas.

A análise dos dados também mostra que 22 (58%) dos participantes afirmaram que a História da Matemática utilizada nas aulas de Desenho Geométrico contribuiu para o entendimento e a compreensão do conteúdo ensinado por meio da humanização do ensino dessa disciplina. Por exemplo, um dos participantes da turma *A* afirmou que a "História da Matemática utilizada nas aulas de Desenho Geométrico facilitou o entendimento de como os matemáticos criaram ou fizeram suas teorias e fórmulas antigamente". Nesse direcionamento, um dos participantes da turma *B* também argumenta que a "História da Matemática apresentada nas aulas de Desenho Geométrico foi utilizada principalmente para se chegar à conclusão de determinados conceitos e, também, para perceber a evolução da Matemática". Essas asserções estão relacionadas com o ponto de vista Fauvel (1991) *apud* Mendes et al (2009) que argumenta que a História da Matemática pode humanizar o ensino da Matemática e contribuir para a compreensão de conceitos matemáticos, seja eles aritméticos, algébricos ou geométricos.

3.2.3.5. O Ato de Contar Histórias Relacionadas com a História da Matemática

Com relação às histórias relacionadas com a História da Matemática que foram contadas no início das aulas de Desenho Geométrico, a quantificação dos dados qualitativos mostra que 35 (92%) participantes se mostraram satisfeitos com essa estratégia pedagógica de ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico. Por exemplo, um participante da turma *A* afirmou que "essas histórias são muito interessantes, pois assim podemos saber de onde surgiram certas ideias que vemos nos conteúdos da Matemática". Concordando com esse ponto de vista, uma participante da turma *B* afirmou que "eu acho legal o professor contar as histórias, pois quando vamos ver a matéria lembramos do que ele disse". Quanto ao ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico, um dos participantes da turma *B* afirmou que a utilização do ato de contar histórias relacionadas com a História da Matemática pode ser considerada como "uma mudança de rotina nas aulas de Desenho Geométrico".

A análise desses dados também revela que 21 (55%) participantes afirmam que as histórias sobre os conteúdos matemáticos que foram contadas durante a realização do trabalho de campo desse estudo contribuíram para que ocorresse uma motivação para o ensino e aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina (FAUVEL, 1991 *apud* MENDES et al, 2009). Por exemplo, um dos participantes da turma *A* afirmou que "essas histórias são muito interessantes, pois assim podemos saber de onde surgiram certas ideias [geométricas]". Compartilhando com esse ponto de vista, um dos participantes da turma *B* afirmou que "essas atividades [são] muito legais e interessantes, o que nos dá vontade de aprender e construir os desenhos".

3.2.3.6. A Utilização da História da Matemática como um Recurso Didático

Com relação à utilização da História da Matemática como um recurso didático nas aulas de Desenho Geométrico, o resultado da quantificação dos dados qualitativos mostra que 34 (90%) dos participantes afirmaram que essa utilização contribuiu para o ensino e aprendizagem de conteúdos de Desenho Geométrico. Por exemplo, um participante da turma *A* argumentou que houve essa contribuição "porque para vivermos o presente temos que perceber o passado, então isso inspirou e mostrou que a matemática vem de uma constante evolução". De acordo com esse ponto de vista, uma participante da turma *B* afirmou que "sem estas histórias, não entenderia a matéria e não entenderia o porquê das coisas". Nessa mesma linha de raciocínio, um dos participantes da turma *B* afirmou que "essas histórias vêm com explicação e ambas são boas maneiras [estratégias] de se interessar por aprender o conteúdo [ensinado]".

3.2.3.7. Aulas do Registro Documental e os dados do caderno de campo do professor-pesquisador

Essa seção apresenta os dados coletados de 6 (seis) das 14 (quatorze) aulas desenvolvidas e propostas para o registro documental desse estudo. Essas aulas são compostas por um breve relato de como se desenvolveram em sala de aula bem como por comentários registrados no caderno de campo do professor-pesquisador, diálogos realizados nas aulas, gravações em áudio e fotos tiradas durante a realização das aulas propostas nesse estudo.

3.2.3.7.1. Aula 02: Apresentando o Teorema de Tales

O objetivo dessa aula foi apresentar Tales de Mileto como um grande matemático e, também, mostrar como ocorreu o início da Matemática demonstrativa. Outro objetivo, após o contexto fornecido pela História da Matemática, foi o de conceituar o Teorema de Tales por meio de atividades experimentais com a utilização do instrumental de desenho, buscando conectar esse aprendizado com o ensino da Geometria Plana.

Nessa aula, estavam presentes 40 (98%) dos 41 participantes que compõe as turmas *A* e *B*. A aula foi realizada no laboratório da escola, que tem mesas maiores, facilitando, dessa maneira, a formação de grupos e o desenvolvimento dos traçados. Para essa aula foram formados 8 (oito) grupos compostos por 5 (cinco) participantes visando facilitar a discussão e a cooperação entre os componentes desses grupos. Porém, todos os participantes deveriam desenvolver as suas próprias atividades, mantendo-as em seus cadernos. A figura 7 mostra alguns participantes de um dos grupos formados na turma *A*.

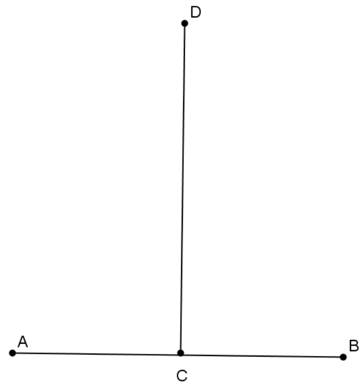
Figura 7: Alunos da Turma *A* realizando os traçados de suas atividades

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A aula se iniciou com o professor-pesquisador relembrando, de maneira breve, o conceito de razão e proporção bem como os seus métodos de resolução, discutindo, por exemplo, o método das tentativas, erros e acertos utilizado pelos antigos egípcios. Esse método era utilizado de maneira mecânica, parecendo receituário por meio dos qual os escribas narravam os passos da resolução dos problemas constantes nos papiros, porém, sem a preocupação de justificá-los. Em seguida, o professor-pesquisador entregou um texto contendo os assuntos que foram estudados na aula 2 (Apêndice 4). O quadro 13 apresenta uma amostra do desenvolvimento das atividades propostas para essa aula.

Quadro 13: Amostra do desenvolvimento da aula 02

Professor-pesquisador (começando a leitura do texto): Durante séculos, o homem fez afirmativas, baseado em observações de regularidades que afetavam sua vida como, por exemplo, as estações do ano, as fases da lua, os períodos de chuvas e de secas, as melhores épocas para o plantio, pesca ou a caça. Essas observações eram consideradas como certezas que ocorriam no dia a dia. Por exemplo, alguém duvida que o Sol sempre nascerá na posição que convencionamos como Leste e irá se pôr na posição que convencionamos de Oeste? (GARBI, 2010b). As ciências, cujas leis "são descobertas por meio de observação do que acontece no mundo, naturalmente ou em experimentos conduzidos pelo próprio homem, são chamadas de Ciências Experimentais" (GARBI, 2010b, p.18). Nessa perspectiva, as leis obtidas por essas ciências são chamadas de leis empíricas. Mas, pode-se afirmar que essas leis sempre serão válidas? Para responder a essa pergunta, observe a figura abaixo e digam quais dos segmentos (AB ou CD) é o maior.



Professor-pesquisador: E aí, é o segmento AB ou é o segmento CD?
Os dados constantes no caderno de **campo do professor-pesquisador** mostram que 5 (12%) dos 40 participantes afirmaram que ambos os segmentos tinham o mesmo tamanho enquanto que 35 (88%) argumentaram que CD era o segmento maior.

Professor-pesquisador (continuando a leitura do texto): Na verdade o segmento AB e o segmento CD têm o mesmo tamanho. Mas, por uma observação rápida, parece que o segmento CD é o maior.

Participante *A16*: Claro que o segmento CD é maior.

Professor-pesquisador (provocando uma reação): Então, pegue uma régua e meça.

Participante *A16*: É mesmo, legal!

Professor-pesquisador (continuando a leitura do texto): Outro exemplo de falha em conclusões baseadas em observação foi a afirmativa de que a Terra era o centro do universo. Os antigos concluíram por observação que a Terra deveria estar imóvel e ser o centro do Universo, em torno do qual todos os outros astros, incluindo o Sol, se moviam. A humanidade acreditou nessa "lei" astronômica por muitos séculos, até que, no século XVI, Nicolau Copérnico (1473-1543) apresentou provas irrefutáveis, também baseadas em observações astronômicas, de que a Terra e os demais planetas orbitam em torno do Sol. A "Lei do Geocentrismo (considera a Terra no centro do Universo) foi abandonada e substituída pelo Heliocentrismo (considera o Sol no centro do Universo) (GARBI, 2010b, p. 19). Dessa maneira, pode-se afirmar que a Matemática empírica aceita um argumento baseado em verificações visuais; assim sendo, não necessita de uma demonstração para realizar uma determinada afirmação. Mas, esse contexto de afirmações por observações mudou radicalmente a partir do século VI, com o Filósofo e Matemático grego Tales de Mileto (640 a.C–550 a.C), que começou afirmar que os conhecimentos matemáticos deveriam ser estabelecidos por raciocínio lógico, em vez de serem estabelecidos por meio de observação, experimentação, tentativa e erro (DANTE, 2009).

Professor-pesquisador (comentário): Deixe-me explicar melhor a importância disso para a Matemática. Vamos ver! Vocês gostam quando eu explico o porquê das coisas que eu ensino ou acham que eu não devo explicar e, apenas afirmar que é assim e pronto?

Participante *A9*: Claro que tem que explicar [professor].

Professor (comentário): Pois é! Sei que tenho que explicar. Mas, foi a partir de Tales de Mileto, que a Matemática deixou de ser formulada por fatos observados, ou por afirmativas feitas por alguém, e passou então, a ter a necessidade de se provar, por argumentos matemáticos, o porquê daquilo que se queria afirmar.

Professor-pesquisador (continuando a leitura do texto): Dessa maneira, o grande passo evolutivo que ocorreu com a Matemática grega, a partir de Tales de Mileto, foi a mudança da própria concepção da Matemática e do modo de estabelecer e justificar os fatos. Os fatos matemáticos, agora, deveriam ser estabelecidos, justificados por procedimentos não empíricos e, sim, por argumentos dedutivos, isso quer dizer, as "afirmações feitas na Matemática devem ser provadas" (GARBI, 2010b, p. 22).

Professor-pesquisador (comentário): Agora vou apresentar para vocês um pouco de Tales de Mileto e algumas razões dele ser tão importante para a Matemática.

Participante *A16*: Fessôr, esse Tales é o mesmo que o professor de Filosofia falou sobre os quatro elementos: Terra, ar, fogo e água?

Professor-pesquisador (comentário): Sim, é o mesmo. E digo mais, além de grande filósofo e matemático, era um grande amante da astronomia, onde dizem que ele chegou até a prever um eclipse solar, com base nos seus estudos. Além de tudo isso, ele era também um grande comerciante. Vou contar uma historinha dele para vocês. Segundo consta em alguns livros de história, Tales, em uma época de pouca safra de azeitona teve uma previsão de que chegaria em breve uma grande colheita desse alimento e, acreditando em sua intuição, alugou todas as prensas extratoras de azeite de sua região, ficando assim muito rico quando essa previsão foi confirmada.

Participante *B13*: Esse cara é bom, hein?

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Em seguida, o professor-pesquisador encerrou o diálogo e retornou ao texto da aula (Apêndice 4) por meio do qual foi lida a história em que Tales de Mileto, utilizando sombras e o seu conhecimento de proporção, conseguiu medir a altura da pirâmide de Quéops. Posteriormente, também foi apresentada uma definição para o Teorema de Tales bem como uma de suas demonstrações matemáticas (Apêndice 4).

Ressalta-se que a análise dos dados registrados no caderno de campo mostra que, no momento da leitura, discussão e comentários realizados sobre o texto entre o professor-pesquisador e os participantes desse estudo, os 40 alunos presentes participaram e se mantiveram atentos às atividades desencadeadas em sala de aula.

Continuando a aula, o professor-pesquisador solicitou que os participantes realizassem a atividade 01 proposta para essa aula. O quadro 14 mostra a resposta dada, para essa atividade, por 02 participantes desse estudo.

Quadro 14: Resolução da atividade 01 por 02 integrantes de grupos distintos

1) Descreva utilizando as suas próprias palavras, que mudança houve na Matemática com as ideias de Tales de Mileto?

houve uma mudança muito significativa que ele passou da observação para o questionamento das coisas e também observou que as coisas começaram a ter sentido

Resposta dada pelo participante *B2*

Tales de Mileto não se satisfazia em apenas solucionar algo, procurava explicar o que era feito.

Resposta dada pelo participante *A9*

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

De acordo com a análise dos dados, 30 (75%) participantes apresentaram indícios que mostram que Tales de Mileto pode ser considerado como um importante questionador e estudioso da antiguidade, que considerava necessário justificar as afirmações matemáticas com as quais trabalhava. Por exemplo, o participante *A4* afirmou que, naquela época, “Tales de Mileto começou a justificar as suas observações”. Nesse direcionamento, um dos objetivos da História da Matemática foi o de contribuir para apresentar o desenvolvimento da Matemática no decorrer da história (FAUVEL, 1991 *apud* MIGUEL et al, 2009).

Contudo, é importante enfatizar que um dos participantes bem como os membros de seu grupo relataram não ter compreendido o Teorema de Tales. Por exemplo, o aluno *B5* afirmou que:

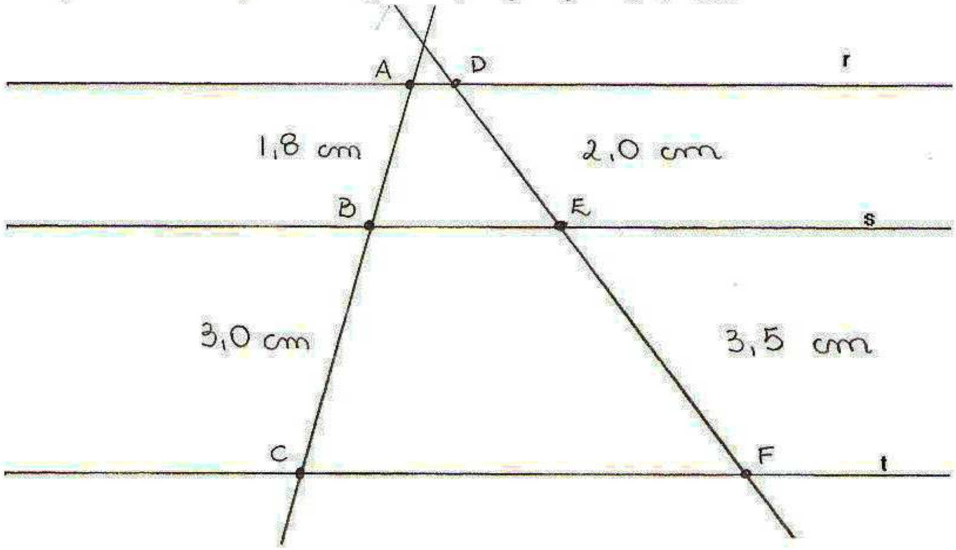
> Eu não entendi muito bem a teoria de Tales de Mileto, mas com a teoria dele, eu descobri que é possível medir as coisas sem encostar nelas, mas eu ainda não entendi bem essa matéria.

No entanto, de acordo com a afirmativa desse participante, está implícito que houve o seu aprendizado, pois mesmo ao relatar que não conseguiu entender as ideias apresentadas no texto, mostrou o seu entendimento sobre o Teorema de Tales.

Em seguida, os participantes realizaram a atividade 02, que teve como objetivo a verificação experimental do Teorema de Tales. A análise dos dados mostra que essa atividade foi realizada corretamente por todos os participantes. Contudo, essa análise revela que cada participante obteve um resultado diferente, pois a inclinação das retas transversais foram traçadas de maneira individual, permitindo a verificação do Teorema de Tales de maneiras distintas. Apesar do resultado satisfatório, a análise dos dados também mostra que 6 (15)% dos participantes, pertencentes a três grupos distintos, necessitaram da intervenção do professor-pesquisador, pois estavam realizando a medição dos segmentos de reta de maneira insatisfatória, obtendo, assim, a negação do Teorema de Tales. O quadro 15 mostra a resolução da atividade 2 pelo participante *B5*.

Quadro 15: Desenvolvimento da resolução da atividade 02 pelo participante *B5*

2) Dado as retas paralelas: **r** , **s** e **t,** faça o que se pede abaixo:



a) Trace uma reta v, cortando as retas r, s , t , obtendo assim os pontos A ($r \cap v$), B ($s \cap v$) e C ($t \cap v$).

b) Trace uma reta p, cortando as retas r, s , t , obtendo assim os pontos D ($r \cap p$), E ($s \cap p$) e F ($t \cap p$).

c) Meça, utilizando uma régua, os segmentos: AB, BC, DE e EF,

d) Verifique se é válido as seguintes afirmações:

a) $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ Resposta: sim   b) $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ Resposta: sim

a) $\frac{1,8}{3,0} = \frac{2,0}{3,5} = 0,6 = 0,6$ b) $\frac{1,8}{2,0} = \frac{3,0}{3,5} = 0,9 = 0,9$

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

O quadro 16 apresenta após os grupos obterem a confirmação experimental do Teorema de Tales, o diálogo entre o professor-pesquisador e o participante *B6*.

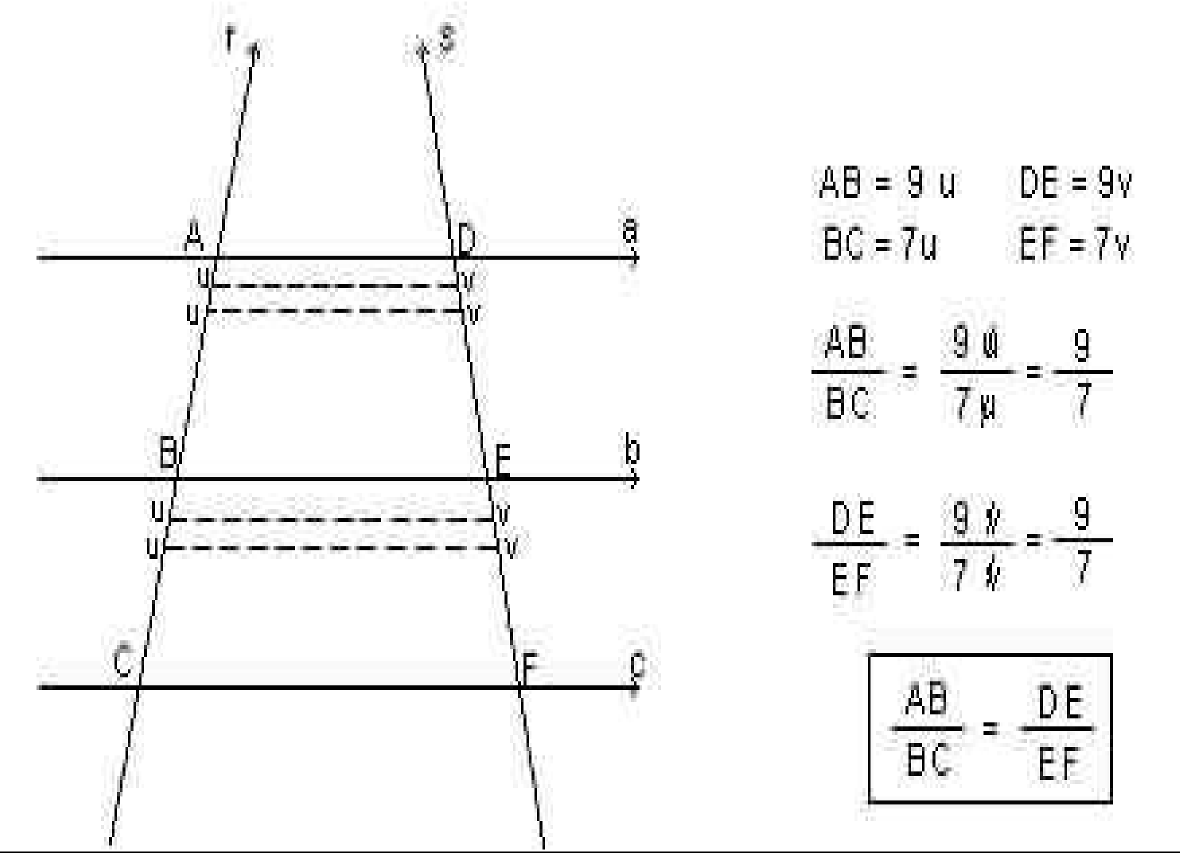
Quadro 16: Diálogo entre o professor-pesquisador e o participante *B6*

Participante *B6*: Professor, isso sempre vai dar certo? Independente de como eu traçar as retas?
Professor-pesquisador: Sim, pois as retas paralelas cortadas por retas transversais determinam segmentos proporcionais.
Participante *B6*: Mas como posso provar isso?
Professor-pesquisador: Eu já havia mostrado a demonstração (Apêndice 4) do Teorema de Tales, que estava contida no texto entregue em sala de aula, mas, posso demonstrá-la de novo para você.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

O quadro 17 contém a demonstração apresentada pelo professor-pesquisador para o participante *B6*.

Quadro 17: Demonstração apresentada pelo professor-pesquisador para o participante *B6* visando verificar a validade do Teorema de Tales

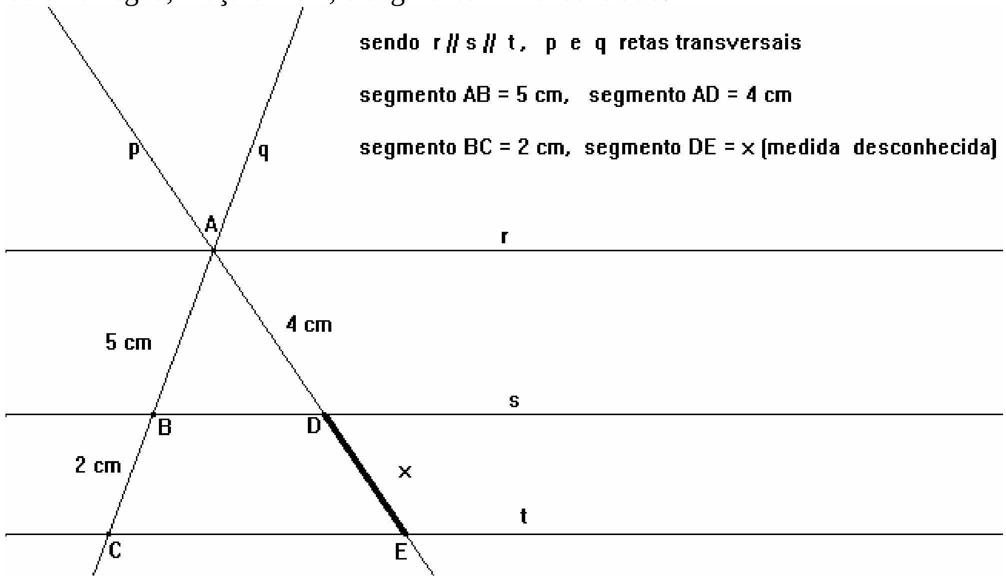


Fonte: http://www.sofi.com.br/node/650

Para finalizar a aula, o professor-pesquisador propôs as atividades 03 e 04 e, utilizando um exemplo similar, explicou sobre a resolução gráfica e algébrica dessas atividades. O objetivo dessa atividade foi apresentar uma conexão entre as construções geométricas estudadas em Desenho Geométrico com a resolução das atividades geométricas curriculares propostas nas aulas de Matemática, pois o ensino dessas construções pode contribuir com a visualização dos conceitos geométricos estudados em geometria plana (GUARNIERI, 2011). O quadro 18 mostra as questões 03 e 04 propostas para a aula 2.

Quadro 18: Questões 03 e 04 propostas para a aula 02

3) Construa, utilizando o material de Desenho Geométrico, o esboço abaixo. Em seguida, utilizando uma régua, meça em cm, o segmento DE encontrado.



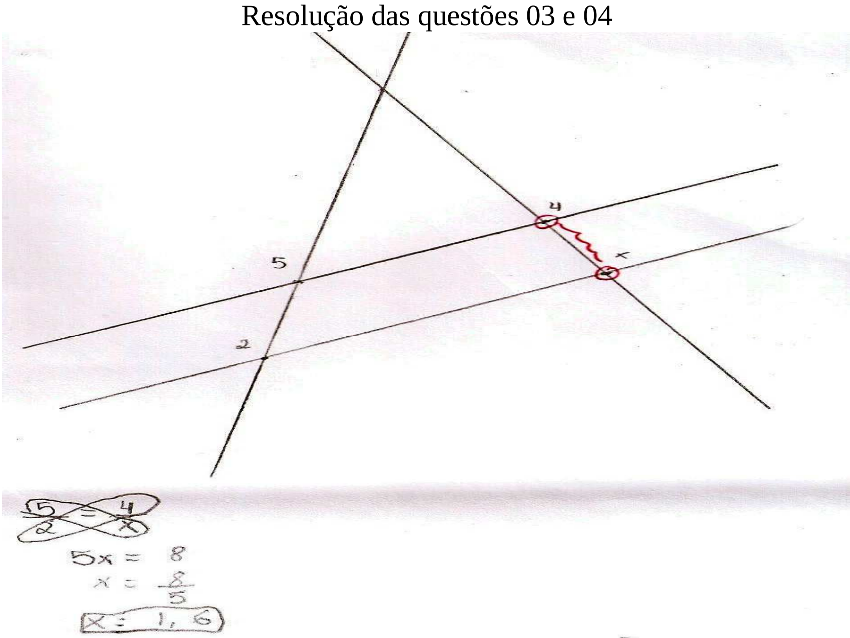
4) Apresente a resolução algébrica do problema.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

O quadro 19 mostra resolução das atividades 03 e 04 pelo participante *A14*. A análise dos dados mostra que esse participante desenvolveu o cálculo algébrico, construiu o desenho solicitado, marcou a medida do segmento pedido, porém, não apresentou o valor numérico dessa medida.

Quadro 19: Resolução das atividades 03 e 04 pelo participante *A14*

Resolução das questões 03 e 04



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados mostra que, após a resolução de um exemplo desse problema, 36 (90%) participantes resolveram essa atividade sem o auxílio do professor-pesquisador, enquanto que 4 (10%) participantes ainda necessitaram da sua intervenção para solucionarem essa atividade. Essa análise também mostra que os participantes de 2 (25%) dos oito grupos não apresentaram a medida do segmento encontrado graficamente, apesar de destacarem esse segmento no desenho elaborado

Após a realização dessa atividade, o professor-pesquisador perguntou se os participantes obtiveram a mesma resposta para as questões 03 e 04, questionando-os também sobre o motivo para essa igualdade. Nesse contexto, o participante *A2* respondeu que os resultados eram iguais, pois “o problema foi resolvido de maneira gráfica e algébrica” enquanto que o participante *B16* respondeu que as “respostas iguais eram apenas resoluções diferentes do mesmo exercício”. Por outro lado, o participante *B5* afirmou que, para resolver a questão 03, utilizou a ideia do Teorema de Tales enquanto que, para a resolução da atividade 04, utilizou a propriedade fundamental das proporções. Concordando com esse ponto de vista, o participante *B6* comentou que a resolução do problema por meio da “proporção é muito mais fácil, já por construções dava muito trabalho”.

3.2.3.7.2. Aula 04: Investigando a ideia de semelhança entre polígonos

O objetivo dessa aula foi apresentar o conceito de Semelhança entre Polígonos por meio de uma atividade experimental com a realização de medições com instrumentais de desenho e, também, buscar uma conexão entre os polígonos semelhantes e o teorema de Tales.

Nessa aula, que foi realizada no laboratório da escola, 38 (93%) dos 41 participantes que compõem as turmas *A* e *B* estavam presentes, sendo que, nesse dia, 3 (7%) participantes estavam ausentes das atividades escolares. Para a realização das atividades propostas para essa aula, 18 grupos foram formados, sendo 16 duplas e dois trios.

A aula teve início com o professor-pesquisador entregando o roteiro da aula composto pelo texto: *Estudando a semelhança entre polígonos* e 03 atividades (Apêndice 4), procedendo em seguida, a leitura desse texto. O quadro 20 apresenta o texto lido pelo professor-pesquisador e um diálogo entre esse professor e o participante *A9*.

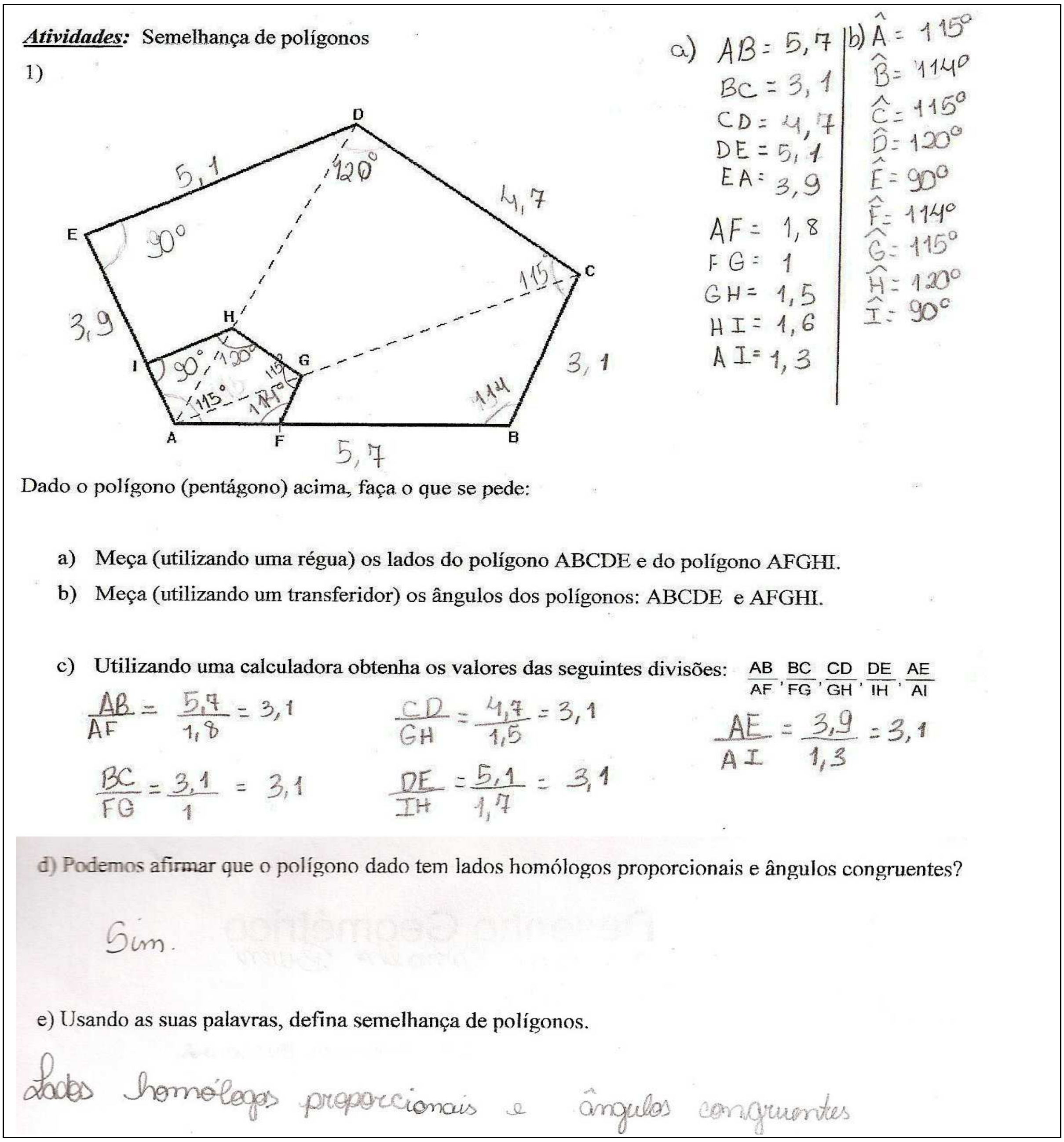
Quadro 20: Leitura de texto pelo professor-pesquisador e o diálogo entre esse professor e o participante *A9*.

Professor-pesquisador (Leitura texto): A geometria, ao longo de toda sua história, foi produzida pela humanidade em busca do conhecimento da natureza que a cerca. Quando a civilização grega chegou ao ápice, os gregos assumiram o desenvolvimento da Geometria. Passaram a privilegiar o conhecimento dedutivo e não o empírico, como ocorria até então. **Professor-pesquisador:** Alguém pode falar o que já foi dito sobre isso? **Participante *A9*:** Que depois de Tales, tinha (sic) que demonstrar as coisas que eram faladas. **Professor-pesquisador:** Isso mesmo, a partir de Tales de Mileto, as ideias matemáticas deveriam ser justificadas por argumentos baseados em um raciocínio matemático. **Professor-pesquisador** (continuando a leitura do texto): E questões que sempre intrigaram o homem, como o tamanho do raio da Terra, a distância da Terra à Lua ou da Terra ao Sol, já estimadas em outras épocas por outros sábios, passaram então a ser tratadas com o auxilio dos conhecimentos geométricos (DANTE, 2009). Os antigos gregos comparavam distâncias e determinavam alturas desconhecidas com o sábio uso das proporções e da semelhança de triângulos; e esse conteúdo é o que veremos a seguir. A semelhança entre figuras constitui uma ferramenta importante em diversas áreas como a engenharia e arquitetura. Com a sua utilização, conseguimos ampliar e reduzir figuras, mapas e maquetes.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Em seguida, após a leitura do texto, o professor-pesquisador comentou que nessa aula seria estudado o conteúdo relacionado com a semelhança entre polígonos. Dessa maneira, foi solicitado que todos os participantes medissem os lados do polígono da atividade 01. O quadro 21 mostra a resolução dessa atividade pelo participante *A12* e *A13*.

Quadro 21: Resolução da atividade 1 pelos participantes *A12 e A13*



Atividades: Semelhança de polígonos

1)

a) AB = 5,7
BC = 3,1
CD = 4,7
DE = 5,1
EA = 3,9
AF = 1,8
FG = 1
GH = 1,5
HI = 1,6
AI = 1,3

b) $\hat{A}$ = 115°
$\hat{B}$ = 114°
$\hat{C}$ = 115°
$\hat{D}$ = 120°
$\hat{E}$ = 90°
$\hat{F}$ = 114°
$\hat{G}$ = 115°
$\hat{H}$ = 120°
$\hat{I}$ = 90°

Dado o polígono (pentágono) acima, faça o que se pede:

a) Meça (utilizando uma régua) os lados do polígono ABCDE e do polígono AFGHI.

b) Meça (utilizando um transferidor) os ângulos dos polígonos: ABCDE e AFGHI.

c) Utilizando uma calculadora obtenha os valores das seguintes divisões: $\frac{AB}{AF}, \frac{BC}{FG}, \frac{CD}{GH}, \frac{DE}{IH}, \frac{AE}{AI}$

$\frac{AB}{AF} = \frac{5,7}{1,8} = 3,1$ $\quad \frac{CD}{GH} = \frac{4,7}{1,5} = 3,1$ $\quad \frac{AE}{AI} = \frac{3,9}{1,3} = 3,1$

$\frac{BC}{FG} = \frac{3,1}{1} = 3,1$ $\quad \frac{DE}{IH} = \frac{5,1}{1,7} = 3,1$

d) Podemos afirmar que o polígono dado tem lados homólogos proporcionais e ângulos congruentes?

Sim.

e) Usando as suas palavras, defina semelhança de polígonos.

Lados homólogos proporcionais e ângulos congruentes

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Para a realização dessa atividade, o professor-pesquisador solicitou que os alunos medissem, utilizando uma régua, os lados dos polígonos *ABCDE* e *AFGHI*. A análise dos dados constantes no caderno de campo desse professor-pesquisador mostra que, durante essa a realização dessa tarefa, não foi constatado dúvidas com relação à utilização da régua nas medições solicitadas. Em seguida, foi solicitado que os participantes medissem os ângulos internos dos dois polígonos da atividade com a utilização do transferidor. Para essa atividade, 3 (7%) dos participantes necessitaram de auxílio do professor-pesquisador para realizarem a tarefa. Após o auxílio desse professor a esses alunos, não foram constatadas mais dúvidas em relação a utilização do transferidor pelos participantes dessa pesquisa.

Após as medições, foi solicitado que os participantes apresentassem os resultados de maneira coletiva, sendo que a determinação da resposta final seria baseada nas medidas que tivessem maior frequência, pois assim seriam evitadas diferenças entre essas medidas, facilitando a discussão e a construção da definição de semelhança entre polígonos. A análise dos dados do caderno de campo do professor-pesquisador também mostra que as duplas e os trios competiam entre si para verificar qual grupo obtinha medidas com melhores aproximações. Durante a apresentação das medidas pelos participantes, a dupla *A1* composta pelos participantes *A12* e *A13*, contestou o resultado das medidas obtidas pela maioria das duplas e trios. Dessa maneira, ao verificar essa contestação, o professor-pesquisador percebeu que as medições desses participantes estavam corretas, e que a régua que utilizavam na realização dessa tarefa estava com aproximadamente 2mm de imprecisão[12].

O mesmo procedimento foi utilizado para a realização do item *b* dessa atividade. Durante a discussão desse item, foi desencadeado um diálogo entre o professor-pesquisador e os participantes *A4*, *A8*, *A1* e *B16* (Quadro 22).

Quadro 22: Diálogo entre o professor-pesquisador e os participantes *A4*, *A8*, *A1* e *B16*

Professor-pesquisador: Em relação aos ângulos *F* e *B*, *G* e *C*, *H* e *D*, *I* e *E*, o que está acontecendo turma? **Participante *A4*:** Está dando as mesmas medidas. **Participante *A8*:** É os ângulos têm medidas iguais. **Participante *B16*:** Nem precisava medir. Está na cara que eram iguais, pois são ângulos correspondentes. **Participante A1:** Eles são iguais, pois uma figura é a redução da outra.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Dessa maneira, a análise dos dados mostra que os participantes, de maneira coletiva, concluíram que os polígonos *ABCDE* e *AFGHI* da figura da atividade 1 eram formados por ângulos congruentes. Em seguida, o professor-pesquisador solicitou que, com a utilização de uma calculadora, os participantes verificassem as divisões propostas no item *c* dessa atividade, considerando uma casa decimal nas respostas obtidas. Após a realização dos cálculos, não houve diferenças encontradas, pois todos os participantes utilizaram as

[12]Essa imprecisão foi percebida após o pesquisador analisar o instrumental dos participantes desse grupo, conferindo-o com os de outros participantes.

mesmas medidas. Por exemplo, o quadro 23 mostra o diálogo entre o professor-pesquisador e alguns alunos sobre o seu entendimento com relação ao item *e* da atividade 1.

Quadro 23: Diálogo entre o professor e alguns participantes sobre o item *e* da atividade 1

Professor-pesquisador: O que perceberam nas divisões? **Participante *B6*:** Deram os mesmos resultados. **Participante *A2*:** Os lados têm a mesma medida. **Professor-pesquisador**: A mesma medida? **Participante *B11*:** Lógico que não, eles têm o mesmo resultado. **Professor-pesquisador**: Resultado? De quê? **Participante *B11*:** Da divisão. **Participante *B16*:** É, eles deram a mesma razão. **Participante *B7*:** Então, eles são proporcionais, não é isso, professor? **Professor-pesquisador**: Isso mesmo. (...) E sobre os ângulos? Quais conclusões a que nós chegamos? **Participante *B1*:** Tem ângulos iguais **Professor-pesquisador**: Ok , em geometria, falamos que ângulos com a mesma medida são ângulos congruentes. **(...)** Então como podemos juntar essas informações para elaborarmos uma definição para semelhança de polígonos? **Participante *B2*:** Figuras que têm os mesmos formatos. **Participante *B10*:** Figuras que são reduzidas de uma maior. **Professor-pesquisador:** Prestem atenção no que verificamos nessa atividade sobre os ângulos e sobre os lados dos polígonos. **Participante *B12*:** Lados que têm a mesma razão e ângulos iguaizinhos. **Professor-pesquisador:** Agora sim, ficou bom.

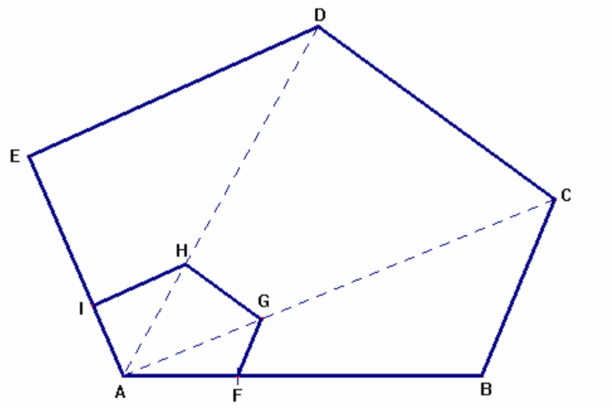
Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Após a discussão sobre o conceito de semelhança de polígonos, o professor-pesquisador, explicou o significado de lados homólogos, definindo polígonos semelhantes como “aqueles que têm lados homólogos proporcionais e ângulos congruentes”.

Após a conclusão da atividade 1, o professor-pesquisador solicitou que as duplas e trios respondessem aos questionamentos da atividade 2. O quadro 24 apresenta a atividade 2.

Quadro 24: Apresentação da atividade 2

2) Sabe-se que dois polígonos são semelhantes quando possuem ângulos congruentes e lados proporcionais. Observe os polígonos semelhantes: ABCDE e AFGHI



Logo

$\frac{AB}{AF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DE}{IH} = \frac{AE}{AI}$ e os ângulos: Â (comum); B = F; G = C; H = D; I = E

Se for dado um polígono ABCDE e um segmento AF e for pedido a construção de um polígono AFGHI <u>semelhante</u> ao polígono dado, basta traçarmos as diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{AD}$ encontrando assim 3 triângulos. A partir destes, traçamos paralelas aos lados ($\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{ED}$) dos triângulos formados obtendo assim o polígono AFGHI.

- Observando a figura dada e a descrição dos traçados, *promova uma breve discussão em grupo e descubra as relações entre os passos desta construção ao já estudado pelas ideias de Tales de Mileto.*

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados coletados para a atividade 2 mostra que todos os participantes das duplas e trios perceberam a aplicação do Teorema de Tales em sua resolução. Por exemplo, os participantes A6 e A19 da dupla 2 da turma *A* afirmaram que para a resolução dessa questão, a dupla "pegou a figura, cortou a figura formando triângulos e, dentro deles, formou retas transversais e paralelas. Logo, isso resulta no Teorema de Tales". Nesse direcionamento, os participantes da dupla 1 da turma *B* relataram que para essa resolução, criaram:

> (...) triângulos, com retas transversais, a partir do ponto A, ligando o ponto A ao D e C. A partir destas retas transversais, ele usou um par de esquadros para traçar retas paralelas à BC, CD e DE, e assim criando um modelo menor do polígono. De novo há o uso do Teorema de Tales, com o uso de retas paralelas dividindo mais de duas retas transversais.

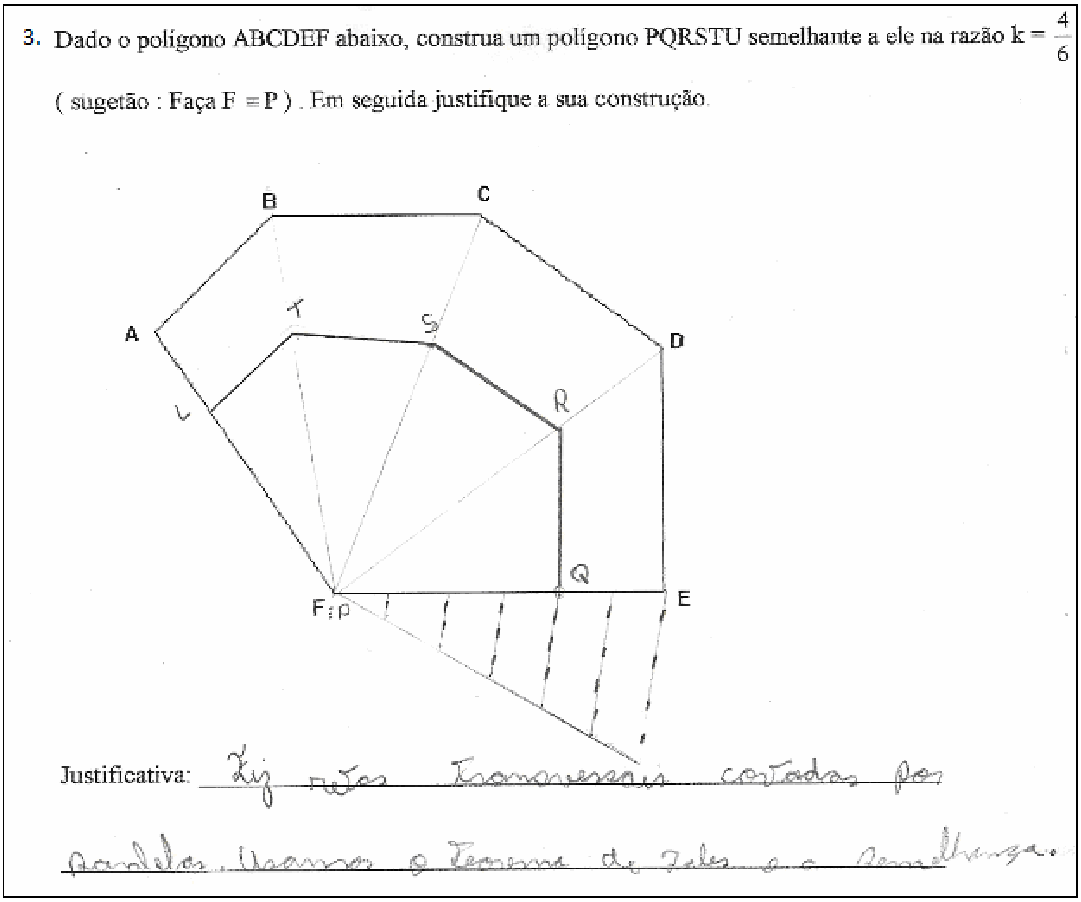
Nesse contexto, os participantes da dupla *8* da turma *B* afirmaram que a "relação entre os passos desta construção e as ideias de Tales de Mileto é que esta construção foi feita pelo procedimento do Teorema de Tales, ao construir paralelas, tornando-as proporcionais sem encostar nelas”.

Com base na análise desses dados, 4 (22%) das duplas utilizaram em suas respostas, as ideias constantes na história contada sobre Tales de Mileto ou no texto lido nessa aula. Por exemplo, os participantes da dupla *1* da turma *A* afirmaram que:

> Os gregos comparavam distâncias e determinavam alturas que eles não conheciam e com o uso da proporção e da semelhança entre triângulos, então, traçando essas diagonais eles fizeram o teorema de Tales de Mileto.

Em seguida, os participantes realizaram a atividade 03, que teve como objetivo a construção de um polígono semelhante àquele proposto nessa atividade, em uma razão previamente determinada. O quadro 25 mostra a resolução da atividade 3, com a devida justificativa, apresentada pelos participantes *B17* e *B18* da dupla 6 da turma *B*.

Quadro 25: Resolução da atividade 3 realizada pelos participantes *B17* e *B18* da dupla 6 da turma *B*.



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados mostra que 15 (83%) das duplas e trios realizaram essa construção de maneira correta, sendo que as duplas *5* da turma A e *9* da turma B optaram por dividir o segmento na razão 2/3. O resultado dos dados coletados com relação à justificativa da construção realizada mostra que todas as duplas e trios perceberam que o Teorema de Tales foi utilizado para a resolução da atividade 3.

Por outro lado, os participantes de 10 (56%) duplas relataram que perceberam que, além de estarem utilizando o Teorema de Tales, também estavam aplicando a definição de semelhança entre polígonos apresentada no decorrer dessa aula. Por exemplo, os participantes *B1* e *B14* da dupla *8* da turma *B* afirmaram que:

> Para dividir a reta FE, usamos o teorema de Tales, que diz que um feixe de retas paralelas cortadas por retas transversais cria segmentos proporcionais. Este teorema também é usado para o resto da figura. Para criar a figura em si, também há a semelhança entre os triângulos.

Nessa perspectiva, os participantes *A7* e *A20* da dupla *1* da turma *A* afirmaram que traçaram "retas transversais cortando-as por paralelas (teorema de Tales)". Esses participantes também afirmaram que utilizaram a "semelhança de polígonos nos triângulos para diminuir a figura".

3.2.3.7.3. Aula 05: Estudando a semelhança de triângulos

Nessa aula, estavam presentes 41(100%) dos participantes que compõe as turmas *A* e *B*. A aula foi composta por dois momentos distintos. O primeiro momento foi realizado no pátio da escola enquanto que o segundo foi conduzido na sala de aula de cada uma dessas turmas. O objetivo geral dessa aula foi o de apresentar justificativas para as atividades de redução e ampliação de figuras. O objetivo específico foi o de construir o conceito de semelhança de triângulo, como um caso especial de semelhança de polígonos, para que os participantes pudessem perceber os casos que garantem a semelhança desse tipo específico de polígono.

De acordo com esses objetivos, o professor-pesquisador propôs uma atividade experimental que visava simular os passos utilizados por Tales de Mileto para a medição da pirâmide de Quéops visando estimular os participantes a perceberem que se formavam polígonos semelhantes, nesse caso triângulos, podendo assim, utilizar as ideias de proporção para a resolução da atividade. Após o término dessa atividade, bem como a discussão sobre a sua resolução e, por meio da utilização do instrumental de desenho, foi introduzido o conceito de semelhança entre triângulos com a apresentação dos casos que garantem essa semelhança entre esses polígonos.

A aula iniciou-se com o professor-pesquisador convidando os alunos para que se direcionassem ao pátio da escola munidos de lápis e caderno. No pátio, existe uma pequena arquibancada, onde os participantes desse estudo foram dispostos. A figura 8 mostra os participantes da turma *B* dispostos na arquibancada do pátio da escola.

Figura 8: Alunos da turma B acomodados na arquibancada do pátio da escola

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Após reunir todos os alunos na arquibancada, o professor-pesquisador convidou os participantes *A16*, *A17*, *B3* e *B19* que são, respectivamente, os alunos mais baixos e mais altos das turmas *A* e *B*. Prosseguindo a aula, os participantes foram informados sobre a condução da atividade. O quadro 26 apresenta o diálogo entre o professor pesquisador e alguns participantes sobre a introdução da atividade 1.

Quadro 26: Diálogo entre o professor-pesquisador e alguns participantes sobre a introdução da atividade 1

Professor-pesquisador: A atividade é a seguinte: vocês (participantes *A16* e *B3*) devem medir as alturas dos participantes *A17* e *B19*, mas não podem tocar nesses alunos.
Participante *A16*: Não tem jeito fêssor, ele é muito mais alto do que eu. Eu não alcanço ele.
Professor-pesquisador: Não se preocupe os alunos das turmas *A* e *B* irão ajudar vocês nessa medição.
Participante *B3*: Então, chama o [participante *B17*] que ele é mais alto que eu.
Professor-pesquisador: Alguém tem alguma ideia do que fazer?
Participante *A3*: É só [o participante *A16*] subir no degrau da arquibancada e medir.
Professor-pesquisador: Alguém se lembra da história que contei sobre Tales de Mileto medindo a pirâmide de Quéops.
Participante *A2*: Ele mediu a pirâmide utilizando a sombra dela.
Professor-pesquisador: Isso! O caminho é esse e, sendo assim, como podemos fazer para resolver essa questão?
Participante *A2*: É só medir a sombra que nem fez o Tales.
Participante *A20*: E a vareta que ele usou?
Participante *A9*: É só medir a sombra dos dois e fazer uma regra de três.
Professor pesquisador: Muito bom! Podemos medir a altura dos participantes *A16* [e *B3*]. Assim, teremos os três dados necessários [altura das sombras dos dois e a altura do menor aluno] para essa regra de três.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Em seguida, o professor pesquisador entregou uma trena aos participantes *A16* e *B3*, explicando o funcionamento dessa ferramenta. Posteriormente, solicitou que os participantes *A7*, *A20*, *A14*, *B2*, *B7* e *B16* auxiliassem na medição das sombras dos participantes *A16* e *B3* e, também, na medição da altura dos participantes com estatura mais baixa. A figura 9 mostra alguns participantes da turma *A* realizando algumas das medições solicitadas.

Figura 9: Participantes da turma A realizando algumas das medições solicitadas

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados constantes no caderno de campo do professor-pesquisador mostra que os demais participantes das turmas *A* e *B* que estavam sentados na arquibancada participavam ativamente da resolução dessa atividade. Por exemplo, o participante *A3* comentava para o participante *A17* “você tem que levantar o corpo, senão vai dar errado” enquanto que o participante *B21* informava para o participante *B7* que a trena estava “torta, faz [a atividade] direito”. Essa análise também mostra que o participante *B16* estava medindo a sombra do aluno *B19* de maneira incorreta, pois estava medindo-a a partir da ponta de seu pé. Essa falha foi percebida pelo participante *B12* que chamou a atenção do professor-pesquisador, perguntando se essa medição não deveria ser realizada a partir do calcanhar do participante *B19*. Os participantes da turma *B* foram orientados pelo professor-pesquisador sobre como a medição das sombras deveria ser realizada. A figura 10 mostra o momento em que o participante *B16* mede de maneira incorreta a sombra do participante *B19*.

Figura 10: Medição da sombra do participante *B16* realizada de maneira incorreta pelo participante *B19*

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

As medições foram fornecidas aos participantes, que estavam sentados na arquibancada, para anotá-las em seus cadernos. Logo em seguida, os participantes retornaram para a sala de aula para a continuação dessa atividade. Em sala de aula, o professor-pesquisador começou a discussão da atividade, pedindo que os participantes comentassem sobre as medidas encontradas, perguntando, em seguida, como poderiam calcular a altura dos participantes *A17* e *B19*. O quadro 27 apresenta o diálogo entre o professor pesquisador com alguns participantes sobre o desenvolvimento da atividade 1.

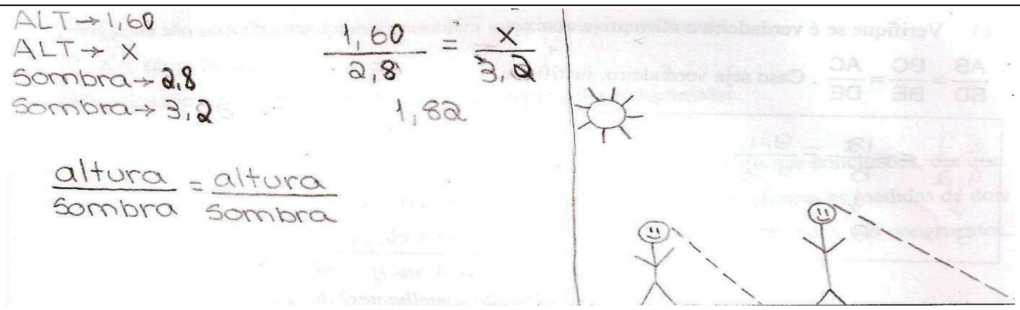
Quadro 27: Diálogo entre o professor-pesquisador e alguns participantes sobre o desenvolvimento da atividade 1

Professor-pesquisador: Temos a altura do [menor participante dessa experiência] e as medidas das sombras dos dois participantes (o mais alto e o mais baixo), e agora? Como encontrar a altura do participante mais alto? **Participante *B12*:** É só fazer a regra de três. **Professor-pesquisador:** Como? **Participante *B12*:** 1,54 que é a altura do *B3*, que é o menor participante, está para 1,43 que é a medida da sombra do menor participante assim como X, que é a altura do participante *B19*, que é o maior participante, está para 1,72 que é a medida da sombra do maior participante. **Professor-pesquisador:** Ok, muito bom. E quanto dá então? **Participante *B12*:** 1,85 m. **Participante *B6*:** Ah entendi! É legal.

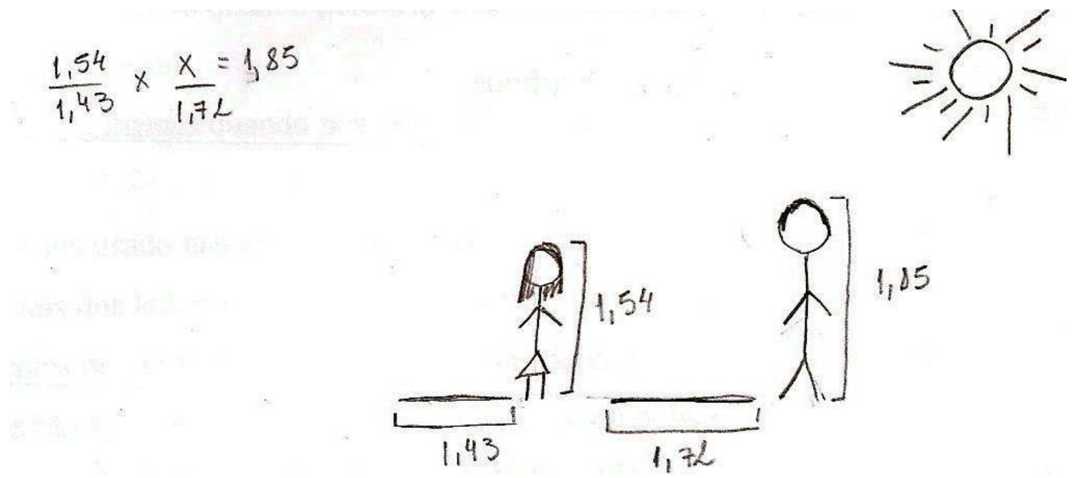
Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Após essa discussão, os participantes completaram a atividade 1 com a elaboração de um desenho que representasse a situação proposta. O quadro 28 mostra o desenho elaborado pelos participantes *A5* e *B9* para a finalização dessa atividade.

Quadro 28: Desenhos elaborados pelos participantes *A5* e *B9* para a atividade 1



Participante *A5*



Participante *B9*

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

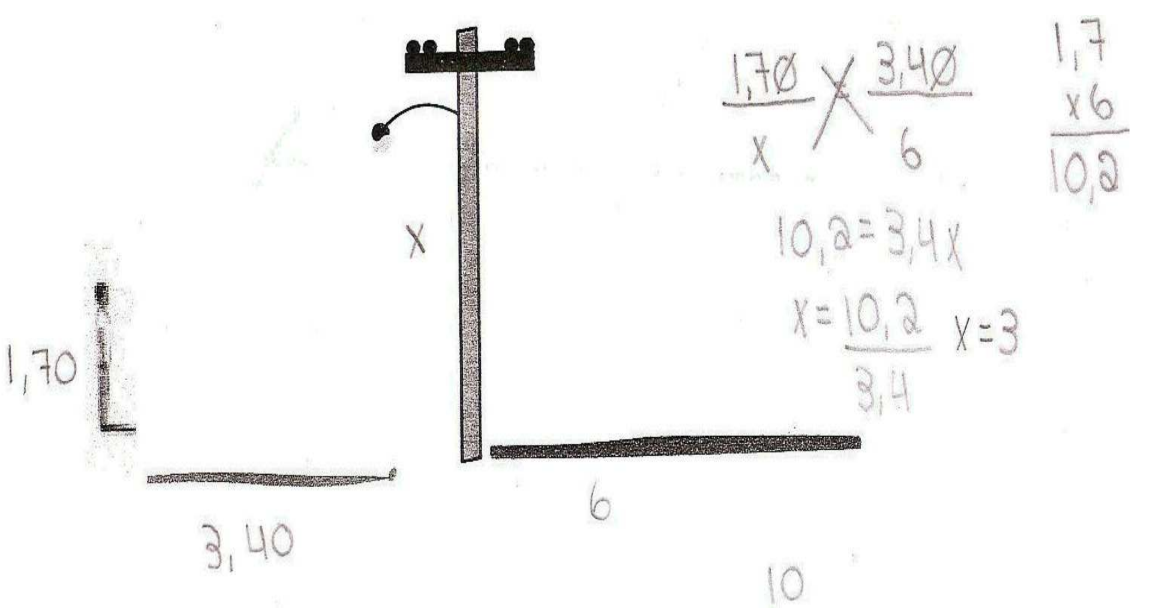
A análise dos dados mostra que 29 (71%) dos participantes desenharam triângulos para representar a situação proposta, sendo que, em seguida, utilizaram a propriedade fundamental das proporções com a medida dos lados desses triângulos. Dessa maneira, esses participantes perceberam que, para o cálculo de uma altura desconhecida, a definição de semelhança de polígonos poderia ser utilizada. Essa análise também mostra que 12 (29%) participantes desenharam figuras desconectadas da situação representada.

Após essa discussão, o professor-pesquisador solicitou que os participantes utilizassem as ideias desenvolvidas na atividade 1 para a realização da atividade 2. O quadro 29 mostra a resolução da atividade 2 pelo participante *A5*.

Quadro 29: Resolução da atividade 2 pelo participante *A5*

Atividade 2 - Calcule a altura de um poste, sabendo que no mesmo instante em que sua sombra mede 6 m, um homem de 1,70 m de altura, projeta uma sombra de 3,40 m de comprimento.

Resposta



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados mostra que 33 (80%) participantes resolveram essa atividade corretamente enquanto que 5 (12%) montaram a regra de 3 de maneira errônea, determinando que a altura do poste é de 12m. Por outro lado, 3 (8%) participantes não responderam o questionamento dessa atividade. Apesar de não ser solicitada a justificativa para a resposta obtida para essa atividade, 4 (10%) participantes justificaram a resposta obtida para essa atividade. Por exemplo, o participante *A6* argumentou que “a altura do homem é a metade da sua sombra, portanto será o mesmo com o poste”. Nesse direcionamento, o participante *B17* afirmou que “de acordo com a teoria de Tales, o poste mede 3m”.

Em seguida, em sala de aula, os participantes realizaram a atividade 3 coletivamente. O quadro 30 mostra a resolução da atividade 3 pelo participante *B5*.

Quadro 30: Resolução da atividade 3 pelo participante *B5*

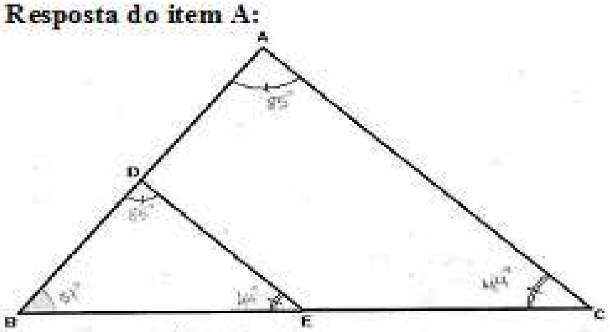
Atividade 3 – Dados os triângulos ABC e DBE, pede-se:

a) Utilizando um transferidor, verifique se os ângulos internos do triângulo ABC são congruentes aos ângulos internos do triângulo DBE. Justifique.

b) Verifique se é verdadeira a afirmativa abaixo: $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{BE} = \frac{AC}{DE}$. Caso seja verdadeiro, justifique.

c) Pode-se afirmar que os triângulos ABC e BDE são semelhantes? Justifique.

Resposta do item A:



Sim. Porque $\hat{E}$ e $\hat{C}$, $\hat{A}$ e $\hat{D}$ são correspondentes e o $\hat{B}$ é comum aos dois triângulos.

Resposta do item B e C:

AB: 8,4 cm
BD: 4,2 cm
BC: 12 cm
BE: 6 cm
AC: 9,4 cm
DE: 4,7 cm

$$\frac{8,4}{4,2} = \frac{12}{6} = \frac{9,4}{4,7} = 2 = 2 = 2$$

Sim. Porque os lados são proporcionais e os ângulos são congruentes.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Para a resolução dessa atividade foi solicitado que os participantes medissem os ângulos internos dos triângulos, sendo que, após alguns minutos, as respostas foram fornecidas. A análise dos dados mostra que não houve grandes diferenças nas medidas apresentadas, sendo constatadas apenas algumas pequenas imprecisões, com 1 grau para mais ou para menos, que foram resolvidas quando o professor-pesquisador recordou que a soma dos ângulos internos de um determinado triângulo tinha que totalizar 180º. Ao serem questionados sobre a justificativa de que os ângulos internos dos dois triângulos terem a mesma medida, o participante *A2* argumentou que essas figuras eram congruentes, pois "são polígonos semelhantes" enquanto que o participante *B5* afirmou que as medidas "são iguais porque os ângulos *E* e *C*, *A* e *D* são correspondentes e que o ângulo *B* é comum aos dois triângulos". Nesse momento, o professor-pesquisador ressaltou que os participantes estavam “justificando uma definição com argumentos matemáticos”. Nesse contexto, o participante *B6* comentou que esse procedimento era equivalente ao realizado por Tales.

Após a medição dos ângulos, foi solicitado que os participantes medissem os lados e em seguida obtivessem a razão solicitada pelo item *b* da atividade. A análise dos dados mostra que não foram constatadas dúvidas em relação à resolução desse item. A Figura 11 mostra alguns participantes da turma *B* realizando as medições e o cálculo das razões propostas pela atividade 3.

Figura 11: Participantes da turma *B* realizando as medições e o cálculo das razões propostas pela atividade 3

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Em seguida, o professor-pesquisador solicitou que participantes voluntários respondessem ao item *c* dessa atividade. Dessa maneira, o participante *A2* respondeu que os dois triângulos são semelhantes, pois “tem lados proporcionais e ângulos congruentes” enquanto que o participante *B5* afirmou que esses triângulos são polígonos semelhantes, pois “têm lados homólogos proporcionais e ângulos congruentes”. Nesse direcionamento, o participante *B1* questionou se era possível responder que os triângulos “são proporcionais, pois se colocarmos um dentro do outro eles vão se encaixar”. Em resposta ao participante *B1*, o professor-pesquisador respondeu que isso poderia “ser realizado, pois como esses triângulos têm ângulos congruentes, o triângulo *BDE* é uma redução do triângulo *ABC*”.

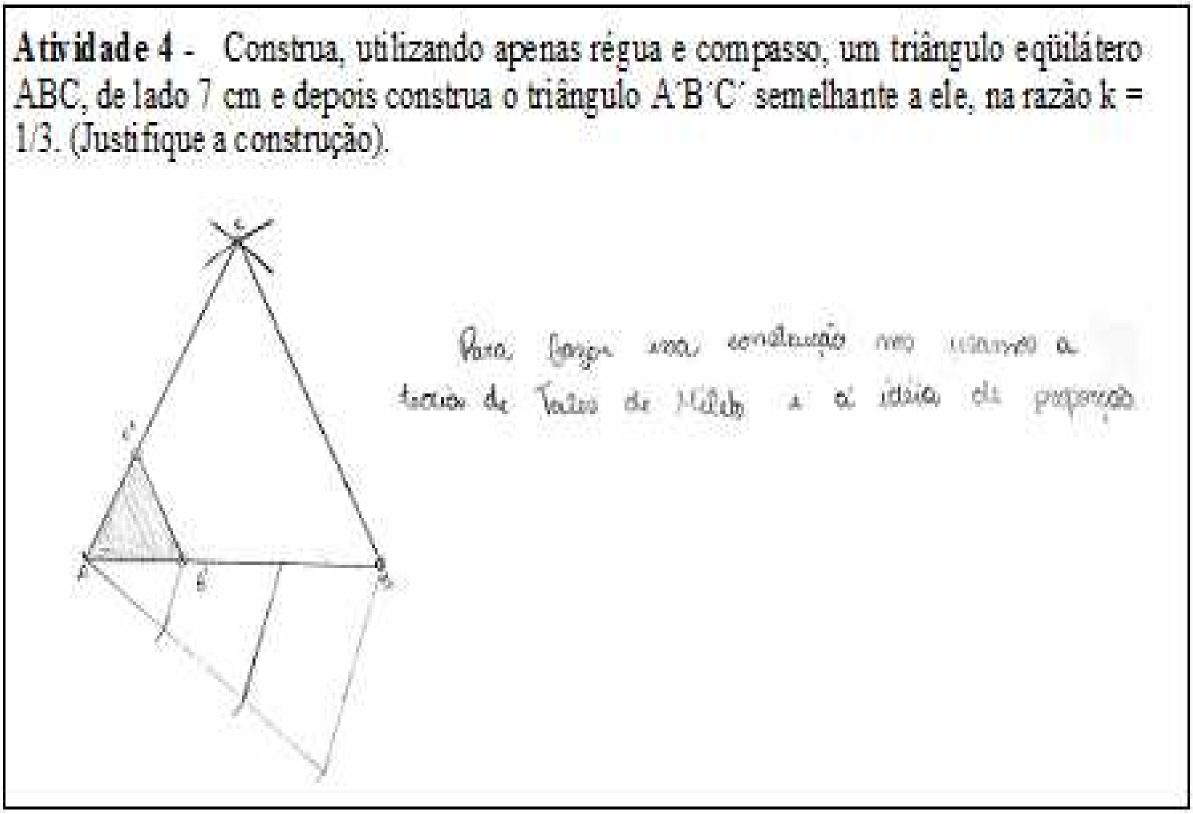
Após a discussão desse questionamento, o professor-pesquisador leu o texto: *Casos de semelhança de triângulos* (Apêndice 4), comentando que para se afirmar que dois polígonos são semelhantes é preciso que:

> (...) ocorra as duas condições exigidas na definição de semelhança, ou seja, os lados homólogos devem ser proporcionais e os ângulos devem ser congruentes, mas que no caso de triângulos era necessário conhecer a existência de três lados proporcionais ou dois ângulos congruentes.

Esses dois casos foram demonstrados no quadro, não havendo, de acordo com a análise dos dados constantes no caderno de campo, dúvidas com relação a essas definições. Em seguida, o professor-pesquisador também discutiu o terceiro caso de semelhança de triângulos.

Por falta de tempo disponível, a atividade 4 foi finalizada como tarefa de casa e entregue pelos participantes no dia seguinte para as devidas verificações. A análise dos dados mostra que 34 (83%) participantes realizaram a atividade corretamente enquanto que 4 (10%) não a realizaram e 3 (7%) a realizaram de maneira insuficiente. O quadro 31 mostra a resolução da atividade 4 pelo participante *B11*.

Quadro 31: Resolução da atividade 4 pelo participante B11



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados mostra que os participantes que realizaram essa atividade, justificaram a construção proposta afirmando que utilizaram o Teorema de Tales em sua resolução. Por exemplo, o participante *B12* que afirmou que “usando o Teorema de Tales, nós conseguimos construir esses triângulos”, enquanto que o participante *A20* comentou que utilizou o teorema de Tales para traçar a divisão de AB em três partes iguais e utilizando um par de esquadros achou k =1/3.

3.2.3.7.4. Aula 07: Encerrando o assunto de semelhança de triângulo e iniciando o Teorema de Pitágoras.

Um dos objetivos dessa aula foi finalizar a apresentação do conteúdo sobre semelhança de triângulos por meio da discussão de uma atividade proposta na aula 06, (Apêndice 4), sendo que outro objetivo foi introduzir o estudo do Teorema de Pitágoras.

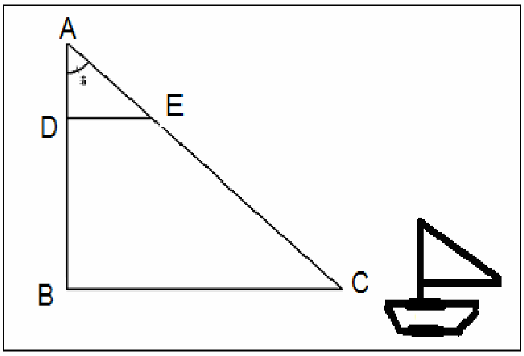
Nessa aula, estavam presentes 37 (90%) dos 41 participantes que compõem as turmas *A* e *B,* enquanto que 4 (10%) participantes estiveram ausentes das atividades escolares propostas no dia de realização dessa aula. As atividades propostas para essa aula foram realizadas na sala de aula das turmas *A* e *B.*

A aula se iniciou com o professor-pesquisador relembrando uma história apresentada na aula 06 (Apêndice 4) sobre a façanha de Tales de Mileto para calcular a distância de um navio que se aproximava do porto por meio da utilização de seus conhecimentos sobre semelhança de triângulos. O quadro 32 apresenta a resolução utilizada por Lintz (1999) e discutida na aula 06.

Quadro 32: Resolução apresentada por Lintz (1999) sobre a façanha de Tales de Mileto

´´AB seria uma torre de altura conhecida e C, a posição do navio. AC seria a linha de mira, isto é, do ollho do observador ao navio. As distâncias AD e DE podem ser medidas, por exemplo, colocando-se a uma altura AD um bastão DE de comprimento conhecido cuja extremidade E está alinhada com A e C. Então, os triângulos ABC e ADE são semelhantes``

(LINTZ, 1999; p.38)



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

No final da aula 06, posteriormente a apresentação dessa história, o professor-pesquisador também solicitou que os participantes resolvessem a questão proposta no quadro 33 para que fosse discutida no início da aula 07.

Quadro 33: Questão proposta pelo professor-pesquisador na aula 06 para discussão no início da aula 07

Pablo fica bem próximo a uma árvore e, com a cabeça ereta, observa-a num ponto que fica a 1,5 m do chão. Afasta-se então 45 m e continua a olhar a árvore, segurando verticalmente, na altura dos olhos, uma régua de 20 cm de comprimento. Se a régua está a 25 cm dos olhos de Pablo, qual é a altura da árvore?

Fonte: Adaptado de *Dando corda a Trigonometria* de Oscar Guelli, 1999.

De acordo com os dados constantes no caderno de campo do professor-pesquisador, 12 (32%) participantes conseguiram solucionar, de maneira parcial, a situação-problema proposta. Esses participantes alegaram ter encontrado 36 metros como resposta para essa situação enquanto que 25 (68%) participantes não encontraram uma maneira satisfatória para resolver essa situação-problema. Após a coleta de informações, o professor-pesquisador comentou que os participantes que encontraram a solução de 36 metros, não computaram a altura de Pablo no resultado final obtido na atividade proposta.

Então, empregando uma metodologia diferenciada para a correção dessa atividade e, buscando determinar um elo com a história contada anteriormente, o professor-pesquisador resolveu convidar dois voluntários de cada turma para interpretarem o problema. O quadro 34 apresenta o trecho de um diálogo entre o professor-pesquisador e os participantes *A17* e A*18*.

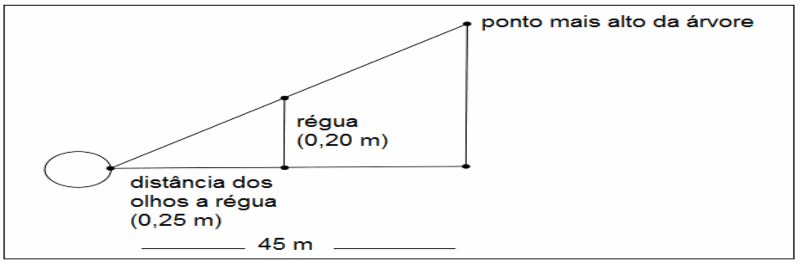
Quadro 34: Trecho de um diálogo entre o professor-pesquisador e os participantes *A17* e *A18*

Professor-pesquisador: Tem alguém dessa sala que já fez curso de teatro? (todos negaram) **Professor-pesquisador:** Então, vou precisar de dois voluntários, um fará o papel de Pablo, e o outro representará o papel mais importante, que é o de árvore (todos riram muito). Vamos interpretar o problema de forma teatral e vamos nos espelhar na resolução de Tales para calcular a distância do navio ao porto. **Participante *A18*:** Eu quero! **Professor-pesquisador**: Então você será o Pablo. E a árvore? **Participante *A18*:** Chama o *A17*, ele é o mais alto. **Professor-pesquisador**: Pode ser *A17*? **Participante *A17*:** Tá! (todos riram muito).

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Nesse direcionamento, a situação-problema proposta no exercício foi simulada e, em seguida, o professor-pesquisador realizou um desenho no quadro representando a situação proposta pela atividade. O quadro 35 apresenta o desenho realizado pelo professor-pesquisador visando buscar uma solução para a situação-problema proposta.

Quadro 35: Desenho realizado pelo professor-pesquisador para buscar uma solução para o problema proposto



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

O professor-pesquisador discutiu com os participantes como a resolução da situação-problema proposta poderia ser determinada. O quadro 36 apresenta o trecho de um diálogo entre o professor pesquisador e os participantes *A1*, *A2*, *A9* e *A20*.

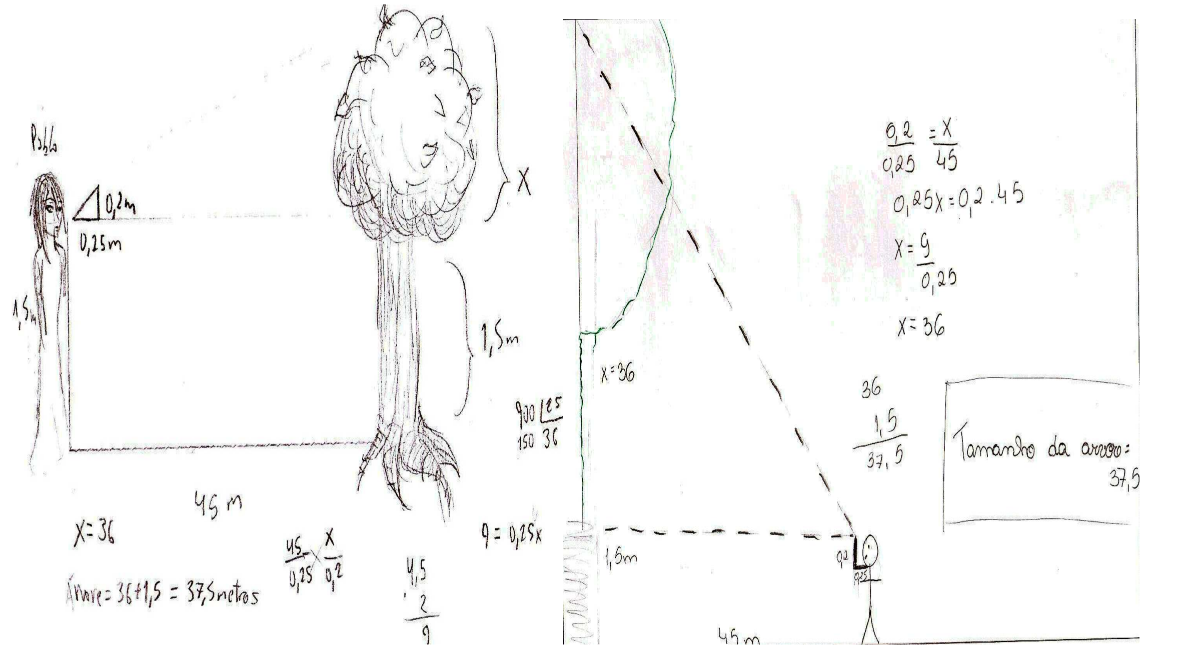
Quadro 36: Diálogo entre o professor-pesquisador e os participantes *A1*, *A2*, *A9* e *A20*

Professor-pesquisador: Agora pergunto a vocês: como eu consigo determinar a altura da árvore?
Participante *A20*: Os triângulos são proporcionais, não são?
Professor-pesquisador: O que você chama de triângulos proporcionais?
Participante *A20*: Os que têm lados proporcionais.
Professor-pesquisador: O que você chama de ser proporcionais?
Participante *A20*: É, se eu dividir um pelo outro dá o mesmo resultado.
Participante *A2*: É ter a mesma razão, né?
Professor-pesquisador: Isso mesmo. E sobre os ângulos, o que podemos concluir?
Participante *A2*: São congruentes
Professor-pesquisador: Então são triângulos proporcionais?
Participante *A9*: Não. Eles são triângulos semelhantes.
Professor-pesquisador: Parabéns turma! É isso mesmo. E conforme a definição já estudada por vocês, triângulos semelhantes tem lados homólogos proporcionais e ângulos congruentes, mas, se descobrimos que esses triângulos possuem dois ângulos congruentes (AA) ou os três lados proporcionais, já podemos garantir essa semelhança.
Professor-pesquisador: Posso então concluir, [participante *A20*], que esses triângulos formados são semelhantes? E por quê?
Participante *A20*: Sim, pois eles têm em comum um ângulo e possuem ângulos de 90º.
Professor-pesquisador: Qual é o caso que garante essa semelhança?
Participante *A9*: Ângulo ângulo (AA).
Professor-pesquisador: Agora vamos voltar no problema para determinar a altura da árvore. Como faço para medi-la?
Participante *A1*: Devemos montar a regra de 3.
Professor-pesquisador: Ok, então [participante *A1*], monta essa regra de 3.
Participante *A1*: 0,25 está para 45 assim como 0,20 está para X.
Professor-pesquisador: E quanto dá isso?
Participante *A1* (utilizando uma calculadora): É, a resposta é 36 metros.
Participante *A9*: Uai!!! Foi à resposta que eu já tinha falado.
Professor-pesquisador: Mas, o que falta ser somado a essa resposta, turma?
Participante *A2*: Ahhh! falta somar a altura do Pablo.
Professor-pesquisador: Logo, 36 metros mais 1,5 metro resulta em 37,5 metros.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Após a realização dessa tarefa, o professor-pesquisador solicitou que os participantes desenhassem um esboço da simulação da situação-problema proposta nessa atividade. O quadro 37 apresenta o desenho realizado pelos participantes *B14* e *A15*, respectivamente.

Quadro 37: Desenho realizado pelos participantes *B14* e *A15*, sobre a atividade proposta



Participante *B14* Participante *A15*

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Após a correção dessa atividade, o professor-pesquisador entregou um texto sobre Pitágoras (Apêndice 4) para os participantes desse estudo e explicou que um novo conteúdo seria proposto para a aula 7. Essa parte da aula se iniciou quando o professor-pesquisador questionou se os participantes tinham lido ou estudado sobre o Teorema de Pitágoras[13]. Nesse momento, apenas o participante *A2* comentou que “o quadrado da medida da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos”.

Em seguida, o professor-pesquisador iniciou a leitura do texto intitulado *Uma breve história sobre Pitágoras e os Pitagóricos* (Apêndice 4), tecendo alguns comentários gerais sobre esse texto. O quadro 38 apresenta algumas partes desse texto, que foi lido em sala de aula, e também, alguns comentários elaborados pelo professor-pesquisador e pelo participante *A3*.

[13]A análise dos dados do caderno de campo do professor-pesquisador revela que esses participantes, alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, ainda não haviam estudado o Teorema de Pitágoras na disciplina de Matemática.

Quadro 38: Algumas partes do texto lido em sala de aula e alguns comentários elaborados pelo professor-pesquisador e pelo participante *A3*

Professor-pesquisador (Leitura do texto): Pitágoras nasceu por volta de 572 a.C na ilha de Egéia de Samos (ilha grega). É possível que tenha sido discípulo de Tales, pois era cinquenta anos mais novo do que este e morava perto de Mileto, onde vivia Tales. Conta-se que, depois de residir por algum tempo no Egito, migrou para o porto marítimo de Crotona, uma colônia grega situada no sul da Itália, e lá fundou a famosa escola pitagórica. Essa escola, além de ser um centro de estudo de filosofia, matemática e ciências naturais era, também, uma irmandade estreitamente unida por ritos secretos e cerimônias.

Professor-pesquisador (Comentando sobre o texto): Na pesquisa que fiz sobre os Pitagóricos, li sobre alguns desses ritos. Observem que alguns deles são bem interessantes, como:

- Eles distinguiam três espécies de seres racionais: os deuses, os homens e Pitágoras. Dessa maneira, colocavam Pitágoras acima dos homens, como se fosse um verdadeiro messias.
- Eles acreditavam na imortalidade e na encarnação e não comiam carne.
- Eles não comiam feijão, pois acreditavam que a fava do feijão escondia espíritos malignos.
- Os Pitagóricos, ao se levantarem da cama pela manhã, corriam para esticar o seu lençol, pois acreditavam que se o inimigo atacasse a marca do corpo deixada na cama, atingiria o dono dessa marca, como se fosse um vodu. Existem outros ritos interessantes, assim, se vocês buscarem na internet curiosidades sobre os pitagóricos, encontrarão outras particularidades interessantes sobre eles.

Participante *A3*: Mas, isso tudo é verdade?

Professor-pesquisador: Não sei, pois são apenas histórias e como todas as histórias, podem ser verdadeiras ou não. Por exemplo, nem mesmo existe uma prova sobre a existência de Pitágoras.

Caderno de campo do professor-pesquisador: Os participantes das duas turmas se mostravam bastante interessados na história, pois todos queriam opinar sobre os ritos.

Professor-pesquisador (Comentário sobre o texto): Entre os pitagóricos, havia muitos intelectuais que discutiam sobre filosofia, matemática e política, e isso incomodava muitas pessoas. Dessa forma, conta-se que forças democráticas do sul da Itália destruíram os prédios da escola pitagórica e dispersaram os Pitagóricos daquela região. Segundo relatos, Pitágoras fugiu para Metaponto onde morreu talvez assassinado, com idade entre setenta e cinco e oitenta anos. É interessante comentar que essa irmandade, embora dispersa, continuou a existir por, pelo menos, mais dois séculos. Nesses dois séculos, todos os feitos realizados levavam a autoria do mestre Pitágoras. Isso é interessante citar, pois é impossível sabermos se os feitos foram descobertos por Pitágoras ou por algum Pitagórico.

Professor-pesquisador (Continuando a leitura do texto): A escola pitagórica, de natureza científica e religiosa, desenvolvia estudos de Matemática, Filosofia e Astronomia. A filosofia Pitagórica se baseava na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números. Eles comparavam tudo no mundo com a Matemática, acreditavam que Deus era o grande Geômetra do Universo e diziam que o mundo era feito por meio dos números. Essa visão pitagórica em relação à Matemática é até os dias de hoje, tema de grande debate entre os filósofos que procuram responder à seguinte pergunta: ´´Fazemos ou descobrimos a Matemática?`` (GARBI, 2010 , p. 27). O que você pensa *A3*?

Participante *A3*: Ahhh!!! Fazemos, pois somos nós que percebemos as relações das coisas.

Professor-pesquisador: Legal [participante *A3*], mas não posso dizer que a sua resposta está certa ou errada, pois com certeza, existem outras respostas para essas duas questões.

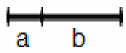
Professor-pesquisador: Mas, vamos deixar essa discussão para uma próxima vez, e vamos falar sobre o Teorema de Pitágoras. Esse teorema, assim como o [participante *A2*] comentou no início da aula, afirma que: Dado um triângulo retângulo, temos que *o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos seus catetos.* Porém, é interessante citar que esse teorema já era conhecido pelos babilônios há aproximadamente um milênio antes, e também já era conhecido pelos egípcios e pelos chineses. Dessa maneira, podemos entender que Pitágoras (ou mesmo algum Pitagórico) apenas apresentou uma demonstração para essa ideia.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Após esse dialogo, o professor-pesquisador relatou aos participantes que existem muitas demonstrações para o Teorema de Pitágoras e, que, não existe uma certeza de como os pitagóricos demonstraram esse teorema. Nesse momento, o professor-pesquisador apresentou no quadro a demonstração do Teorema de Pitágoras conhecida como *diagrama chinês* (Apêndice 4). O Quadro 39 apresenta a demonstração do Teorema de Pitágoras por meio do *diagrama chinês*.

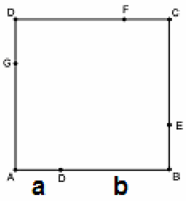
Quadro 39: Demonstração do Teorema de Pitágoras realizada por meio do *diagrama chinês*

Primeiramente, trace um segmento de reta e divida-o da seguinte forma:

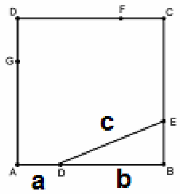


Tanto faz o nome da parte maior ou menor ser ´´a`` ou ´´b``, isto é, você poderia nomear também de ´´b`` e ´´a`` (nessa ordem).

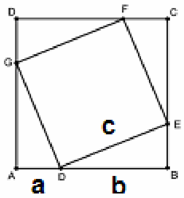
Usando esse segmento, construa um quadrado cujos lados medem (a + b)



Observe que AD = BE = CF = DG = a e que DB = EC = FD = GA = b



Trace o segmento DE e represente por c.



Se traçarmos os segmentos EF, FG, GD, obteremos um quadrado de lado ´´c``.

Em seguida: Calulamos a área (S) do quadrado ABCD de duas maneiras diferentes:

1) $S = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ e 2) $S = 4\left(\frac{1}{2}ab\right) + c^2 = 2ab + c^2$

3) $a^2 + \cancel{2ab} + b^2 = \cancel{2ab} + c^2$

Fonte adaptada: http://legauss.blogspot.com/2009

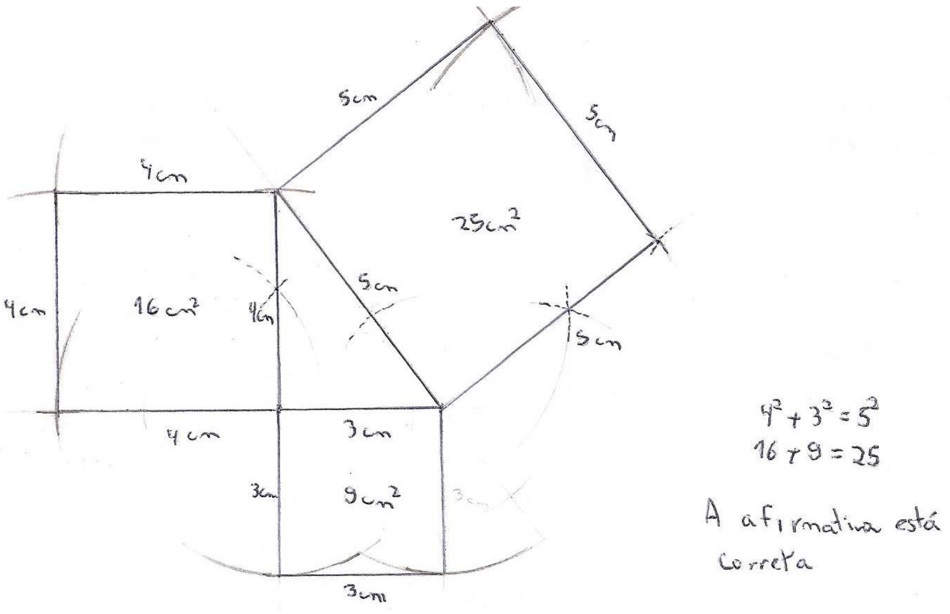
De acordo com a análise dos dados constantes no caderno de campo do professor-pesquisador, os participantes presentes estavam concentrados, demonstrando interesse pelas histórias contadas durante a realização dessa parte da aula. Finalizando, o professor-pesquisador solicitou que os participantes realizassem a atividade apresentada no quadro 40.

Quadro 40: Atividade final solicitada pelo professor-pesquisador e a sua resolução apresentada pelo participante *A2*

Leia a seguinte afirmativa: “A soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos de um triângulo retângulo é igual à área do quadrado construído sobre a hipotenusa desse triângulo.” Ou seja, se somarmos as áreas dos quadrados menores obteremos o valor da área do quadrado maior.

- Construa, utilizando régua e compasso, um triângulo retângulo cujos catetos medem: 3 e 4 cm e, em seguida, construa quadrados sobre estes catetos e sobre a hipotenusa e, então, verifique a afirmativa dada na atividade.

Resposta:



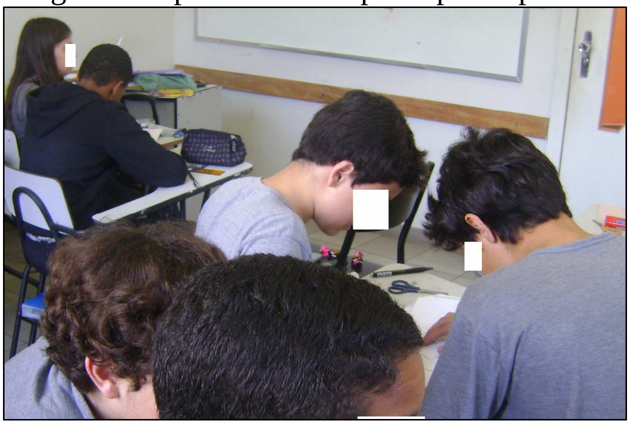
Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Para a realização dessa atividade, o professor-pesquisador apresentou no quadro uma sugestão de como os participantes poderiam resolver essa atividade. Dessa maneira, não houve dúvidas no desenvolvimento do exercício, no entanto, 8 (22%) participantes manifestaram dúvidas quanto a construção dos quadrados com a utilização de régua e compasso. A análise dos dados mostra que 29 (78%) dos participantes resolveram essa atividade de maneira satisfatória, não necessitando de auxílio do professor-pesquisador para o seu desenvolvimento. Os dados constantes no caderno de campo também mostram que os participantes *A2* e *A5* resolveram rapidamente o exercício proposto e se voluntariaram para auxiliar os seus companheiros, que estavam com dificuldade na resolução dos traçados exigidos pelo exercício proposto nessa atividade.

3.2.3.7.5. Aula 08: Construindo um Tangram Pitagórico e discutindo o Teorema de Pitágoras

Essa aula teve como objetivo a construção do Tangram Pitagórico e a discussão sobre o conceito do Teorema de Pitágoras. Para essa aula, foi utilizada a própria sala de aula dos participantes dessa pesquisa. De acordo com os dados coletados, 40 (98%) dos 41 participantes que compõem as turmas *A* e *B* participaram dessa aula. Para a realização das atividades propostas, houve a formação de 20 duplas. A figura 12 mostra algumas duplas formadas pelos participantes da turma *A*.

Figura 12: Algumas duplas formadas pelos participantes da turma A



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A aula 8 teve início com o professor-pesquisador explicando que os participantes construiriam um Tangram. Nesse direcionamento, perguntou-se para os participantes das turmas *A* e *B*, se possuíam algum conhecimento sobre o Tangram. Por exemplo, o participante *A12* relatou que o Tangram "é um jogo de montar figuras" enquanto que o participante *B4* afirmou que esse jogo "é um quebra-cabeça". Após a confirmação de que o Tangram pode ser considerado como um quebra-cabeça, o professor-pesquisador comentou sobre uma breve história relacionada com a origem do Tangram bem como sobre o significado desse termo. O quadro 42 apresenta a história narrada pelo professor-pesquisador bem como um comentário relacionado ao Tangram.

Quadro 41: Apresentação e comentário sobre a história do Tangram

Professor-pesquisador (leitura do texto): O Tangram realmente é um quebra cabeça e sua origem é chinesa. Existem centenas de histórias sobre a sua origem, em uma delas, conta-se que a milhares de anos atrás, um mensageiro deixou cair um espelho quadrado que pertencia a um imperador chinês. Esse espelho, ao cair ao chão, partiu-se em sete pedaços. Preocupado, o mensageiro foi juntando as sete peças, a fim de remontar o quadrado. Enquanto tentava resolver o problema, o mensageiro criou centenas de formas como a de pessoas, animais, plantas, até conseguir refazer o quadrado. Existem também várias definições para a palavra Tangram. **Professor-pesquisador** (comentário): Segundo alguns sites que pesquisei na Internet, o nome Tangram vem da palavra inglesa, não mais utilizada, *trangam*, de significado *puzzle* ou *bugiganga* ou mesmo a palavra chinesa *Tanka*, que era um lugar onde as mulheres chinesas entretinham os marinheiros americanos. Mas, tudo isso é só história, e claro, não se sabe ao certo a veracidade das mesmas. Mas, somente podemos afirmar que o Tangram é um excelente passatempo, que nos apresenta grandes desafios que exercitam a nossa mente. Hoje, nessa aula (aula 8), estaremos construindo um Tangram e discutindo um pouco sobre o Teorema de Pitágoras, que já foi estudado na aula anterior (aula 7). Para esse fim, o Tangram que construiremos nessa aula, chama-se Tangram Pitagórico.

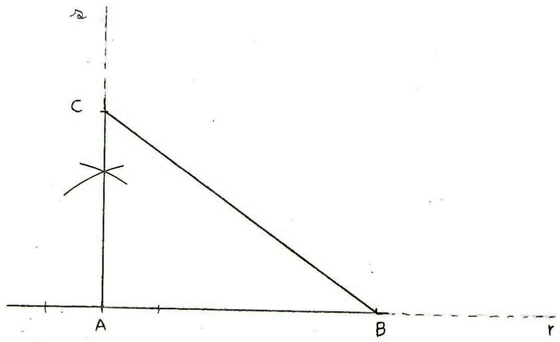
Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados do caderno de campo do professor-pesquisador mostra que os participantes ouviram atentamente a história, tecendo alguns comentários sobre o quebra-cabeça Tangram. Por exemplo, o participante *A2* comentou que tem um “livro que ensina a fazer várias formas diferentes [com a utilização do Tangram] e tem umas que são bem difíceis”. Prosseguindo a aula, o professor-pesquisador pediu que os participantes realizassem a montagem do Tangram e, para esse fim, distribuiu uma folha de papel contendo as atividades que seriam realizadas durante essa aula. Essa atividade continha um roteiro para a construção do Tangram (Apêndice 4). Em seguida, o professor-pesquisador iniciou a leitura da atividade 1 e, posteriormente, solicitou que os participantes seguissem os passos propostos para a resolução dessa atividade. Contudo, apesar de o roteiro conter a orientação para a construção solicitada, o professor-pesquisador mostrou, no quadro branco, como os participantes poderiam construir o Tangram de acordo com o roteiro previamente fornecido. O quadro 42 mostra os passos propostos para a construção do Tangram proposto no item *a* da atividade 1.

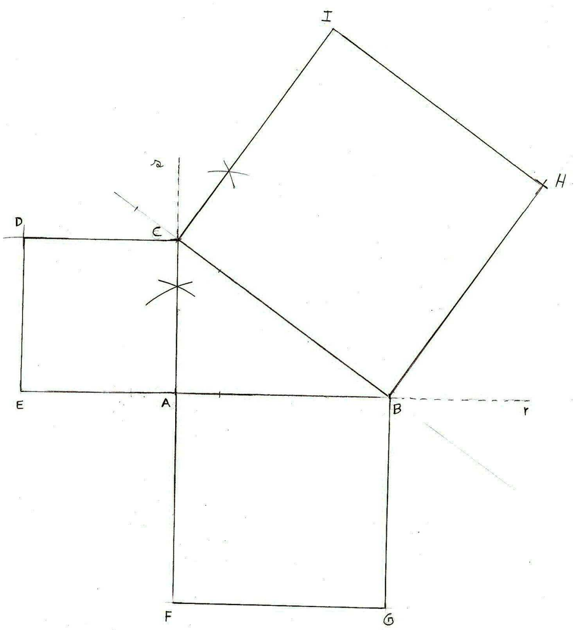
Quadro 42: Passos propostos para a construção do item *a* da atividade 1 (aula 8)

Passos para a construção de um quebra cabeça-pitagórico

Passo 1 – Trace um triângulo retângulo de catetos com medidas b e c (encontrando uma hipotenusa de medida ´´a``).

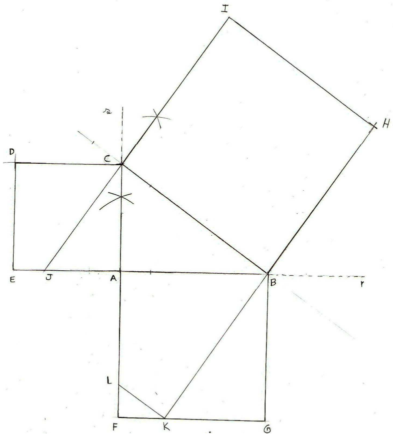


Passo 2 – Construa, quadrados utilizando os lados dos catetos (´´b``e ´´c``) e da hipotenusa ´´a``.

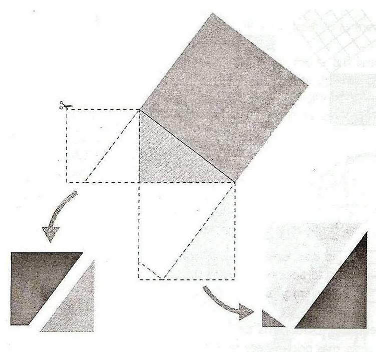


Passo 3 - Prolongue os lados do quadrado maior (BCHI) até eles encontrarem os lados dos quadrados (ACDE) e (ABGF), determinando assim os pontos **J** e **K**. Em seguida trace o segmento **KL**, sendo **KL** paralelo ao segmento BC (use o par de esquadros).

Passo 4 - Observe que o quadrado ACDE ficou dividido em duas partes e o quadrado ABGF, ficou dividido em três partes. Utilizando lápis coloridos, pinte cada parte de uma cor diferente.



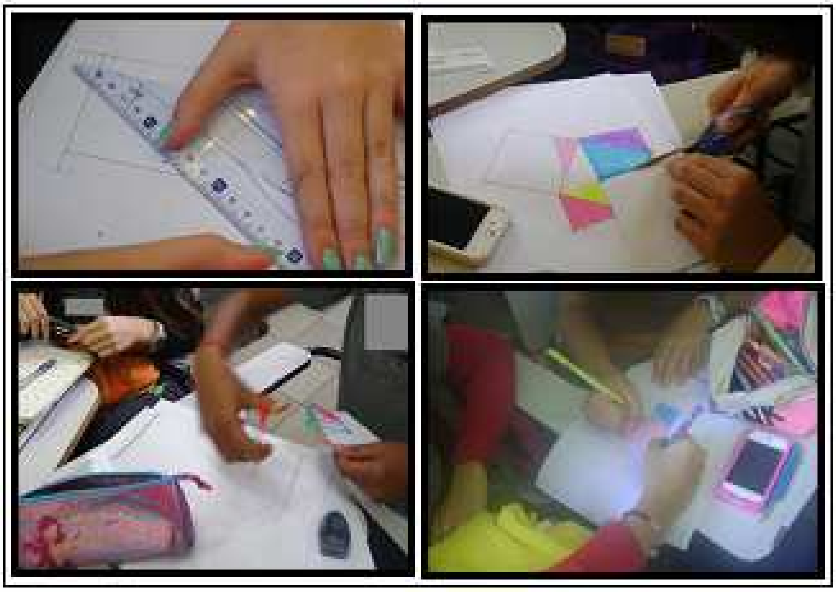
Passo 5 - Para terminar o trabalho, recorte as cinco partes coloridas.



Fonte adaptada: Descobrindo o Teorema de Pitágoras, Imenes e Lellis, 2000.

De acordo com os dados do caderno de campo do professor-pesquisador, não surgiram dúvidas quanto à realização dessa atividade, que foi concluída por todas as duplas participantes. Após a construção do quebra-cabeça pitagórico, as duplas recortaram as peças do Tangram conforme o passo descrito no item *5* da atividade 1. A análise desses dados também mostra que houve cooperativismo e parceria entre as duplas de participantes para a construção da figura, a escolha das cores e para o recorte da folha fornecida para a confecção das peças desse quebra-cabeça. A figura 13 mostra alguns participantes das turmas *A* e *B* montando o Tangram Pitagórico.

Figura 13: Participantes das turmas *A* e *B* montando o Tangram Pitagórico



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Após o término da construção e o recorte das figuras, o professor-pesquisador solicitou que as duplas de participantes finalizassem a atividade 1 com a montagem das peças recortadas. Essas peças foram obtidas por meio do recorte dos quadrados construídos sobre os catetos *b* e *c* e sobre a hipotenusa *a*. O quadro 43 mostra a realização do item *b* da atividade 1 e alguns alunos das turmas *A* e *B* montando o quebra-cabeça proposto.

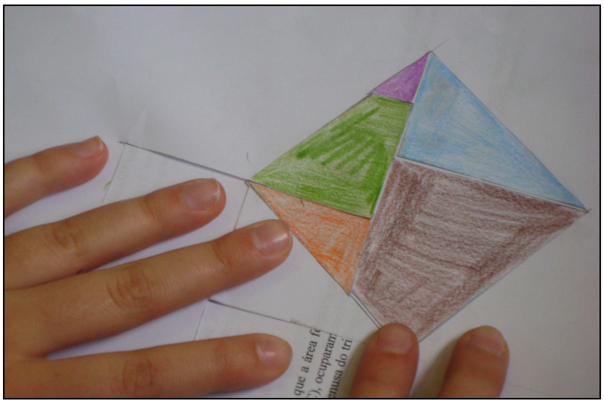
Quadro 43: Enunciado do item *b* da atividade 1 e algumas imagens de alunos das turmas A e B realizando a montagem do quebra-cabeça do Tangram Pitagórico

Atividade 1: b) Utilizando uma cola, encaixe as 5 peças recortadas e coloridas sobre o quadrado de lado igual à medida da hipotenusa do triângulo retângulo ABC.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

De acordo com os dados do caderno de campo do professor-pesquisador, os participantes, em duplas, discutiram sobre a atividade proposta, tentando terminá-la no tempo proposto de 12 minutos, porém, algumas duplas apresentavam dificuldades para resolver essa atividade. Dessa maneira, o professor-pesquisador forneceu uma dica para a sua realização, mostrando a colocação de uma das peças do quebra-cabeça, que foi escolhida aleatoriamente. Esses dados também mostram que, após essa demonstração, as duplas de participantes terminaram essa atividade com muito entusiasmo. A figura 14 apresenta a montagem do quebra-cabeça realizado pela dupla formada pelos participantes *A2* e *A9*.

Figura 14: Quebra-cabeça montado pela dupla formada pelos participantes *A2* e *A9*



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Após a concretização da atividade 1, com relação ao exercício proposto, o professor-pesquisador comentou que:

> (...) cortamos esses dois quadrados formados pelos catetos de um triangulo retângulo e encaixamos dentro do quadrado de lado maior, que é a medida da hipotenusa. Desta maneira, relembrem a história contada sobre Pitágoras e o teorema que leva o seu nome, bem como as definições desse teorema que já discutimos na aula 7.

Continuando essa abordagem, o professor-pesquisador perguntou aos participantes:

> Pode-se afirmar que a área formada pelos dois quadrados menores de lados iguais aos catetos do triângulo *ABC*, ocuparam toda extensão da área formada pelo quadrado maior de lado igual à medida da hipotenusa do triângulo *ABC*?

A análise dos dados mostra que todos os participantes responderam que a asserção colocada estava correta. Por exemplo, o participante *A9* afirmou que "sim, pois as peças se encaixaram no quadrado maior" enquanto o participante *A8* argumentou que "sim, pois os quadrados dos catetos juntos é igual ao quadrado formado pela hipotenusa".

Continuando a aula, foi solicitado que os participantes de cada dupla discutissem a atividade 2, respondendo-a. O quadro 44 apresenta a atividade 2 proposta para essa aula.

Quadro 44: Atividade 2 proposta para a aula 8

2) Observando a sua colagem realizada neste exercício [Atividade 1, item b], o que podemos afirmar em relação aos quadrados formados pelos lados dos catetos do triângulo *ABC* e sobre o quadrado formado pelo lado da hipotenusa?

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

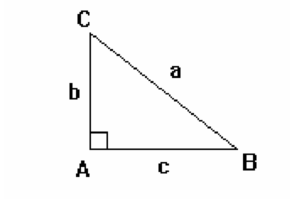
A análise dos dados mostra que 36 (90%) dos 40 participantes, que estavam agrupados em duplas, perceberam que a soma das áreas dos quadrados menores é igual à área do quadrado maior, ou seja, que a área formada pelo quadrado maior, que tem como lado a medida da hipotenusa *a* é igual à soma das áreas dos quadrados menores, que tem como lados os catetos *b* e *c*. Por exemplo, os participantes *B16* e *B17*, afirmaram que “o quadrado formado pela hipotenusa equivale aos dois quadrados menores que foram formados na figura”`, enquanto que os participantes *A17* e *A18* comentaram que “os quadrados dos catetos couberam dentro do quadrado da hipotenusa”. Em seguida, os participantes resolveram as atividades 3, 4 e 5 propostas para essa aula. O quadro 45 apresenta as atividades 3, 4 e 5 propostas para essa aula, bem como a resolução dada pela dupla composta pelos participantes *A4* e *A5*.

Quadro 45: Atividades 3, 4 e 5 e as soluções propostas pela dupla composta pelos participantes *A4* e *A5*

3) Quanto mede a área do quadrado (em cm^2) de lado igual à hipotenusa do triângulo *ABC* construído.

4) Relembrando a história de Pitágoras contada pelo professor, para os antigos gregos o que representa a^2? b^2? c^2?

5) Represente algebricamente o Teorema de Pitágoras.



Resolução:

3) A área do quadrado é $52\ cm^2$

$$\begin{array}{r} +16 \\ 36 \\ \hline 52 \end{array}$$

4) a^2 = área de um quadrado de lado a
b^2 = área de um quadrado de lado b
c^2 = área de um quadrado de lado c

5) $a^2 = b^2 + c^2$

hipotenusa
cateto
cateto

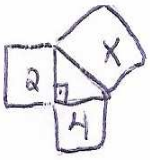
Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados coletados nessas atividades mostra que 38 (93%) dos participantes responderam corretamente esses questionamentos. Dessa maneira, infere-se que esses participantes perceberam que, para determinar a área do quadrado maior, é necessário somar as áreas dos quadrados menores. Esses participantes também perceberam que, na fórmula $a^2 = b^2 + c^2$; a^2, b^2 e c^2 representam, respectivamente, as áreas dos quadrados de lado *a*, *b* e *c*. Prosseguindo a aula 8, o quadro 46 mostra a atividade 6 bem como a resolução determinada pelos participantes *B5* e *B21*.

Quadro 46: Atividade 6 da aula 8 e a resolução determinada pelos participantes *B5* e *B21*

6) Defina o Teorema de Pitágoras. Em seguida exemplifique com um desenho.

Em todo triângulo retângulo:
o quadrado da hipotenusa é igual a soma do quadrado dos catetos



$$x^2 = 2^2 + 4^2$$
$$x^2 = 4 + 16$$
$$x = \sqrt{20}$$

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

De acordo com a análise dos dados registrados no caderno de campo do professor-pesquisador, 6 (15%) participantes solicitaram auxílio para a resolução dessa questão. Por exemplo, o participante *A20* solicitou auxílio do professor-pesquisador, perguntando “como posso definir isso?”. Percebendo essas dúvidas, o professor-pesquisador orientou os participantes de maneira coletiva para que pudessem determinar a resposta correta. O quadro 47 apresenta o trecho de um diálogo entre o professor-pesquisador, o participante *A20* e o participante *A2* sobre a atividade 6.

Quadro 47: Trecho de um diálogo entre o professor-pesquisador, o participante *A20* e o participante *A2* sobre a resolução da atividade 6

Professor-pesquisador: Para resolver a atividade 1, o que vocês fizeram? Relate passo a passo para mim participante *A20*?
Participante *A20*: Ah, fizemos um triângulo retângulo e construímos quadrados utilizando como medidas: a hipotenusa e os seus catetos, e depois, colocamos as peças que cortamos dentro desse quadrado maior.
Professor-pesquisador: Sim, peças essas que vieram dos dois quadrados menores. Não foi isso?
Participante *A20*: Foi.
Professor-pesquisador: Ok. Então posso dizer que a área dos dois quadrados menores cabe dentro do quadrado maior?
Participante *A20*: Pode.
Professor-pesquisador: Ok. Praticamente já definimos o Teorema de Pitágoras, agora é só melhorarmos o texto.
Participante *A2*: [Participante *A20*], o que ele quer que você escreva é que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado hipotenusa.
Professor-pesquisador: É isso mesmo, [participante *A2*], todos entenderam dessa forma? Quero também que percebam que quando falamos quadrados dos catetos, estamos nos referindo a área de quadrados, que tem como lados as medidas dos catetos e que o quadrado da hipotenusa representa a área de um quadrado, que tem como lado a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo.
Caderno de campo do professor-pesquisador: A análise de dados do mostra que todos os participantes presentes concordaram com essa asserção.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

3.2.3.7.6. Aula 13: Desenvolvendo operações matemáticas com a utilização das construções geométricas.

O objetivo principal dessa aula foi a realização de cálculos matemáticos com a utilização de traçados geométricos como retas, segmentos de retas e circunferências. Nesse sentido, o professor-pesquisador relembrou que os antigos gregos resolviam os problemas matemáticos propostos com a utilização dessas construções geométricas. Nessa aula, apresentou-se também a obra *Os Elementos* de Euclides por meio de seu aspecto histórico e de sua importância para a Educação Matemática.

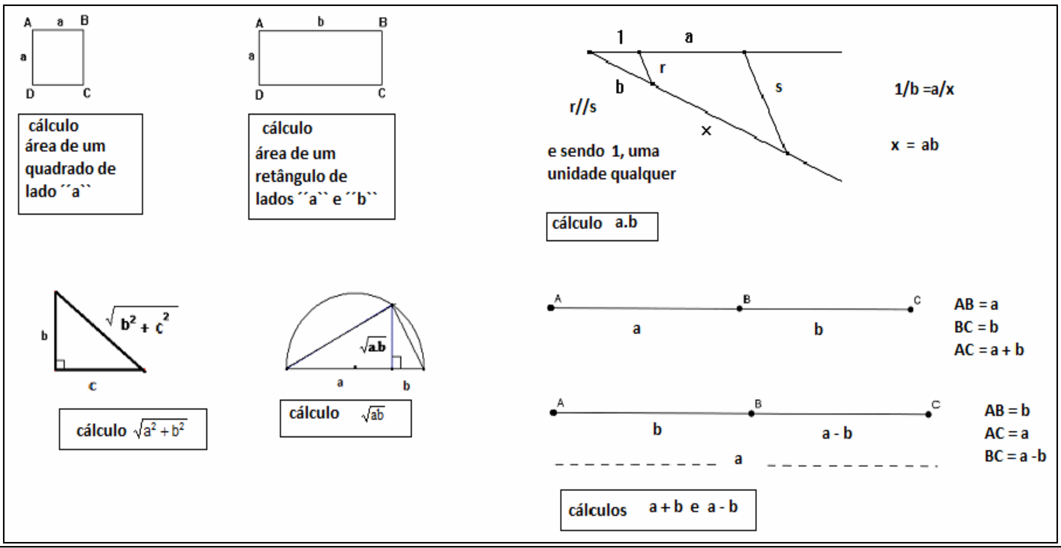
Essa aula iniciou-se com o professor-pesquisador lendo o texto intitulado *Cálculos dos Antigos Gregos* (Quadro 48) que foi entregue aos participantes para que realizassem a leitura coletiva. Nessa aula, estavam presentes 41 (100%) participantes das turmas *A* e *B*, que foram divididos em 19 duplas e um trio.

Quadro 48: Texto intitulado *Cálculos dos Antigos Gregos*

Cálculos dos Antigos Gregos

A álgebra estudada na antiga Grécia era geométrica, os antigos gregos resolviam os problemas matemáticos, utilizando os seus conhecimentos geométricos. Dessa maneira, os problemas eram resolvidos com a utilização de retas, segmentos de reta, pontos, áreas, arcos e circunferências. As grandezas eram associadas a segmentos de reta e, então, eram *construídas*, no lugar de serem calculadas. Assim, para os antigos gregos:

- a^2 era a área de um quadrado de lado **a**
- ***ab*** era a área de um retângulo de lados **a** e **b**.
- ***a + b*** e ***a – b*** eram calculados com segmentos colineares e adjacentes ou com segmentos sobrepostos.
- ***a . b*** era calculado com a utilização do Teorema de Tales.
- $\sqrt{a^2 + b^2}$ era calculado com a utilização do Teorema de Pitágoras
- $\sqrt{ab}$ era calculado com a utilização da técnica da Média Geométrica (ou Média Proporcional), que era justificada pelas relações métricas no triângulo retângulo.



Uma das mais importantes obras que chegou até nós, foi a obra intitulada *Os Elementos* escrita por Euclides. Essa obra tem uma grande importância na História da Matemática, sendo que até hoje utilizamos em nossos estudos os conceitos apresentados por esse grande matemático. É importante ressaltar que Euclides compilou em os *Elementos* toda a Geometria conhecida na sua época, estruturando esse conhecimento. Isto é, a partir de alguns axiomas (*conceitos e proposições admitidos sem demonstração*) desenvolveu e demonstrou os teoremas e as proposições geométricas contidas em sua obra. Euclides foi o primeiro matemático a utilizar esse método, denominado axiomático. Sendo assim, a sua obra constitui o primeiro exemplo de um sistema axiomático. A obra *Os Elementos* foi escrita por volta do ano 300 a. C, e consiste em 13 livros que agrupam todos os conhecimentos matemáticos existentes até aquela época, aperfeiçoados e demonstrados por meio geométrico. É interessante comentar que nenhum outro autor de livros-texto conseguiu êxito comparável a Euclides, pois a sua obra é o mais antigo livro de Matemática ainda em vigor nos dias de hoje, uma obra que somente perde para a Bíblia em número de edições e, para muitos, o mais influente livro matemático de todos os tempos (GARBI, 2010).

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Após a leitura do texto, o professor-pesquisador mostrou o livro *Os Elementos*, versão de 2009, lançada pela Editora Unesp, traduzido por Irineu Bicudo, que circulou entre todos os participantes presentes nessa aula. Durante essa apresentação, o participante *A2* comentou que "é difícil entender o que Euclides está demonstrando no livro". O professor-pesquisador concordou com esse participante ao afirmar que "hoje em dia, em nossos livros de Matemática, essas ideias são apresentadas com uma linguagem bem mais simples".

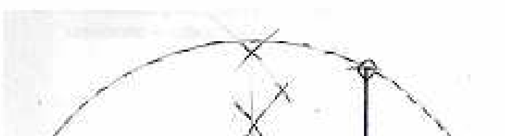
Em seguida, o professor-pesquisador iniciou a leitura do item *a* da atividade 1 conforme mostrado no quadro 49.

Quadro 49: Apresentação do item *a* da atividade 1 (aula 13) e a resolução dada pela dupla formada pelos participantes *A2* e *A9*

1) Dados os segmentos ***a*** e ***b*** , faça o que se pede abaixo:

a ———— b ——

a) Determine um segmento **x**, cuja medida, seja a média geométrica dos segmentos ***a*** e ***b*** que foram dados, ou seja, determine $x = \sqrt{a.b}$.



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados coletados mostra que todas as duplas e o trio de participantes conseguiram resolver de maneira correta a questão proposta. Contudo, essa análise também revela que 12 (29%) participantes necessitaram da orientação e intervenção do professor-pesquisador na resolução dessa situação-problema. O quadro 50 mostra o diálogo entre o professor-pesquisador e os participantes *A19*, *A15* e *A16* sobre a resolução do item *a* da atividade 1.

Quadro 50: Diálogo entre o professor-pesquisador e os participantes *A19*, *A15* e *A16* com relação à resolução do item *a* da atividade 1 (aula 13)

Participante *A15*: como faço isso [encontrar $\mathbf{x} = \sqrt{a.b}$]?
Professor-pesquisador: Vocês devem encontrar a média geométrica desses segmentos [a e b].
Participante *A16*: Ahhh! Mas vamos fazer usando qual processo? O aditivo ou subtrativo? [Obs.: Esses processos foram apresentados na aula 12 (Apêndice 7)]
Professor-pesquisador: Aquele que vocês acharem mais interessante para a resolução da atividade. Qual dos processos vocês querem utilizar?
Participante *A16*: O aditivo, pois é mais fácil.
Professor-pesquisador: E como é esse traçado?
Participante *A16*: Juntamos os segmentos a e b, achamos o ponto médio e fazemos a circunferência. O segmento perpendicular (altura) entre a e b é a média geométrica.
Professor-pesquisador: Bacana! Mas vocês sabem justificar esse processo?
Participante *A16*: Eu não lembro o porquê faz assim.
Participante *A15*: Eu também não.
Professor-pesquisador: Turma, alguém sabe justificar os traçados geométricos, para a construção gráfica da média geométrica pelo processo aditivo?
Participante *A9*: É porque quando somamos os segmentos *a* e *b* e traçamos a altura, esses segmentos [a e b] são as projeções e a altura é a media geométrica entre as projeções da hipotenusa.
Professor-pesquisador: Bacana participante *A9*, ou seja, o quadrado da medida da altura relativa à hipotenusa é igual ao produto das medidas das projeções dos catetos sobre ela.

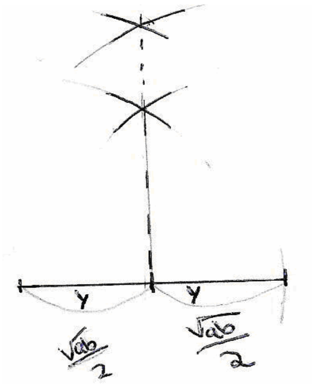
Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados mostra que todas as duplas e o trio de participantes realizaram a média geométrica utilizando o processo aditivo. Provavelmente, a justificativa para a utilização desse método resultou pelo fato de que as medidas desses segmentos eram mais fáceis de serem trabalhadas, pois possuíam valores pequenos. No entanto, a análise dos dados coletados é insuficiente para que o professor-pesquisador possa confirmar essa asserção.

Posteriormente, o professor-pesquisador leu o item *b* da a atividade 1, solicitando que os participantes a realizassem. O quadro 51 apresenta o texto do item b da atividade 1e a resolução dada pela dupla formada pelos participantes *A2* e *A9*.

Quadro 51: Texto do item *b* da atividade 1 (aula 13) e a resolução dada pela dupla formada pelos participantes *A2* e *A9*

1. b) Determine um segmento **y**, cuja medida seja a metade do segmento **x,** ou seja, **y** $= \frac{\sqrt{a.b}}{2}$.

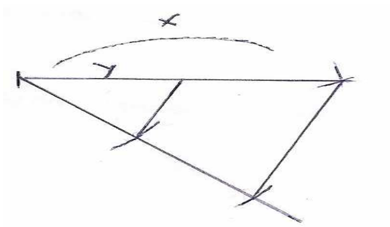


Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados coletados nessa atividade mostra que todos os participantes conseguiram resolver esse item da atividade proposta. Contudo, ressalta-se que 4 (10%) participantes de duas duplas tiveram dúvidas com relação a como iniciar a resolução desse item, enquanto que 8 (20%) participantes de 4 duplas tiveram dúvidas com relação a como traçar a mediatriz do segmento de reta. Essa análise também revela que 4 (20%) participantes de 2 duplas utilizaram um processo de construção que dividia o segmento **x** ao meio conforme justificado pelo Teorema de Tales. A análise dos dados também revela que esses participantes perceberam a aplicação do Teorema de Tales nessa atividade, utilizando-o em sua resolução, apesar desse conteúdo ter sido estudado na aula 2 do registro documental. O quadro 52 apresenta o diálogo ocorrido entre o professor-pesquisador e o participante *A1* com relação à resolução do item *b* da atividade 1 realizada pela dupla formada pelos participantes *A1* e *A20*.

Quadro 52: Diálogo ocorrido entre o professor-pesquisador e o participante *A1* com relação à resolução do item *b* da atividade 1 (aula 13) realizada pela dupla formada pelos participantes *A1* e *A20*

Professor-pesquisador: Olha que bacana! Vocês não utilizaram o traçado da mediatriz para dividir o segmento de reta em duas partes iguais. Como podemos justificar essa construção realizada por vocês ou seja, o que garante que esse traçado divide esse segmento ao meio?

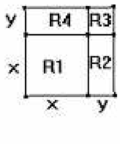
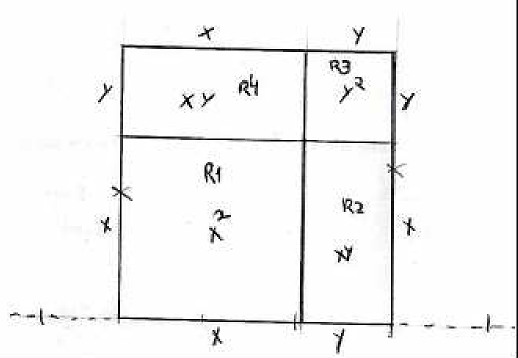


Participante *A1*: É o processo de Tales de Mileto. É porque, se esses segmentos abaixo que eu criei são iguais, os de cima também serão.
Professor-pesquisador: É! Melhorando a sua frase um pouquinho, podemos falar que um feixe de retas paralelas determina, sobre duas ou mais transversais, segmentos proporcionais.
Professor-pesquisador: Vocês acham mais fácil essa construção do que traçar a mediatriz para encontrar o ponto médio de segmentos de reta?
Participante *A1*: Ah é melhor, pois esse método serve para dividir em duas, três ou mais partes iguais. Assim, utilizo o mesmo método para qualquer divisão.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Prosseguindo com a aula, após esperar que todas as duplas concluíssem a realização do item *b* da atividade 1, o professor-pesquisador propôs a resolução dos itens *c* e *d* dessa atividade. O quadro 53 mostra os itens *c* e *d* da atividade 1 e a resolução determinada pela dupla formada pelos participantes *A2* e *A9*.

Quadro 53: Itens *c* e *d* da atividade 1 (aula 13) e a resolução determinada pela dupla formada pelos participantes *A2* e *A9*

c) Construa um quadrado de lado **x + y**. d) Utilizando retas paralelas ou perpendiculares, divida o quadrado construído por você, em quatro retângulos conforme o esboço abaixo:  retângulo 1 - R1 retângulo 2 - R2 retângulo 3 - R3 retângulo 4 - R4	**Resposta:** 

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados mostra que as duplas de participantes não apresentaram dúvidas com relação a resolução desse item da atividade. Dessa maneira, após a conclusão dos itens *c* e *d*, o professor-pesquisador propôs que os participantes resolvessem o item *e* da atividade 1. O quadro 54 mostra o item *e* atividade 1 e a resolução dada pela dupla formada pelos alunos *B6* e *B10*.

Quadro 54: Item *e* da atividade 1 (aula 13) e a resolução dada pela dupla formada pelos alunos *B6* e *B10*

e) Observando o quadrado de lado (**x** + **y)** construído e os quatro retângulos formados, responda o que se pede abaixo:

1º - Quais são as medidas do lado do retângulo 1 (R1) ? E sua área?

x e x $\qquad$ x^2

2º - Quais são as medidas do lado do retângulo 2 (R2) ? E sua área?

x e y $\qquad$ xy

3º - Quais são as medidas do lado do retângulo 3 (R3) ? E sua área?

y e y $\qquad$ y^2

4º - Quais são as medidas do lado do retângulo 4 (R4) ? E sua área?

x e y $\qquad$ xy

5º - Qual a área do quadrado de lado (x + y) ?

$(x+y)^2$ $\qquad$ $(x+y)(x+y) = x^2 + 2xy + y^2$

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

A análise dos dados dessa atividade mostra que 10 (25%) participantes de duas duplas tiveram dúvidas com relação à resolução desse item da atividade, necessitando do auxílio do professor-pesquisador. Por exemplo, a dupla formada pelos alunos *A3* e *A14*, calculou o perímetro dos retângulos ao invés da área enquanto que as duas duplas formadas pelos alunos *A7* e *A8* e *B8* e *B16*, respectivamente, mediram, em centímetros, as medidas dos segmentos *x* e *y* e, posteriormente, calcularam a área dos retângulos utilizando essas medidas. Essa análise também mostra que 14 (35%) participantes de 7 duplas utilizaram o cálculo do produto notável $(x+y)^2$ por meio da multiplicação dos polinômios (x + y) (x + y), não percebendo que obteriam as mesmas respostas ao somar as áreas determinadas anteriormente nessa atividade. O quadro 55 mostra o diálogo ocorrido entre o professor-pesquisador e os participantes *A4* e *A5* com relação à resolução do item *e* da atividade proposta.

Quadro 55: Diálogo ocorrido entre o professor-pesquisador e os participantes *A4* e *A5* com relação ao item *e* da atividade 1 (aula 13)

Participante *A4*: Ah, professor eu esqueci como desenvolve isso [$(x+y)^2$]? Me ajuda?   **Professor-pesquisador:** Deem uma olhada na figura construída e as respostas já dadas por vocês e me respondam quanto vale $(x+y)^2$?   **Participante *A5*:** A gente pode multiplicar assim [(x+y) (x+y)] sem usar a fórmula.   **Professor-pesquisador:** Pode! Pode sim, mas [participante *A5*], dê uma olhada na figura que você fez, você calculou a área das quatro partes do quadrado, se você somar as quatro áreas calculadas você teria o quê?   **Participante *A5*:** A área do quadradão   **Professor-pesquisador:** Mas como podemos encontrar a área desse *quadradão* que você falou, que tem lado $x + y$?   **Participante *A4*:** Ah, é o lado dele ao quadrado.   **Participante *A5*:** Isso, é $(x+y)^2$.   **Professor-pesquisador:** Logo, o que é $(x+y)^2$?   **Participante *A4*:** Ah! É só juntar as áreas que nós temos $x^2+2xy+y^2$.   **Participante *A5*:** Que doido! Podemos usar o desenho para decorar essa fórmula da matemática, que eu sempre esqueço.   **Professor-pesquisador:** Vocês acham que tem alguma ligação entre o desenho geométrico e a matemática.   **Participante *A5*:** Sim. Um a gente faz contas com números [Matemática] o outro [Desenho Geométrico] as contas é com segmentos.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Em seguida, para concluir essa aula, o professor-pesquisador solicitou que os participantes respondessem à atividade 6. O quadro 56 mostra a atividade 6 e a resposta dada pela dupla formada pelos participantes *B6* e *B10*.

Quadro 56: Atividade 6 (aula 13) com a resposta dada pela dupla formada pelos participantes *B6* e *B10*

Atividade 6: Você associa a área encontrada do quadrado de lado (**x** + **y)** com alguma fórmula matemática? Caso afirmativo, qual?

A fórmula matemática da área que eu associei, é um produto notável

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

De acordo com os dados analisados, 4 (10%) participantes de duas duplas responderam à atividade de maneira incorreta, 2 (5%) participantes de uma dupla não responderam a esse questionamento enquanto que 32 (78%) participantes de 16 duplas e 3 (7%) participantes de um trio determinaram corretamente a resposta da questão proposta. Por exemplo, a dupla formada pelos participantes *A6* e *A11* respondeu que “É o quadrado da soma (x + y) (x + y)”, o trio formado pelos participantes *B11*, *B9* e *B14* afirmou que é “a fórmula matemática do produto notável $(x+y)^2$”, enquanto que a dupla formada pelos participantes *B13* e *B20* argumentou que representa a fórmula que calcula “o primeiro ao quadrado mais o segundo ao quadrado, mas duas vezes o primeiro vezes o segundo”.

3.3. Iniciando a Codificação Aberta e Axial de acordo com a Teoria Fundamentada

Após a conclusão da primeira etapa prevista na Teoria Fundamentada, que é a coleta de dados que compõem a amostragem teórica desse estudo, os dados foram submetidos ao processo de codificação. Esse processo foi conduzido por meio de comparações constantes entre os dados brutos coletados (PINTO, 2012). Esses dados foram agrupados e reagrupados por meio de sua categorização cujo objetivo foi buscar o relacionamento entre as categorias que emergiram durante o processo analítico. Nessa perspectiva, a Teoria Fundamentada pode ser considerada como um método de análise comparativo (GASQUE, 2007).

Nesse estudo, de acordo com os pressupostos da Teoria Fundamentada, a codificação dos dados brutos foi composta por três etapas, a *Codificação Aberta*, a *Codificação Axial* e *Codificação Seletiva*. Na primeira etapa denominada de Codificação Aberta, os dados foram analisados palavra por palavra e frase por frase para conceituá-los de acordo com as ideias que foram expressas por meio de códigos preliminares. Nessa etapa do processo analítico, para a codificação aberta dos dados, houve a necessidade de rotulá-los por meio de questionamentos como, por exemplo, *O que os dados representam? E O que significam?* (GASQUE, 2007). Na etapa posterior, a Codificação Axial, surgem categorias densas englobando as categorias formuladas na fase anterior. Essas categorias serão utilizadas para a criação da categoria central, na Codificação Seletiva.

Dessa maneira, o professor-pesquisador agrupou os dados qualitativos brutos em várias categorias, analisando-os de acordo com as codificações propostas pela Teoria Fundamentada.

3.3.1. As Codificações Abertas dos Questionários I, II e III.

A análise dos dados qualitativos brutos coletados nos questionários I, II e III possibilitou ao professor-pesquisador a identificação e o desenvolvimento de propriedades e conceitos, que foram considerados como características pertencentes a uma determinada categoria (STRAUSS e CORBIN, 1990). Esse processo envolveu as ações de examinar, comparar, conceituar e categorizar os dados que foram sumarizados em uma lista de códigos oriundos do processo analítico. Esse procedimento favoreceu a classificação de conceitos que emergiram por meio da comparação realizada entre os códigos preliminares, que visava à elaboração das categorias durante o processo de codificação (STRAUSS e CORBIN, 1990).

De acordo com esse contexto, a análise desses dados apresentou indícios que direcionam para a existência de potencialidades da História da Matemática para utilização em sala de aula. O quadro 57 apresenta exemplos das codificações abertas referentes aos dados qualitativos brutos coletados nos questionários I e II.

Quadro 57: Codificações abertas do questionário I e II

Instrumento de Coleta de Dados	**Dados Brutos Coletados**	**Codificação Aberta (Códigos Preliminares)**
Dados Quantitativos e Qualitativos Coletados nos Questionários I e II	**Análise dos dados**: 25 (64%) participantes se interessam em saber o *porquê* dos conteúdos aprendidos em Geometria (3). **Análise dos dados**: 25 (64%) dos participantes afirmam que o conhecimento sobre os motivos ou os *porquês* (3) de se estudar um determinado conteúdo matemático ou geométrico, pode motivá-los para esse estudo (1). **Análise dos dados**: 58% das respostas dadas pelos participantes estão relacionadas com o ponto de vista de que a História da Matemática pode mostrar aos alunos de onde surgiram certos conteúdos matemáticos (4) (7). **Um dos Participantes da Turma *A*:** Foi muito bom, podíamos fazer mais, pois é muito legal (1). **Um dos Participantes da Turma *B***: As atividades realizadas na disciplina Desenho Geométrico são muito interessantes (1) e ajuda a entender mais a matéria (2). **Um dos Participantes da Turma *A***: Achei bom! Alguns assuntos abordados em sala de aula de Geometria [Desenho Geométrico] também são discutidos nas aulas de Matemática (5), ajudando a compreender melhor o conteúdo (2). **Um dos Participantes da turma *A***: Fiquei motivado (1) com o estudo dos conteúdos ensinados, pois havia entendido o *porquê* (3) da necessidade de aprender aquele conteúdo curricular (2) (6) (7).	1. Interesse pela atividade por meio da utilização da história 2. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos 3. Justificar o porquê de um determinado conteúdo 4. Humanizar a Matemática 5. Unificar conteúdos da matemática 6. Conhecer as razões pelas quais a matemática é utilizada no cotidiano 7. Contextualizar um conteúdo buscando a aprendizagem significativa

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

O quadro 58 mostra a codificação aberta com relação à análise dos dados qualitativos coletados nas questões do questionário III.

Quadro 58: Codificação aberta do questionário III

Instrumento de Coleta de Dados	**Dados Brutos Coletados**	**Codificação aberta (Códigos Preliminares)**
Dados Qualitativos Coletados no Questionário III	**Um dos Participantes da Turma *A***: Para mim, é legal saber a história (1) e descobrir que os cálculos matemáticos têm um fundo geométrico (6), ou seja, uma representação das contas (2). **Um dos Participantes da Turma *B***: Essa disciplina [Desenho Geométrico] é interessante (1), pois ela ensina a aplicação do conteúdo em situações do dia-a-dia (3) (4) (7). **Um dos Participantes da Turma *A***: A história é utilizada para mostrar como que o pensador pensou sua ideia na época em que vivia (5)(6). **Um dos Participantes da Turma *B***: Essas histórias são muito interessantes (1), pois assim podemos saber da onde surgiram certas ideias [geométricas] (4) (6) **Um dos Participantes da Turma *A***: Essas atividades [são] muito legais e interessantes (1), o que faz dar vontade de aprender e de construir os desenhos (3) . **Um dos Participantes da Turma *A***: Você consegue ver [o] que está ocorrendo (3) e como se resolve determinado problema matemático por meio de desenho (4) (7). **Um dos Participantes da Turma *B***: Histórias vêm com explicação (1) e ambas são boas maneiras [estratégias] de se interessar por aprender o conteúdo [ensinado] (4) (7). **Um dos Participantes da Turma *A***: O estudo da geometria e álgebra ajuda a entender, o desenho geométrico (2), e a construção fica mais fácil de fazer (3). **Um dos Participantes da turma *B***: A História da Matemática apresentada nas aulas de Desenho Geométrico foi utilizada principalmente para se chegar à conclusão de determinados conceitos (4), e também, para se perceber a evolução da matemática (5).	1. Interesse pela atividade por meio da utilização da história 2. Unificar conteúdos matemáticos 3. Atitudes positivas com relação ao ensino e aprendizagem 4. Métodos de ensino e aprendizagem 5. Humanizar a Matemática 6. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos 7. Contextualizar um conteúdo buscando a aprendizagem significativa

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

3.3.2. As Codificações Abertas das Aulas 2, 4, 5, 7, 8 e 13 do Registro Documental

A análise dos dados qualitativos brutos também apresentou indícios que direcionam para a existência de potencialidades da História da Matemática para utilização em sala de aula, na análise dos dados coletados nas aulas 2, 4, 5, 7, 8 e 13. Os quadros 59, 60, 61, 62, 63 e 64 apresentam exemplos da codificação aberta referente aos dados brutos qualitativos coletados nas aulas 2, 4, 5, 7, 8 e 13.

Quadro 59: Codificação aberta dos dados brutos qualitativos coletados na aula 2

Tipo de Atividades	Dados Brutos Coletados	Codificação Aberta (Códigos Preliminares)
Leitura e Discussão do Texto	**Aluno *A16*:** Esse Tales é o mesmo que o professor de Filosofia falou sobre os quatro elementos: Terra, ar, fogo e água? (1). **Professor-pesquisador** (continuando a leitura do texto): Na verdade o segmento AB e o segmento CD têm o mesmo tamanho. Mas, por uma observação rápida, parece que o segmento CD é o maior. **Participante *A16***: Claro que o segmento CD é maior. (2) **Professor-pesquisador** (provocando uma reação): Então, pegue uma régua e meça. **Participante *A16***: É mesmo, legal! (3).	1. Ensino interdisciplinar 2. Interesse pela atividade por meio da utilização da história 3. Flexibilidade para modificar um argumento
Atividade 1	**Grupo 3 – *Turma A***: Tales de Mileto questionou várias coisas e conseguiu medir as coisas pela sombra, criar teorias e obter mais conhecimento (5). **Grupo 4 - *Turma A***: Houve uma mudança muito significativa que ele passou da observação para o questionamento das coisas e também observou que as coisas começaram a ter sentido (4). **Grupo 5 – *Turma B***: Com as ideias de Tales de Mileto, a Matemática evoluiu porque ele conseguiu medir a altura de uma pirâmide sem encostar nela e desenvolveu teoremas e teorias (5) (6). **Grupo 8 – *Turma B***: Tales de Mileto não se satisfazia apenas em fazer contas, ele procurava se justificar sempre. Queria saber o *porquê* de uma conta funcionar (6).	4. Conhecer o desenvolvimento e a evolução dos conteúdos matemáticos 5. Reconstruir o conhecimento matemático desenvolvido no decorrer da história 6. Buscar compreensão dos conceitos matemáticos

Atividade 2	**Participante *B6***: Ô professor, isso sempre vai dar certo? Independente de como eu traçar as retas? **Professor-pesquisador**: Sim, retas paralelas cortadas por retas transversais determinam segmentos proporcionais. **Participante *B6****:* Mas como posso provar isso? (7).	7. Atitudes positivas com relação ao ensino e aprendizagem
Atividades 3 e 4	**Participante *A2***: Os resultados foram iguais, pois o problema foi resolvido de maneira gráfica e algébrica (9) (11). **Participantes*B5***: O problema foi resolvido de maneira gráfica e algébrica (9) (11). **Participante *B16***: As respostas iguais eram apenas resoluções diferentes do mesmo exercício (8). **Participante *B5*:** Para resolver a questão 03, utilizei a ideia do Teorema de Tales enquanto que, para a resolução da atividade 04, utilizei a propriedade fundamental das proporções (11). **Participante *B6*:**A resolução do problema por meio da proporção é muito mais fácil, já por construções dava muito trabalho (8).	8. Confiança 9. Utilizar diferentes representações matemáticas 10. Atitudes positivas com relação ao ensino e aprendizagem 11. Unificar conteúdos da matemática
Caderno de Campo	No momento da leitura, discussão e comentários realizados sobre o texto, os 40 alunos presentes participaram e se mantiveram atentos às atividades desencadeadas em sala de aula (12).	12. Interesse pela atividade por meio da utilização da história

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Quadro 60: Codificação aberta dos dados brutos qualitativos coletados na aula 4

Tipo de Atividades	Dados Brutos Coletados	Codificação Aberta (Códigos Preliminares)
Leitura e Discussão do Texto	**Professor pesquisador:** Os gregos antigos passaram a privilegiar o conhecimento dedutivo e não o empírico, como ocorria até então. **Professor pesquisador:** Alguém pode falar o que já foi dito sobre isso? **Participante *A9*:** Que depois de Tales tinha que demonstrar as coisas que eram faladas (1).	1. Reconstruir o conhecimento matemático desenvolvido no decorrer na história

Atividade 1	**Professor pesquisador:** Então como podemos juntar essas informações para dar uma definição para semelhança de polígonos? **Participante *B2*:** Figuras que têm os mesmos formatos. **Participante*B10*:** Figuras que são reduzidas de uma maior (2). **Professor pesquisador:** Prestem atenção no que verificamos sobre os ângulos e sobre os lados dos polígonos da atividade. **Participante *B12*:** Lados que têm a mesma razão e ângulos iguaizinhos (2) (3) (4). **Caderno de campo:** Para a realização dessa questão, o professor-pesquisador pediu que todos os alunos medissem, utilizando uma régua, os lados dos polígonos ABCDE e AFGHI (6). Em seguida, foi pedido que os alunos medissem os ângulos internos, dos dois polígonos, com o uso do transferidor (2). **Caderno de campo:** Após as medições, foi solicitado que os participantes apresentassem os resultados de maneira coletiva, sendo que a determinação da resposta final seria baseada nas medidas que tivessem maior freqüência, pois assim, seriam evitadas diferenças entre as medidas, facilitando a discussão e a construção da definição de semelhança entre polígonos(3) (6). **Caderno de campo:** Durante a apresentação das medidas pelos participantes, a dupla *A1* composta pelos participantes *A12* e *A13*, contestou o resultado das medidas obtidas pela maioria das duplas e trios. Dessa maneira, ao verificar essa falha, o professor-pesquisador percebeu que as medições desses participantes estavam corretas, e que a régua que esses participantes utilizaram na realização dessa tarefa estava com, aproximadamente, 2mm de imprecisão (4) (5).	2. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos 3. Valorizar o trabalho coletivo e elaborar estratégias de resolução de problemas 4. Segurança na defesa de argumentos e flexibilidade para modificá-los 5. Cooperativismo 6. Métodos de ensino e aprendizagem
Atividade 2	**Dupla 01 da turma B**: Ele criou triângulos, com retas transversais, a partir do ponto A, ligando o ponto A ao D e C. A partir destas retas transversais, ele usou um par de esquadros para traçar retas paralelas à BC, CD e DE, e assim criando um modelo menor do polígono. De novo há o uso do Teorema de Tales, com o uso de retas paralelas dividindo mais de duas retas transversais (7). **Caderno de campo:** Os participantes perceberam a aplicação do Teorema de Tales para a resolução da atividade 2 (8).	7. Justificar a resolução de problemas 8. Compreender a aplicabilidade dos conceitos matemáticos

Atividade 3	**Participantes da dupla *8* da turma *B***: Para dividir a reta FE, usamos o teorema de Tales, que diz que um feixe de retas paralelas cortadas por retas transversais cria segmentos proporcionais (9). Este teorema também é usado para o resto da figura. Para criar a figura em si, também há a semelhança entre os triângulos (10). **Participantes da dupla 1 da turma *A***: Fiz retas transversais e cortei por paralelas pelo Teorema de Tales (9). Usamos também a semelhança de polígonos nos triângulos para diminuir a figura (10).	9. Contribuição do conhecimento prévio para a aquisição de um novo aprendizado 10. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Quadro 61: Codificação aberta dos dados brutos qualitativos coletados na aula 5

Tipo de Atividade	Dados Brutos Coletados	Codificação Aberta (Códigos Preliminares)
Atividade 1	**Professor pesquisador:** Alguém se lembra da história que contei sobre Tales de Mileto medindo a pirâmide de Quéops? (5) **Participante *A2*:** Ele mediu a pirâmide utilizando a sua sombra (1). **Professor pesquisador:** Isso, o caminho é esse, e sendo assim, como podemos fazer para resolver essa questão? **Participante *A2*:** É só medir a sombra que nem fez Tales (5). **Caderno de campo:** Durante a realização da atividade, os demais participantes das turmas *A* e *B* que estavam sentados na arquibancada participavam ativamente da resolução dessa atividade (2). **Caderno de campo:** O participante *B16* estava medindo a sombra do aluno *B19* de maneira incorreta, pois estava medindo-a a partir da ponta de seu pé. Essa falha foi percebida pelo participante *B12* que chamou a atenção do professor-pesquisador, perguntando se essa medição não deveria ser realizada a partir do calcanhar do participante *B19* (4). **Professor pesquisador:** A atividade é a seguinte: vocês (participantes *A16* e *B3*) devem medir as alturas dos participantes *A17* e *B19*, mas não podem tocar nesses alunos (3). **Participante *A16*:** Não tem jeito, ele é muito mais alto do que eu e não o alcanço. **Participante *A9*:** É só medir a sombra dos dois e fazer uma regra de três (3).	1. Razões pelas quais a matemática é utilizada no cotidiano 2. Interesse pela atividade por meio da utilização da História da Matemática 3. Valorizar trabalho coletivo e elaborar estratégias de resolução de problemas 4. Segurança na defesa de argumentos e flexibilidade para modificá-los 5. Reconstruir o conhecimento matemático desenvolvido no decorrer da história

Atividade 2	**Participante *A6***: a altura do homem é a metade da sua sombra, portanto será o mesmo com o poste (6). **Participante *B17*:** De acordo com a teoria de Tales, o poste mede 3m (6).	6. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos
Atividade 3	**Participante *B5***: [As razões] são iguais porque os ângulos *E* e *C*, *A* e *D* são correspondentes e o ângulo *B* é comum aos dois triângulos (7). **Professor pesquisador**: Vocês estão justificando uma definição com argumentos matemáticos (8). **Participante B6**: Esse procedimento era equivalente ao realizado por Tales (8) (9).	7. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos 8. Conceituar uma definição matemática 9. Segurança na defesa de argumentos
Atividade 4	**Participante *B12***: Utilizando o Teorema de Tales, nós conseguimos construir esses triângulos (10). **Participante *A20***: Usei o teorema de Tales para traçar a divisão de AB em três partes iguais e utilizando um par de esquadros achou k = 1/3 (10).	10. Justificar a resolução de problema

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Quadro 62: Codificação aberta dos dados brutos qualitativos coletados na aula 7

Tipo de Atividade	**Dados Brutos Coletados**	**Codificação Aberta (Códigos Preliminares)**
Cálculo da Altura da Árvore	**Professor-pesquisador:** Então, vou precisar de dois voluntários, um fará o papel de Pablo e o outro, representará o papel mais importante, que é o de árvore. Vamos interpretar o problema de forma teatral e vamos nos espelhar na resolução de Tales para calcular a distância do navio ao porto (1) (2) (3) (6). **Participante *A18*:** Eu quero participar! (3) **Professor-pesquisador:** Então você será o Pablo. E a árvore? **Participante *A18:*** Chama o *A17*, pois ele é o mais alto. **Professor-pesquisador**: Pode ser *A17*? **Participante *A17*:** Tá! **Professor-pesquisador:** Agora pergunto a vocês: como eu consigo determinar a altura da árvore? **Participante *A20*:** Os Triângulos são triângulos proporcionais, não são? (4) (5) (7).	1. Razões pelas quais a matemática é utilizada no cotidiano 2. Resolução de uma atividade com a utilização da História da Matemática 3. Interesse pela atividade por meio da utilização da História da Matemática 4. Conceituar uma definição matemática 5. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos

	Participante *A9*: Não. Eles são triângulos semelhantes (4) (5) (7). **Professor-pesquisador:** Parabéns turma! É isso mesmo. **Professor-pesquisador:** Posso então comentar, *A20*, que os triângulos formados são semelhantes? E por quê? **Participante *A20*:** Sim, pois eles têm em comum um ângulo e possuem ângulos de 90º (2) (5) (8). **Professor-pesquisador:** Qual é o caso que garante a semelhança? (8). **Participante *A9*:** Ângulo ângulo (AA)(2) (5)(8).	6. Reconstruir o conhecimento matemático desenvolvido no decorrer da história 7. Segurança na defesa de argumentos e flexibilidade para modificá-los 8. Justificar a resolução de problemas
Discussão sobre a história de Pitágoras e os Pitagóricos	**Professor-pesquisador:** Fazemos ou descobrimos a Matemática? O que você pensa, *A3*? **Participante A3:** Ahhh!!! Fazemos, pois nós percebemos as relações das coisas. **Professor-pesquisador:** Legal, *A3*, mas não comento se a sua resposta está certa ou errada, pois, com certeza, existem respostas para as duas questões (9). **Professor-pesquisador:** Porém, é interessante citar que esse teorema [Pitágoras] já era conhecido pelos babilônios há aproximadamente um milênio antes, e também já era conhecido pelos egípcios e pelos chineses. Dessa maneira, podemos entender que Pitágoras (ou mesmo algum Pitagórico) apenas apresentou uma demonstração dessa ideia (10). **Caderno de campo:** Após o diálogo apresentado, o professor-pesquisador relatou aos participantes que existem muitas demonstrações para o Teorema de Pitágoras e não se tem certeza de como os pitagóricos demonstraram esse teorema (11). **Caderno de campo:** Os participantes das duas turmas se mostravam bastante interessados na história, pois todos queriam opinar sobre os ritos, (...),o silêncio predominou na sala de aula, visto que os participantes estavam concentrados nas lendas que estavam sendo contadas. (...) nessa parte da aula, todos os participantes presentes ficaram concentrados, demonstrando interesse pelas histórias contadas.	9. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos 10. História da Matemática como contexto para o ensino de um determinado conteúdo 11. A História da Matemática como método para apresentar demonstrações diferentes de uma mesma ideia 12. Interesse pela aula por meio da utilização da História da Matemática

Atividade: Demons-tração gráfica do Teorema de Pitágoras	**Participante *A2*:** A afirmativa está correta, pois a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos de um triângulo retângulo é igual à área do quadrado construído sobre a hipotenusa desse triângulo (13). **Caderno de campo:**Para a realização dessa atividade, os participantes *A2* e *A5* se voluntariaram para auxiliar os companheiros da turma que estavam com dificuldades na realização dos traçados exigidos pelo exercício proposto na atividade (14).	13. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos 14. Cooperativismo.

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Quadro 63: Codificação aberta dos dados brutos qualitativos coletados na aula 8

Tipo de Atividade	Dados Brutos Coletados	Codificação Aberta (Códigos Preliminares)
Atividade 1	**Participante *A12*:** O Tangram é um jogo de montar figuras (1). **Participante *B4***: O Tangram é um quebra-cabeça (1). **Caderno de campo**: Após confirmar que Tangram é um quebra-cabeça, o professor-pesquisador leu e comentou uma breve história sobre a origem do Tangram bem como sobre o significado dessa palavra (1). **Caderno de campo:** Houve cooperativismo e parceria entre as duplas de participantes para a construção da figura, a escolha das cores e o recorte da folha fornecida para elaboração das peças do Tangram (2). **Caderno de campo:** Os participantes, em duplas, discutiram sobre a atividade proposta, tentando terminá-la no tempo proposto de 12 minutos (3). **Leitura do texto:** Tentem relembrar a história contada pelo professor sobre Pitágoras e o teorema que leva o seu nome bem como a definição desse Teorema, que já discutimos na aula 7. Nessa perspectiva, pergunto a todos: Pode-se afirmar que a área formada pelos dois menores quadrados de lados iguais aos catetos do triângulo ABC ocuparam toda a extensão da área formada pelo maior quadrado de lado igual à medida da hipotenusa do triângulo ABC? (4). **Caderno de campo:** A análise dos dados mostra que todos os participantes responderam que a asserção colocada estava correta (5).	1. Utilização da história para contextualizar um conteúdo, buscando uma aprendizagem significativa 2. Cooperativismo 3. Motivação para a realização de uma atividade matemática 4. Compreensão de conceitos matemáticos 5. Segurança na defesa de argumentos e flexibilidade para modificá-los.

Atividade 2	**Dupla de participantes *B16* e *B17*:** O quadrado formado pela hipotenusa equivale aos dois quadrados menores que foram formados na figura (6). **Dupla de participantes *A17* e *A18*:** Os quadrados dos catetos couberam dentro do quadrado da hipotenusa (6).	6. Conceituar uma definição matemática
Atividades 3, 4 e 5	**Caderno de Campo:** Os participantes perceberam que, para descobrir a área do quadrado maior, basta somar as áreas dos quadrados menores e que também perceberam que na fórmula $a^2 = b^2 + c^2$; a^2, b^2 e c^2 representam, respectivamente, as áreas dos quadrados de lado *a*, *b* e *c* (7) (8)	7. Justificar o porquê da utilização de uma fórmula matemática 8. Conceituar uma definição matemática
Atividade 6	**Professor-pesquisador:** Ok. Então posso dizer que a área dos dois quadrados menores cabe dentro do quadrado maior? (9) **Participante *A20***: Pode (9). **Professor-pesquisador:** Ok. Praticamente já definimos o Teorema de Pitágoras, agora é só melhorarmos o texto (10). **Participante *A2***: [Participante *A20*], o que [o professor] quer que você escreva é que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado hipotenusa (10) (11).	9. Buscar compreensão de conceitos matemáticos 10. Conceituar uma definição matemática 11. Confiança

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Quadro 64: Codificação aberta dos dados brutos qualitativos coletados na aula 13

Tipo de Atividade	Dados Brutos Coletados	Codificação Aberta (Códigos Preliminares)
Leitura do texto *Cálculos dos Antigos Gregos*	**Professor-pesquisador** (leitura do texto):A álgebra estudada na antiga Grécia era geométrica, os antigos gregos resolviam os problemas matemáticos, utilizando os seus conhecimentos geométricos. Dessa maneira, os problemas eram resolvidos com o uso de retas, segmentos de reta, pontos, áreas, arcos e circunferências. As grandezas eram associadas a segmentos de reta e, então, eram *construídas*, no lugar de serem calculadas (1) (2). **Professor-pesquisador** (leitura do texto): *Os Elementos* escrita por Euclides, têm uma grande utilidade na história da matemática e até hoje utilizamos em nossos estudos os conceitos apresentados por esse grande matemático (2).	1. Apresentar o desenvolvimento e evolução dos conteúdos matemáticos 2. Contexto para o ensino de um determinado conteúdo matemático

Item *a* da Atividade 1	**Participante *A16*:** Ahhh! Mas vamos fazer [a atividade] usando qual processo, o aditivo ou subtrativo? (3). **Professor-pesquisador**: O que vocês acharem mais interessante para a resolução da atividade. Qual dos processos vocês querem utilizar? (3). **Participante *A16*:** O aditivo. Ele é mais fácil (4). **Professor-pesquisador**: Turma, alguém sabe justificar os traçados geométricos, para a construção gráfica da média geométrica, pelo processo aditivo? **Participante *A9*:** É que quando somamos os segmentos *a* e *b* e traçamos a altura, esses segmentos [a e b] são as projeções e a altura é a média geométrica entre as projeções da hipotenusa (4).	3. Apresentar resoluções diferentes para um mesmo problema 4. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos
Item *b* da Atividade 1	**Professor-pesquisador:** Olha que bacana! vocês não utilizaram o traçado da mediatriz para dividir o segmento em duas partes iguais. Como podemos justificar essa construção realizada por vocês, ou seja, o que garante que esse traçado divide o segmento ao meio (6). **Participante *A1*:** É o processo de Tales de Mileto. É porque, se esses segmentos abaixo que eu criei são iguais, os de cima também serão (5) (6).	5. Justificar a resolução de problemas 6. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos
Item *e* da Atividade 1	**Professor-pesquisador:** Logo, o que significa $(x+y)^2$? **Dupla de Participantes *A6* e *A11***: É (x + y) (x + y), o quadrado da soma (7) (8). **Trio de Participantes *B11*, *B9* e *B14***: é a fórmula matemática do produto notável (7) (8). **Participante *A4*:** Ah! É só juntar as áreas que nós temos que $x^2+2xy+y^2$. **Participante *A5*:** Que doido! Podemos usar o desenho pra decorar a fórmula da Matemática, que eu sempre esqueço (9) (10). **Professor-pesquisador:** Vocês acham que tem alguma ligação entre Desenho Geométrico e Matemática. **Participante *A5*:** Sim. Um a gente faz contas com números [matemática] o outro [desenho geométrico] as contas é com segmentos (9) (10).	7. Buscar a compreensão de conceitos matemáticos 8. Conceituar uma definição matemática 9. Utilizar diferentes representações matemáticas 10. Interligar vários campos da Matemática

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

3.3.3. A Codificação Axial dos Dados Brutos Coletados nos questionários I, II e III

De acordo com a Teoria Fundamentada, a codificação axial permite a criação de uma categoria mais densa que engloba as subcategorias criadas nos códigos preliminares da codificação aberta. Dessa maneira, a codificação axial é:

> (...) um conjunto de procedimentos após a codificação aberta em que os dados são colocados em uma nova forma, por meio de relações entre as categorias. Isto é realizado com o paradigma de codificação que envolve condições, contexto, estratégias de ação/interação e suas conseqüências (STRAUSS e CORBIN, 1990, p. 96).

Nesse direcionamento, para essa etapa do processo analítico, o professor-pesquisador integrou as categorias criadas na codificação aberta por meio da determinação de conexões entre as subcategorias desenvolvidas anteriormente. Assim, o professor-pesquisador aprimorou os códigos preliminares resultantes da codificação aberta por meio da seleção de categorias mais relevantes (GASQUE, 2007). Os quadros 65 e 66 mostram exemplos de codificação axial realizada para os dados coletados nos questionário I, II e III.

Quadro 65: Codificação axial referente a codificação aberta do questionário I e II

Codificação Aberta (Códigos Preliminares)	**Codificação Axial (Categorias Conceituais)**
• Interesse pela atividade por meio da utilização da história da Matemática	A História da Matemática como fonte de motivação
• Ensino Interdisciplinar • Justificar o porquê de um conteúdo • Conhecer as razões pelas quais a matemática é utilizada no cotidiano	A História da Matemática como uma fonte de objetivos para o ensino da Matemática
• Humanização da Matemática	A História da Matemática como um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino
• Buscar a compreensão de conceitos matemáticos • Contextualizar um conteúdo buscando a aprendizagem significativa	A História da Matemática como um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

O quadro 66 mostra exemplos de codificação axial realizada para os dados coletados no questionário III.

Quadro 66: Codificação axial referente à codificação aberta do questionário III

Codificação Aberta (Códigos Preliminares)	**Codificação Axial (Categorias Conceituais)**
• Interesse pela atividade por meio da utilização da história da Matemática	História da Matemática como fonte de motivação
• Ensino Interdisciplinar	História da Matemática como uma fonte de objetivos para o ensino da Matemática
• Humanização da Matemática	A História da Matemática como um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino
• Atitudes positivas com relação ao ensino do Desenho Geométrico	História como um instrumento promotor de atitudes e valores
• Métodos de ensino e aprendizagem da disciplina de Desenho Geométrico	História como uma fonte de métodos para o ensino e aprendizagem da Matemática
• Contextualizar um conteúdo buscando uma aprendizagem significativa por meio da história • Buscar a compreensão de conceitos matemáticos	A História da Matemática como um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

3.3.4. A Codificação Axial dos Dados Brutos Coletados nas Aulas 2, 4, 5, 7, 8 e 13 do Registro Documental

O quadro 67 mostra a codificação axial realizada para os dados qualitativos brutos coletados nas aulas 2, 4, 5, 7, 8 e 13 do registro documental. A criação da codificação axial foi desenvolvida por meio de uma análise mais aprofundada dos códigos preliminares da Codificação Aberta realizada na etapa anterior.

Quadro 67: Codificação Axial referente à codificação aberta das aulas 2, 4, 5, 7, 8 e 13 do registro documental

Codificação Aberta (Códigos Preliminares)	**Codificação Axial (Categorias Conceituais)**
• Interesse pelas atividades por meio da utilização da História da Matemática	A História da Matemática como fonte de motivação
• Ensino Interdisciplinar • Conhecer ou apresentar o desenvolvimento e a evolução dos conteúdos matemáticos • Justificar a resolução de problemas • Compreender a aplicabilidade dos conceitos matemáticos ou as razões pelas quais a matemática é utilizada no cotidiano	A História da Matemática como uma fonte de objetivos para o ensino da Matemática
• Interligar vários campos da Matemática	A História da Matemática como um instrumento unificador de vários campos da Matemática
• Confiança • Valorizar o trabalho coletivo • Elaborar estratégias de resolução de problemas. • Segurança na defesa de argumentos e flexibilidade para modificá-los. • Cooperativismo • Atitudes positivas com relação ao ensino do Desenho Geométrico	A História da Matemática como um instrumento promotor de atitudes e valores
• Reconstruir o conhecimento matemático desenvolvido no decorrer da história • Utilizar diferentes representações matemáticas • Resolução de atividades com a utilização da História da Matemática. • Fornecer um contexto para o ensino de um determinado conteúdo matemático • Apresentar resoluções diferentes para um mesmo problema	A História da Matemática como uma fonte de métodos para o ensino e aprendizagem da Matemática
• Buscar a compreensão de conceitos matemáticos • Utilização do conhecimento prévio para a aquisição de um novo aprendizado. • Contextualizar um conteúdo buscando uma aprendizagem significativa	A História da Matemática como instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática
• Conceituar uma definição matemática	A História da Matemática como um instrumento de formalização de conceitos matemáticos
• Apresentar o porquê da utilização de uma determinada fórmula matemática • Humanizar a matemática	A História da Matemática como um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

CAPÍTULO 4

CODIFICAÇÃO SELETIVA: DETERMINANDO A CATEGORIA CENTRAL E RESPONDENDO A PROBLEMÁTICA DO ESTUDO

Este capítulo apresenta a *Codificação Seletiva* dos dados, que é a última fase do processo de codificação proposta pela Teoria Fundamentada. Esse tipo de codificação visa "integrar e refinar categorias [aberta e axial] em um nível mais abstrato" (GASQUE, 2007, p. 100). Nesse estudo, essa fase de codificação visou à criação de uma *Categoria Central*, que foi elaborada para englobar as outras categorias que foram determinadas por meio da codificação axial. Nesse direcionamento, a categoria central pode ser considerada como a ideia central do estudo (BAGGIO e ERDMANN, 2011).

A aplicação da Teoria Fundamentada, na condução desse estudo, implicou a utilização de uma questão de investigação que fosse capaz de identificar o fenômeno a ser estudado e que estava relacionado com a determinação de possíveis potencialidades pedagógicas que a utilização da História da Matemática, como um recurso didático, poderia oferecer ao processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Desenho Geométrico e, mais especificamente, em delimitar e esclarecer esse fenômeno. Dessa maneira, houve a necessidade de que o professor-pesquisador formulasse uma questão de investigação que permitisse flexibilidade para explorar profundamente a problemática desse estudo:

> ***Quais são as possíveis potencialidades pedagógicas que a História da Matemática pode oferecer ao processo de ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico?***

Assim, durante a condução dessa pesquisa, à medida em que os dados foram sendo coletados e analisados, houve a necessidade de que a questão de investigação fosse refinada em diversas oportunidades. Essa abordagem foi realizada por meio de um questionamento amplo que possibilitou ao professor-pesquisador o aperfeiçoamento da questão de pesquisa no decorrer do processo de investigação. Nesse sentido, uma característica importante da Teoria Fundamentada ocorreu durante a condução desse estudo, pois a coleta e a análise dos dados foram realizadas simultaneamente durante essa organização (GASQUE, 2007).

Nesse direcionamento, inicialmente, os dados brutos foram gradualmente definidos com a utilização da amostragem teórica por meio da qual o professor-pesquisador anotou palavras, frases e ações, que permitiram que as categorias conceituais fossem abstraídas desses indicadores. Esse procedimento direcionou o processo de coleta, organização, análise e interpretação das informações obtidas, pois visava oferecer uma sustentação teórica para esse estudo até que se obtivesse a saturação dos dados coletados (STRAUSS, 1990). De acordo com essa perspectiva, a amostragem teórica pode ser considerada como o:

> (...) processo de coleta de dados para a geração da teoria por meio da qual o analista coleta, codifica e analisa conjuntamente os dados, decidindo quais serão coletados a seguir e onde encontrá-los (...) (GLASER e STRAUSS, 1967, p. 45).

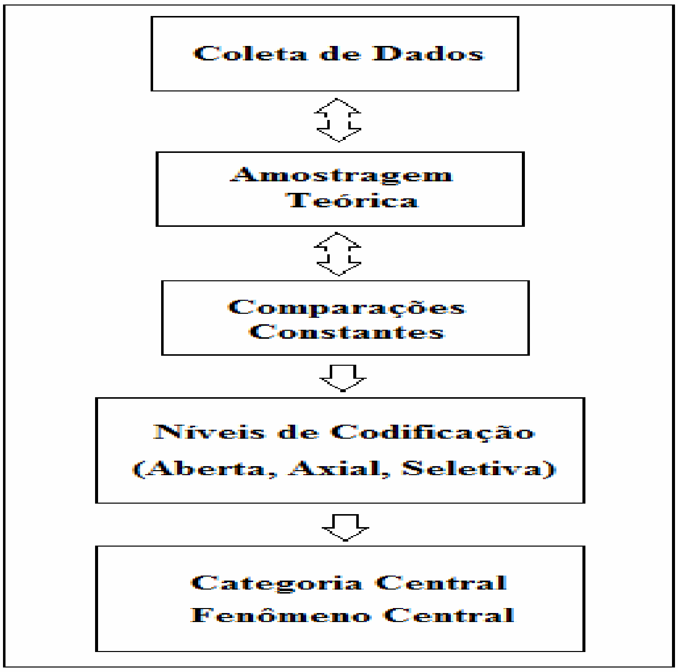
Nesse estudo, a saturação dos dados foi verificada a partir da análise das informações obtidas no terceiro questionário e nas primeiras aulas do registro documental. Assim, a saturação teórica das categorias ocorreu quando nenhum dado relevante ou novo emergiu no processo analítico, possibilitando que a lista de categorias fosse delimitada quando as codificações baseadas nesses dados se tornaram teoricamente saturadas. Esse procedimento possibilitou que o professor-pesquisador tivesse maior disponibilidade de tempo para estudar e analisar as informações coletadas. Nesse sentido, o desenvolvimento das categorias foi denso, e as relações entre as codificações preliminares (subcategorias) que emergiram nesse processo puderam ser estabelecidas e validadas (STRAUSS e CORBIN, 1990).

Dessa maneira, após o levantamento dos dados iniciais, o professor-pesquisador realizou os procedimentos de codificação para garantir o movimento constante de verificação das informações em um processo de análise comparativa (GASQUE, 2007). Assim, a codificação dos dados compreendeu um conjunto de operações realizadas para analisá-los por meio de um processo no qual as informações obtidas foram conceitualizadas e relacionadas entre si. O processo analítico foi iniciado pelo professor-pesquisador com a codificação aberta por meio da qual os dados brutos foram examinados cuidadosamente, linha por linha, divididos em partes distintas e comparados para descobrir semelhanças e diferenças necessárias para a constatação de códigos preliminares. Nesse contexto, as etapas da Teoria Fundamentada ocorreram simultaneamente, permitindo que o professor-pesquisador realizasse as modificações necessárias no transcorrer desse processo. Esse procedimento de retroalimentação possibilitou um melhor entendimento da problemática desse estudo (GASQUE, 2007).

Continuando o processo analítico, na codificação axial, os códigos preliminares foram analisados em profundidade objetivando a elaboração de categorias conceituais. O objetivo dessa codificação foi a reorganização dos códigos em um maior nível de abstração. Posteriormente, a codificação seletiva foi realizada com o objetivo de refinar as categorias conceituais determinadas na codificação axial. Nesse contexto, a refinação teórica ocorreu quando, dos dados coletados, não emergiram propriedades ou relações novas durante a fase analítica desse estudo. Em consequência desse procedimento, o professor-pesquisador elaborou a categoria central, em torno da quais outras categorias desenvolvidas foram agrupadas e integradas (STRAUSS e CORBIN, 1990).

No decorrer do processo analítico, a análise dos dados coletados nos questionários, no caderno de campo do professor-pesquisador e nas atividades das aulas propostas no registro documental, conduziu o professor-pesquisador na elaboração de 8 (oito) categorias, que foram integradas entre si. Esse procedimento facilitou o desenvolvimento de uma estrutura teórica, apresentada como um modelo simplificado da metodologia utilizada nesse estudo, por meio de diagramas, partindo de uma estrutura conceitual e descritiva para uma estrutura teórica (CASSIANI, 1994). A figura 15 mostra o modelo simplificado da metodologia de pesquisa utilizada nesse estudo.

Figura 15: Modelo simplificado da metodologia utilizada na pesquisa



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Prosseguindo o processo de codificação, inicialmente, o professor-pesquisador buscou sintetizar por meio da triangulação de dados, a codificação seletiva com a utilização das categorias determinadas pelas codificações aberta e axial, que foram obtidas pela análise dos dados coletados nos questionários I, II e III, nas aulas do registro documental que eram compostas pelas atividades realizadas pelos participantes, pelas gravações em áudio e fotos que foram tiradas durante a condução do trabalho de campo desse estudo e, também, pelas observações e informações anotadas no caderno de campo do professor-pesquisador. O quadro 68 apresenta, de maneira sintetizada, a codificação axial dos dados obtidos pela triangulação entre as respostas dadas aos questionamentos dos questionários, as atividades realizadas nas aulas do registro documental e as informações levantadas por meio das observações anotadas no caderno de campo do professor-pesquisador.

Quadro 68: Codificação axial dos dados obtidos pela triangulação entre os questionários, o registro documental e as informações levantadas pelo caderno de campo desse professor-pesquisador

Categoria Aberta (Códigos Preliminares)	**Categoria Axial (Códigos Conceituais)**
• Interesse pelas atividades por meio da utilização da História da Matemática. • Motivação para a realização de uma atividade matemática.	I. A História da Matemática como uma fonte de motivação para o ensino e a aprendizagem em Desenho Geométrico
• Ensino interdisciplinar. • Conhecer e apresentar o desenvolvimento e a evolução dos conteúdos matemáticos. • Compreender a aplicabilidade dos conceitos matemáticos.	II. A História da Matemática como uma fonte de objetivos para o ensino e a aprendizagem do Desenho Geométrico
• Valorizar o trabalho coletivo. • Elaborar estratégias de resolução de problema por meio do cooperativismo. • Segurança e confiança na defesa de argumentos e flexibilidade para modificá-los. • Atitudes positivas com relação ao ensino do Desenho Geométrico.	III. A História da Matemática como um instrumento promotor de atitudes e valores
• Utilizar a história para contextualizar um determinado conteúdo matemático. • Buscar a compreensão de conceitos matemáticos. • Contribuição do conhecimento prévio para a aquisição de um novo aprendizado.	IV. A História da Matemática como um instrumento promotor de uma aprendizagem significativa e compreensiva do Desenho Geométrico

• Resolver uma atividade com a utilização da história. • Utilizar a História da Matemática como um contexto para o ensino de conteúdos matemáticos e geométricos. • Utilizar diferentes representações matemáticas para a resolução de um mesmo problema. • Reconstruir o conhecimento matemático desenvolvido no decorrer da história. • Métodos de ensino e aprendizagem da disciplina de Desenho Geométrico.	V. A História da Matemática como uma fonte de métodos para o ensino e aprendizagem do Desenho Geométrico
• Conceituar uma definição matemática	VI. A História da Matemática como um instrumento de formalização de conceitos matemáticos e geométricos
• Humanizar a Matemática • Justificar o porquê de um conteúdo ou fórmula matemática ou a resolução de um problema.	VII. A História da Matemática como um Instrumento para Desmistificar a Matemática e Desalienar o seu Ensino
• Interligar vários campos da Matemática.	VIII. A História da Matemática como um Instrumento Unificador de Vários Campos da Matemática

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

4.1. A Interpretação das Categorias Emergentes

No decorrer da fase analítica, o professor-pesquisador analisou as informações, interpretando-as com base nos dados que foram categorizados por meio das codificações aberta e axial e, também, com a utilização do suporte teórico para determinar as categorias emergentes acompanhadas de suas respectivas interpretações. Assim, de acordo com as categorias que emergiram na etapa analítica desse estudo, foram identificadas 8 (oito) potencialidades da História da Matemática (MIGUEL, 1997) relacionadas com o ensino e aprendizagem da disciplina de Desenho Geométrico.

4.1.1. A História da Matemática como uma Fonte de Motivação para o Ensino e Aprendizagem do Desenho Geométrico

De acordo com a interpretação da análise dos dados, infere-se que os participantes desse estudo estavam motivados para participarem das aulas, pois demonstraram envolvimento nas atividades matemáticas e de construções geométricas propostas nas aulas contidas no registro documental. Nessa perspectiva, durante o trabalho de campo, o professor-pesquisador também observou que houve uma intensa mobilização dos participantes na maioria das intervenções propostas no decorrer desse estudo, com a maioria se manifestando positivamente e participando ativamente na realização das atividades. Nesse sentido, o conhecimento histórico dos processos matemáticos despertou o interesse dos participantes pelos conteúdos matemáticos e geométricos da disciplina de Desenho Geométrico que foram ensinados (SWETZ, 1989 *apud* MIGUEL, 1997).

Por outro lado, essa interpretação também evidenciou que os participantes perceberam que essas atividades eram diferentes daquelas as quais eram expostas anteriormente em seu cotidiano de sala de aula. Dessa maneira, a elaboração das atividades propostas nessas aulas, que apresentavam a História da Matemática como um contexto para iniciar ou ilustrar o conteúdo a ser ensinado, forneceu um conjunto de situações-problema, questionamentos, discussões e maneiras diferenciadas de exposição dos conteúdos relacionados com a disciplina Desenho Geométrico. Essa abordagem contribuiu para motivar os participantes desse estudo no desenvolvimento de seu interesse e engajamento para a aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina.

De acordo com as observações registradas no caderno de campo do professor-pesquisador, os dados qualitativos analisados revelam que as histórias contadas no início das aulas tornaram os alunos mais motivados, concentrados e interessados para aprenderem os conteúdos de desenho geométrico propostos nessas atividades. Nessa perspectiva, as histórias apresentadas aos participantes desse estudo contribuíram para despertar a atenção e a curiosidade, tornando as aulas de Desenho Geométrico, consideradas como mecânicas e cansativas, em aulas mais dinâmicas e interativas.

No entanto, apesar dessa potencialidade ser criticada por Miguel (1993), a análise dos dados coletados nesse trabalho direcionam para o fato de que os participantes desse estudo se sentiram motivados para a realização das atividades, ilustrando, dessa maneira, a presença dessa potencialidade. Esse fato é corroborado por Lorenzato (2010), que afirma que a maioria das aulas de Matemática podem ser motivadas pela utilização da História da Matemática. Fauvel (1991) *apud* Mendes et al (2009) também argumenta que a História da Matemática pode promover a motivação dos alunos para a aprendizagem em Matemática, contribuindo para que compreendam como os conceitos matemáticos e geométricos se desenvolveram no decorrer da história.

Diante desse contexto, a interpretação da análise dos dados quantitativos e qualitativos desse estudo evidencia que a História da Matemática contribuiu como uma fonte de motivação para o ensino e aprendizagem dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico.

4.1.2. A História da Matemática como uma Fonte de Objetivos para o Ensino e Aprendizagem do Desenho Geométrico

A interpretação da análise dos dados mostra que um dos objetivos do ensino da História da Matemática em sala de aula é o seu caráter interdisciplinar (MIGUEL, 1997), pois pode facilitar conexões do Desenho Geométrico com outros campos do conhecimento acadêmico e com os conteúdos da própria Matemática, contribuindo para interligar as construções geométricas com os conteúdos estudados na álgebra e na geometria. Nesse estudo, o papel da História da Matemática foi o de contextualizar a Matemática, atuando como um instrumento unificador de alguns campos dessa área do conhecimento. Assim, a interpretação da análise dos dados também mostra que em diversas atividades propostas nas aulas do registro documental, os alunos puderam perceber a conexão entre a Álgebra, a Geometria e o Desenho Geométrico e, também, com outras áreas do conhecimento como, por exemplo, a Filosofia.

A interpretação da análise dos dados também revelou que a utilização da História da Matemática possibilitou, em diversas situações, a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino, pois os alunos puderam perceber que, no decorrer da história, os conceitos matemáticos foram criados e construídos por meio de um processo de erros e acertos (MIGUEL, 1997). Nesse sentido, com a utilização da História da Matemática, os participantes puderam compreender como alguns conceitos matemáticos, seja eles algébricos ou geométricos, se originaram e como eles se desenvolveram historicamente (STRUIK, 1985), contribuindo, também, para as mudanças das percepções dos alunos com relação à Matemática (FAUVEL, 1991 apud MENDES, CARVALHO, BRITO e MIGUEL, 2009).

Nesse estudo, a História da Matemática ofereceu um contexto para os conteúdos a serem estudados, contribuindo para apresentar a sua aplicabilidade em diversos momentos históricos, facilitando a sua compreensão por meio dos “questionamentos acerca do *porquê* e do *para quê* da Matemática” (OLIVEIRA, NEVES e NEVES, 2010, p. 4). Assim, a história da matemática, utilizada como um contexto para o início ou a apresentação das atividades propostas mostrou como surgiu uma determinada ideia matemática, oferecendo aos participantes desse estudo a justificativa necessária para o aprendizado do conteúdo a ser ensinado ou para a apresentação de como uma determinada fórmula ou procedimento matemático foi desenvolvido.

De acordo com a interpretação da análise dos dados, há evidências de que, nesse estudo, a História da Matemática contribuiu como uma fonte de objetivos para o ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico.

4.1.3. A História da Matemática como um Instrumento Promotor de Atitudes e Valores

A utilização da história pode tornar visível o fato de que o conhecimento matemático se modifica no decorrer do tempo, podendo auxiliar na compreensão de que a Matemática é um empreendimento humano, cultural e social. Dessa maneira, a interpretação da análise dos dados coletados revela indícios da percepção dos participantes desse estudo quanto à dificuldade que os primeiros matemáticos tiveram para construir as suas ideias matemáticas.

Essa abordagem possibilitou que os participantes desse estudo tivessem uma postura mais favorável diante do conhecimento matemático e geométrico, que são necessários para a aquisição dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico. Assim, a interpretação da análise dos dados coletados nos questionários, nas atividades das aulas do registro documental e no caderno de campo do professor-pesquisador mostram que a utilização da História da Matemática nas atividades curriculares propostas nas atividades de campo contribuiu para que os participantes desenvolvessem uma atitude positiva em relação aos conteúdos de Desenho Geométrico propostos para as aulas do registro documental, modificando o comportamento detectado anteriormente pelos participantes na aprendizagem dessa disciplina.

Diante desse contexto, as atividades realizadas promoveram o trabalho em grupo, a cooperação e a discussão de estratégias necessárias para a resolução dos problemas propostos. Então, a realização dessas atividades, por meio da utilização da História da Matemática, possibilitou o debate entre os participantes, incentivando-os a defenderem pontos de vista, favorecendo a confiança em suas argumentações, facilitando, dessa maneira, a resolução das atividades propostas.

Essa abordagem mostrou que é possível elaborar atividades curriculares matemáticas na qual a História da Matemática possa atuar como um elo entre os próprios conteúdos matemáticos, ou entre, outras disciplinas e diferentes campos do conhecimento, promovendo, positivamente, uma mudança de atitudes e valores com relação à aprendizagem da Matemática, da Geometria e do Desenho Geométrico. Essa abordagem está em concordância com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL,

1998) que recomendam que seja desenvolvida nos alunos a predisposição para utilizar os conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver problemas em contextos diversos.

De acordo com a interpretação da análise dos dados, foram coletadas evidências de que, nesse estudo, a História da Matemática contribuiu como um instrumento promotor de atitudes positivas e valores nos participantes dessa pesquisa com relação ao estudo dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico.

4.1.4. A História da Matemática como um Instrumento Promotor de uma Aprendizagem Significativa e Compreensiva do Desenho Geométrico

A interpretação da análise dos dados coletados nesse estudo mostra que as histórias sobre os conteúdos matemáticos contadas pelo professor-pesquisador no início das aulas de Desenho Geométrico, contribuíram para a contextualização dos conteúdos ensinados, favorecendo a construção de significados para as ideias matemáticas, sejam elas algébricas ou geométricas estudadas em sala de aula. Nessa perspectiva, os métodos de ensino propostos pelo professor-pesquisador oportunizaram aos participantes a aquisição dos significados por meio do ato de ler e contar histórias (ZANELLA, 1999). Assim, a História da Matemática como contextualização para o estudo dos conteúdos de Desenho Geométrico promoveu o despertar da curiosidade dos participantes, instigando-os a buscarem o *porquê* das construções geométricas ensinadas em Desenho Geométrico.

Nesse direcionamento, a utilização da História da Matemática também contribuiu para apresentar ou justificar os passos de uma resolução gráfica proposta por uma atividade. Por exemplo, nos exercícios em que, anteriormente, era solicitado apenas para dividir um segmento de reta em *n* partes congruentes, a utilização da História da Matemática auxiliou os participantes desse estudo a justificarem os procedimentos adotados nessa tarefa utilizando as ideias de Tales de Mileto. Assim, a apresentação do Teorema de Tales por meio de sua contextualização histórica possibilitou a elaboração de justificativas para determinados procedimentos na resolução de situações-problema relacionadas com esse conteúdo. Em outro exemplo, a introdução do estudo sobre Semelhanças de Triângulos foi iniciada com base na reconstrução de uma situação vivenciada por Tales de Mileto ao medir a distância de um navio a um porto. Assim, a apresentação das justificativas foi um elemento importante que propiciou uma aprendizagem significativa (AUSUBEL et al, 1980) dos conteúdos de Desenho Geométrico pelos participantes desse estudo.

A interpretação da análise dos dados também mostrou que a História da Matemática contribuiu para apresentar os conteúdos da disciplina Desenho Geométrico de uma maneira agradável, criativa e humanizada, promovendo a motivação necessária para o seu estudo, pois houve interesse dos participantes em adquirirem uma aprendizagem significativa (PELZZARI et al, 2002). Essa interpretação também revelou que a História da Matemática, como contextualizador dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico contribuiu para integrá-los com os conteúdos de outras disciplinas, como por exemplo, a Filosofia. Assim, a utilização da História da Matemática favoreceu a integração entre o Desenho Geométrico, a Matemática e entre outros campos do conhecimento por meio do estudo das construções geométricas.

A utilização da História da Matemática também forneceu um suporte pedagógico para apresentar os motivos que determinaram o desenvolvimento de uma determinada ideia ou procedimento algébrico ou geométrico. Dessa maneira, essa metodologia promoveu a compreensão dessas ideias, favorecendo também a conexão entre os conteúdos estudados anteriormente com os novos conhecimentos ensinados, buscando a construção de um novo conhecimento por meio da utilização do conhecimento prévio (AUSUBEL et al, 1980) dos participantes desse estudo. Nesse sentido, Mendes (2009) também defende a utilização da História da Matemática como um recurso pedagógico que contribui para desencadear a aprendizagem dos alunos de uma maneira compreensiva e significativa.

Diante do exposto, a interpretação dos dados analisados mostra que, nesse estudo, a História da Matemática contribuiu para a promoção de uma aprendizagem significativa e compreensiva dos conteúdos da Matemática, da Geometria e do Desenho Geométrico.

4.1.5. A História da Matemática como uma Fonte de Métodos para o Ensino e Aprendizagem do Desenho Geométrico

A interpretação da análise dos dados revela que a associação do ato de contar ou ler histórias relacionadas com os conteúdos matemáticos e geométricos, no início das aulas propostas no registro documental, foi importante para o ensino e aprendizagem dos conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico. Nessa abordagem, os participantes desse estudo puderam verificar que o conteúdo ensinado estava relacionado com um contexto histórico, que surgiu de acordo com as necessidades da humanidade para resolver as situações-problema enfrentadas no cotidiano. Nesse sentido, conhecer a história de um conceito ou de uma técnica matemática ou geométrica providenciou para os participantes um entendimento mais profundo e rico dos próprios conceitos e técnicas ensinadas e trabalhadas nas aulas (BERLINGOFF e GOUVÊA, 2008). Assim, a história, por muitas vezes, foi utilizada como um recurso didático adequado para a elaboração e resolução das atividades propostas durante a condução dessa pesquisa.

A interpretação da análise dos dados também mostrou que a utilização da História da Matemática possibilitou o fornecimento de exemplos de resoluções diferentes de um mesmo problema, favorecendo aos participantes desse estudo, a percepção de que os problemas matemáticos podem ser resolvidos algebricamente ou graficamente e que, esses métodos de resolução, apresentam as mesmas soluções. Nesse estudo, a utilização da História da Matemática também favoreceu a apresentação de algumas ideias, procedimentos e práticas matemáticas por meio de situações-problema que foram solucionadas na antiguidade.

Essa metodologia propiciou um contexto adequado para iniciar o desenvolvimento de um determinado conteúdo de Desenho Geométrico por meio da apresentação de sua aplicabilidade em situações cotidianas. Nesse direcionamento, a utilização da História da Matemática como uma fonte de métodos adequados para a aprendizagem do Desenho Geométrico consistiu no ensino de conhecimentos matemáticos e geométricos produzidos pela humanidade nos diversos contextos socioculturais. Assim, a consideração da História da Matemática como uma fonte de métodos para o trabalho pedagógico foi importante para que os participantes desse estudo percebessem que a evolução dos conteúdos matemáticos estavam relacionados com um determinado contexto social, político e econômico.

De acordo com esse contexto, ressalta-se que a História da Matemática contribuiu como uma fonte de métodos para o ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico.

4.1.6. A História da Matemática como um Instrumento de Formalização de Conceitos Matemáticos e Geométricos

As atividades propostas nas aulas do registro documental envolveram algumas reconstruções históricas, demonstrações e validações de teoremas que eram constituídas por tarefas experimentais que utilizaram o instrumental de Desenho Geométrico para a sua realização. Assim, a interpretação da análise dos dados mostra que o desenvolvimento dessas atividades contribuiu para que os participantes desse estudo formalizassem alguns conceitos matemáticos relacionados com a Geometria e o Desenho Geométrico como, por exemplo, o conhecimento da maneira pela qual os gregos realizavam as suas operações aritméticas e algébricas. Esse aspecto histórico oportunizou a apresentação do desenvolvimento do produto notável referente ao quadrado da soma de dois termos. Outro aspecto importante dessa abordagem pedagógica foi a apresentação da definição do Teorema de Tales com a utilização de histórias referentes à medição da pirâmide no Egito conforme realizada por Tales de Mileto. Esses fatos são corroborados pelo ponto de vista de Bianchini (2006), Fauvel (1991) *apud* Mendes, Carvalho, Brito e Mendes (2009) e Trivizoli e Mariotto (2011) que afirmam que a História da Matemática, como um recurso didático, auxilia os alunos no entendimento e na formalização de conceitos matemáticos, seja eles aritméticos, algébricos ou geométricos.

Nesse estudo, a utilização da História da Matemática pelo professor-pesquisador, na elaboração das atividades propostas nas aulas do registro documental, forneceu as condições necessárias para a apresentação do desenvolvimento de conteúdos de Matemática, Geometria e Desenho Geométrico. Essas atividades visavam apresentar e explicar um determinado conteúdo de Desenho Geométrico por métodos diferenciados, explicitando a utilização de diferentes tipos de formalizações em um mesmo conceito matemático ou geométrico. A utilização dessas formalizações diferenciadas visou ao ensino e à aprendizagem em Desenho Geométrico, permitindo que os participantes desse estudo pudessem perceber diferentes maneiras para a apresentação e formalização de um determinado conceito matemático ou geométrico (MIGUEL, 1997). De acordo com essa abordagem, o professor-pesquisador trabalhou os conceitos matemáticos e geométricos relacionados à disciplina de Desenho Geométrico partindo do seu desenvolvimento histórico (NOBRE, 1996).

A interpretação da análise dos dados mostra que, a partir da metodologia utilizada pelo professor-pesquisador, o ensino e a aprendizagem das construções geométricas assumiu um caminho diferenciado daquele utilizado no ensino tradicional de desenho geométrico. Nesse direcionamento, ressalta-se que “ao invés de se ensinar a praticidade dos conteúdos escolares, investe-se na fundamentação deles. Em vez de se ensinar o *para quê*, se ensina o *porquê* das coisas” (NOBRE, 1996, p. 31).

A interpretação dos dados analisados apresenta indícios de que a História da Matemática contribuiu como um instrumento de formalização de conceitos matemáticos e geométricos para a disciplina de Desenho Geométrico. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) também defendem a utilização dessa potencialidade no ensino e aprendizagem em Matemática, pois, de acordo com esse documento, os conceitos abordados nessa disciplina em conexão com a sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e formativa, contribuindo, assim, para a formalização de conceitos matemáticos e geométricos.

4.1.7. A História da Matemática como um Instrumento para Desmistificar a Matemática e Desalienar o seu Ensino

Outra potencialidade pedagógica da História da Matemática é a de contribuir para desmistificar a falsa impressão de que a Matemática, a Geometria e o Desenho Geométrico são compostos por conteúdos harmoniosos, prontos e acabados (MIGUEL, 1997). Pelo conhecimento e utilização da História da Matemática nas atividades propostas nas aulas do registro documental, os participantes desse estudo perceberam que os erros, as incertezas, as dúvidas e as controvérsias que podem apresentar são legítimas, pois constituem os componentes necessários para a construção desses conhecimentos. Nesse direcionamento, a utilização da História da Matemática, nessas atividades, tornou visível o fato de que o conhecimento matemático é modificado e transformado no decorrer da história, auxiliando a compreensão de que a matemática é um empreendimento humano, cultural e social, pois está enraizada nas dificuldades apresentadas pela humanidade no desenvolvimento dessa área do conhecimento.

Diante dessa perspectiva, uma das propostas de se trabalhar a história da Matemática por meio das atividades propostas nesse estudo, foi despertar nos participantes a percepção de que os grandes matemáticos, durante a história, também tiveram dificuldades com o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos e geométricos. Dessa maneira, esses participantes se conscientizaram de que os conteúdos que estão estudando também foram difíceis para os primeiros cientistas e matemáticos. Essa abordagem contribuiu para desmistificar a matemática, direcionando os participantes desse estudo a terem uma postura mais favorável diante do conhecimento matemático, pois puderam perceber que esses profissionais enfrentaram desafios e dificuldades em vários momentos da história, para desenvolver as teorias matemáticas e científicas estudadas na atualidade (TRIVIZOLI e MARIOTTO, 2011).

Kline (1972) defende que se deve considerar a História da Matemática como uma ferramenta que pode auxiliar na eliminação de alguns mitos que se formaram no ensino da Matemática como, por exemplo, o mito de que esta ciência é de difícil entendimento e, portanto, de acesso à minoria da população estudantil. Outro mito está relacionado à metodologia da didática da Matemática por meio da qual o conteúdo normalmente exposto não reflete a maneira como esse conhecimento foi historicamente produzido. No entanto, a interpretação da análise dos resultados desse estudo mostra que os participantes puderam perceber, por meio da realização das atividades propostas nas aulas do registro documental, que a maneira lógica por meio da qual o conteúdo matemático é normalmente exposto aos alunos, não reflete a maneira como esse conhecimento foi historicamente produzido. Então, a utilização da história pode humanizar o ensino da matemática, contribuindo para que os alunos compreendam como os conceitos matemáticos se desenvolveram historicamente (FAUVEL, 1991 *apud* MIGUEL et al, 2009).

Nesse estudo, com a utilização da História da Matemática, foi possível estabelecer essa consonância, desmistificando, portanto, o ensino do Desenho Geométrico para que não fosse transmitida a falsa impressão de que Matemática, a Geometria e o Desenho Geométrico não são campos de conhecimento harmoniosos, prontos e acabados, contribuindo, assim, para desalienar o seu ensino e aprendizagem nas salas de aula (MIGUEL, 1997).

4.1.8. A História da Matemática como um Instrumento Unificador de Vários Campos da Matemática

A interpretação da análise dos resultados obtidos nesse estudo mostra que a História da Matemática pode ser considerada como um instrumento que fornece uma perspectiva unificadora dos conteúdos matemáticos, pois visa a reunião dos vários campos da Matemática para a manutenção da unidade interna dessa disciplina (KLINE, 1972). Assim nesse estudo, a História da Matemática teve um papel integrador de diversos conteúdos da Matemática, da Geometria e do Desenho Geométrico, nos quais os saberes oriundos desses campos de conhecimento encontram-se, muitas vezes, dispersos e sem um elo que facilite a ligação entre os conteúdos propostos por essas disciplinas. Nesse sentido, a História da Matemática serviu como uma ponte entre os diferentes conteúdos matemáticos e os conteúdos de outras disciplinas, promovendo, dessa maneira, a interdisciplinaridade (TZANAKIS et al, 2000).

A interpretação da análise dos dados que ocorreu durante a fase analítica desse estudo mostrou que é possível elaborar atividades na qual a História da Matemática funciona como um elo entre a Matemática e outras disciplinas e, também, entre os seus diferentes campos de conhecimentos, ou seja aritméticos, algébricos e geométricos. Nesse direcionamento, a utilização da História da Matemática em sala de aula modificou a percepção dos participantes desse estudo sobre a ocorrência da lacuna do relacionamento que alguns tópicos matemáticos apresentam entre si (KLINE, 1972). Assim, as histórias contadas pelo professor-pesquisador foram relacionadas aos conteúdos da disciplina de Matemática, Geometria e Desenho Geométrico para fornecer a compreensão holística da Matemática por meio do relacionamento entre os seus conteúdos. Dessa maneira, a utilização da História da Matemática favoreceu a conexão entre os conteúdos matemáticos e geométricos e a interdisciplinaridade (OZÁMIZ e PEREZ, 1993), facilitando a aprendizagem dos conteúdos de Desenho Geométrico a serem ensinados (BIANCHINI, 2006).

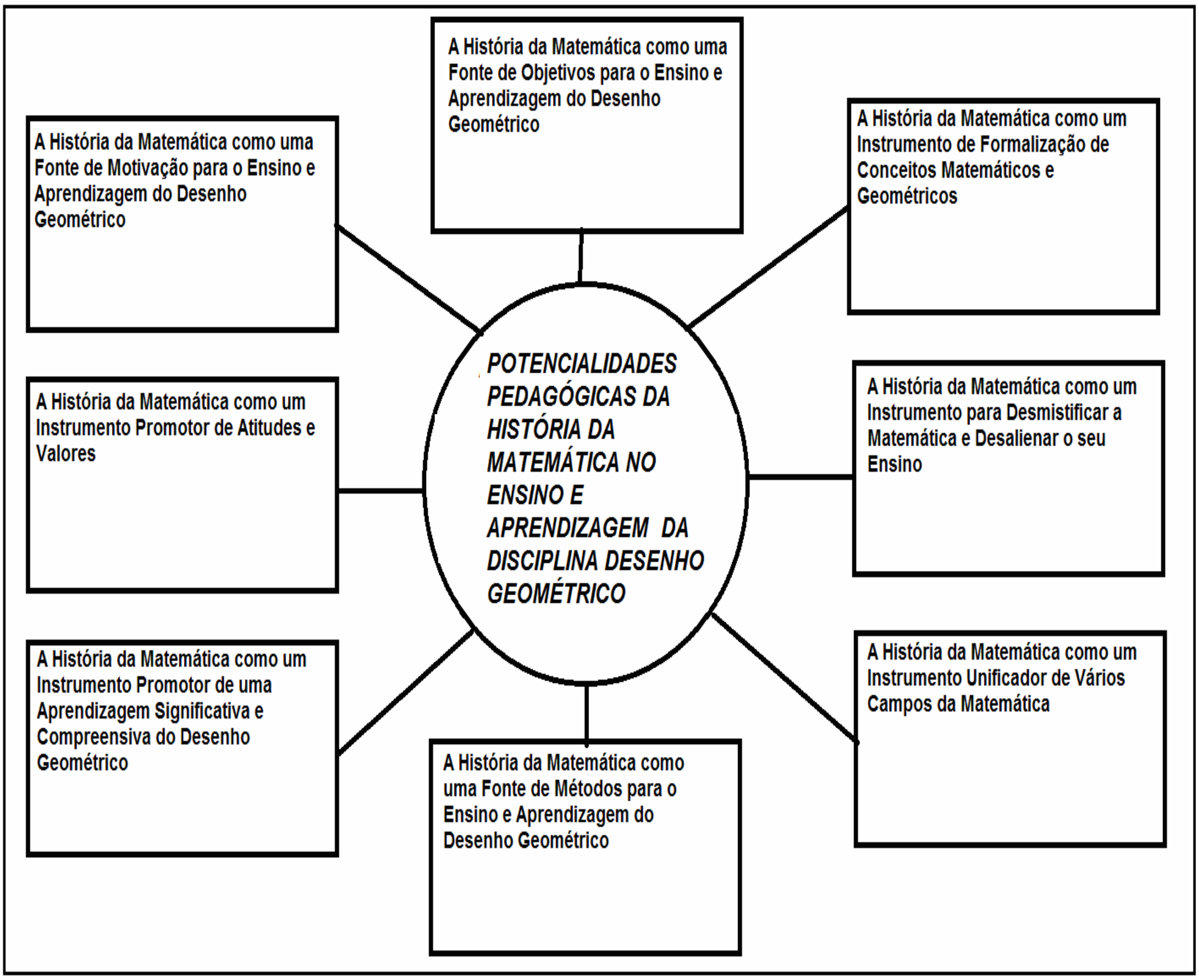
Finalizando, conclui-se que a História da Matemática desempenhou um papel fundamental no ensino e aprendizagem dos participantes desse estudo com relação à conexão dos conteúdos relacionados com à Matemática e o Desenho Geométrico, fornecendo uma perspectiva unificadora para os conteúdos matemáticos (KLINE, 1972).

4.2. Determinando a Categoria Central

A fase analítica seguinte consistiu na codificação seletiva para destacar a categoria central que integrou as 8 (oito) categorias que emergiram dos dados coletados nesse estudo. A elaboração dessa categoria representou, em termos de significado, o principal tema ao redor do qual essas categorias convergiram. Nesse direcionamento, essa etapa foi um processo que buscou o refinamento das categorias por meio de sua integração com as suas subcategorias, que teve como objetivo principal a definição da categoria central. Durante esse processo, as categorias foram abstraídas, analisadas, refletidas, sistematizadas e interconectadas para auxiliar o professor-pesquisador a determinar a categoria central. Ressalta-se que, nessa última etapa do processo de codificação, o professor-pesquisador organizou adequadamente os códigos preliminares e conceituais, as subcategorias emergidas e as categorias para evidenciar a categoria central que emergiu mediante a relação entre esses agrupamentos, tornando explícita a experiência vivenciada pelos participantes no que tange à elaboração da teoria emergente fundamentada nos dados coletados nessa pesquisa.

Assim, com base na formação e análise das codificações aberta e axial, 8 (oito) categorias que têm relacionamento com as potencialidades da História da Matemática (MIGUEL, 1997) emergiram a partir da análise dos dados qualitativos e quantitativos coletados nos questionários, nas aulas do registro documental e no diário de campo do professor-pesquisador. A interligação dessas categorias originou a categoria central desse estudo, denominada de *Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico*. O quadro 69 apresenta a criação da categoria central com base nas categorias determinadas pelas codificações aberta e axial.

Quadro 69: Elaboração da categoria central com base nas categorias determinadas pelas codificações aberta e axial



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Durante a condução desse processo foi utilizada a análise comparativa, que é uma das características principais da Teoria Fundamentada, proporcionando a descoberta da categoria central, que originou o desenvolvimento de uma teoria fundamentada na problemática desse estudo.

4.3. Respondendo à Problemática do Estudo

Nesse estudo, que buscou seguir as orientações propostas pela Teoria Fundamentada, foram analisadas a existência de algumas potencialidades pedagógicas para a utilização da História da Matemática como contribuições para o ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico para duas turmas compostas por 20 e 21 alunos, respectivamente, do nono ano de uma escola particular do município de Belo Horizonte no estado de Minas Gerais. Para responder à problemática desse estudo, houve o levantamento bibliográfico por meio de pesquisas em teses, dissertações, livros, artigos, revistas e sites para a elaboração de um referencial teórico que fornecesse um embasamento teórico para as possíveis potencialidades que poderiam emergir durante a condução dessa pesquisa.

Desse modo, foram elaboradas atividades para as aulas do registro documental que visavam ao desenvolvimento de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico. Por meio dessas atividades, a História da Matemática teve um papel contextualizador para o ensino e aprendizagem dos conteúdos a serem ministrados, pois facilitaram a reconstrução de atividades históricas para apresentar algumas justificativas para os *porquês* e os *para quês* levantados pelos participantes durante a realização desse estudo.

Durante a aplicação dessas atividades, foram coletados dados com a utilização de questionários, atividades escritas, fotos, gravações em áudio e anotações das observações relatadas pelo professor-pesquisador. Com base na análise dos dados brutos constantes nesses instrumentos de coleta, infere-se que houve indícios de que a História Matemática propiciou o surgimento de algumas potencialidades pedagógicas para o ensino e aprendizagem dos conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico.

Nesse contexto, de acordo com a interpretação da análise dos resultados dos dados coletados nessa pesquisa, constata-se que as aulas ministradas para a disciplina de Desenho Geométrico eram percebidas pelos participantes, anteriormente à realização desse estudo, como cansativas e mecânicas. Contudo, após a aplicação dessa pesquisa, os participantes relataram que as aulas, que eram compostas por atividades e contos históricos, se tornaram mais dinâmicas e motivadoras.

Por outro lado, as aulas do registro documental propostas para esse estudo eram compostas por histórias, que forneceram contextualizações para os conteúdos ministrados para a disciplina de Desenho Geométrico. Essas histórias também foram utilizadas com o objetivo de tornar as atividades de construções geométricas mais interessantes, despertando assim, a curiosidade dos participantes desse estudo. Nesse direcionamento, de acordo com a interpretação dos dados coletados nessa pesquisa, existem indícios de que a História da Matemática pode motivar os alunos nas aulas de Desenho Geométrico, tornando o ensino e aprendizagem dessa disciplina mais atrativo e interessante.

Outra potencialidade verificada por meio da interpretação da análise de dados desse estudo está relacionada com o fato de que a História da Matemática contribuiu para que o ensino do Desenho Geométrico fosse mais humanizado e menos mecânico por meio da apresentação do desenvolvimento das ideias matemáticas ao mostrar algumas dificuldades surgidas no decorrer da história para a construção do conhecimento matemático e geométrico. Dessa maneira, a História da Matemática foi percebida como um instrumento para desmistificar a Matemática e desalienar o seu ensino, pois a sua utilização em sala se aula contribuiu para que os participantes desse estudo percebessem que uma determinada ideia, procedimento ou prática matemática se origina em um determinado contexto e, normalmente, possui uma longa trajetória histórica para o seu desenvolvimento. Outra potencialidade que emergiu da interpretação da análise dos dados por meio da utilização da metodologia empregada nesse estudo foi que a História da Matemática forneceu um contexto capaz de justificar alguns *porquê*s e *para quês* e, também, para evidenciar as razões que motivaram o estudo da origem ou contexto de algumas construções geométricas.

A metodologia adotada nesse estudo também serviu para apresentar aos participantes que a Matemática possui conexões com outras áreas de conhecimento como, por exemplo, a Filosofia, podendo interligar e unificar vários campos da própria Matemática, como as construções geométricas, a Geometria e a Álgebra. Nesse sentido, a História da Matemática contribuiu como um instrumento unificador de vários campos da matemática. Diante dessa concepção, a interpretação da análise dos dados mostra que a História da Matemática pode ser considerada como uma fonte de objetivos para o ensino do Desenho Geométrico, pois pode propiciar a humanização das construções geométricas, a interdisciplinaridade e apresentar o desenvolvimento e a evolução dos conteúdos estudados, fornecendo justificativas para os traçados realizados nessa disciplina, contribuindo, assim, para desmistificar e desalienar o ensino da Matemática, Geometria e do Desenho Geométrico.

A utilização da História da Matemática como um método para o ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico também possibilitou contribuições para contextualizar a introdução ou a ilustração de um determinado conteúdo relacionado com a disciplina de Desenho Geométrico. Dessa maneira, nesse estudo, a História da Matemática trouxe contribuições para a elaboração de atividades que favorecessem reconstruções históricas ou métodos para a apresentação de opções de resolução de uma determinada situação-problema como, por exemplo, o método gráfico, algébrico e geométrico, para que os participantes pudessem realizar as construções geométricas propostas nas atividades das aulas do registro documental. Assim, a interpretação da análise dos dados coletados nesse estudo mostra que a História da Matemática foi utilizada como uma fonte de métodos para o ensino e a aprendizagem da disciplina de Desenho Geométrico.

Outra potencialidade verificada durante a fase analítica dessa pesquisa foi a utilização da História da Matemática como um instrumento contextualizador das atividades propostas nas aulas do registro documental, que contribuiu para que os participantes compreendessem um determinado procedimento ou conceito estudado na disciplina de Desenho Geométrico, facilitando, assim, a construção de conceitos geométricos estudados por meio da resolução de atividades que contemplavam as construções geométricas. Diante desse contexto, a História da Matemática contribuiu como um instrumento didático e pedagógico para que os participantes desse estudo pudessem formalizar os conceitos matemáticos e geométricos durante a condução dessa pesquisa.

Por outro lado, a contextualização do ensino do Desenho Geométrico, por meio da História da Matemática, contribuiu para unificar conteúdos matemáticos e geométricos, que foram aprendidos anteriormente, facilitando a aquisição de novos conceitos relacionados com os conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico com a realização de atividades que envolviam construções geométricas. Em outras palavras, a partir da utilização de um determinado conhecimento prévio, os participantes perceberam que esse tipo de conhecimento facilitava a sua conexão com novos conteúdos a serem aprendidos, facilitando, dessa maneira, a aprendizagem significativa e compreensiva dessa disciplina.

A interpretação dos dados analisados nas codificações aberta, axial e seletiva mostra que a História da Matemática contribuiu para o entendimento da utilização de algumas fórmulas matemáticas e geométricas e, também, para a compreensão das construções geométricas, que foram estudadas, em anos anteriores, apenas como traçados a serem decorados pelos participantes desse estudo. Os resultados obtidos na fase analítica desse estudo mostram que a História da Matemática contribuiu significativamente como um instrumento didático e pedagógico para promover a aprendizagem significativa e compreensiva dos conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico.

Com base na interpretação da análise dos dados coletados, infere-se que a História da Matemática contribuiu para promover o desenvolvimento de atitudes e valores positivos nos participantes desse estudo, que perceberam a importância de se justificar um procedimento matemático ou geométrico. Nesse sentido, os participantes foram instigados a serem curiosos e argumentarem por meio da formulação de conjecturas, adquirindo, dessa maneira, autoconfiança na resolução das situações-problema propostas nas atividades das aulas do registro documental. Essas atividades também contribuíram para o desenvolvimento de um trabalho coletivo e colaborativo que favoreceu os debates e as discussões de estratégias diferenciadas para a resolução de uma determinada situação-problema relacionado com as construções geométricas. Nesse estudo, a História da Matemática foi utilizada como um instrumento promotor de atitudes e valores dos participantes em relação ao ensino e aprendizagem da disciplina de Desenho Geométrico.

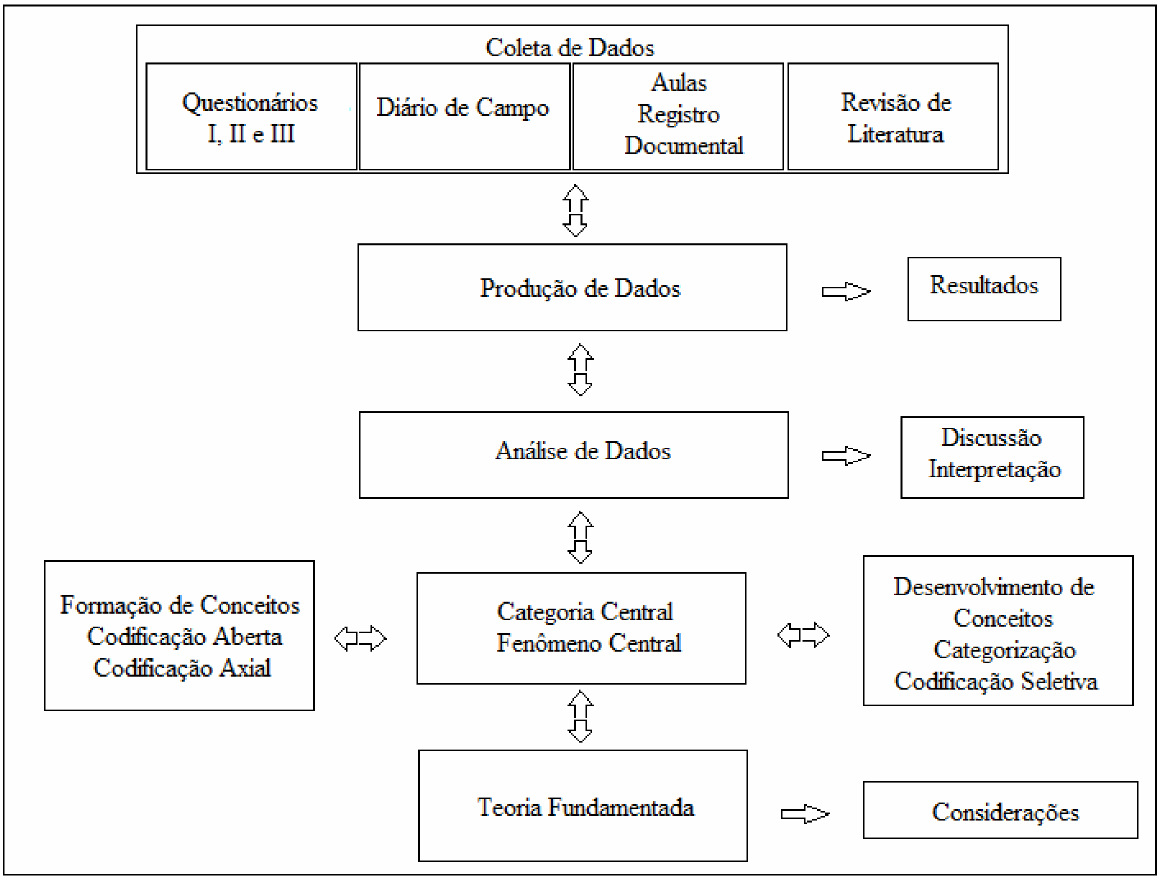
Finalizando, a interpretação da análise dos dados qualitativos e quantitativos coletados por meio das etapas da Teoria Fundamentada permitiu que o professor-pesquisador respondesse à problemática desse estudo ao verificar que a História da Matemática possibilitou o surgimento de 8 (oito) potencialidades pedagógicas (MIGUEL, 1997) que podem ser utilizadas no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico. Essas potencialidades foram identificadas no processo analítico da codificação seletiva, que originou a categoria central e a teoria emergente fundamentada nos dados coletados nesse estudo.

CAPÍTULO 5

CONSTRUINDO UMA TEORIA EMERGENTE FUNDAMENTADA NOS DADOS: POTENCIALIZANDO O ENSINO E APRENDIZAGEM DO DESENHO GEOMÉTRICO POR MEIO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A Teoria Fundamentada é uma metodologia na qual os dados coletados são sistematicamente reunidos e analisados para, a partir deles, emergir uma determinada teoria. A teoria emergente pode ser considerada como um modelo teórico ou conceitual, que oferece mais discernimento e entendimento sobre o fenômeno estudado, pois busca estudá-lo e explicá-lo em profundidade (STRAUSS e CORBIN, 1990). O quadro 70 mostra o processo de construção da teoria emergente.

Quadro 70: Processo de construção da teoria emergente



Fonte: Diagrama elaborado pelo professor-pesquisador

Após o processo da codificação seletiva, o último passo proposto pela Teoria Fundamentada é a redação da teoria emergente dos dados coletados, codificados e analisados. Essa teoria é a “elaboração da história que consiste numa narrativa descritiva sobre o fenômeno central do estudo” (PINTO, 2012, p. 6).

O processo de construção dessa teoria é, portanto, uma metodologia que permitiu a elaboração de uma teoria a partir de dados extraídos de experiências significativas dos participantes desse estudo. Nesse sentido, os dados foram rigorosamente analisados e categorizados por meio de um processo indutivo do qual emergiram conceitos relevantes dos dados brutos coletados durante a condução desse estudo. Da análise das relações entre as categorias e os conceitos, foram deduzidos alguns questionamentos que culminaram em uma teoria que objetivou explicar a problemática desse estudo.

O processo de desenvolver teorias denomina-se teorização que, de maneira mais específica, é entendida como o ato de construir, a partir de dados, uma explicação que integre sistematicamente vários conceitos por meio de relações. Nesse direcionamento, mais do que produzir um entendimento, o objetivo desse processo foi o de gerar uma teoria útil para fornecer diretrizes para as futuras ações (STRAUSS e CORBIN, 1990) dos participantes desse estudo e, também, dos indivíduos e profissionais que tenham um relacionamento direto com os objetivos dessa pesquisa.

5.1. Delimitando a Teoria Emergente

Nesse estudo, a redução das categorias visou à delimitação da teoria emergente, momento em que o professor-pesquisador pode descobrir uniformidades no grupo original de categorias, possibilitando, então, a formulação da teoria com um grupo de conceitos abstratos, porém, fundamentado nos dados.

Assim, a partir das codificações aberta, axial e seletiva, que aconteceram durante a realização dessa pesquisa, foi possível interpretar o fenômeno desse estudo relacionado com as possíveis contribuições pedagógicas que a História da Matemática, como um instrumento didático e potencializador de aprendizagem, pode oferecer ao processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico, explanado por meio de um modelo teórico. Nesse direcionamento, o resultado desse estudo constituiu-se na formulação teórica do fenômeno sob investigação que, consequentemente, conduziu à elaboração de uma teoria fundamentada nos dados, que adicionou novas perspectivas a compreensão do fenômeno estudado nessa pesquisa (GASQUE, 2007).

Do processo analítico descrito na metodologia desse estudo, emergiu a categoria *Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico* como a categoria central, interagindo e integrando-se com as demais categorias determinadas nesse processo. Então, o professor-pesquisador realizou a integração conceitual por meio de códigos teóricos com a elaboração de um quadro conceitual que se movimenta da abordagem descritiva para a teórica. A integração conceitual forneceu a direção teórica e descritiva do exame dos dados para construir indutivamente uma teoria assentada nos dados por meio de sua análise qualitativa, que relacionada com as teorias da História da Matemática, Motivação e Aprendizagem Significativa, a Geometria, a Álgebra e o Desenho Geométrico, propostas nesse estudo, acrescentaram novos conhecimentos e perspectivas ao fenômeno estudado nessa pesquisa.

Dessa integração conceitual emergiu a teoria fundamentada nos dados coletados nesse estudo denominada de *Potencializando o Ensino e Aprendizagem do Desenho Geométrico por meio da História da Matemática.*

Assim, nesse estudo, foram identificadas 8 (oito) potencialidades pedagógicas da História da Matemática das 12 potencialidades sintetizadas por Miguel (1997), que teve por objetivo justificar a importância da utilização desse campo de estudo no ensino e aprendizagem em Desenho Geométrico por meio de uma teoria emergente que pudesse explicar a necessidade de potencializar esse ensino com a utilização da história como um recurso didático.

5.2. Apresentando a Teoria Emergente: Potencializando o Ensino e a Aprendizagem do Desenho Geométrico por meio da História da Matemática

A Geometria e o Desenho Geométrico estudam as figuras geométricas, os seus conceitos e propriedades, sendo que a primeira relaciona as figuras geométricas com os números, que são abstratos e pertencem ao campo das ideias. Por outro lado, o Desenho Geométrico relaciona as figuras geométricas com as suas representações gráficas denominadas de desenhos, que são concretos e pertencem ao campo das imagens. Contudo, o campo de estudo geométrico das imagens gráficas está intimamente relacionado com o campo de estudo matemático das ideias abstratas (JORGE, 2008).

Dessa maneira, se o "Desenho Geométrico embasa suas construções nas propriedades e nas relações das figuras geométricas, a Geometria necessita do Desenho Geométrico para concretizar e tornar visíveis essas propriedades e relações" (JORGE, 2008, p. 5). Em outras palavras, "é impossível conceber um curso de Desenho Geométrico sem a presença da Geometria e vice-versa" (JORGE, 2008, p. 5). Por exemplo, os resultados do estudo conduzido por Varhidy (2010) mostram a importância das construções geométricas para o ensino da Álgebra, pois as construções geométricas podem ser consideradas como uma ferramenta pedagógica que pode proporcionar um melhor entendimento de conteúdos geométricos e algébricos. Nesse direcionamento, o estudo da disciplina Desenho Geométrico pode contribuir para o ensino e aprendizagem da Matemática, tanto no campo da Álgebra, quanto no campo da Geometria, pois muitas dessas ideias surgiram da antiga Grécia e iniciaram-se por meio da utilização de construções geométricas.

Por outro lado, o ensino do Desenho Geométrico, estudado em algumas escolas brasileiras, é percebido pelos alunos como um ensino mecânico, no qual existe a necessidade de decorar longos traçados geométricos (MONTENEGRO, 1991; ZUIN, 2001). Além disso, as construções ensinadas nessa disciplina quase sempre são desconexas do ensino da Matemática (ZUIN, 2001). Um fato que também se observa, é que no estudo dessas construções geométricas não são apresentadas justificativas ou os *para quês* do seu ensino. Sendo assim, os conteúdos da disciplina Desenho Geométrico são percebidos pelos alunos de uma maneira descontextualizada (ZUIN, 2001).

A disciplina Desenho Geométrico estuda as construções geométricas com a utilização de instrumentais de desenho como régua, compasso, transferidor e par de esquadros, sendo descrito como a linguagem gráfica da Matemática (CALFA et al, 1995), pois o seu estudo auxilia no entendimento dos conceitos das propriedades e das relações geométricas e algébricas (SILVA, 2006).

Estudiosos como Marmo e Marmo (1994); Calfa et al (1995) e Jorge (1998) creditam ao ensino das construções geométricas o desenvolvimento de potencialidades como a criatividade, a melhoria da organização, o fortalecimento do raciocínio reflexivo e, também, a sua contribuição para a resolução de questões de natureza prática enfrentadas no cotidiano. Porém, nessa disciplina, de acordo com que se pode verificar em muitos livros didáticos, é notado que o conteúdo matemático e geométrico bem como as atividades propostas são apresentadas e ensinadas de maneiras desestimulantes por não serem contextualizadas e não fornecerem justificativas do *porquê* ou do *para quê* de seu estudo (MONTENEGRO, 1991).

Nesse direcionamento, na tentativa de buscar uma metodologia diferenciada que contribua com elementos potencializadores para o ensino e aprendizagem dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico, a História da Matemática pode ser considerada como um recurso didático capaz de fornecer contribuições que possam potencializar o ensino e a aprendizagem dessa área de estudo (MONTENEGRO, 1991). Assim, a História da Matemática, como recurso didático, foi selecionada pela necessidade da contextualização do ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico. Além disso, esse recurso pode fornecer elos entre o estudo das construções geométricas com os conteúdos geométricos e algébricos estudados em Matemática. Essa abordagem propicia a reconstrução dos conceitos matemáticos, podendo, também, humanizar esse ensino, gerando interesse e motivação para seu estudo (MONTENEGRO, 1991; HEIN et al, 2009).

Porém, para que esses objetivos sejam atingidos, é importante mostrar para os alunos que as construções geométricas formaram a base para o desenvolvimento da álgebra estudada atualmente nas escolas. Por exemplo, muitos conteúdos estudados em álgebra, no Ensino Fundamental, foram desenvolvidos graficamente por meio de construções geométricas, que são demonstradas no livro *Os Elementos* (BICUDO, 2009). Nessa obra, Euclides organizou todo o conhecimento matemático acumulado até aquela época, apresentando as demonstrações relacionadas com as situações-problemas propostas, que eram realizadas, na maioria das vezes, por meio de construções geométricas (ROSA e OREY, 2009).

Por exemplo, a conexão entre a História, a Álgebra e a Geometria é fornecida por Rosa e Orey (2012), que apresentam métodos de soluções distintas para uma mesma situação-problema. Esses autores descrevem um problema contido nas antigas tábuas babilônias, escrito por volta de 1900 a.C. e, em seguida, conectam a resolução retórica utilizada pelos babilônios com a resolução contemporânea dessa situação-problema. Contudo, apesar de Rosa e Orey (2012) apresentarem uma resolução geométrica para as equações de segundo grau pelo método de completar quadrados, existe a necessidade de apresentar uma solução geométrica baseada nas etapas apresentadas por René Descartes (1637) em sua obra intitulada *La Gèométre* conforme descrito por Fragoso (1999). Dessa maneira, apresenta-se também um elo entre o Desenho Geométrico, a História da Matemática, a Álgebra e a Geometria.

Nesse direcionamento, é necessário considerar a situação-problema escrita em uma das tábuas de argila pertencentes ao período babilônio (ROSA e OREY, 2012, p. 280):

> O comprimento de um retângulo excede a sua largura em sete unidades. A área do retângulo é de 60 unidades quadradas. Determine o comprimento e a largura do retângulo.

Ressalta-se que esse problema foi adaptado para a linguagem da matemática moderna, pois foi escrito, originalmente, em base sexagesimal, que era a base numérica utilizada pelos babilônios naquela época (ROSA e OREY, 2012). Assim, a solução apresentada pelos babilônios era dada por:

> Determine a metade do valor em que o comprimento do retângulo excede a largura. O resultado é 3,5. Multiplique 3,5 por 3,5. O resultado é 12,25. Adicione 60 e 12,25. O resultado é 72,25. Determine a raiz quadrada de 72,25. O resultado é 8,5. Agora, proceda da seguinte forma: subtraia 3,5 de 8,5. Adicione 3,5 a 8,5. O comprimento do retângulo é 12 unidades e a largura é 5 unidades (ROSA e OREY, 2012, p. 280).

Esse processo resolutório mostra que os babilônios apresentavam uma solução retórica para esse problema, na qual descreviam as ideias que eram naturalmente determinadas através de acertos e erros, pois por meio de tentativas conseguiam estabelecer a solução da situação-problema proposta (ROSA e OREY, 2012).

Posteriormente, a solução dessa situação-problema foi apresentada em linguagem matemática moderna, na qual *C* e *L* representam, respectivamente, o comprimento e a largura do retângulo. Nesse caso, a equação *I* é dada por $C = L + 7$ enquanto que a equação *II* é dada por $C \bullet L = 60$. Então, substituindo a equação I na equação II, encontra-se a equação $(L + 7) \bullet L = 60 \Rightarrow L^2 + 7L - 60 = 0$. Resolvendo essa equação quadrática verifica-se que o comprimento do retângulo é de 12 unidades enquanto que a sua largura é de 5 unidades (ROSA e OREY, 2012).

Contudo, para iniciar o processo gráfico de obtenção das raízes da equação que representa esse problema, necessita-se primeiramente realizar uma análise de suas possíveis raízes. Assim, considerando a equação $L^2 + 7L - 60 = 0$ e utilizando a relação de *soma e produto de suas raízes*, obtém-se o sistema de equações:

$$\begin{cases} x` + x`` = -7 \\ x`.x`` = -60 \end{cases}$$

Nesse caso, considerando que $|x`| > |x``|$, existe a necessidade de se determinar uma possível análise das raízes dessa equação para que se possa estabelecer as relações:

$$\begin{cases} x` + x`` < 0 \\ x`.x`` < 0 \end{cases} \Rightarrow \ x' < 0 \text{ e } x'' > 0 \ \therefore \text{ utilizando: } \begin{matrix} x` = (-x`) \\ x`` = (x``) \end{matrix} \quad \therefore \quad \begin{cases} (-x`) + (x``) = -7 \\ (-x`).(x``) = -60 \end{cases}$$

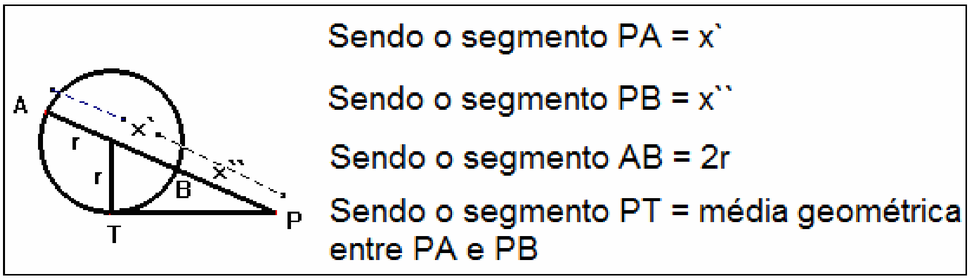
Como a solução dessa equação está relacionada com a determinação das medidas dos lados de um retângulo, existe a necessidade de que o seu desenvolvimento algébrico seja realizado por meio da utilização de módulos. Dessa maneira, tem-se que:

$$\begin{cases} |(-x`) + (x``)| = |-7| = 7 \\ |(-x`).(x``)| = |-60| = 60 \end{cases}$$

Dessa maneira, para que se possa obter a solução geométrica da equação $L^2 + 7L - 60 = 0$, existe a necessidade de se utilizar o *Teorema da Secante e Tangente*. De acordo com o esboço mostrado pela figura 16 é preciso que se determine o comprimento do segmento de reta *PT*. Por meio da resolução de cálculos algébricos, obtém-se que $PT = \sqrt{60}$ unidades. Em seguida, é importante que se determine o raio do círculo. Por meio dos cálculos algébricos, obtém-se que a medida do raio é de 3,5 unidades.

Por outro lado, de acordo com o *Teorema da Secante e Tangente*, tem-se que *PT* é a média geométrica entre *PA* e *PB, ou seja* $PT = \sqrt{PA \bullet PB}$. A figura 16 mostra os segmentos de reta *PT*, *PA* e *PB.*

Figura 16: Segmentos de reta *PT*, *PA* e *PB*



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Dessa maneira, tem-se que:

$$(PT)^2 = PA.\bullet PB \Rightarrow (PT) = \sqrt{(PA).(PB)}$$

Portanto, pode-se estabelecer que:

$$|(-x`) + (x``)| = |x`` - x`| = |x` - x``| = 2r \text{ (diâmetro)}$$

Sendo assim:

$$r = \frac{|x`` - x`|}{2} \text{ e PT } = \sqrt{|(-x`).x``|}$$

Retornando ao problema inicial, necessita-se então determinar o raio do círculo a ser traçado e, em seguida, calcular a média geométrica cujo resultado é $\sqrt{60}$. A figura 17 mostra a determinação do raio do círculo.

Figura 17: Determinação do raio do círculo

1º) Determinação do raio do círculo

$$\frac{|x'' - x'|}{2} = \frac{|x' - x''|}{2} = 7/2 = 3{,}5$$

Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Para a determinação da média geométrica, deve-se considerar que $\sqrt{60} = \sqrt{10 \bullet 6}$. Nessa fórmula, 10 e 6 são fatores que resultam 60[14] como produto dos segmentos de reta *AB* e *AD*. A figura 18 mostra a determinação da média geométrica de medida $\sqrt{60}$.

Figura 18: Determinação da média geométrica de medida $\sqrt{60}$

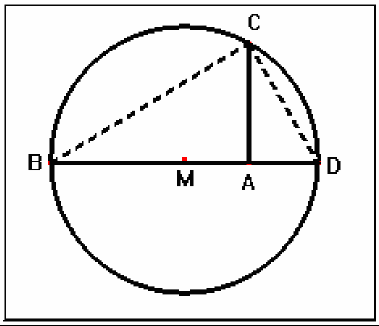
2º) Determinação da média geométrica de medida $\sqrt{60}$

Sendo:

a) $AB = 10$

b) $AD = 6$

c) $AC = \sqrt{10 \bullet 6}$ em que $h^2 = mn \Rightarrow h = \sqrt{mn}$ $\therefore$ $m(\overline{AC}) = \sqrt{60}$



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

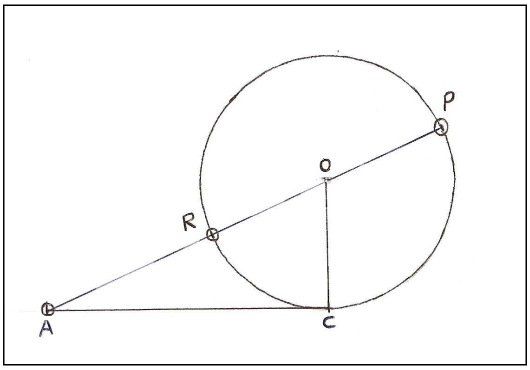
Assim, aplica-se o *Teorema da Secante e Tangente* com a utilização das medidas $m(\overline{OC}) = \frac{7}{2} =$ 3,5 (raio da circunferência) e $m(\overline{AC}) = \sqrt{60}$ (segmento tangente à circunferência). A figura 19 representa a construção geométrica para a determinação das raízes da equação $L^2 + 7L - 60 = 0$, que são os segmentos de reta $m(\overline{AP}) = 12$ e $m(\overline{AR}) = 5$. Contudo, para a resolução do problema proposto, é descartado o segmento de medida 12 por tratar-se de um problema geométrico, pois o seu real valor é um número negativo. Porém, como a raiz verdadeira[15] é 5, na equação L(L + 7) = 60, a outra será 12, pois (5 + 7 = 12). Dessa maneira, verifica-se que o comprimento do retângulo é de 12 unidades enquanto que a sua largura é de 5 unidades.

---

[14]Ressalta-se que poderiam ter sido escolhidos outros fatores que resultassem o produto 60.

[15]De acordo com Fragoso (1999), no livro La Géometre, Déscartes considerava que nas equações de segundo grau, as raízes positivas são consideradas verdadeiras enquanto que as raízes negativas são consideradas falsas.

Figura 19: Determinação das raízes $m(\overline{AP})$ e $m(\overline{AR})$ da equação $L^2 + 7L - 60 = 0$



Fonte: Arquivo pessoal do professor-pesquisador

Diante desse contexto, “entender uma questão, muitas vezes, depende de saber a história da ideia” (BERLINGOFF e GOUVÊA, 2008, p. 1). Então, é importante que os alunos saibam donde e como essa ideia matemática se originou, a sua importância, quais indivíduos procuravam essa resposta e por que a procuravam e, também, obter informações sobre as etapas do desenvolvimento da construção do conhecimento matemático necessário para solucionar a situação-problema proposta (ROSA, 2010).

Assim, “para ensinar Matemática em qualquer nível é necessário ajudar os estudantes a entenderem as questões e formas de pensamento que ligam os detalhes (BERLINGOFF e GOUVÊA, 2008. p. 1) históricos relacionados com os envolvidos no processo de resolução de uma determinada situação-problema. Porém, é importante que os professores e os alunos reflitam sobre os aspectos históricos dos conteúdos matemáticos, seja eles aritméticos, algébricos ou geométricos, pois:

> A História da Matemática é um elemento fundamental para se perceber como as teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico da época. (...) Conhecer historicamente, pontos altos da Matemática de ontem poderá, na melhor das hipóteses, (...), orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje (D’AMBROSIO, 1996, p. 30).

Porém, para que a História da Matemática possa ser utilizada para orientar o aprendizado e o desenvolvimento dos alunos por meio da disciplina Desenho Geométrico é de fundamental importância que os professores sejam bem sucedidos em sua prática pedagógica, conseguindo “caracterizá-la pela contextualização e interdisciplinaridade” (MELO, 2003). Então, nessa perspectiva, a História da Matemática poderá “contribuir, sobretudo, na revelação da vida, personalidade, visão de mundo e múltiplos interesses dos grandes matemáticos” (MELO, 203, p. 30).

Nesse direcionamento, existe a necessidade de se apresentar informações históricas sobre as demonstrações matemáticas e construções geométricas para que os alunos possam conectar a História da Matemática com os conteúdos propostos na disciplina Desenho Geométrico por meio de atividades curriculares contextualizadas e interdisciplinares, auxiliando-os a perceberem a conexão entre o Desenho Geométrico, a Geometria, a Matemática e a História da Matemática.

De acordo com esse ponto de vista, com a utilização da História da Matemática no ensino e aprendizagem de conteúdos relacionados com o Desenho Geométrico, tem-se a possibilidade de:

> (...) buscar uma nova forma de ver e entender a Matemática [construções geométricas], tornando-a mais contextualizada, mais integrada com as outras disciplinas, mais agradável, mais criativa, mais humanizada (PACHECO e GASPERI, 2008, p. 3).

Essa asserção mostra que a História da Matemática, por acompanhar a história da humanidade, pode ser considerada como um potencializador para integrar os conteúdos matemáticos e geométricos com outras disciplinas em uma abordagem pedagógica interdisciplinar. Diante dessa linha de raciocínio, a História da Matemática pode contribuir para esclarecer conceitos e justificar procedimentos matemáticos, podendo, também, apontar conexões históricas entre os conteúdos matemáticos com as outras ciências (OZÁMIZ e PEREZ, 1993).

Assim, a utilização da História da Matemática pode ser considerada como um instrumento pedagógico e um recurso didático que pode auxiliar os professores na preparação de atividades curriculares para o ensino dos conteúdos matemáticos, geométricos e, consequentemente, de Desenho Geométrico.

Por exemplo, é necessário que, nessas atividades, os professores discutam que, na Grécia antiga, Tales iniciou um tipo de pensamento matemático mediante um raciocínio lógico, que não era direcionado pela intuição ou experimentação (EVES, 2004; GARBI, 2010). Assim, os antigos gregos questionavam o *porquê* dos resultados obtidos em suas construções geométricas, buscando as resoluções das situações-problema cotidianas com a utilização do raciocínio lógico.

Esse aspecto provocou o desenvolvimento de um conhecimento matemático que questionava o *como* e, também, o *porquê*, pois os objetivos principais da matemática grega eram:

> (...) compreender o lugar do homem no universo de acordo com um esquema racional. A Matemática ajudava a encontrar a ordem no caos, a ordenar as ideias em sequências lógicas, a encontrar princípios fundamentais. (...) os Gregos descobriram depressa que os Orientais tinham deixado por fazer a maior parte da sua racionalização. Porque é que o triângulo isósceles tinha dois ângulos iguais? Porque é que a área de um

> triângulo era igual à metade da área de um retângulo com a mesma base e altura? (STRUIK, 1985, p. 73).

Assim, a utilização da História da Matemática como um recurso didático pode apresentar o *como* e o *porquê* de vários conceitos matemáticos, sejam eles algébricos ou geométricos (BIANCHINI, 2006), que foram desenvolvidos no decorrer da história. Essa abordagem está em concordância com os objetivos dos PCNs de Matemática (BRASIL, 1998), pois é importante que o conhecimento matemático seja:

> (...) apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem no mundo (BRASIL, 1998, p. 19).

A compreensão da importância da História da Matemática como um recurso didático pode tornar a aprendizagem em Matemática e, consequentemente, em Geometria e em Desenho Geométrico, mais significativa e compreensiva para os alunos, pois os coloca frente a um processo educacional que contém o raciocínio heurístico, a formulação e o teste de hipóteses; a utilização de contraexemplos, da imaginação, da intuição, da criatividade e do raciocínio lógico, que são necessários para a resolução de problemas enfrentados pela humanidade no decorrer da história (IEZZI et al, 2006).

Esse tipo de aprendizagem implica assimilar e relacionar os materiais de aprendizagem com os conhecimentos prévio dos alunos, que, em muitos casos:

> (...) consistem em teorias implícitas ou representações sociais adquiridas por processos igualmente implícitos. Nesse processo de tentar assimilar ou compreender novas situações, ocorre não só um crescimento ou expansão desses conhecimentos prévios, como também, como conseqüência desses desequilíbrios ou conflitos entre os conhecimentos prévios e a nova informação, um processo de reflexão sobre os próprios conhecimentos, que, conforme sua profundidade (...) pode dar lugar a processos de ajuste, por generalização e discriminação, ou reestruturação, ou mudança conceitual (...) dos conhecimentos prévios (POZO, 2002).

Essa abordagem possibilita que a História da Matemática contribua para uma aprendizagem significativa e compreensiva dos conteúdos matemáticos (MENDES, FOSSA e VALDÉS, 2006) e do Desenho Geométrico, pois é a partir da compreensão dos significados históricos que será possível que se estabeleça uma conexão entre os aspectos do dia-a-dia escolar e científico da Matemática, de modo “a fazer com que os estudantes passem a observar o seu contexto cotidiano e compreendam a Matemática que está sendo feita hoje, de acordo com o momento histórico atual” (MENDES, FOSSA, VALDÉS, 2006, p. 93).

Em outras palavras, o recurso didático, pedagógico e metodológico da História da Matemática pode contribuir para aumentar a motivação dos alunos para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, sejam eles algébricos ou geométricos, pois favorece a humanização da Matemática e, consequentemente, da Geometria e do Desenho Geométrico, conduzindo os alunos às investigações, pois contribui para que possam compreender os conteúdos matemáticos a partir da recriação ou da redescoberta desses conceitos (VAILATI e PACHECO, s.d.).

Diante desse contexto, existe a possibilidade da utilização das potencialidades pedagógicas da História da Matemática no ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico, pois contribui como:

- Uma ***fonte de motivação*** que promove o desenvolvimento do interesse dos alunos pela resolução das atividades propostas, favorecendo a contextualização dos conteúdos estudados por meio da estimulação da curiosidade dos discentes, pois torna o estudo dessa disciplina mais significativo e prazeroso.
- Uma ***fonte de objetivos para o ensino e aprendizagem***, pois busca interligar o seu estudo com o de outras ciências e, também, apresentar o desenvolvimento e a evolução dos conteúdos estudados para que os alunos possam compreender a aplicabilidade dos conceitos apresentados em seu cotidiano.
- Um ***instrumento promotor de atitudes e valores positivos*** ao promover um ensino no qual o diálogo, as discussões em grupos, as trocas de informações e, principalmente, o cooperativismo. Além disso, a utilização da História da Matemática também pode promover que os alunos busquem estratégias de resolução de uma determinada situação-problema, facilitando a percepção de que, muitas vezes, essas resoluções podem ser obtidas de maneiras distintas.
- Um ***instrumento promotor da aprendizagem significativa e compreensiva***, pois a contextualização histórica das atividades propostas pode fornecer significado para os conteúdos estudados, promovendo a aquisição de novos conhecimentos pelos alunos visando à compreensão desses conteúdos.
- Uma ***fonte de métodos para o ensino e aprendizagem***, pois a História da Matemática pode ser utilizada para introduzir um determinado conteúdo, apresentar outras maneiras de resolução de uma mesma situação-problema, para

reconstruir o conhecimento matemático desenvolvido no decorrer da história e, também, para mostrar a aplicabilidade de um determinado conteúdo estudado.

- Um ***instrumento de formalização de conceitos matemáticos e geométricos***, pois a utilização da História da Matemática pode promover um contexto histórico para as atividades de experimentação em construção geométrica, facilitando, dessa maneira, a formalização e a construção de um conceito matemático seja ele algébrico ou geométrico.
- Um ***instrumento para desmistificar a Matemática [em todos os seus campos de atuação] e desalienar o seu ensino***, pois, dessa maneira, sendo o Desenho Geométrico a parte gráfica da geometria, pode-se afirmar que essa área de conhecimento complementa o estudo da Matemática e da Geometria. Nesse sentido, a História da Matemática pode apresentar os conceitos matemáticos de uma maneira mais humana, mostrando o caminho difícil que é percorrido para o desenvolvimento de um determinado conhecimento matemático ou puramente geométrico. A desmistificação da Matemática também pode ocorrer pela utilização de um contexto que mostre o *porquê* ou apresente os motivos ou as razões que direcionaram a humanidade para a busca dos conteúdos estudados.
- Um ***instrumento unificador de vários campos da Matemática***, pois a História da Matemática pode fornecer contextos que garantam a conexão entre a Álgebra, a Geometria e o Desenho Geométrico.

Finalizando, a teoria que emergiu durante a condução desse estudo mostra que existem elementos positivos que corroboram com as 8 (oito) possibilidades pedagógicas da História da Matemática, que foram explicitadas na codificação axial, sendo integradas e refinadas para a elaboração da categoria central, que originou a teoria proposta nessa pesquisa.

Essa abordagem permitiu que a História da Matemática fosse utilizada como um recurso didático para o ensino e aprendizagem em Desenho Geométrico, que pode ser considerada como uma tendência de ensino atual e como uma alternativa metodológica que contribuiu para a aprendizagem dos participantes desse estudo de uma maneira significativa e contextualizada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Geometria e o Desenho Geométrico são partes integrantes da Matemática que se completam. A primeira área de conhecimento se relaciona com as figuras geométricas e com os números e as medidas enquanto a outra relaciona essas figuras com as suas representações gráficas denominadas de construções geométricas.

Assim, ao se analisar o conteúdo do livro *Os Elementos* de Euclides (300 a.C.) percebe-se uma conexão importante entre a Aritmética, a Geometria, a Álgebra e as construções geométricas. Nessa obra, Euclides organizou todo o conhecimento matemático acumulado até aquela época como, por exemplo, o aritmético, o algébrico ou o geométrico, apresentando-os por meio de demonstrações, que eram realizadas quase sempre por meio de construções geométricas (ROSA e OREY, 2009). De acordo com essa perspectiva, foi “na geometria grega que nasceu o Desenho Geométrico, pois não havia entre os gregos uma diferenciação entre o Desenho Geométrico e a Geometria” (QUEIROGA e VITOR, 2007, p. 11).

Diante desse contexto, ressalta-se que existem conexões entre as construções geométricas estudadas no ensino da disciplina Desenho Geométrico com os conteúdos da Geometria e da Álgebra estudados no ensino da Matemática. É importante salientar também que a História da Matemática pode oferecer algumas potencialidades para o ensino e aprendizagem de conteúdos do Desenho Geométrico, fortalecendo-o como uma importante disciplina da matriz curricular escolar.

Nesse direcionamento, o professor-pesquisador buscou, por meio da História da Matemática, reconstruir ou contextualizar, de uma maneira didática e pedagógica, os aspectos históricos do desenvolvimento de tópicos específicos da disciplina Desenho Geométrico.

Dessa forma, buscou-se utilizar a história para se fazer um contexto que explicasse o porquê ou para quê de uma devida construção geométrica ou mesmo apresentar um modelo de atividade ou prática utilizada pelos antigos gregos para dar significado ao aprendizado do aluno.

Nessa trajetória, o professor-pesquisador procurou conscientizar os participantes dessa pesquisa com relação às dificuldades e os obstáculos que os matemáticos, no decorrer da história, enfrentaram no desenvolvimento das ideias matemáticas. Assim, o professor-pesquisador buscou situar o aluno quanto ao contexto que se vivia na época da produção do conhecimento ensinado, bem como desmistificar a Matemática como uma ciência pronta e acabada, e ainda desmistificar o estereótipo de ser a Matemática e o Desenho Geométrico disciplinas extremamente cansativas.

Essa abordagem também permitiu que o professor-pesquisador enriquecesse o seu repertório didático e pedagógico por meio do ato de contar ou ler histórias relacionadas com o conteúdo matemático e geométrico, que visavam apresentar exemplos e procedimentos históricos para introduzir um determinado conteúdo de Desenho Geométrico ou resolver uma determinada situação-problema relacionada com esses conteúdos.

Em contrapartida, os PCNs de Matemática (BRASIL, 1998) estabelecem que é pedagogicamente inadequado que os professores somente situem, no tempo e no espaço, os conteúdos matemáticos e geométricos ou que apenas contem em suas aulas trechos da História da Matemática desvinculados desses conteúdos, pois existe a necessidade de que os docentes percebam a História da Matemática como um recurso para o ensino de conteúdos matemáticos e geométricos sem, no entanto, reduzi-la a fatos, datas e nomes que devem ser memorizados pelos alunos.

Por outro lado, o professor-pesquisador destaca a contribuição da História da Matemática na ação didática do ensino e aprendizagem de Desenho Geométrico como um instrumento que permite a compreensão da natureza dos objetos matemáticos ou puramente geométricos e, também, da abstração, da noção de rigor, do papel da axiomatização e das maneiras de compreensão da organização do saber bem como a contribuição da dimensão estética, ética e política da atividade matemática no decorrer da história (Miguel, 1993).

Além disso, esse posicionamento é importante para o ensino e aprendizagem dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico, pois discute o valor didático da História da Matemática, acessibilizando aos alunos o conhecimento por meio da utilização de caminhos contextualizados que permitem a construção do saber matemático em sala de aula (BROLEZZI, 1991). Por outro lado, a experiência do professor-pesquisador em utilizar textos baseados em histórias da matemática, no início de cada aula, mostrou que existe a necessidade de que os professores elaborem atividades curriculares na qual a História da Matemática pode funcionar como uma ponte entre os próprios conteúdos matemáticos e, também, com diferentes campos do conhecimento.

Com relação à participação ativa da maioria dos alunos desse estudo nas atividades propostas, destacou-se a importância do professor-pesquisador possibilitar o seu acesso e legitimar esse envolvimento (LAVE e WENGER, 1991). Nesse sentido, ressalta-se que a utilização da História da Matemática propiciou o trabalho coletivo, favorecendo o envolvimento dos participantes nas atividades das aulas propostas no registro documental, bem como a formação de argumentações e críticas que, muitas vezes, enriqueceram o diálogo e a discussão com relação aos conteúdos ensinados.

Com base na interpretação da análise dos dados coletados nesse estudo, inferiu-se que muitos participantes relataram que as atividades relacionadas com a História da Matemática facilitaram o aprendizado das construções geométricas, pois foi uma metodologia inovadora nas aulas de Desenho Geométrico, auxiliando, dessa maneira, o despertar do interesse dos participantes desse estudo, tornando-os motivados para participarem das atividades curriculares propostas nas aulas do registro documental.

Nesse sentido, a História da Matemática como um recurso didático também contribuiu para desencadear a aprendizagem significativa com a utilização de atividades curriculares baseadas na contextualização histórica. Essa abordagem também favoreceu para que os participantes desse estudo refletissem sobre a formalização dos conceitos matemáticos, sejam eles aritméticos, algébricos ou geométricos a partir de procedimentos utilizados atualmente, que foram desenvolvidos historicamente (MENDES, 2009).

O conhecimento da História da Matemática também auxiliou o professor-pesquisador a entender melhor a riqueza dessa ciência e a encontrar algumas respostas para os questionamentos dos participantes desse estudo relativas à utilidade da Matemática e da Geometria e, consequentemente, do Desenho Geométrico nas atividades realizadas no cotidiano. Nesse sentido, esse estudo também propiciou que o professor-pesquisador respondesse a alguns *porquês* e *para quês* das atividades propostas para aulas de Desenho Geométrico.

Em outras palavras, a utilização da História da Matemática possibilitou o esclarecimento dos *porquês* de muitos conceitos de conteúdos relacionados com a disciplina Desenho Geométrico, mostrando a Matemática como uma criação humana, que foi desenvolvida no decorrer da história.

A utilização da História da Matemática ainda contribuiu para interligar o ensino da Matemática, por meio das construções geométricas, com outras áreas do conhecimento como a Filosofia. Por exemplo, mostrou que, na antiguidade, Tales de Mileto que contribuiu para o desenvolvimento da Matemática também era um grande filósofo.

Nessa direção, a História da Matemática contribuiu como um contexto para o ensino de conteúdos matemáticos ou puramente geométricos, pois possibilitou o entendimento e a compreensão de alguns conceitos matemáticos e geométricos, além de apresentar possíveis aplicabilidades desses campos do conhecimento no cotidiano, tornando o ensino dos conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico significativo.

Por meio da interpretação da análise de relatos positivos dos participantes desse estudo, infere-se que houve contribuições das potencialidades pedagógicas da História da Matemática para o ensino e a aprendizagem de conteúdos da disciplina de Desenho Geométrico, destacando-se a possibilidade de contextualizar o desenvolvimento histórico de um determinado conteúdo matemático ou puramente geométrico e apresentar as justificativas ou os *porquês* das etapas de uma determinada construção vistas nessa disciplina. Dessa maneira, destaca-se também a conexão de que a História da Matemática pode propiciar entre os conteúdos do Desenho Geométrico, da Álgebra e da Geometria, unificando, assim, vários campos da Matemática.

Por outro lado, nesse estudo, percebeu-se que alguns alunos, mesmo manifestando interesse pelas atividades propostas, tiveram certa dificuldade com a utilização dos instrumentais de desenho como, por exemplo, o compasso, o par de esquadros e o transferidor. Dessa maneira, o aprendizado das construções geométricas também foram realizados por meio da prática com a utilização desses instrumentais, pois o seu manuseio foi primordial para o desenvolvimento dos conteúdos dessa disciplina. Contudo, mesmo com as dificuldades apresentadas por alguns dos participantes desse estudo, infere-se por meio da interpretação da análise dos dados, que a proposta de ensino empregada nessa pesquisa apresentou indícios de potencialidades pedagógicas oferecidas pela utilização da História da Matemática para o ensino e aprendizagem dos conteúdos da disciplina Desenho Geométrico.

Quanto à busca do resgate da disciplina Desenho Geométrico na matriz curricular de todas as escolas brasileiras, os resultados desse estudo mostram que essa disciplina pode contribuir para esclarecer muitos conceitos estudados em Matemática. Nesse direcionamento, a reincorporação dessa disciplina na matriz curricular escolar pode favorecer a busca de estratégias diferenciadas para que os alunos possam encontrar soluções para as situações-problema propostas, bem como apresentar novas maneiras de resolução para uma mesma situação, contribuindo, dessa maneira, para o desenvolvimento da criatividade por meio da realização do trabalho em grupo, estimulando um ambiente coletivo que favorece a troca de informações, possibilitando a cooperação mútua entre os alunos.

Em suma, esse estudo apresentou 8 (oito) potencialidades pedagógicas para a utilização da História da Matemática para o ensino e aprendizagem da disciplina Desenho

Geométrico. Essas potencialidades pedagógicas, que surgiram de uma rigorosa análise de dados baseada nos pressupostos da Teoria Fundamentada, confirmaram as proposições desenvolvidas por diversos autores como Struik (1985); Ozámiz e Perez (1993); Berlingoff e Gouvêa (2008); Mendes (2009); Fauvel (1991) *apud* Miguel et al (2009), entre outros, que em seus estudos apresentaram a História da Matemática como um recurso didático potencializador do ensino da Matemática. A interpretação dos resultados obtidos nesse estudo também mostra que essas potencialidades podem ser estendidas para o ensino de conteúdos da disciplina Desenho Geométrico.

Resumindo, a interpretação da análise dos resultados dessa pesquisa possibilitou que o professor-pesquisador respondesse à questão de investigação com a utilização dos procedimentos metodológicos baseados nas codificações aberta, axial e seletiva, que resultou na determinação de uma categoria central denominada de *Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico*. A determinação dessa categoria central favoreceu a elaboração de uma teoria emergente denominada de *Potencializando o Ensino e a Aprendizagem do Desenho Geométrico por meio da História da Matemática*, que procurou entender e compreender a problemática estudada nessa pesquisa. Nesse sentido, o professor-pesquisador procurou elaborar uma teoria a partir da observação específica do fenômeno desse estudo visando desenvolver uma fundamentação teórica focada nos dados coletados e na abrangência de seu campo de estudo.

Finalizando, a partir dos resultados obtidos nesse estudo, elaborou-se um produto educacional que contém um resumo das atividades das aulas propostas no registro documental e que apresenta as etapas necessárias para que os professores possam trabalhar com a Teoria Fundamentada nas pesquisas de Educação Matemática. Esse produto também apresenta uma seqüência de conteúdos pertinentes ao ensino e aprendizagem da disciplina Desenho Geométrico, que é composto por comentários, curiosidades e sugestões, que têm por objetivo contribuir para o resgate dessa disciplina no currículo matemático.

Espera-se que os resultados desse estudo e a utilização do produto educacional, desenvolvido a partir dessa pesquisa, possam auxiliar os professores das disciplinas de Desenho Geométrico, Matemática e Geometria a trabalharem com as construções geométricas em salas de aula com a adoção da teoria emergente denominada *Potencializando o Ensino e a Aprendizagem do Desenho Geométrico por meio da História da Matemática* baseada nas potencialidades pedagógicas da História da Matemática, que representa uma alternativa metodológica para contribuir para uma aprendizagem significativa, compreensiva e contextualizada dessa disciplina.

REFERÊNCIAS

ANDRADE; Débora de Oliveira; **Contando histórias: produção/mobilização de conceitos na perspectiva da resolução de problemas em matemática**; Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, da Universidade de São Francisco; Itatiba, 2007.

AUSUBEL, David P., NOVAK, Joseph D., HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana , 1980.

ÁVILA, Michele. G. e GROENWALD, Cláudia. L. O. **A história da matemática como recurso didático no estudo metodológico da resolução de problemas**. In: XI CIAEM. Blumenau: FURB. 2003, CD-CARD.

BAGGIO, Maria Aparecida; ERDMANN, Alacoque Lorenzini; **Teoria Fundamentada nos dados ou Grounded Theory e o uso na investigação em Enfermagem no Brasil**; In: Revista de Enfermagem Referência, III série – nº 3 – Mar. 2011, pp. 177-185.

BANDEIRA, José Sennem. O ensino do desenho geométrico. **Escola Secundária**, n. 1. CADES - Ministério da Educação e Cultura, p.74-78, 1957.

BARONI, R. L. S. e NOBRE, S. **A Pesquisa em História da Matemática e Suas Relações com a Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A.(org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, pp. 129-136; 1999.

BARROS; Aidil Jesus da Silveira ; Lehfeld, Neide Aparecida de Souza; **Fundamentos de Metodologia: Um guia para a iniciação científica**; Makron Books, São Paulo, 2000.

BELEI, R.A; PASCHOAL, S.R.G.; NASCIMENTO, E.N; MATSUMOTO, P.H.V.R; O uso de entrevista, observação e vídeogravação em pesquisa qualitativa, In: **Cadernos de Educação**; FaE/PPGE; Pelotas [30]: 187-199, janeiro/junho 2008.

BERLINGHOFF, Wiliam P; GOUVÊA, Fernando Q; **A matemática através dos tempos: Um guia fácil e prático para professores e entusiastas** – Tradução: Elza Gomide, Helena Castro; São Paulo: Edgard Blucher, 2008.

BIANCHINI, Maria Isabel Zanutto; **Uma reflexão sobre a presença da História da Matemática nos livros didáticos**; Universidade Estadual - Instituto de Geociências e Ciências Exatas Campus de Rio Claro; Rio Claro (SP); 2006.

BIGODE, Antonio José Lopes. **Perspectivas para o ensino da Geometria do século XXI**. Matemática hoje é feita assim. Disponível em: http://www.matematicahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos_view.asp?cod=36 Acessado em julho de 2012.

BODGAN, Robert C. ; BIKLEN, Sari Knopp; **Investigação Qualitativa em Educação**; Porto Editora; Porto-Portugal; 1994.

BONGIOVANNI, Vincenzo; SAVIETTO, Elder; MOREIRA, Luciano. ***Desenho* Geométrico para o 2º grau**; 2007, São Paulo, Editora Ática.

BRASIL. Congresso Nacional. **Lei nº 5692** de 11/08/1971. Lei de Diretrizes e Bases de Educação Nacional.

BRASIL. Congresso Nacional. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, **LDB 9.394** de 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília**, DF: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais - terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília**, DF: MEC/SEF, 1998.

BRAVIM, E. **Os Recursos Didáticos e sua Função Mediadora nas Aulas de Matemática: Um Estudo de Caso nas Aldeias Indígenas Tupinikim Pau-Brasil do Espírito Santo**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Espírito Santo: Vitória, 2007.

BROLEZZI, A. C. Conexões: História da Matemática através de Projetos de Pesquisa. **Coleção História da Matemática para Professores** (Preprint).Sérgio Nobre (org.) Rio Claro. SP: SBHMat. 2003. 32 p.

BZNECK, José Aloyseo; GUIMARÃES, Sueli Édi Rufini e BORUCHOVITCH, Evely;; **Motivação para aprender: Aplicações no contexto educativo**; Editora Vozes; Petrópolis – RJ; 2010.

CAJORI, Florian; **Uma História da Matemática**; Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., tradução: Lázaro Coutinho, 2007.

CALFA, Giovanni; ALMEIDA, Luiz Abreu; BARBOSA, Roberto Carvalho; **Desenho Geométrico Plano**, Vol 2, Tomo 1; Editora Bibliex; Rio de Janeiro; 1995,

CARVALHO, C. **Comunicações e interacções sociais nas salas de Matemática**. In: LOPES, C. E.; NACARATO, A. M. (Orgs**.**)**.** *Escritas e leituras na educação matemática***.** Belo Horizonte, MG: Editora Autêntica, 2005, pp. 15-34.

CARVALHO, Francisco Guedes; CORDEIRO, Maria José; **O Ensino da Matemática na Educação Infatil**; Revista Cieèntica Eletrônica de Ciências Sociais Aplicadas da Eduvale, Edição nº 4, julho de 2005 – ISSN 1806-6283.

CASSIANI, S. H. B. **Buscando significado para o trabalho**: o aperfeiçoamento profissional sob a perspectiva de enfermeiras. Ribeirão Preto, 1994. 156 p. Tese (Doutorado) - Escola de Enfermagem de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo.

CASTRO, Luiz Costa; BRAGANÇA, Deborah Dias; **Matemática e Arte: um encontro ao longo da história**; III Seminário de Educação Matemática; Fundação Municipal de Educação de Niterói; Niterói - RJ, 2007.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins; **Matemática, uma breve história; Vol. I**; São Paulo: Editora Livraria da Física, 2008.

CYRINO, Hélio Fernando Ferreira, **Matemática & Gregos**, Campinas-SP: Editora Átomo, 2006.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, SP: Papirus, 1996.

DANTE, Luiz Roberto; **Tudo é Matemática**; 8º ano; Editora Ática; São Paulo; 2009.

DIAS, Mônica Souto da Silva. **A importância do desenho na construção dos conceitos geométricos.** 189f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade de Santa Úrsula, Rio de Janeiro, RJ: USU, 1998.

DOLCE, O., POMPEO, J. N. **Fundamentos da matemática elementar**. 6. ed. v. 10, São Paulo: Atual, 2005.

EUCLIDES. **Os Elementos/Euclides**; tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, Howard; **História da geometria**; **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula**; v. 3. trad. Hygino H. Domingues; São Paulo: Atual, 1992.

EVES, Howard;; **Introdução à história da Matemática**; trad. Hygino H. Domingues; Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

FAINGUELERNT, Estela Kaufmann e NUNES, Kátia Regina Ashton. **Fazendo Arte com a Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

FRAGOSO, W. C. **Equação do 2°- Grau – Uma Abordagem Histórica**. 2. ed. Ijuí: Editora UNIJUÍ, 1999.

FRANCO JR., H. **A idade média**: nascimento do Ocidente. São Paulo, SP: Brasiliense, 2001.

GALVÃO, Maria Elisa Esteves Lopes. **História da matemática: dos números à Geometria**; Editora: Osasco: Edifieo, 2008.

GARBI, Gilberto Geraldo; **A Rainha das Ciências: Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática**; 5. ed. rev. e ampl. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

GARBI, Gilberto G; **C.Q.D;** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010b.

GASQUE, Kelley Cristine G. D.; **Teoria Fundamentada: nova perspectiva à pesquisa exploratória**. In: Suzana Pinheiro Machado Mueller. (Org.). Métodos para a pesquisa em Ciência da Informação. Brasília: Thesaurus, 2007, p. 107-142.

GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JR, José Ruy; FERNANDES, Tereza Marangoni; GASSAWARA; Elenice Lumico; ***Desenho Geométrico***, volume 1; São Paulo; 2010, Editora FTD.

GLASER, Barney G.; STRAUSS, Anselm L. **The Discovery of Grounded Theory:** Strategies for Qualitative Research. New York: Aldine de Gruyter, 1967.

GUARNIERI, Damarli; **A importância do Desenho Geométrico para melhor qualidade do ensino de Geometria**; Revista: Diálogos e Saberes; Mandaguari, v. 7, n.1, p. 67-71, 2011.

GÜNHER, H. (2006). **Pesquisa qualitativa v. pesquisa quantitativa: esta é a questão?** *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, *22*(2), 201-209.

GUELLI, Oscar; **Dando corda na Trigonometria**, São Paulo, editora Ática, 1999.

HEIN, Nelson; VALCANAIA, Egino; **Escólios Geométricos**; Editora Ciência Moderna, 2009; Rio de Janeiro, 145 p.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO Roberto; ALMEIDA, Nilze; **Coleção Matemática Ciência e aplicações**, vol. 2, 2006, Editora Atual, São Paulo.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo; **Matemática para todos**: 8ª série, 4º ciclo; editora scipione; São Paulo; 2002.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo; **Descobrindo o Teorema de Pitágoras**; São Paulo: Scipione 2000.

JORGE, Sônia; **Desenho Geométrico – Ideias e Imagens**, Vol. 1, 1ª edição, Editora Saraiva, São Paulo, 1998.

JORGE, Sônia; **Desenho Geométrico – Ideias e Imagens,** Vol. 1, 4ª edição, manual do professor, 2008, São Paulo, Editora Saraiva

KALEFF; Ana. Maria. M. R. **Vendo e entendendo poliedros: do Desenho ao cálculo do volume através de quebra cabeças geométricos e outros materiais concretos.** Niterói, RJ: Editora da Universidade Federal Fluminense – Ed. UFF, 2003.

KALTER, Regina Sommer de. **Geometria e o Desenho Geométrico, no ensino de 1ºgrau em Curitiba: Contribuições para uma proposta de integração de conteúdos curriculares.** Curitiba: UFPr, 1986. Dissertação de Mestrado.

KLINE, Morris; **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times**. New York: Oxford; University, Press; 1972

LAVE, J; WENGER, E; **Situated learning: legitimate peripheral participation**, Cambridge, Cambridge University Press; 1991.

LEEDY, Paul D. ; ORMROD, Jeanne E. **Practical Research: planning and design**. New Jersey: Pearson, 2010.

LIBÂNEO, J. C. **A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a teoria histórico-cultural da atividade e a contribuição de Vasili Davydov**. *Revista Brasileira de Educação*, nº 27 Set/Out/Nov/Dez, p. 05-24, 2004.

LIBLIK, Maria Petraitis. & PINHEIRO, Marta. **Sobre a contribuição do ensino do desenho geométrico nas artes e na matemática: a importância da integração curricular**. REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA PARA O PROGRESSO DA CIÊNCIA, 48, 1996, São Paulo. Anais. (CD Rom), São Paulo, SP: PUC/SP, 1998.

LINTZ, R. G. **História da Matemática**. Blumenau: Editora FURB. v. 1, 1999

LORENZATO, S.; VILA, M. C. **Século XXI: qual matemática é recomendável?** *Zetetiké*, v. 1, n. 1, p. 41– 49, 1993.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2010.

LOURENÇO, Abílio Afonso ; PAIVA, Maria Olímpia Almeida; **A motivação escolar e o processo de aprendizagem**; Revista: Ciências e Cognição; v. 15; 2010; p. 132-141.

LUDKE, Menga; ANDRE, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

LUTZ, Michele Mello. **A história da matemática no contexto do livro didático**, s.d. Disponível em http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22006/MicheleMelloLutz.pdf. Acessado em 06 de dezembro de 2012.

MACHADO, Rosilene Beatriz, **Entre vida e morte: cenas de um ensino de desenho**, dissertação defendida: Universidade Federal de Santa, florianópolis, sc, 2012 p. 42.

MADRUGA, J. A. G. **Aprendizagem pela Descoberta Frente à Aprendizagem pela Recepção: A Teoria da Aprendizagem Significativa**. In: COLL, C.; Palácios, J.; MARCHESI, A. (Orgs). **Desenvolvimento psicológico e educação**: psicologia da educação. vol. 2. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MAINARDES, Rita de Cássia Milléo. ***A arte de contar histórias*: uma estratégia para a formação de leitores**. Dia-a-dia Educação – Portal Educacional do Estado do Paraná, 2007/2008.Disponível: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/338-4.pdf. Acessado em 20 de setembro de 2012.

MARMO, C. e MARMO, N. **Desenho geométrico.** Rio de Janeiro, RJ: Scipione, 1994.

MARTIN, Elisângela dos Santos; **A motivação na aprendizagem: responsabilidade de todos**; Projeto apresentado para o curso de Pós graduação em Gestão Escolar para as Faculdades Integradas de Jacarepaguá; São Paulo, 2008.

MATTAR, F. N. **Pesquisa de markenting: metodologia, planejamento, execução e análise**, 2ª ed. São Paulo: Atlas, 1994.

MELO, Severino Barros de; **Algumas "idéias-força" no processo de inserção da história na educação matemática**, Revista SymposiuM (1), p. 28- 33; ano 7. nº 1; Janeiro – Junho; 2003.

MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John; VALDÉS, Juan E. Nápoles. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Editora Sulina. Porto Alegre: 2006.
MENDES, Iran Abreu; **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**, Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

MENDES. Iran Abreu; BRITO, Arlete de Jesus; CARVALHO, Dione Lucchesi; MIGUEL, antônio; **História da Matemática em atividade didáticas;** Editora Livraria da Fisica, 2009

MIGUEL, Antonio; **Três Estudos Sobre História e Educação Matemática**. 1993. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas.

MIGUEL, Antônio, **As potencialidades da Historia da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores**; Revisa: Zetetiké – CEMPEM – FE/Unicamp, v.5, nº 8, jul/dez de 1997, p. 73-105.

MONTENEGRO, Gildo A.; **Geometria Descritiva**- *vol.1*; Editora Blucher Ltda; 1991; São Paulo; 178 p.

MORALES, Cíntia; AMBRÓSIO, Maria Beatriz; MAGALHÃES, Otávio Luciano Camargo Sales; PEDRASSOLI, Reginaldo; **Uma História da Educação Matemática no Brasil através dos livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental**; Monografia apresentada à Faculdade de Educação São Luís como exigência parcial para a conclusão do curso de Pós Graduação Lato Sensu em Metodologia do Ensino- Aprendizagem da Matemática no Processo Educativo; Faculdade de Educação São Luís; Jaboticabal – SP, 2003.

MORETTO, Pedro Vasco; Prova**: Um momento privilegiado de estudo-não um acerto de contas**. 3 ed.: Rio de Janeiro; DP & A, 2002.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Santiago; **Matemática Ideias e desafios**, 6ª série - Manual do professor, São Paulo, Editora Saraiva, 2007.

MOURA, M. O.; LANNER de MOURA, A. R**. Escola: um espaço cultural - matemática na educação infantil: conhecer, (re)criar - um modo de lidar com as dimensões do mundo**. São Paulo, SP: Diadema/SECEL, 1998.

NASCIMENTO; Roberto Alcarria; **O ensino do desenho na educação brasileira: Apogeu e decadência de uma disciplina escolar,** Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Educação à Comissão Examinadora do Programa de Pós-Graducação em Educação na Faculdade de Filosofia e Ciências , UNESP, Marília, 1994.

NASCIMENTO; Roberto Alcarria; **A função do desenho na educação**; Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação, Área de Concentração: Ensino na Educação Brasileira, da Faculdade de Filosofia e Ciências da UNESP, Campus de Marília, para a obtenção do título de Doutor; Marília, 1999.

NOBRE, S.; **Alguns "porquês" na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática**. In: *Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática*. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus. 1996.p.29-35.

OLIVEIRA, Maria Marly; **Como fazer pesquisa qualitativa**; Petrópolis -RJ: Vozes, 2007.

OLIVEIRA, Almir Almeida; **Observação e entrevista em pesquisa qualitativa**; Revista FACEVV, Vila Velha, n. 4; Jan./Jun. 2010a; p. 22-27.

OLIVEIRA, José Sávio Bicho ; NEVES, Angela Xavier Alves; NEVES, Sandra do Socorro de Miranda; **História da Matemática: Contribuições e descobertas para o ensino e aprendizagem de Matemática**; II EREM, SBEM, Rio Grande do Norte; 2010.

OLIVEIRA, Susilene Garcia da Silva Oliveira; **Um estudo de argumentações produzidas por alunos do 8º ano em atividades de construções geométricas envolvendo pontos notáveis de triângulo**; Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande 2009.

OLIVEIRA GROENWALD, Claudia Lisete; DE OLIVEIRA SAUER, Lisandra; FUELBER FRANKE, Rosvita. **A história da matemática como recurso didático para o ensino da teoria dos números e a aprendizagem da matemática no ensino básico.** Paradígma, Maracay, v. 26, n. 2, dic. 2005 .

OZÁMIZ, Miguel de Guzmán; PÉREZ, D. **Enseñanza de las ciencias y la matemática: tendencias e innovaciones**. Madrid, España: IBER, 1993.

PACHECO, Edilson Robero; GASPERI, Wlasta N. H**. História da Matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica.** 2008, p.01-23; Disponível em:<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf?PHPSESSID=20090 71515422567> Acesso em: 01 mar. 2012.

PELZZARI, Adriana; KRIEGL, Maria de Lurdes; BARON, Márcia Pirih; FINCK, Nelcy Teresinha Lubi; DOROCINSKI, Solange Inês; **Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel**; Ver. PEC, Curitiba, v.2, n.1, p.37-42, jul.2001 – jul.2002.

PERES, Gilmer J.; ZUIN, Elenice de Souza Lodron. Avaliando o ensino das construções geométricas para a construção do conhecimento de geometria. In: REUNIÃO ANUAL DA SBPC, 53, 2001, Salvador. **Anais "Nação e diversidade, patrimônio do futuro"** (CD-ROM), Salvador, Universidade Federal da Bahia, 2001.

PINTO, Cândida Martins; **A Teoria Fundamentada como método de pesquisa**; In: Inletras; XII Seminário Internacional em Letras; UNIFRA; Santa Maria – RS; 19 a 22 de junho de 2012.

POZO, Juan Ignácio. **Aprendizes e Mestres: A nova cultura de aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2002.

PUTNOKI, José Carlos. **Que se devolvam a Euclides a régua e compasso**. Revista do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática São Paulo: Associação Palas Athena do Brasil, 13, p.13-17, 2º sem./1988.

QUEIROGA, Alberto Luiz Fernández; VITOR, Cláudio Barros; **Desenho Geométrico**; Universidade do Estado de Amazonas (UEA); Manaus , 2007.

RAYMUNDO, Márcia Fonseca Soutello Moreira; **Construção de conceitos geométricos: investigando a importância do ensino do Desenho Geométrico, nos anos finais do Ensino Fundamental**; Universidade Severino Sombra; Vassouras, 2010.

REZENDE, Eliane Quelho Frota; QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim de; **Geometria Euclidiana Plana e Construções Geométricas**; Campinas –SP; Editora da Unicamp; 2000.

REZENDE, Fernanda. M.C; GARCIA, Fabiano.T; COSTA, Evandro. A.S; **História da Matemática em Foco: uma Análise de Livros Didáticos.** In: III Colóquio de Educação Matemática, 2011. Universidade Federal de Juiz de Fora.

ROSA, M.; OREY, D. C. **De Pappus a Polya: da heurística grega à resolução de problemas**. *Plures Humanidades*, v. 10, n. 2, p. 12-27, 2009.

ROSA, M.; OREY, D. C. Las **Raíces Históricas del Programa Etnomatemáticas**. Relime Vol. 8, n.3, novembro 2005, p. 363-377.

ROSA, M. **A mixed-method study to understand the perceptions of high school leaders about English Language Learners (ELLs): The case of mathematics**. College o Education. Tese de: California State University – CSUS, 2010.

ROSA, M.; OREY, D. C**.; A modelagem como um ambiente de aprendizagem para a conversão do conhecimento matemático**; Bolema vol.26 nº. 42; Rio Claro; 2012.

ROSA NETO; **Didática da Matemática**; Editora Ática; São Paulo, 1987.

SAD, Ligia A. **Educação Matemática: Unidade na História e nos Objetivos Educacionais.** In: ANAIS do VII EPEM, SP, junho de 2004, p. 1-5.

SANTOS, Júlio Cesar Furtado dos. **O desafio de promover a aprendizagem significativa**. In Módulo Organização do Trabalho Pedagógico II. VI Semestre, Pedagogia. 2007. Artigo: http://www.juliofurtado.com.br/textodesafio.pdf

SILVA, Cláudio Itacir Della Nina; **Proposta de Aprendizagem sobre a importância do Desenho Geométrico e da Geometria Descritiva**; dissertação de Mestrado defendida na Pontifíca Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2006.

SIQUEIRA, Luciana Gurgel Guida; WECHSLER, Solange M.; **Motivação para a aprendizagem escolar: possibilidade de medida**; Revista: Avaliação Psicológica, 2006, v. 5, nº 1, p. 21-31; Porto Alegre.

STENHOUSE, L. **Investigación y desarrollo del curriculum**. Madrid, España: Morata, 1991.

STRAUSS, Anselm L.; CORBIN, Juliet. **Basics of Qualitative Research:** Grounded Theory, Procedures and Techniques. Newbury: SAGE, 1990.

STRUIK, Dirk J.; **Por que estudar história da matemática?**; História da técnica e da tecnologia: textos básicos / Ruy Gama (organizador). – São Paulo: T. A. Queiroz: Ed. da Universidade de São Paulo, 1985, p. 191-215.

TAVARES, Eliane; MORAES, Vanesa Paula; BARREIROS; Ruth Ceccon. **Contação de histórias: motivação para leitura**. Trabalho apresentado no Primeiro Simpósio Nacional de Educção. XX Semana da Pedagogia. Cascavel, PR: UNIOESTE, 2008.

TRIVIZOLI, Lucieli M.; MARIOTTO, Raquel; **O Problema de Apolônio: panorama histórico e sua resolução utilizando um software geométrico**; 2011; IX Seminário Nacional de História da Matemática, Aracaju-Sergipe, Coleção História da Matemática para professores. 50 p.

TZANAKIS, C.; ARCAVI, A. **Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey**. In: FAUVEL, J; VAN MAANEN, J. (Eds). *History in Mathematics Education*: the ICMI study. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2000. pp. 201-240.

VAILATI, Janete de Souza; PACHECO, Edilson Roberto; **Usando a História da Matemática no ensino da álgebra**. *Disponível em:* www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/702-4.pdf. Acesso 06 de dezembro de 2012.

VARHIDY, Charles Georges Joseph Louis; **Desenho geométrico uma ponte entre a álgebra e a geometria: resolução de equações pelo processo Euclidiano,** Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática; 2010.

VIANA, M. C. V. Historia de las matemáticas (hm) con cine. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.** Guerrero, México: Editor:Gustavo Martínez Sierra/Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2006. v.20. p.577 – 583.

WAGNER, E. **Construções geométricas.** Rio de Janeiro, RJ: Markgraph, 1998.

WAGNER, Eduardo; **Construções Geométricas**, 6ª ed., Rio de Janeiro, SBM, 2007.

WIELEWSKI, Gladys. Denise; **O Movimento Da Matemática Moderna e a formação de grupos de professores de Matemática no Brasil**. In: ProfMat2008, 2008, Elvas-Portugal. ProfMat2008 Actas. Lisboa-Portugal: Copyright 2008 Associação de Professores de Matemática, 2008. p. 1-10.

ZANELLA, L. **Aprendizagem uma Introdução.** In ROSA, J. L. Psicologia da Educação: o significado do aprender. Porto Alegre: EDIPUCRS, 1999.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil**. 2001. 206 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron; **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o 3º e 4o ciclos do ensino fundamental e o ensino das construções geométricas, entre outras considerações**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED (Associação Nacional *de* Pesquisa e Pós-Graduação em Educação), 25, 2002, Caxambu. Anais... (CD-Rom), Caxambu, 2002.

APÊNDICES

APÊNDICE 1

Questionário 1

01) Idade: _______ anos

02) Você já teve a oportunidade de estudar a Disciplina Desenho Geométrico nos anos anteriores?

( ) sim ( ) não

03) Você tem facilidade de manusear algum(ns) dos instrumentos abaixo? Marque um **X** nos instrumentos que você acredita ter facilidade no manuseio.

( ) Régua
( ) Compasso
( ) Par de esquadros
( ) Transferidor
( ) Nenhum desses acima

04) Sobre a disciplina **Desenho Geométrico**:

( ) Considera cansativa e desnecessária pois exige que os alunos decorem certos traçados.
( ) Considera cansativa mas necessária, apesar de se exigir que os alunos decorem certos traçados.
( ) Considera cansativa mas necessária pois ensina construções geométricas importantes para o aprendizado de Geometria.
( ) Considera motivante pois ensina construções geométricas importantes para o aprendizado de geometria.
( ) Considera que apesar de importante não ajuda no ensino da Geometria.

05) Em muitos dos livros didáticos de Matemática, consta atividades geométricas que pedem o uso de régua e compasso. Durante os anos anteriores você já realizou este tipo de atividade, solicitada no livro didático, na aula de **Matemática**?

( ) Sim, sempre que aparece.
( ) Sim, com certa freqüência.
( ) Sim, com muito pouca freqüência.
( ) Nunca realizei traçados com régua e compasso nas aulas de Matemática.

06) Você já se perguntou o motivo (os porquês) de se estudar algum conteúdo específico de geometria?
( ) sim ( ) não

07) Sobre a utilização da **História da Matemática** nas aulas de **Matemática/Geometria**, marque a(s) alternativa(s) que melhor condiz com a realidade:

( ) Sempre lemos (ou discutimos) conteúdos matemáticos com a utilização da História da Matemática.
( ) Frequentemente lemos (ou discutimos) conteúdos matemáticos com a utilização da História da Matemática.
( ) Poucas vezes lemos (ou discutimos) conteúdos matemáticos com a utilização da História da Matemática.
( ) Nunca lemos (ou discutimos) conteúdos matemáticos com a utilização da História da Matemática.

08) Nas aulas de geometria, no Ensino Fundamental, os seus professores:

( ) ensinavam conteúdos geométricos, apenas apresentando as fórmulas e depois davam listas de exercícios ensinando o uso destas.
( ) ensinavam ajudando os alunos a descobrirem as fórmulas a partir de uma demonstração.
( ) ensinavam ajudando os alunos a descobrirem as fórmulas a partir de um problema do cotidiano que necessita de tal conhecimento.
( ) ensinavam apenas comentando como o livro didático estava apresentando tal fórmula e sua aplicação nos exercícios.
( ) ensinavam buscando que o aluno entendam o porquê daquela fórmula.

09) Você acha que saber os porquês de um conteúdo matemático, o ajudaria a motivar o aluno a se interessar por tal estudo?

( ) Sim ( ) Talvez ( ) Não

10) Você considera importante conhecer a história do surgimento de um determinado conteúdo matemático?

( ) Sim ( ) Não

APÊNDICE 2

Questionário II

01. Após as atividades realizadas, você crê ter adquirido prática suficiente para manusear os instrumentos de desenho? ( ) sim ( ) Não. Caso a resposta seja afirmativa, marque um **X** nesses instrumentos.

( ) Régua ( ) Compasso ( ) Par de esquadros ( ) Transferidor

02. Sobre a História da Matemática que foi apresentada nas aulas de Desenho Geométrico, marque a(s) alternativa(s) que melhor condizem com o que você pensa, isto é, as frases que achar adequadas ao seu pensamento.
( ) Sua utilização foi muito enfadonha e cansativa.
( ) A História da Matemática levou-me a querer realizar as atividades propostas em sala.
( ) A História da Matemática mostrou-me de onde surgiram certos conteúdos.
( ) A História da Matemática contribuiu para minha aprendizagem dos conteúdos de Desenho Geométrico.
( ) A História da Matemática pouco contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos de Desenho Geométrico.
( ) A História da Matemática mostrou-me que a Matemática é uma criação humana que foi se desenvolvendo a partir de necessidades e com erros e acertos.

03. Aponte com um **X** a(s) afirmação(ões) que você concorda.
( ) Eu gostaria de saber de onde surgiu cada conteúdo que vou estudar.
( ) Eu não me interesso pela História da Matemática, pois ocupa desnecessariamente parte do tempo da aula.
( ) É importante saber os motivos que levaram a construção de um conhecimento científico.
( ) É desnecessário saber os motivos que levaram a construção de um conhecimento científico.

04. Descreva o que você achou das atividades realizadas, até agora, na disciplina Desenho Geométrico.

____

____

____

APÊNDICE 3

Questionário III

1) Nas aulas de Desenho Geométrico foram utilizados os seguintes instrumentos: régua, compasso, par de esquadros e transferidor. Indique (caso houver) o(s) instrumento(s) que você *tem* ou *teve* dificuldade com o manejo e em seguida explique o porquê da dificuldade com o manuseio desse(s) instrumento(s).

___

___

___

2) Explique como você estudou a disciplina de Desenho Geométrico nos anos anteriores do Ensino Fundamental. Quais foram os conteúdos?

___

___

___

3) Explique se você considera a disciplina de Desenho Geométrico cansativa. Justifique sua resposta.

___

___

___

4) Comente sobre a sua experiência utilizando régua e compasso nas atividades matemáticas que aparecem nos livros didáticos de Matemática.

___

___

___

5) Explique se o estudo de Geometria e da Álgebra está relacionado com o estudo do Desenho Geométrico.

___

___

___

6) Explique se você acha importante o estudo do Desenho Geométrico para a Geometria.

7) Explique como a História da Matemática é utilizada nas aulas de Desenho Geométrico e como se relaciona com o conteúdo da Matemática.

8) Explique como os seus professores de Geometria ou Desenho Geométrico ensinam os conteúdos de suas disciplinas.

9) No começo de cada atividade, antes de começar as construções geométricas, o professor sempre contava histórias sobre alguns conteúdos matemáticos. Explique o que você achou sobre o professor começar essas atividades contando essas histórias.

10) Comente se a utilização da História da Matemática nas aulas de Desenho Geométrico contribuiu de alguma maneira para o aprendizado dos conteúdos dessa disciplina.

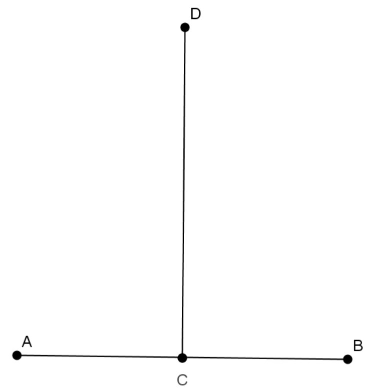
APÊNDICE 4 : Registros documentais

Aula 2: Teorema de Tales

A IMPORTÂNCIA DAS JUSTIFICATIVAS PARA A MATEMÁTICA

Durante séculos, o homem fez afirmativas, baseado em observações de regularidades que afetavam sua vida. Como, por exemplo, as estações do ano, as fases da lua, os períodos de chuvas e de secas, as melhores épocas para o plantio, pesca ou a caça. Essas observações eram dadas consideradas como certezas que ocorreriam no dia a dia em suas vidas. Como por exemplo, alguém duvida que o Sol sempre nascerá na posição que convencionamos como Leste e irá se pôr na posição que convencionamos de Oeste? (GARBI, 2010b). As ciências, cujas leis ´´são descobertas por meio de observação do que acontece no mundo, naturalmente ou em experimentos conduzidos pelo próprio homem, são chamadas de Ciências Experimentais`` (GARBI, 2010b, p.18). Nessa perspectiva, as leis obtidas por essas ciências são chamadas de leis empíricas. Mas, pode-se afirmar que essas leis sempre serão válidas?

Para responder essa pergunta observe a figura abaixo, e diga quais dos segmentos (AB ou CD) é o maior.



E aí é o segmento AB ou é o segmento CD?

Na verdade o segmento AB e o segmento CD tem o mesmo tamanho. Mas, por uma observação rápida, parece que o segmento CD é o maior. Um outro exemplo de falha em conclusões baseada em observação, foi a afirmativa de que a Terra era o centro do universo, conforme destacado abaixo por Garbi (2010b, p.19):

> (...) os antigos concluíram [por observação], naturalmente, que a Terra deveria estar imóvel e ser o centro do Universo, em torno do qual todos os outros astros [incluindo o Sol] se moviam. A humanidade acreditou nessa ´´lei`` astronômica por muitos séculos, até que, no século XVI, Nicolau Copérnico (1473-1543) apresentou provas irrefutáveis, também baseadas em observações astronômicas, de que a Terra e os demais planetas orbitam em torno do Sol. A ´´Lei do geocentrismo (considera a Terra no centro do Universo) foi abandonada e substituída pelo heliocentrismo (considera o Sol no centro do Universo). (GARBI, 2010b, p.19).

Desta maneira pode-se afirmar que Matemática empírica aceita um argumento baseado em verificações visuais; assim sendo, não necessita de uma demonstração para realizar uma afirmação.

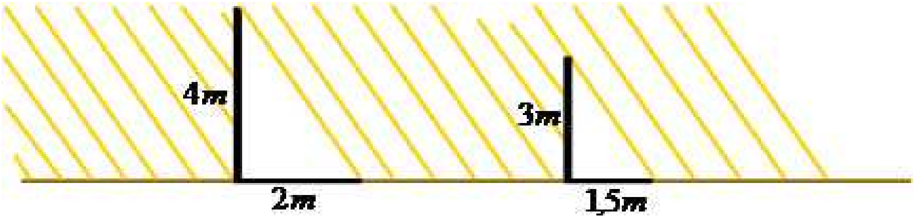
Mas esse contexto, de afirmações por observações, mudou radicalmente a partir do século VI, com o Filosofo e Matemático grego Tales de Mileto (640 a.C – 550 a.C), que começou a afirmar que os conhecimentos matemáticos deveriam ser estabelecidos por raciocínio lógico, em vez de serem estabelecidos por meio de observação, experimentação, tentativa e erro (DANTE, 2009). Desta maneira o grande passo evolutivo que ocorreu com a Matemática grega, a partir de Tales de Mileto, foi a mudança da própria concepção da Matemática e do modo de estabelecer e justificar os fatos. Os fatos matemáticos, agora, deveriam ser estabelecidos, justificados por procedimentos não empíricos e, sim, por argumentos dedutivos. ´´Desta forma as afirmações feitas na Matemática devem ser provadas``(GARBI, 2010b, p.22).

<u>UM POUCO DA HISTÓRIA DESSE GRANDE MATEMÁTICO E SOBRE O TEOREMA DE TALES</u>

Tales de Mileto, filósofo e matemático grego, viveu entre 640 a.C. a 564 a.C. (GARBI, 2010b). Partes dos trabalhos desenvolvidos por ele se concentraram no estudo das proporcionalidades entre figuras geométricas.

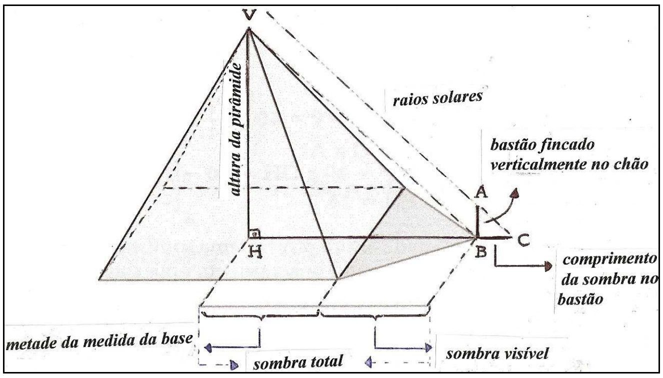
Segundo textos históricos, Tales ficou conhecido por medir a altura da pirâmide de Quéops, construída por volta de 2500 a.C (DANTE, 2009), com base no comprimento de sua sombra.

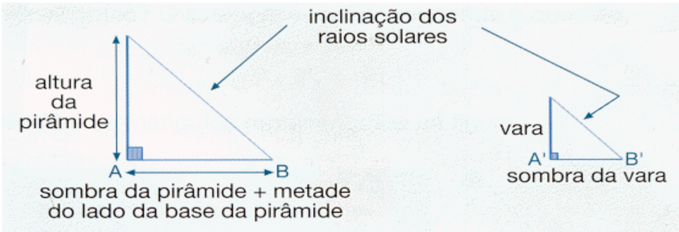
Em suas observações ele percebeu que os raios solares que chegavam a Terra eram paralelos e, quando estavam inclinados, projetavam a sombra de objetos; dessa forma, ele concluiu que havia uma proporcionalidade entre as medidas da sombra e a altura de objetos; observe a ilustração a seguir.



(Ilustração disponível: http://www.brasilescola.com/matematica/teorema-tales.htm)

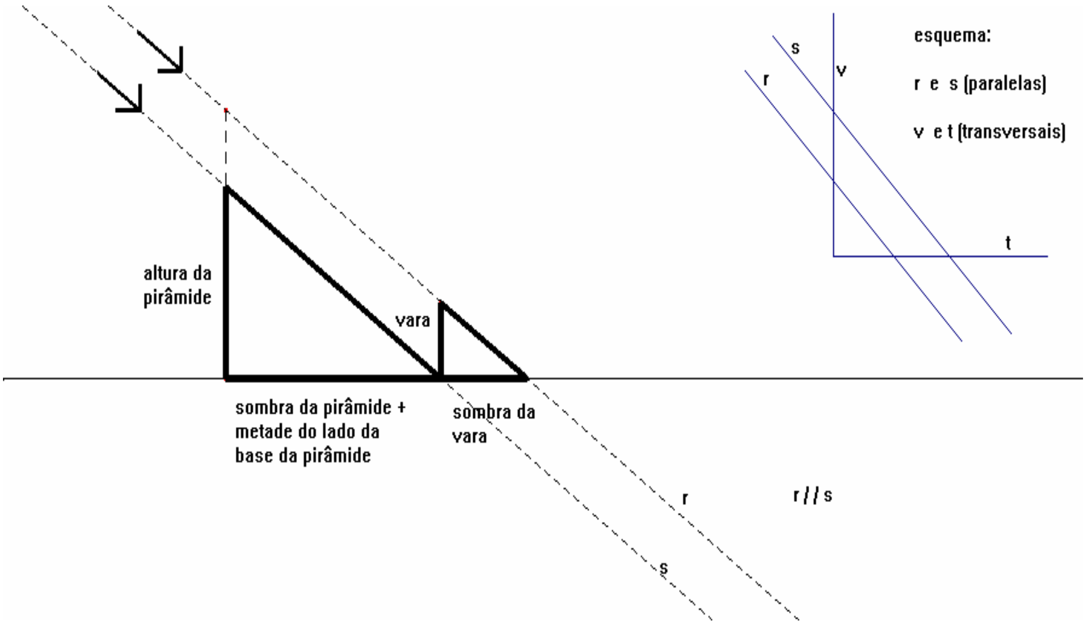
Usando seus conhecimentos sobre proporcionalidade, ele conseguiu medir a altura da pirâmide, observando que a razão entre a altura da pirâmide e o comprimento de sua sombra total (metade da base da pirâmide + sombra visível) era a mesma razão entre o bastão fincando verticalmente no chão e o comprimento da sombra projetada por este.



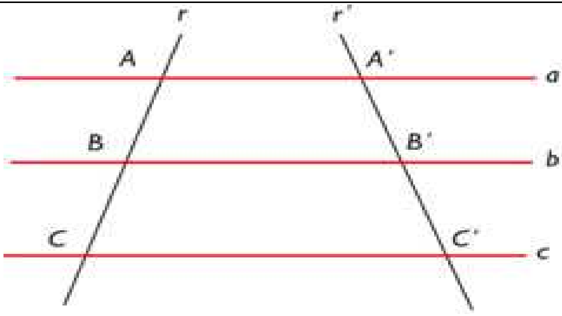
Assim: 

$$\frac{\text{altura da pirâmide}}{\text{sombra da pirâmide + metade do lado da base da pirâmide}} = \frac{\text{altura da vara}}{\text{sombra da vara}}$$

Ou melhor:



As ideias de Tales de Mileto ajudaram a desenvolver uma teoria muito importante para a Matemática que passou a ser conhecida como <u>Teorema de Tales</u> cujo enunciado é: ***´´Feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais formam segmentos proporcionais***.``

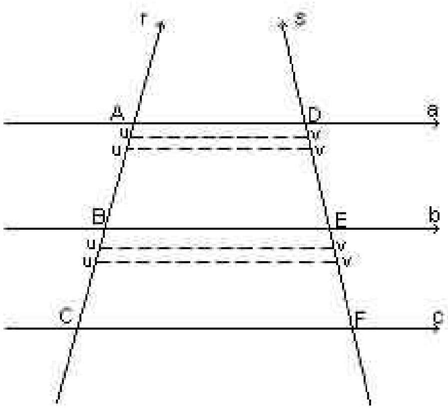


$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} \text{ ou } \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$$, **sendo a // b // c**

Esse teorema teve uma vasta aplicação e dele muitas outras fórmulas matemáticas se desenvolveram.

Lembre-se de que: O fato de Tales ter demonstrado, de alguma maneira, esse teorema, não significa que ele o tenha descoberto. Conhecer um resultado geométrico é uma coisa, demonstrá-lo é outra. Mas, com certeza, o crédito de dar o nome ao Teorema, é uma homenagem a esse grande matemático.

Observação: Uma possível demonstração matemática para esse Teorema seria:



AB = 9 u DE = 9v
BC = 7u EF = 7v

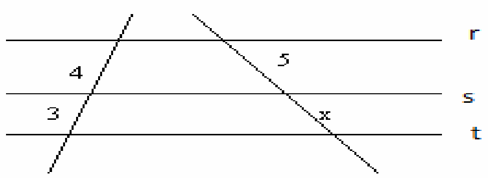
$$\frac{AB}{BC} = \frac{9\cancel{u}}{7\cancel{u}} = \frac{9}{7}$$

$$\frac{DE}{EF} = \frac{9\cancel{v}}{7\cancel{v}} = \frac{9}{7}$$

$$\boxed{\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}}$$

Exemplo de cálculos que envolvem o Teorema de Tales :

Sendo as retas r, s e t, retas paralelas. Quanto vale a medida x?



r // s // t

Resolução: Pelo teorema de Tales: *4/3 = 5/x* → ***logo:*** $\boxed{x = 15/4}$

Fonte: http://www.sofi.com.br/node/650

Mas de acordo com Garbi, 2010b:

> ´´não se sabe como teria Tales provado aquelas propriedades [Teorema de Tales], porque nenhum de seus trabalhos chegou até nós. Entretanto, os historiadores acreditam que as provas foram rudimentares e quase certamente não atenderiam aos padrões atuais de rigor Matemático``. (GARBI, 2010b, p.26)

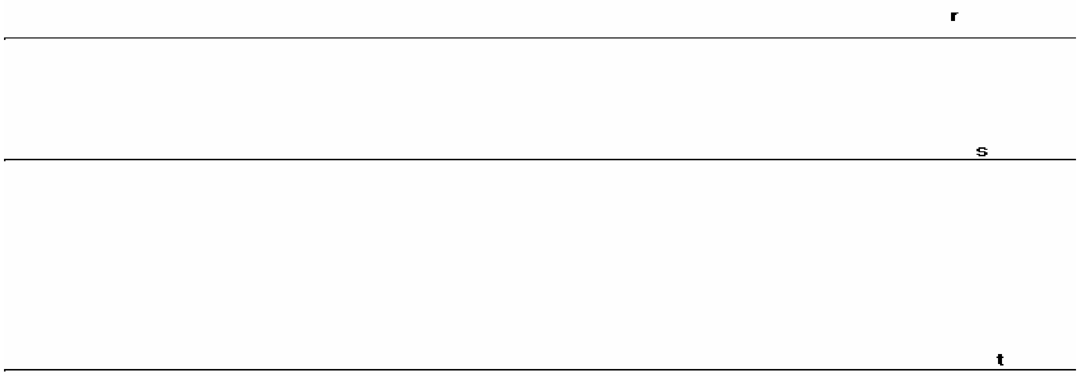
Outras fontes históricas como Garbi (2010), Eves (2004), Galvão (2008), entre outras, creditam a Tales a demonstração de outros teoremas como:

> -Dois ângulos opostos pelo vértice são iguais;
> - Qualquer diâmetro divide o círculo em duas partes iguais;
> - Qualquer ângulo inscrito em um semicírculo é reto;
> - Em um triângulo isósceles, os ângulos da base são iguais;
> - Dois triângulos que tenham um lado e os ângulos a ele adjacentes respectivamente iguais são iguais.

<u>Atividades</u>

2) Descreva utilizando as suas próprias palavras, que mudança houve na Matemática com as ideias de Tales de Mileto?

3) Dado as retas paralelas: **r** , **s** e **t,** faça o que se pede abaixo:



a) Trace uma reta v, cortando as retas r, s , t , obtendo assim os pontos A ($r \cap v$),

B ($s \cap v$) e C ($t \cap v$).

b) Trace uma reta p, cortando as retas r, s , t , obtendo assim os pontos D ($r \cap p$),

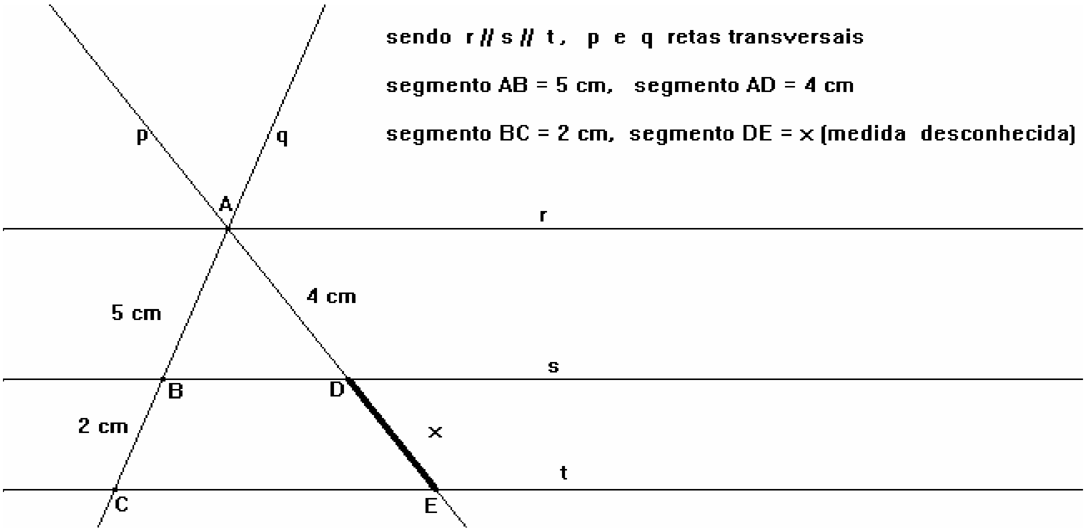
E ($s \cap p$) e F ($t \cap p$).

c) Meça, utilizando uma régua, os segmentos: AB, BC, DE e EF,

d) Verifique se é válido as seguintes afirmações:

I) $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ Resposta: II) $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ Resposta:

3) Construa, utilizando o material de Desenho Geométrico, o esboço abaixo. Em seguida, utilizando uma régua, meça em cm, o segmento DE encontrado.



4) Apresente a resolução algébrica do problema.

Aula 4 : Semelhança

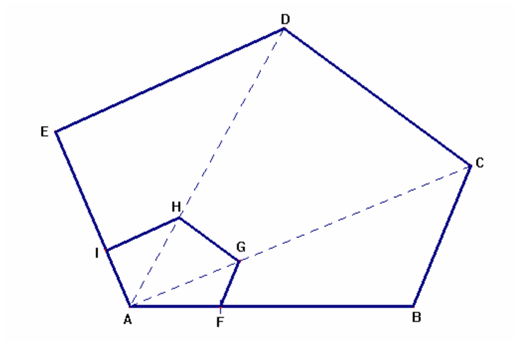
A geometria, ao longo de toda sua história, foi produzida pela humanidade em busca do conhecimento da natureza que a cerca. Quando a civilização grega chegou ao ápice, os gregos assumiram o desenvolvimento da Geometria. Passaram a privilegiar o conhecimento dedutivo e não o empírico, como ocorria até então. E questões que sempre intrigaram o homem, como o tamanho do raio da Terra, a distância da Terra à Lua ou da Terra ao Sol, já estimadas em outras épocas por outros sábios, passaram então a ser tratadas com o auxilio dos conhecimentos geométricos. (Dante, 2011)

Os antigos gregos comparavam distâncias e determinavam alturas desconhecidas com o sábio uso das proporções e da semelhança de triângulos; e esse conteúdo é o que veremos a seguir.

A semelhança entre figuras constitui uma ferramenta importante em diversas áreas como a engenharia e arquitetura. Com a sua utilização conseguimos ampliar e reduzir figuras, mapas e maquetes.

Atividades: Semelhança de polígonos

1)



Dado o polígono (pentágono) acima, faça o que se pede:

a) Meça (utilizando uma régua) os lados do polígono ABCDE e do polígono AFGHI.

b) Meça (utilizando um transferidor) os ângulos dos polígonos: ABCDE e AFGHI.

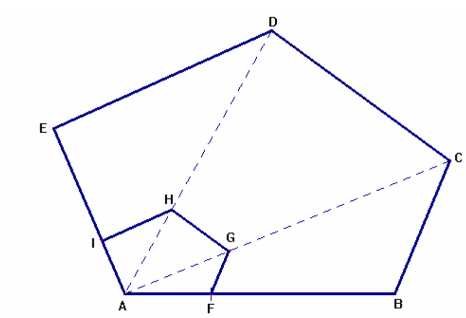
c) Utilizando uma calculadora obtenha os valores das seguintes divisões: $\frac{AB}{AF}, \frac{BC}{FG}, \frac{CD}{GH}, \frac{DE}{IH}, \frac{AE}{AI}$

d) Podemos afirmar que o polígono dado tem lados homólogos proporcionais e ângulos congruentes?

e) Usando as suas palavras defina semelhança de polígonos.

2) *Sabe-se que dois polígonos são semelhantes quando possuem ângulos congruentes e lados proporcionais.*

Observe os polígonos semelhantes: ABCDE e AFGHI

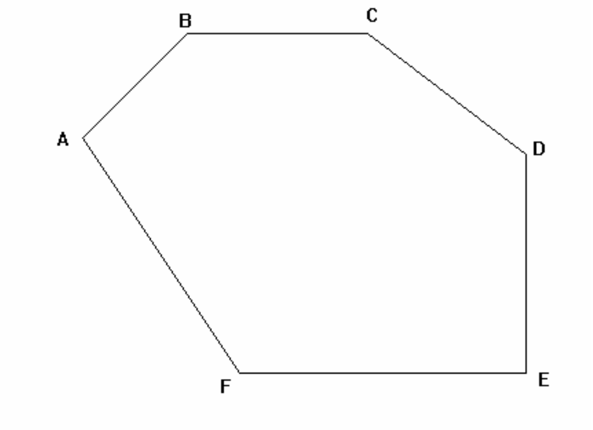


Logo; $\frac{AB}{AF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DE}{IH} = \frac{AE}{AI}$ e os ângulos: Â (comum); B = F; G = C; H = D; I = F

Se for dado um polígono ABCDE e um segmento AF e for pedido a construção de um polígono AFGHI <u>semelhante</u> ao polígono dado, basta traçamos as diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{AD}$ encontrando assim 3 triângulos. A partir destes, traçamos paralelas aos lados ($\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{ED}$) dos triângulos formados obtendo assim o polígono AFGHI.

- Observando a figura dada e a descrição dos traçados, promova uma breve discussão em grupo e descubra as relações entre os passos desta construção ao já estudado pelas ideias de Tales de Mileto.

3) Dado o polígono ABCDEF abaixo, construa um polígono PQRSTU semelhante a ele na razão k $= \frac{4}{6}$. (sugetão : Faça F $\equiv$ P) . Em seguida justifique a sua construção.



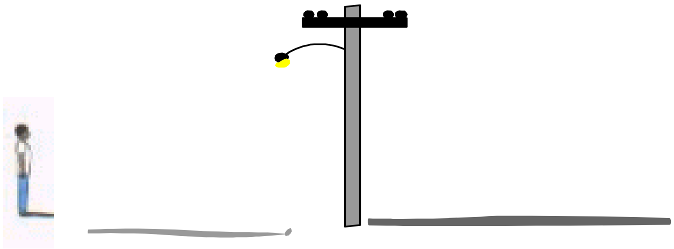
Justificativa: ____

Aula 5: Semelhança de triângulos

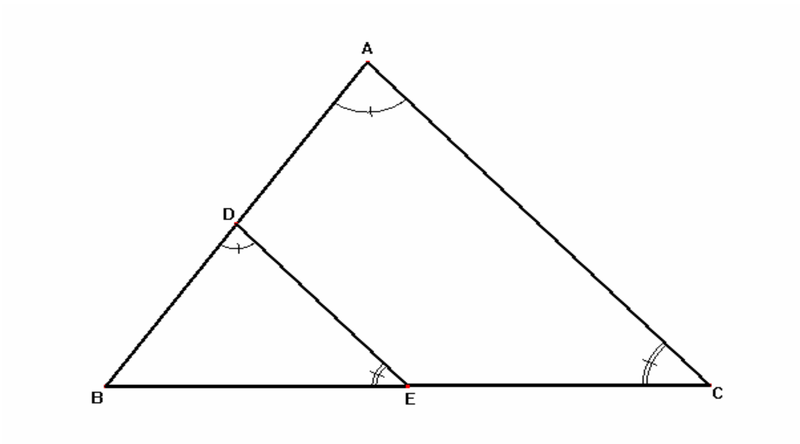
Atividade 1 - Medindo uma altura utilizando a sua sombra

a) Situação problema: Como o aluno mais baixo da turma, pode medir o aluno mais alto utilizando apenas as medidas de suas sombras e a altura do aluno mais baixo? (Sugestão: Essa atividade deve ser realizada em um belo dia de sol e lembre-se de como Tales de Mileto mediu a pirâmide de Quéops.)
b) Logo em seguida, confeccione um desenho que represente essa situação-problema.

Atividade 2 - Calcule a altura de um poste, sabendo que no mesmo instante em que sua sombra mede 6 m, um homem de 1,70 m de altura projeta uma sombra de 3,40 m de comprimento.



Atividade 3 - Dados os triângulos ABC e DBE abaixo:



Pede-se:

a) Utilizando um transferidor, verifique se os ângulos internos do triângulo ABC são congruentes ao ângulos internos do triângulo DBE. (Justifique)

b) Verifique se é verdadeira a afirmativa abaixo: $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{BE} = \frac{AC}{DE}$. Caso seja verdadeiro, justifique.

c) Pode-se afirmar que os triângulos ABC e BDE são semelhantes? Justifique.

Nota:

Somente quando ocorrem as duas condições exigidas na definição de semelhança é que podemos garantir que dois polígonos são semelhantes.

Casos de semelhança de triângulos

No caso dos triângulos, que é um polígono de três lados, é obviamente válida a mesma definição de semelhança citada anteriormente. Porém existem três casos que já garantem a semelhança de dois triângulos.

Caso 1 – LLL (lado, lado, lado)

Dois triângulos são semelhantes quando possuem seus lados proporcionais.

Caso 2 – AA (ângulo, ângulo)

Dois triângulos são semelhantes quando possuem dois ângulos congruentes.

O terceiro caso, menos usado nas construções, mas de grande valia para algumas conclusões, diz que: Se as medidas de dois dos lados de um triângulo são respectivamente proporcionais às medidas de dois lados correspondentes de outro triângulo e os ângulos determinados por estes lados são congruentes, então os triângulos são semelhantes. (Caso LAL – Lado, ângulo, lado)

Atividade 4 - Construa, utilizando apenas régua e compasso, um triângulo eqüilátero ABC, de lado 7 cm e depois construa o triângulo A´B´C´ semelhante a ele, na razão k = $\frac{1}{3}$. (Justifique a construção)

Aula 6: Semelhança de triângulos (2)

<u>Exercícios</u>

1) Usando a régua e o compasso, construa **(no caderno de desenho)** três triângulos ABC, EFG e MNP cujos lados, em centímetros, meçam respectivamente:

Triângulo ABC	AB = 4	BC = 3	AC = 2
Triângulo EFG	EF = 8	FG = 6	EG = 4
Triângulo MNP	MN= 12	NP = 9	MP = 6

Após a realização dessas construções, observa-se que os triângulos têm a mesma *forma*, mas os *tamanhos* são diferentes. Sendo assim:

a) Verifique se as medidas dos lados do triângulo ABC são proporcionais às medidas dos lados correspondentes do triângulo EFG. (Você se lembra? Basta verificar se os quocientes: $\frac{AB}{EF}, \frac{BC}{FG}, \frac{AC}{EG}$ são todos iguais.)

b) Verifique se os lados do triângulo ABC são proporcionais aos lados correspondentes do triângulo MNP.

c) Verifique se os lados do triângulo EFG são proporcionais aos lados correspondentes do triângulo MNP.

d) Utilize um transferidor e meça os ângulos dos triângulos ABC, EFG e MNP. Após as medições o que você observou?

e) Pode-se afirmar que: os triângulos ABC, EFG e MNP são semelhantes? Justifique.

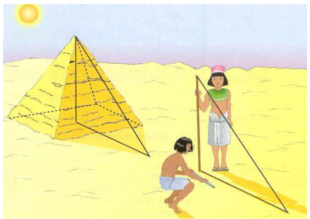
Exercício Extra

2) Construa um triângulo eqüilátero ABC, de lado 4,3 cm e depois construa o triângulo A´B´C´ semelhante a ele, na razão k = $\frac{2}{3}$.

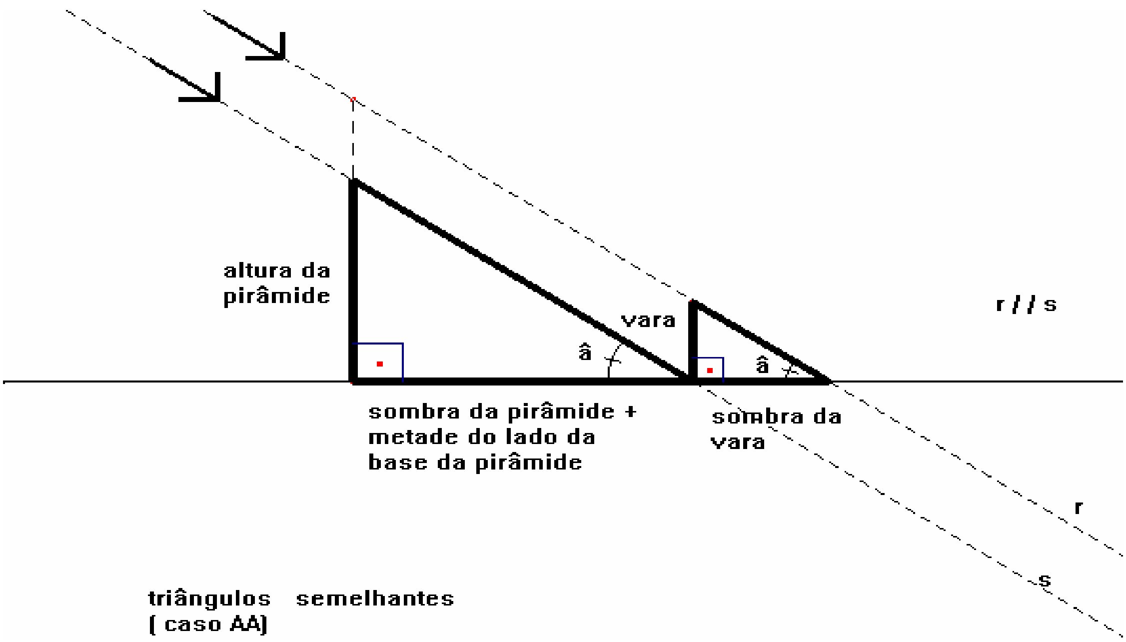
3) Construa um triângulo retângulo ABC, sendo dadas as medidas de seus catetos:
AB = 7,0 cm e AC = 4,5 cm, Â = 90º e, em seguida, construa o triângulo A´B´C´ semelhante ao triângulo ABC, na razão k = $\frac{3}{2}$.

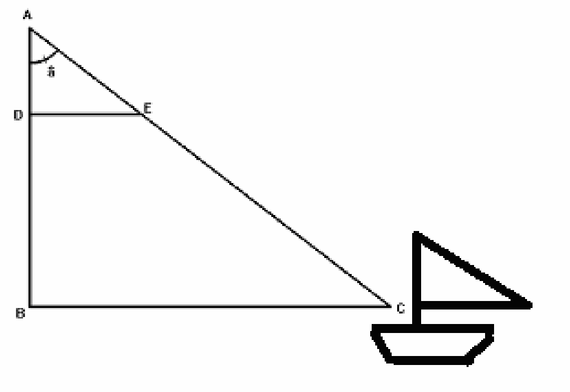
Curiosidade:

I - Observe que a história relatada anteriormente sobre uma das grandes façanhas do grande filósofo e matemático Tales de Mileto que mediu a altura da pirâmide do Egito utilizando uma vara e sua sombra, é um exemplo da aplicação de semelhança de triângulo.



Fonte: http://matemativerso.wordpress.com



De acordo com Lintz (1999), outro problema que é atribuído à Tales, é o do cálculo da distância de um navio que se aproxima do porto. Várias sugestões têm sido realizadas para esse método, sendo que uma dela é que Tales de Mileto teria utilizado o conhecimento de semelhança para resolvê-lo. Nesse sentido, se considerarmos ***AB*** como uma:	(...) torre de altura conhecida e *C*, a posição do navio. *AC* seria a linha de mira, isto é, do olho do observador ao navio. As distâncias *AD* e *DE* podem ser medidas, por exemplo, colocando-se a uma altura *AD* um bastão *DE* de comprimento conhecido cuja extremidade *E* está alinhada com *A* e *C*. Então, os triângulos *ABC* e *ADE* são semelhantes (LINTZ 1999, p. 38) 

ATIVIDADE

1) Leia o texto abaixo, e depois faça o que se pede:

Pablo fica bem próximo a uma árvore e, com a cabeça ereta, observa-a num ponto que fica a 1,5 m do chão. Afasta-se então 45 m e continua a olhar a árvore, segurando verticalmente, na altura dos olhos, uma régua de 20 cm de comprimento. Se a régua está a 25 cm dos olhos de Pablo, qual é a altura da árvore? (Lembre-se de realizar a transformação de centímetro para metro)

(Fonte adaptada: Dando corda a Trigonometria – Oscar Guelli, 1999)

a) Faça um desenho representando a situação.
b) Calcule a altura da árvore.

Aula 7: Introduzindo o Teorema de Pitágoras

Uma breve história sobre Pitágoras e os Pitagóricos

O próximo matemático ilustre que citaremos é **Pitágoras**.

Pitágoras nasceu por volta de 572 a.C na ilha de Egéia de Samos (ilha grega). É possível que tenha sido discípulo de Tales, pois era cinquenta anos mais novo do que este e morava perto de Mileto, onde vivia Tales. Conta-se que, depois de residir por algum tempo no Egito, migrou para o porto marítimo de Crotona, uma colônia grega situada no sul da Itália, e lá fundou a famosa escola pitagórica. Essa escola, além de ser um centro de estudo de filosofia, matemática e ciências naturais, era, também, uma irmandade estreitamente unida por ritos secretos e cerimônias.

De acordo com GARBI (2010):

> (...) Pitágoras fundou, por volta de 540 a.C., uma escola voltada ao estudo da Filosofia, das Ciências Naturais e da Matemática. Tal escola reuniu muitos discípulos interessados naqueles temas e acabou por se transformar em uma sociedade secreta, regida por estranhos rituais e procedimentos que provocaram, anos depois suspeição e hostilidades dos crotonenses. (GARBI, 2010, p. 26)

Com o tempo, a influência e as tendências aristocráticas da irmandade tornaram-se tão grandes que forças democráticas do sul da Itália destruíram os prédios da escola, fazendo com que a confraria se dispersasse. Segundo relatos, Pitágoras fugiu para Metaponto onde morreu, talvez assassinado, com idade entre setenta e cinco e oitenta anos. A irmandade, embora dispersa, continuou a existir por, pelo menos, mais dois séculos. (Eves, 2004)

A escola pitagórica, de natureza científica e religiosa, desenvolvia estudos de matemática, filosofia e astronomia. A filosofia pitagórica baseava na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números.

De acordo com Garbi (2010):

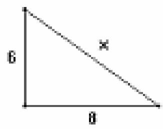
> (...) os pitagóricos notaram também um fato que os encantou: apesar de ser a Matemática algo ideal e abstrato, sua presença no mundo físico era percebida por toda a parte, nos céus e na Terra. Isso levou-os a considerar Deus o grande Geômetra do Universo, a dizer que o mundo era feito de números e a nutrir por eles uma veneração verdadeiramente religiosa. Essa visão pitagórica em relação à Matemática é, até os dias de hoje, tema de grande debate entre os filósofos que procuram responder à multimilenar e cândida pergunta. ´´Fazemos ou descobrimos a Matemática?`` (GARBI, 2010, p. 27)

De acordo com Eves (2004), a tradição é unânime em atribuir a Pitágoras a descoberta independente do teorema sobre triângulos retângulos, hoje universalmente conhecido pelo seu nome – ***que o quadrado da medida da hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados das medidas dos seus catetos***. Porém, esse teorema já era conhecido pelos babilônios há aproximadamente um milênio antes, pelos egípcios e pelos chineses. Assim podemos apenas aceitar que apenas a demonstração foi realizada por Pitágoras.

Teorema de Pitágoras

Em qualquer triângulo retângulo: ***o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos seus catetos***.

Ex:

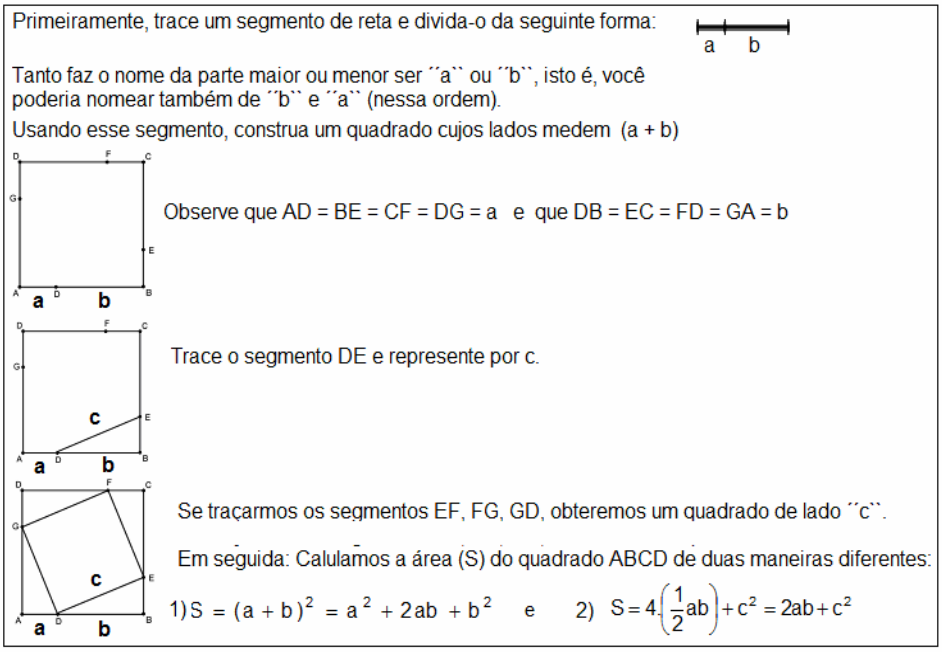


temos algebricamente que: $x^2 = 6^2 + 8^2$, logo $x = 10$

Segundo Contador (2008), em relação ao teorema de Pitágoras:

> Na realidade, Pitágoras foi o primeiro homem não a criar, mas a conceituar e deduzir este teorema; embora os babilônios não tenham nos deixado deduções, esta relação já era conhecida por eles (...) Hoje é uma dedução simples, mas com certeza está entre as mais importantes da Matemática e levou centenas de anos para ser demonstrada. (...) os babilônios a usavam para certos trabalhos práticos, mas isso não tira os méritos de Pitágoras, pois não podemos confundir conhecer com deduzir. (CONTADOR, 2008, p. 105-106)

De acordo com Garbi (2010), existem muitos e belíssimos teoremas na Matemática mas a aura de surpresa, originalidade, estética e importância que cerca o teorema de Pitágoras faz dele algo realmente incomparável em relação aos demais: todos os caminhos da Matemática conduzem a ele. Ainda, segundo este autor, não se tem a indicação do caminho seguido por Pitágoras para a demonstração desse teorema, mas é possível que ele tenha usado o diagrama da prova chinesa.


Primeiramente, trace um segmento de reta e divida-o da seguinte forma: a b

Tanto faz o nome da parte maior ou menor ser ´´a`` ou ´´b``, isto é, você poderia nomear também de ´´b`` e ´´a`` (nessa ordem).

Usando esse segmento, construa um quadrado cujos lados medem (a + b)

Observe que AD = BE = CF = DG = a e que DB = EC = FD = GA = b

Trace o segmento DE e represente por c.

Se traçarmos os segmentos EF, FG, GD, obteremos um quadrado de lado ´´c``.

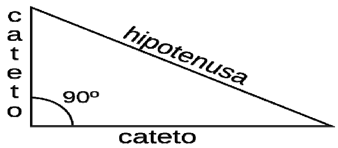
Em seguida: Calulamos a área (S) do quadrado ABCD de duas maneiras diferentes:

1) $S = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ e 2) $S = 4\left(\frac{1}{2}ab\right) + c^2 = 2ab + c^2$

Fonte da explicação do diagrama chinês (com adaptação) : http://legauss.blogspot.com/2009

<u>Nota:</u>

Em um triângulo retângulo temos:



Cateto vem de **Katetos** que significa **vertical (perpendicular)** e **hipotenusa** vem de **hypoteinousa** do verbo **hypoteinein** que significa **estender-se sob**. Logo: a hipotenusa é o lado que se estende sob o ângulo reto. (Garbi, 2010)

<u>Curiosidades históricas sobre Pitágoras</u>

A lenda sobre a origem do teorema de Pitágoras diz que, após ter descoberto a demonstração do teorema que leva seu nome, ele sacrificou 100 bois aos Deuses como prova de sua gratidão por ter conseguido esta descoberta.

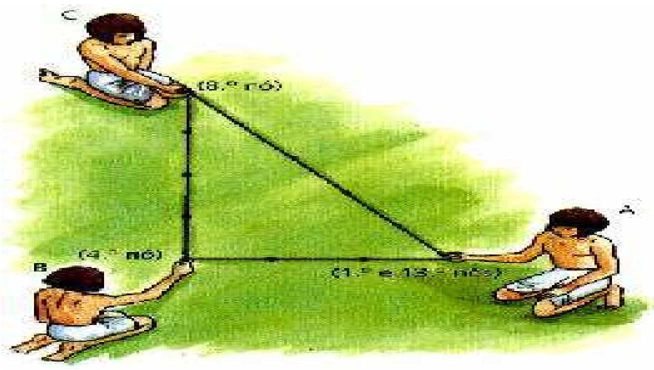
Segundo a tradição, a pitonisa do oráculo de Delfos (<u>sacerdotisas</u> do templo chamavam-se <u>Pitonisa</u> e faziam <u>profecias</u> em <u>transes</u>) avisou aos pais de Pitágoras - o rico joalheiro Mnésarcnos e sua mulher Parthénis - que o filho esperado por Parthénis seria um homem de extrema beleza, inteligência e bondade, e iria contribuir de forma única para o benefício de todos os homens. Quando a criança nasceu na ilha de Samos, na Grécia, numa data que se situa entre 570 e 590 a.C., os seus progenitores deram-lhe o nome de Pitágoras, em homenagem à pitonisa que havia previsto para ele uma vida incomum.

Dentre as lendas que cercam a vida de Pitágoras, algumas asseguram que ele não era um homem comum, mas sim um Deus que tomara a forma de ser humano para melhor guiar a humanidade e ensinar a filosofia, a ciência e a arte.

Fonte: <u>http://pessoal.educacional.com.br/up/4240001/1017691/t201.asp</u>

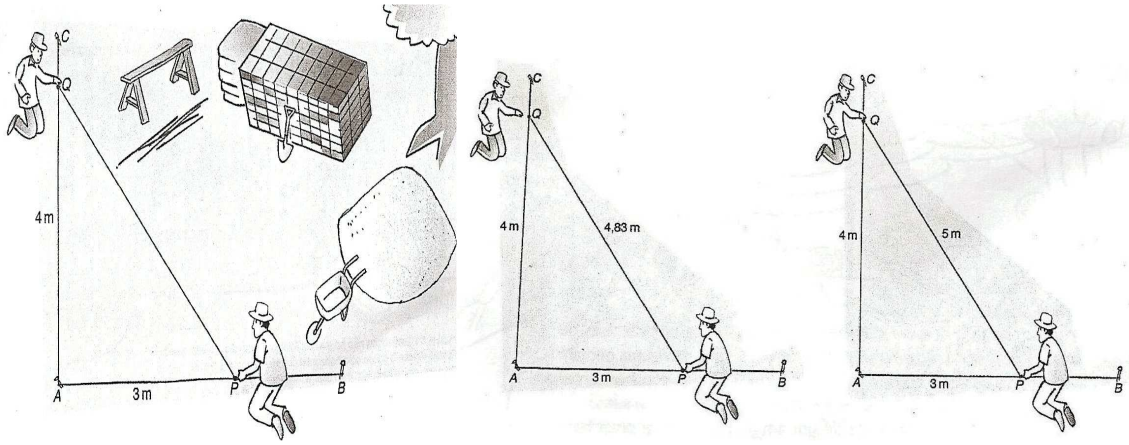
<u>Conexão com a história:</u>

De acordo com os dados históricos (EVES, 2004), os egípcios utilizavam uma corda com 12 nós para construir um triângulo retângulo. Esse triângulo particular tem lados medindo 3 unidades, 4 unidades e 5 unidades de comprimento. Nesse triângulo, o ângulo formado pelos dois lados menores é um ângulo reto.



Fonte: <u>http://www.prof2000.pt/users/hjco/pitagora/pg000007.htm</u>

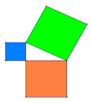
Hoje em dia, alguns mestres de obras ainda utilizam este método para verificar a existência de um ângulo reto.



Fonte:Descobrindo o Teorema de Pitágoras – Imenes e Lelis (2000, p.23-24)

Os **<u>pitagóricos</u>** fizeram, também, importantes descobertas no campo da Aritmética grega, quase sempre com auxílio de figuras geométricas. Aliás, a Aritmética grega foi muito influenciada por ideias geométricas. Por exemplo, um número multiplicado por si mesmo era visto pelos pitagóricos como sendo a área de um quadrado cujo lado tivesse aquele número por medida. A multiplicação de um número por si mesmo três vezes era vista como o volume de um cubo. È por isso que até hoje empregamos as expressões ´´quadrado`` e ´´cubo`` de um número. (GARBI, 2010, p.30)

<u>Atividade:</u>

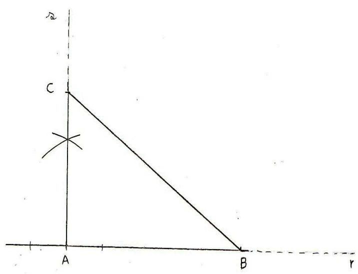
<table>
<tr>
<td>Leia a seguinte afirmativa: A soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos de um triângulo retângulo é igual à área do quadrado construído sobre a hipotenusa desse triângulo. Ou seja, se somarmos as áreas dos quadrados menores obteremos o valor da área do quadrado maior.</td>
<td>Construa, utilizando régua e compasso, um triângulo retângulo cujos catetos medem respectivamente: 3 e 4 cm e, em seguida, construa quadrados sobre esses catetos e sobre a hipotenusa e, então, verifique a afirmativa dada na atividade.
</td>
</tr>
</table>

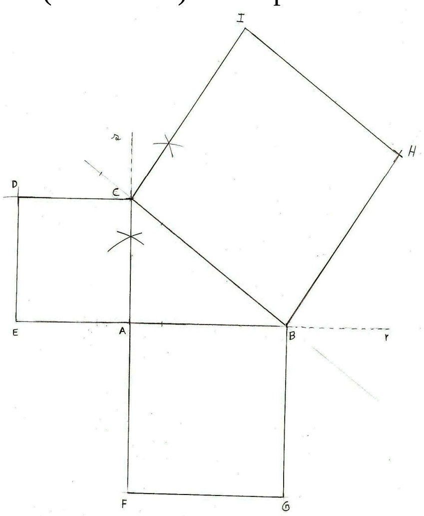
Aula 8: Introduzindo o Teorema de Pitágoras

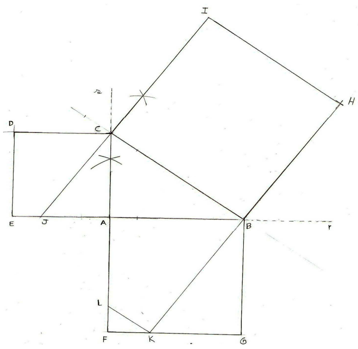
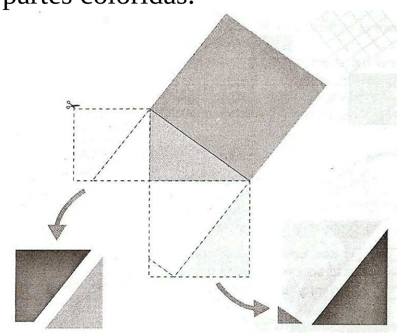
<u>Quebra cabeça pitagórico (atividade em dupla)</u>

1) Construa um triângulo retângulo ABC, sendo as medidas de seus catetos *b* e *c* iguais a: *b* = 6 cm e *c* = 4 cm e, em seguida, siga os passos para a construção de um quebra-cabeça pitagórico.

<table>
<tr>
<td>Passos para a construção de um quebra cabeça-pitagórico

Passo 1 – Trace um triângulo retângulo de catetos com medidas b e c (encontrando uma hipotenusa de medida a).


Passo 2 – Construa, quadrados utilizando os lados dos catetos (´´b``e ´´c``) e da hipotenusa.

</td>
<td>Passo 3 - Prolongue os lados do quadrado maior (BCHI) até eles encontrarem os lados dos quadrados (ACDE) e (ABGF), determinando assim os pontos J e K. Em seguida trace o segmento KL, sendo KL paralelo ao segmento BC (use o par de esquadros).

Passo 4 - Observe que o quadrado ACDE ficou dividido em duas partes e o quadrado ABGF, ficou dividido em três partes. Utilizando lápis coloridos, pinte cada parte de uma cor diferente.

Passo 5 - Para terminar o trabalho, recorte as cinco partes coloridas.
</td>
</tr>
</table>

Fonte adaptada: Descobrindo o Teorema de Pitágoras (IMENES E LELLIS, 2000).

<u>Após a montagem do quebra cabeça , pergunta-se:</u>

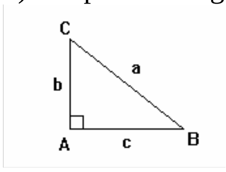
1– b) Utilizando uma cola, encaixe as 5 peças recortadas e coloridas sobre o quadrado de lado igual a medida da hipotenusa do triângulo retângulo ABC, e em seguida responda: Pode-se afirmar que a área formada pelos dois menores quadrados (de lados iguais aos catetos do triângulo ABC), ocuparam toda extensão da área formada pelo maior quadrado (de lado igual a medida da hipotenusa do triângulo ABC)?

2) Observando a sua colagem realizada neste exercício, o que podemos afirmar em relação aos quadrados formado pelos lados dos catetos do triângulo ABC e sobre o quadrado formado pelo lado da hipotenusa.

3) Quanto mede a área do quadrado (em cm^2) de lado igual a hipotenusa do triângulo ABC construído.

4) **Relembrando a história de Pitágoras contada por este professor**, para os antigos gregos o que representa a^2? b^2? c^2?

5) Represente algebricamente o Teorema de Pitágoras.



6) Defina o Teorema de Pitágoras. Em seguida exemplifique com um desenho.

Aula 12: ***Média Geométrica ou Média Proporcional***

Chama-se média proporcional entre duas grandezas ou dois segmentos dados, a raiz quadrada de seu produto.

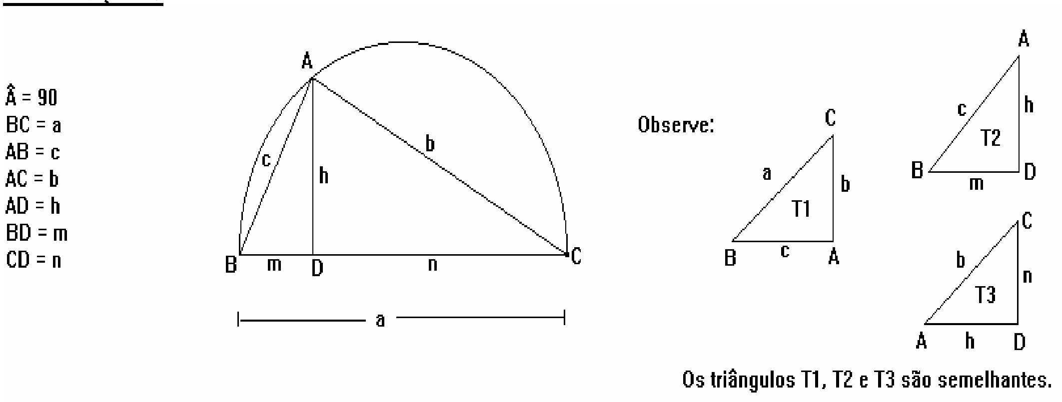
Dados a e b , x é média geométrica tal que $x = \sqrt{ab}$

Pode ser expressa de duas formas diferentes:

1ª) $x^2 = a.b$ ou $x = \sqrt{a.b}$
2ª) a/x = x/b

<u>Nota :</u> Como foi já foi descrito anteriormente, os antigos gregos utilizavam suas operações com a utilização das construções geométricas. Assim para calcular expressões do tipo x = $\sqrt{ab}$, utilizavam as relações métricas vistas acima. Denominaremos a raiz quadrada do produto de dois segmentos de **MÉDIA GEOMÉTRICA (ou MÉDIA PROPORCIONAL)**. Para o cálculo da média geométrica entre dois segmentos podemos utilizar dois processos diferentes que dão o mesmo resultado.

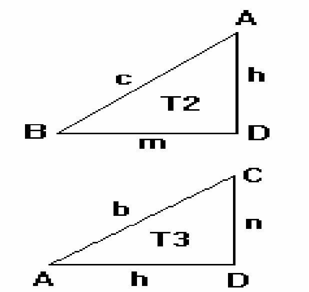
Construções:



Processo Aditivo : A altura de um triângulo retângulo é média proporcional entre as projeções dos catetos na hipotenusa.

$h^2 = m \, . \, n$ ou $h = \sqrt{m \, . \, n}$

Análise T2 e t3 **desenvolvendo: (completar com os alunos)**

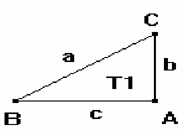


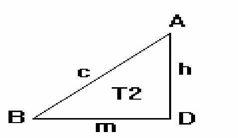
Processo Subtrativo: Qualquer cateto de um triângulo retângulo é média geométrica entre a hipotenusa e sua projeção sobre ela

$c^2 = a.m$

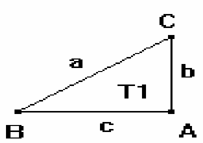
$b^2 = a.n$

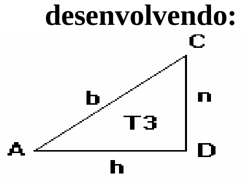
Análise T1 e T2 **desenvolvendo: (completar com os alunos)**





Análise T1 e T3 **desenvolvendo: (completar com os alunos)**



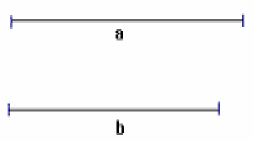


Exemplos:

I) Processo Aditivo :

A altura de um triângulo retângulo é média proporcional entre as projeções dos catetos na hipotenusa. $h^2 = m\,.\,n$ ou $h = \sqrt{m\,.\,n}$

Exemplo: Determine a Média Geométrica entre os segmentos e em seguida justifique a construção.



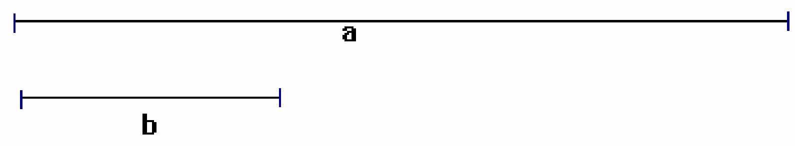
PASSOS:

1) Trace uma reta r suporte e transporte os segmentos a e b, (a + b) (encontre os pontos A, B e C)
2) Trace a semicircunferência de extremidade A e C e raio MC (encontre o ponto M - ponto médio de AC)
3) Trace uma perpendicular a AC passando por B. (encontre o ponto D)
4) BD é MG entre a e b.

II) Processo Subtrativo:

Qualquer cateto de um triângulo retângulo é média geométrica entre a hipotenusa e sua projeção sobre ela. $c^2 = a.m$ e $b^2 = a.n$

Exemplo: Determine a média geométrica entre os segmentos a e b dados, e em seguida justifique a construção.



Passos:

1) Trace uma reta **r** suporte e transporte os segmentos **a** e **b** (na forma subtrativa: **a – c**) (encontre os pontos A, B e C)
2) Trace o ponto médio entre A e B. (encontre o ponto M)
3) Trace com raio AM a semi circunferência de extremidades A e B.
4) Trace passando pelo ponto C uma perpendicular a AB. (encontre o ponto D)
5) AD é a média geométrica entre **a** e **b**.

Exercício

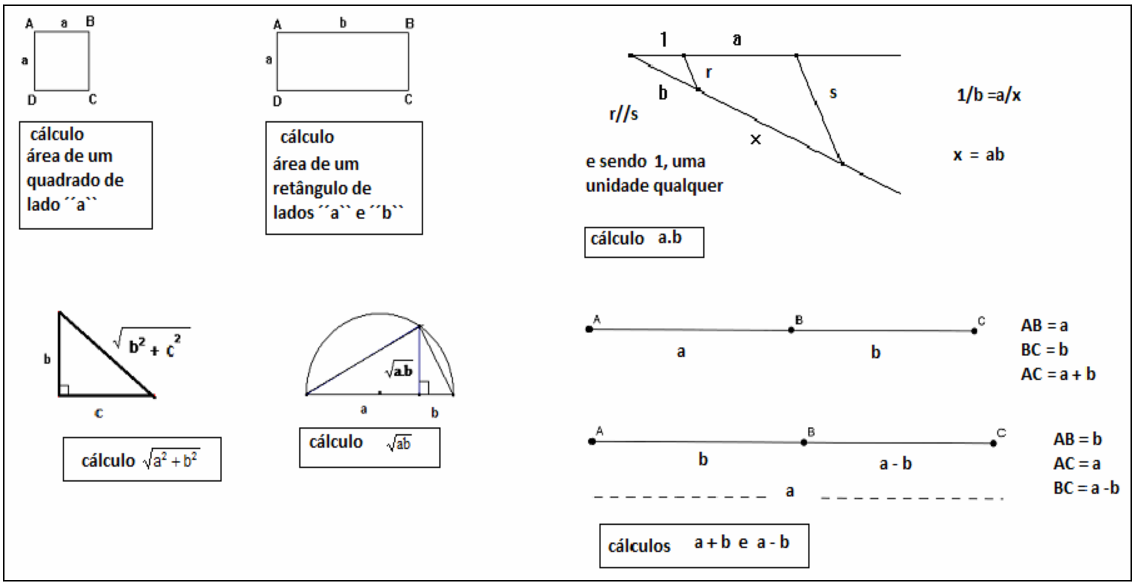
Utilizando como unidade de medida 1 cm, construa um segmento de $\sqrt{15}$ cm.

Aula 13: ***Operações matemáticas utilizando as construções geométricas***

Cálculos dos Antigos Gregos

A álgebra estudada na antiga Grécia era geométrica, os antigos gregos resolviam os problemas matemáticos, utilizando os seus conhecimentos geométricos. Dessa maneira, os problemas eram resolvidos com a utilização de retas, segmentos de reta, pontos, áreas, arcos e circunferências. As grandezas eram associadas a segmentos de reta e, então, eram *construídas*, no lugar de serem calculadas. Assim, para os antigos gregos:

- a^2 era a área de um quadrado de lado **a**
- ***ab*** era a área de um retângulo de lados **a** e **b**.
- $a + b$ e $a - b$ eram calculados com segmentos colineares e adjacentes ou com segmentos sobrepostos.
- $a \,.\, b$ era calculado com a utilização do Teorema de Tales.
- $\sqrt{a^2+b^2}$ era calculado com a utilização do Teorema de Pitágoras
- $\sqrt{ab}$ era calculado com a utilização da técnica da Média Geométrica (ou Média Proporcional), que era justificada pelas relações métricas no triângulo retângulo.

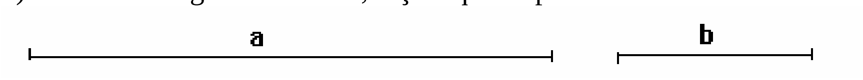


Uma das mais importantes obras que chegou até nós, foi a obra intitulada *Os Elementos* escrita por Euclides. Essa obra tem uma grande importância na História da Matemática, sendo que até hoje utilizamos em nossos estudos os conceitos apresentados por esse grande matemático. É importante ressaltar que Euclides compilou em os *Elementos* toda a Geometria conhecida na sua época, estruturando esse conhecimento. Isto é, a partir de alguns axiomas (*conceitos e proposições admitidos sem demonstração*) desenvolveu e demonstrou os teoremas e as proposições geométricas contidas em sua obra. Euclides foi o primeiro matemático a utilizar esse método, denominado axiomático. Sendo assim, a sua obra constitui o primeiro exemplo de um sistema axiomático.

A obra *Os Elementos* foi escrita por volta do ano 300 a. C, e consiste em 13 livros que agrupam todos os conhecimentos matemáticos existentes até aquela época, aperfeiçoados e demonstrados por meio geométrico. É interessante comentar que nenhum outro autor de livros-texto conseguiu êxito comparável a Euclides, pois a sua obra é o mais antigo livro de Matemática ainda em vigor nos dias de hoje, uma obra que somente perde para a Bíblia em número de edições e, para muitos, o mais influente livro matemático de todos os tempos (GARBI, 2010).

<u>Exercício em dupla</u>

1) Dados os segmentos ***a*** e ***b*** , faça o que se pede abaixo:

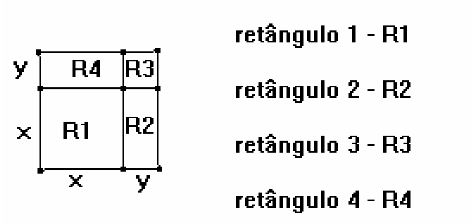


a) Determine um segmento **x**, cuja medida, seja a média geométrica dos segmentos ***a*** e ***b*** que foram dados, ou seja, determine **x** = $\sqrt{a.b}$.

b) Determine um segmento **y**, cuja medida seja a metade do segmento **x,** ou seja, **y** = $\frac{\sqrt{a.b}}{2}$.

c) Construa um quadrado de lado **x** + **y**.

d) Utilizando paralelas ou perpendiculares, divida o quadrado construído por você, em quatro retângulos conforme o esboço abaixo:



e) Observando o quadrado de lado (**x** + **y)** construído e os quatro retângulos formados, responda o que se pede abaixo:

1º) Qual são as medidas do retângulo 1 (R1) ? E sua área?
_________________________________ __________________

2º) Qual são as medidas do retângulo 2 (R2) ? E sua área?
__________________________________ __________________

3º) Qual são as medidas do retângulo 3 (R3) ? E sua área?
__________________________________ __________________

4º) Qual são as medidas do retângulo 4 (R4) ? E sua área?
__________________________________ __________________

5º) Qual é a área do quadrado de lado (**x** + **y)**?
__________________________________ __________________

6º) Você associa a área encontrada do quadrado de lado (**x** + **y)** com alguma fórmula matemática? Caso afirmativo, qual? ____

APÊNDICE 5

Termos de compromisso livre e esclarecido (TCLE)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

Carta aos pais ou responsáveis

Caro pai, mãe ou responsável pelo(a) aluno(a) :__________________________________

Após obter a anuência da direção e da coordenação do XXXXXXXX, convidei o seu filho(a) a participar do trabalho de pesquisa: **Analisando Algumas Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico por meio da Teoria Fundamentada.** Esse trabalho está sendo desenvolvido pelo Professor Evandro Alexandre da Silva Costa e sua orientadora Profª. Drª. Marger da Conceição Ventura Viana, do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.

O convite foi feito aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e a adesão é voluntária. No entanto, solicito o consentimento de V.Sa para que seu filho participe dessa pesquisa.

A pesquisa será realizada nas aulas de Desenho Geométrico, ministradas por esse professor, no decorrer do primeiro semestre letivo de 2012, por meio de levantamento de dados que serão coletados na execução das atividades propostas e análise de questionários aplicados em sala de aula, e tem como objetivo apresentar a História da Matemática como base para o ensino das construções geométricas e como fonte dos ´´porquês`` dessas construções, visando melhorar o desempenho dos alunos no estudo e aprendizagem dessa disciplina.

O Programa da Disciplina será cumprido integralmente, pois, as atividades e aulas constantes da proposta de pesquisa são aquelas constantes do referido Programa. A pesquisa em nada alterará o plano de ensino proposto na ementa da disciplina, contida no Currículo da Escola, pois será elaborada levando em conta os conteúdos pertinentes a esta etapa. A metodologia proposta não representará problemas adicionais para a aprendizagem do programa de Desenho Geométrico.

Como tal trabalho fará parte da pesquisa de Mestrado desse Professor, algumas aulas serão gravadas em áudio e/ou vídeo; de tal forma que não identificarão o(a) seu(ua) filho(a) e nem a escola. Os dados coletados, uma vez organizados, estarão à disposição da V.Sa., porém, nenhum aluno, pai, professor ou escola, terá seu nome mencionado na pesquisa, uma vez que serão utilizados códigos conhecidos apenas pelos pesquisadores. A qualquer momento o aluno poderá interromper a sua participação e nenhum ônus lhe caberá. A pesquisa não gerará nenhuma despesa adicional aos pais, pois será realizada na própria escola e utilizando o material já exigido para se cursar essa disciplina.

Os alunos que não se sentirem à vontade de participar dessa pesquisa ou não forem autorizados, participarão normalmente das aulas e farão as atividades sob a minha orientação, porém não terão os dados coletados e utilizados no meu trabalho de dissertação.

Todo o material gerado nessa pesquisa será arquivado nas dependências do Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática na UFOP, sob a responsabilidade do Coordenador e, após passado o período regulamentar, serão incinerados.

Caso ainda tenha alguma dúvida, por favor, sinta-se à vontade para me consultar, ou a direção do Colégio XXXXX, ou à minha orientadora, ou ainda ao Comitê de Ética da UFOP**,** cujo endereço se encontra no pé da próxima página.

Caso necessário, realizaremos uma reunião para outros esclarecimentos sobre essa proposta.

No entanto, se V.Sa já se sentir totalmente esclarecido(a) e concordar que seu (sua) filho(a) participe voluntariamente da pesquisa, peço-lhe a gentileza de rubricar a primeira página e assinar e devolver o termo de consentimento abaixo.

Atenciosamente,

Marger da Conceição Ventura Viana
Pesquisadora responsável (31) XXXXXXX ou XXXXXXX margerv@terra.com.br

Evandro Alexandre da Silva Costa
Pesquisador (31) XXXXXX evandrocosta.prof@yahoo.com.br

Termo de Consentimento

Para ser preenchido por um dos pais do(a) aluno(a)

Eu, ____, autorizo meu(minha) filho(a) a participar da pesquisa, realizada pelo professor Evandro Alexandre da Silva Costa.

___________________ , ___ de __________ de 2012.

____
Assinatura do (a) responsável

Comitê de Ética em Pesquisa (CEP/UFOP)
Campus Universitário – Morro do Cruzeiro – 35.400-000 – Ouro Preto – MG – Brasil
Homepage: http://www.propp.ufop.br – e-mail: cep@propp.ufop.br – Fone: 55(31)3559-1368

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA

Autorizo os professores Evandro Alexandre da Silva Costa (Mestrando) e Marger da Conceição Ventura Viana (Orientadora) do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, a realizarem a pesquisa previamente intitulada:´´ **Analisando Algumas Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico por meio da Teoria Fundamentada** com alguns alunos do 9º ano do Ensino Fundamental do Colégio XXXXXXXXXXXXXXXX, localizado no Bairro XXXXX, na cidade de Belo Horizonte – MG, de acordo com as tarefas previstas no projeto de pesquisa.

___

Profª XXXXX- Diretora Geral do Colégio XXXXXX

Belo Horizonte, _________ de _____________________________ de 2012

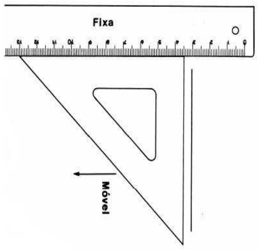
Campus Universitário – Morro do Cruzeiro – 35.400-000 – Ouro Preto – MG – Brasil
Homepage: http://www.ppgedmat.ufop.br – e-mail: ppgedmat@ufop.br –
Fone: 55(31)3559-1724

APÊNDICE 6

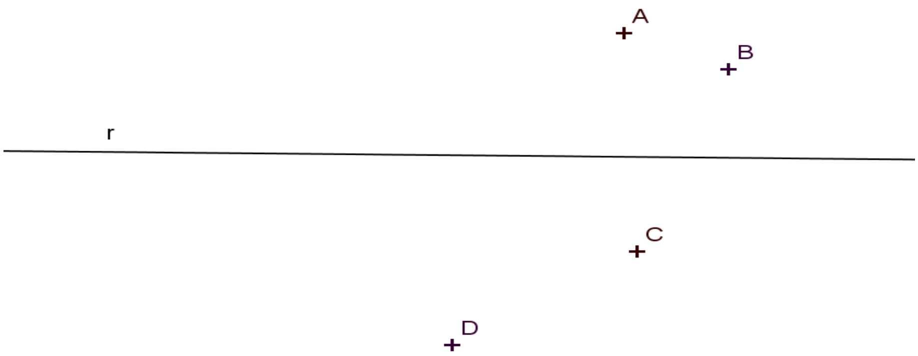
ATIVDADE DIAGNÓSTICA

1) (Traçado de retas paralelas, utilizando o par de esquadros)

a) Dado a reta r abaixo, trace uma reta s paralela a esta reta r. (Utilizando o par de esquadros).

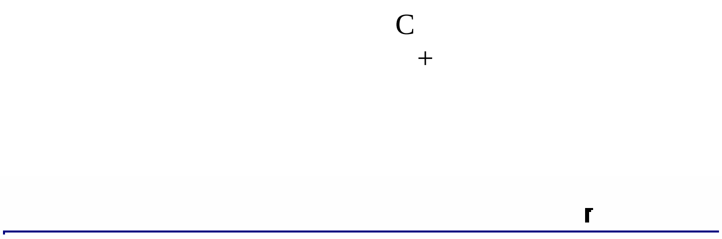


b) Dada a reta r abaixo e os pontos A, B , C e D, trace um feixe de retas paralelas a reta r pelos pontos esses pontos dados. (Utilizando o par de esquadros).



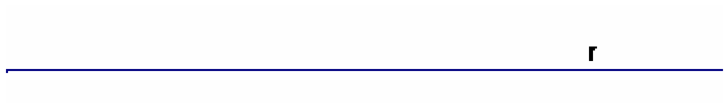
2) (Traçado de retas paralelas, utilizando régua e compasso)

Dada uma reta r e um ponto C fora dessa reta, construa uma reta s paralela a reta r dada.
Passos: (Utilizando apenas régua e compasso).



3) (Traçado de retas perpendiculares, utilizando régua e compasso.)

Dado a reta r abaixo, trace uma reta s perpendicular a esta reta r. (Utilizando apenas régua e compasso)



4) Dada a reta r abaixo, trace uma reta t paralela a reta r e sendo que r dista 3 cm de t. (Sugestão: Trace em 1º lugar uma reta s perpendicular a reta r e em seguida meça 3 cm e trace utilizando um par de esquadros a reta t paralela a reta r)

5) Traçado da reta mediatriz (mtz) passando por um segmento dado.

Trace um segmento AB (qualquer) e em seguida trace a mediatriz (mtz) passado por M (ponto médio do $\overline{AB}$)

6) Dado a reta r e os pontos A, B , C e D, faça o que se pede abaixo.

a) Trace uma reta s paralela a reta r passando pelo ponto C. (Com régua e compasso ou com par de esquadros)
b) Trace uma reta t perpendicular a reta r passando pelo ponto D. (Apenas com régua e compasso)
c) Trace a mediatriz do segmento AB. (Apenas com régua e compasso)