

DÉBORA SANTOS DE ANDRADE DUTRA

**PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM
AMBIENTES VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS (ICEB)

DÉBORA SANTOS DE ANDRADE DUTRA

**PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM
AMBIENTES VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM**

Produto apresentado à Banca Examinadora, como exigência parcial à obtenção do Título de Mestre em Educação Matemática pelo Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, sob orientação da Profa. Dra. Marger da Conceição Ventura Viana

OURO PRETO - MG

2011

Caro(a) professor (a),

A elaboração deste material teve como objetivo oferecer a professores e licenciandos em Matemática o contato com metodologias de ensino e aprendizagem de Matemática que não chegavam ao seu conhecimento. Com isso, pretendemos contribuir com a formação de novos professores de Matemática, formados na EAD, e, além disso, fornecer uma opção de trabalho na EAD que pode refletir no ensino presencial.

Neste trabalho, apresentamos uma visão geral da metodologia de Resolução de Problemas e destacamos a importância de apresentá-la na formação inicial de professores. Apresentamos também um panorama da EAD baseada na literatura escolhida e mostramos a aprendizagem nessa modalidade de ensino. Em seguida, oferecemos uma proposta de utilização da Resolução de Problemas em Ambientes Virtuais de Aprendizagem, baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, mostrando resultados obtidos na pesquisa que deu origem a este material.

Ressaltamos que este trabalho não se limita a interessados em EAD, pois a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, proposta por Onuchic (1999), dá possibilidades ao professor do ensino presencial de adequá-la a sua sala de aula..

Esperamos que o contato com este material desperte o interesse do professor-leitor para utilizar a Resolução de Problemas da forma proposta, e o estimule a aprofundar os conhecimentos no âmbito da Educação Matemática. Assim, esperamos contribuir para o ensino e a aprendizagem de Matemática e para a formação inicial de professores, principalmente na EAD.

Atenciosamente,

Débora Santos de Andrade Dutra

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	05
1 - A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	06
1.1. A Resolução de Problemas e a Formação Inicial de Professores	09
1.2. A metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas	12
2. A EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA	15
2.1.O Ambiente Virtual de Aprendizagem	16
2.2. A aprendizagem na Educação a Distância: Interação, Colaboração e Diálogo no Ambiente Virtual de Aprendizagem	18
3. PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM	22
A Proposta	22
4. UTILIZANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM – EXEMPLOS	25
4.1. A resolução de problemas nos fóruns	25
4.2. A resolução de problemas nos chats	32
5. ALGUNS RESULTADOS DA PESQUISA	37
REFERÊNCIAS	38

INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem de Matemática têm trazido preocupação aos educadores matemáticos, em geral, não apenas no Brasil. Com isso, muitas pesquisas em Educação Matemática têm sido desenvolvidas com o intuito de contribuir, não só com o ensino e a aprendizagem de Matemática, mas também com a formação de professores, proporcionando-lhes alternativas para a sala de aula. Além disso, a Educação a Distância (EAD) tem um trabalho expressivo na formação de professores, da Educação Básica ao Ensino Superior.

Assim, surgiu o interesse de conhecer mais esta modalidade de ensino e a preocupação com meios de permitir que os licenciandos de Matemática da EAD vivenciassem uma metodologia de ensino já utilizada com êxito no ensino presencial.

A partir do nosso interesse pela Resolução de Problemas e, em particular, da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, decidimos trabalhar para unir a Resolução de Problemas à EAD. Em vista disso, foi desenvolvido um trabalho de pesquisa intitulado: “Resolução de Problemas em Ambientes Virtuais de Aprendizagem num curso de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância”.

Ela foi realizada com alunos da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), da EAD, matriculados na disciplina *Seminário III - Resolução e formulação de problemas como abordagem metodológica para o ensino da Matemática* e utilizou problemas de vários temas, escolhidos conforme a indicação da área de interesse dos alunos, discutidos em fóruns e chats e analisados à luz do referencial teórico.

A pesquisa mostrou resultados positivos com relação à aprendizagem e trouxe contribuições para a formação profissional dos participantes.

Esperamos que esta proposta de trabalho com estudantes da EAD possa contribuir para o ensino e a aprendizagem de Matemática, em diferentes níveis de ensino, mas também permita ao professor ter uma nova opção de trabalho na EAD e também no ensino presencial.

1 - A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Resolver problemas de Matemática é uma prática muito antiga. A História da Matemática mostra problemas que estiveram presentes durante a evolução desta ciência, que, em geral, vem sendo construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática, como divisão de terras, cálculo de créditos, cobranças de impostos, construção. Ao mesmo tempo, estudos foram realizados para resolver problemas vinculados a outras ciências, como a Física, e aqueles relacionados à própria Matemática.

Diz Lourdes de la Rosa Onuchic (1999):

Problemas de matemática têm ocupado um lugar central no currículo de matemática escolar desde a Antiguidade. (Registros de problemas matemáticos são encontrados na história antiga egípcia, chinesa e grega, e são ainda, encontrados problemas em livros texto de matemática dos séculos XIX e XX). (ONUCHIC, 1999, p.199).

Mas Jeremy Kilpatrick e George M. A. Stanic fazem este esclarecimento:

é assumida uma visão muito estreita da aprendizagem da resolução de problemas. Até muito recentemente, ensinar a resolver problemas significava apresentar problemas e, talvez, incluir um exemplo de uma solução técnica específica (STANIC e KILPATRICK, 1989, p.4).

Dessa forma, percebe-se que o problema era utilizado apenas para reforçar um modelo ou uma técnica particular.

De acordo com Beatriz S. D'Ambrosio (2008), “no século XIX educadores acreditavam que a resolução de problemas deveria ocorrer como a aplicação de princípios aprendidos. O objetivo era o de exercitar e fortalecer os músculos do cérebro. O professor ensinava o conteúdo, o aluno praticava a aplicação” (D'AMBROSIO, 2008, p.1). Essa visão mostrava um ensino de Matemática pautado na mecanização do processo de resolução de problemas.

Isso se reflete, com números alarmantes, na condição de aprendizagem dos alunos. Mostram Juan Carlos Sánchez Huete e José A. Fernández Bravo (2006) o seguinte:

Em torno de 70% dos sujeitos apresentam dificuldades para a resolução de problemas matemáticos. Observa-se neles a tendência geral de imitar modelos realizados anteriormente, articulando perguntas que deixam a descoberto sua falta de segurança e compreensão dos conceitos básicos (HUETE e BRAVO, 2006, p.110).

Por outro lado, há educadores matemáticos preocupados em relacionar os conhecimentos matemáticos com problemas que podem ser encontrados no cotidiano ou em outras áreas do conhecimento. Isso pode desenvolver nos alunos a criatividade, a capacidade crítica e a autonomia para criar novas alternativas de resoluções, possibilitando-lhes compreender e acompanhar as mudanças do mundo moderno e até mesmo transformar suas condições de vida.

Segundo Marger da C. Ventura Viana (1992, p.2), “a atividade matemática é parte essencial de quase toda profissão: comércio, administração, previsão do tempo, arquitetura, engenharia, medicina, economia são apenas alguns exemplos. Daí a necessidade do homem ser matematicamente alfabetizado”.

A partir da década de 90 do século XX, a Resolução de Problemas se tornou alvo de grande número de pesquisas e, aos poucos, foi chegando às salas de aula.

No Brasil foram editados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 1997, 1998 e 1999, respectivamente da 1.^a à 4.^a série, da 5.^a à 8.^a série do Ensino Fundamental e dos três anos do Ensino Médio (BRASIL, 1997, 1998, 1999), cujas ideias foram baseados nos Standards de 1989 do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), que continham recomendações para o ensino de Matemática nos Estados Unidos da América.

Dizem Alevatto e Onuchic (2009) sobre os PCN:

apontam o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles, como um dos propósitos do ensino de Matemática; indicam a resolução de problemas como ponto de partida das atividades matemáticas e discutem caminhos para se fazer matemática na sala de aula (ALEVATTO e ONUCHIC, 2009, p.5).

De acordo com esse documento, “resolver um problema pressupõe que o aluno: elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); compare seus resultados com os de outros alunos; valide seus procedimentos” (BRASIL, 1998,40-41). E esclarece: “um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la” (BRASIL, 1998, p. 41).

A própria história da humanidade evidencia que o homem está sempre resolvendo problemas. Para muitos pesquisadores, resolver problemas é, pois, uma atividade natural do ser humano. Nesse sentido, George Polya (1949,1997) chega a afirmar:

Resolver problemas é da própria natureza humana. Podemos caracterizar o homem como *o animal que resolve problemas*; seus dias são preenchidos com aspirações não imediatamente alcançáveis. A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregamos à simples contemplação, ou devaneios, nossos pensamentos estão voltados para algum fim (Polya,1949, 1997, p.2, grifo do autor).

Nicholas Branca (1997) considera que a “resolução de problemas, como habilidade básica, pode ajudar a organizar as especificações para o dia-a-dia de nosso ensino de habilidades, conceitos e resolução de problemas” (BRANCA, 1997, p.10).

No entanto, o que caracteriza a condição de ser, ou não, um problema varia de acordo com o indivíduo, pois depende de conhecimentos e/ou de situações que foram vivenciadas e da condição de habilidade cognitiva diante de uma situação-problema.

Segundo Viana (1992), o que é problema para uma pessoa, pode não ser para outra. Essa visão do que vem a ser problema é a mesma de Dante (2010): “o que é problema para alguns pode não ser para outros, ou o que é problema num determinado contexto pode não ser em outro” (Dante, 2010, p.11).

Para Van de Walle (2001), "um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta" (apud ONUCHIC e ALLEVATO, 2004, p. 221).

Onuchic (1999), ao juntar várias ideias sobre o que vem a ser problema, afirma:

Problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver, e que o problema passa a ser o ponto de partida, e que através da resolução do problema, os professores devem fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática gerando novos conceitos e novos conteúdos (ONUCHIC, 1999, p.215).

Vale destacar que essa concepção de problema dada por Onuchic (1999) é assumida e utilizada neste trabalho.

1.1. A Resolução de Problemas e a Formação Inicial de Professores

A formação inicial de professores tem recebido críticas frequentes, pela falta de preparação para enfrentar a sala de aula. Assim, em geral, parece haver receio quanto à qualidade da formação inicial de professores (João Pedro da Ponte, 2002; Onuchic, 2009).

Dessa forma, foi percebida a necessidade de ter o professor, na formação inicial, conhecimento de metodologias de ensino que são alvo de pesquisas, para que possa ter autonomia em utilizar a que for mais apropriada à sua sala de aula. A Resolução de Problemas é uma delas. George Polya em 1949 diz: “Ninguém pode ensinar o que não aprendeu. Nenhum professor pode comunicar experiência da descoberta, se ele próprio não a adquiriu” (POLYA, 1949,1997, p.3).

Vários pesquisadores em Educação Matemática aceitam que é importante que os licenciandos vivenciem a prática durante a formação. Dentre eles, é possível citar Maria Laura Magalhães Gomes (1997), Vânia Maria P. Santos-Wagner, Lilian Nasser e Lúcia Tinoco (1997), Viana (1999; 2009b), Maria Auxiliadora Vilela Paiva (2002), Célia Maria Carolino Pires (2002), Geraldo Perez (2004) e Onuchic e Allevato (2009).

Afirma Perez (2004):

a formação inicial deve proporcionar aos licenciados um conhecimento que gere uma atitude que valorize a necessidade de uma atualização permanente em função das mudanças que se produzem, e fazê-los criadores de estratégias e métodos de intervenção, cooperação, análise, reflexão e a construir um estilo rigoroso e investigativo (PEREZ, 1999, p.271).

Dessa forma, Paiva (2002) afirma que é na graduação que os “saberes começam a ser construídos, sendo os primeiros anos de formação definitivos para que o futuro professor se constitua num profissional comprometido com seu desenvolvimento profissional ao longo de sua prática”(PAIVA, 2002, p.98). A autora destaca também que as disciplinas dos cursos devem estar vinculadas a ações que possibilitem aos estudantes integrar o que aprendem com a prática.

Portanto é preciso preparar para a realidade da sala de aula e para os avanços das tecnologias. Nesse sentido, Santos-Wagner, Nasser e Tinoco (1997) confirmam como deve ser a preparação do novo profissional “precisa receber uma formação que lhe permita, no futuro, pensar, refletir, criticar e adquirir novas informações de acordo com os avanços da

ciência e tecnologia que são imprevisíveis no momento atual” (SANTOS-WAGNER, NASSER E TINOCO, 1997, p.47).

Destaca-se, portanto, a preocupação dos pesquisadores em relação à formação inicial. Onuchic (2009) destaca:

visando à coerência entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro professor, faz-se presente uma peculiaridade muito especial na preparação do professor: ele aprende a profissão num lugar similar àquele em que vai atuar, porém numa situação invertida. Decorre daí que deve haver coerência absoluta entre o que se faz na formação e o que dele se espera como profissional (ONUCHIC, 2009, p.7).

Portanto a formação recebida pelos licenciandos reflete intensamente em sua prática profissional futura: “as pesquisas mostram que futuros professores de matemática encontram dificuldades, entre outras razões, porque vivenciaram e receberam uma formação deficitária” (Onuchic, 2009, p.19).

Para modificar este quadro, é necessário que os licenciandos experimentem, em sua formação, novas metodologias de ensino que podem proporcionar-lhes a aprendizagem e contribuir para sua prática pedagógica. Assim, Nóvoa (1997), apud Viana (2009), afirma:

a formação passa pela experimentação, pela inovação, pelo ensaio de novos modos de trabalho pedagógico. E por uma reflexão crítica sobre sua utilização. A formação passa por processos de investigação, diretamente articulados com práticas educativas (NÓVOA, 1997, p. 28, apud VIANA, 2009, p.3).

Considerando a Metodologia de Resolução de Problemas como um tema importante a ser tratado na formação inicial de professores, Onuchic (2009) orienta:

para que ela seja incorporada à prática profissional dos licenciandos em Matemática, é preciso que seja efetivamente vivenciada durante a formação desses futuros professores. É necessário que, como metodologia de ensino, seja estudada, analisada e discutida nas disciplinas pedagógicas da Licenciatura, mas isso não é suficiente. É fundamental que ela seja utilizada pelos docentes que ministram disciplinas matemáticas nesses cursos, não só para promover a construção de conhecimento relativo aos conteúdos específicos de tais disciplinas, mas também para oferecer a esses licenciandos a oportunidade de vivenciar e, assim, incorporar à sua prática essa forma alternativa e mais atual de trabalho com resolução de problemas nas aulas de Matemática (ONUCHIC, 2009, p.20).

Essa afirmação é sustentada por Mauro Carlos Romanatto (2008):

um pressuposto básico para o trabalho docente com a resolução de problemas, qual seja: em sua formação, os futuros professores, precisam vivenciar essa metodologia de ensino para então poder aplicá-la em suas futuras salas de aula em toda a sua essência (ROMANATTO, 2008, p.4).

O autor ressalta que essa não deve ser apenas sugestão, mas deve se transformar em ação:

propor que o trabalho com a resolução de problemas seja desenvolvido em salas de aula de Matemática não se resolve sugerindo aos professores instruções mais detalhadas por meio de manuais ou cursos. É necessário, portanto, uma profunda mudança na formação (inicial e continuada) dos professores (ROMANATTO, 2008, p.5).

Portanto o professor é muito importante para o desenvolvimento e a aceitação da Resolução de Problemas pelos alunos da Licenciatura. Ele (2008) contribui encorajando-os a explorar, arriscar-se, compartilhar fracassos e sucessos e questionar. E deve estar preparado para enfrentar situações inesperadas, que podem exigir iniciativa e criatividade na tomada de decisões, a fim de superá-las.

O autor afirma ainda:

se enquanto estudantes (formação inicial), os mais variados aspectos da resolução de problemas foram experimentados, com certeza a tomada de decisões mais tarde, enquanto professores serão extremamente facilitadas (ROMANATTO, 2008, p.6).

Nesse sentido, Onuchic (1999) considera o seguinte:

Nenhuma intervenção no processo de aprendizagem pode fazer mais diferença do que um professor bem formado, inteligente e hábil. Investir na qualidade do ensino é o que mais importa. A preparação do professor tem um efeito direto na realização dos alunos, pois ninguém dispende tanto tempo ou tem tanta influência sobre os alunos quanto os próprios professores (ONUCHIC, 1999, p.211).

Sendo assim, ao propiciar uma formação adequada para o professor, apresenta-se o que vai refletir em sua prática na sala de aula e, conseqüentemente, o que vai contribuir para a boa formação do aluno. Dessa forma, fica evidente a relevância da utilização da Resolução de Problemas em cursos de Licenciatura em Matemática.

1.2. A metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Onuchic (1999) considera que o ensino de Matemática, no Brasil, ainda está longe do ideal. É comum apresentá-la às crianças, como “um monstro ameaçador”, o que prejudica o interesse nas escolas, contribuindo para alto índice de reprovação: “em nosso país o ensino de matemática ainda é marcado pelos altos índices de retenção, pela formalização precoce de conceitos, pela excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão” (ONUChic, 1999, p.200). Portanto, ainda que se façam recomendações sobre a utilização de problemas para a aprendizagem de Matemática, observam-se equívocos que contribuem para a manutenção do quadro descrito.

O Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP/RioClaro/SP realiza pesquisas sobre a Resolução de Problemas em todos os níveis de ensino. Esse Grupo, coordenado por Onuchic, propõe uma metodologia de ensino de Matemática denominada Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que desenvolve esta concepção:

ensino e aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual sobre avaliação. Ela, a avaliação, é construída durante a resolução do problema, integrando - se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário (ONUChic, 2008 p. 8).

O conhecimento é construído, pois, ao longo da resolução do problema proposto, como ponto de partida e orientação para a aprendizagem. Os alunos atuam como participantes ativos, questionando os problemas, as soluções, dando sentido ao que fazem. Enquanto isso, o professor se porta como orientador da aprendizagem, sendo a avaliação feita por todos durante o processo. Aprender, na Resolução de Problemas, possibilita que os alunos façam conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos (Onuchic e Allevato, 2009).

No entanto esses autores (2009) consideram não haver formas rígidas para a utilização dessa metodologia em sala de aula. Ao recomendá-la, construíram uma proposta de aula,

juntamente com professores de um curso de educação continuada, inicialmente, em 1998, com o intuito de orientar professores interessados em trabalhar com a Resolução de Problemas.

De acordo com Onuchic (1999), a proposta construída em 1998 considerava as seguintes etapas: a formação de grupos para a entrega das atividades; a atuação do professor, como orientador, observador, organizador, mediador da aprendizagem; a apresentação dos resultados na lousa; a plenária; a análise dos resultados; o consenso e a formalização.

Mas, diante das dificuldades apresentadas pelos alunos, em certas situações, como interpretação do texto do enunciado dos problemas ou habilidades com as operações básicas, surgiu a necessidade de aperfeiçoar a proposta. Assim, Onuchic e Alevatto (2009) destacam que o roteiro foi revisto e aprimorado 10 anos depois.

Em proposta mais atual da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, são consideradas as seguintes etapas:

1-Formação de grupos para a entrega das atividades

O professor entrega as atividades e os alunos, divididos em pequenos grupos, leem e tentam interpretar e compreender o problema proposto, definido como problema gerador, que conduz ao conteúdo que o professor planejou construir na aula.

2- Observação e incentivo

O professor não tem o papel de apenas transmitir do conhecimento. Enquanto os alunos tentam resolver o problema, ele observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Atende em caso de dificuldades, incentivando a troca de ideias entre os alunos e ajudando-os a esclarecer as dúvidas.

3-Auxílio nos problemas secundários

O professor faz a mediação no sentido de levar os alunos a pensar, dando-lhes tempo, acompanhando suas explorações e ajudando-os, quando necessário, a resolver problemas secundários. Trata-se de dúvidas apresentadas pelos alunos no contexto do vocabulário presente no enunciado, no contexto da leitura e interpretação, além daqueles que podem surgir por ocasião da resolução do problema, como notação, passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática, conceitos relacionados, técnicas operatórias, a fim de possibilitar a continuidade do trabalho. O professor incentiva os alunos a utilizar os conhecimentos prévios ou técnicas já conhecidas para resolver o problema; estimula-os a escolher diferentes métodos a partir dos recursos de que dispõem.

4 - Registro das resoluções na lousa

Representantes dos grupos são convidados a registrar as resoluções na lousa. Resoluções certas e erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

5- Realização da plenária.

O professor chama todos os alunos para discutir as resoluções apresentadas pelos colegas, para defender pontos de vista e esclarecer dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos, pois este é um momento bastante rico para a aprendizagem.

6 - Busca do consenso.

Sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta levar a classe a um consenso sobre o resultado correto.

7 – Formalização do conteúdo.

Neste último momento, denominado formalização, o professor faz uma apresentação formal de todos os conceitos de conteúdos construídos, destacando as diferentes técnicas operatórias e as propriedades qualificadas para o assunto.

Ao utilizar a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, para a aprendizagem de Matemática na Educação a Distância (EAD) foram feitas algumas modificações, a fim de adequá-la a situações particulares.

2. EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA

A crescente demanda por formação profissional e a socialização dos saberes evidenciaram a necessidade de mudanças na função e na estrutura das escolas e universidades, ou seja, na educação formal. Assim, em 1993, foi estabelecido um convênio entre o Ministério da Educação e as universidades públicas brasileiras, visando à criação de um Sistema Público de Educação a Distância para o Ensino Superior.

Posteriormente, o Decreto n.º 5.622 (BRASIL, 2005a), da Presidência da República, regulamentou e definiu a Educação a Distância:

Educação a Distância (EaD) é a modalidade educacional na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino e aprendizagem ocorre com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, envolvendo estudantes e professores no desenvolvimento de atividades educativas em lugares ou tempos diversos (BRASIL, 2005, s/p).

Com a popularização da internet e o desenvolvimento das novas tecnologias de informação e comunicação, a EAD tem se consolidado como modalidade de ensino.

As definições mais recentes de EAD enfatizam a educação intermediada pelas novas tecnologias. Segundo Gilmar T. dos Santos, Marcelo Almeida Bairral e Arthur Powell (2007), a internet é uma das responsáveis pelo impulso e interesse atual nos programas formativos a distância. Assim, surgiu a EAD intermediada pela internet, denominada por alguns autores de EAD on-line e por outros de EAD via internet, nesta pesquisa consideradas expressões equivalentes.

Afirma Moran (2002):

Educação on-line pode ser definida como o conjunto de ações de ensino-aprendizagem que são desenvolvidas através de meios telemáticos, como a Internet, a videoconferência e a teleconferência. A educação on-line acontece cada vez mais em situações bem amplas e diferentes, da educação infantil até a pós-graduação, dos cursos regulares aos cursos corporativos (MORAN, 2002, p.1).

Borba, Malheiros e Zulatto (2007) consideram o seguinte:

EaDonline pode ser entendida como a modalidade de educação que acontece primordialmente mediada por interações via internet e tecnologias associadas. Cursos e disciplinas cuja interação aconteça utilizando interfaces como salas de bate-papo, videoconferências, fóruns, etc. se encaixam nessa modalidade (BORBA, MALHEIROS e ZULATTO, 2007, p. 15).

Portanto o aspecto comunicacional da internet ampliou as formas de apresentação da EAD, modificando os papéis dos agentes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Novas ferramentas foram adicionadas ao processo e as interações tornaram-se mais frequentes, com a utilização de fórum, e-mail, chat e videoconferência, entre outros recursos.

2.1. O Ambiente Virtual de Aprendizagem

Na EAD, a internet é a mediadora entre os sujeitos e objetos do processo de ensino e aprendizagem. No entanto, para que se configure esta mediação, é necessário que exista um meio para que isso ocorra. Essas mediações podem ocorrer com ferramentas próprias da internet, como o e-mail. Mas não ter um ambiente próprio para a interação pode dificultar o processo, pois "independentemente da proposta adotada são necessários meios tecnológicos para viabilizar a comunicação" (BORBA, MALHEIROS e ZULATTO, 2007, p.25).

Uma importante ferramenta que tem se destacado é o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), no qual é possível habilitar ferramentas, de acordo com a necessidade e a proposta do curso oferecido. Além de permitir a apresentação do material do curso, possibilita ferramentas, como fórum, chat, lista de discussão e mural. É o que confirmam Borba, Malheiros e Zulatto (2007):

Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) se constituem de um cenário no qual dependendo dos recursos existentes, o ensino e a aprendizagem podem ocorrer de maneira qualitativamente diferenciada (BORBA, MALHEIROS e ZULATTO, 2007, p. 25).

Trata-se de um ambiente munido de diferentes ferramentas de comunicação e informação onde os sujeitos (professores, alunos, pesquisadores, tutores) interagem entre si, em diferentes situações, tendo como objetivo principal promover a construção do conhecimento. Mas o AVA por si só não possibilita a aprendizagem. Explicam Prado e Almeida (2003):

os ambientes virtuais podem configurar-se com características que viabilizem as atividades reflexivas e colaborativas, mas a existência de seus recursos por si mesmo não garante o desenvolvimento de ações dessa natureza (PRADO e ALMEIDA, 2003, p. 81).

Malheiros (2008) considera que um ambiente virtual pode ser considerado um ambiente de aprendizagem, se os atores envolvidos na produção de conhecimento estiverem

condicionados à aprendizagem. Moran (2003) destaca que é necessário o acompanhamento do professor:

Educar em ambientes virtuais exige mais dedicação do professor, mais apoio de uma equipe técnico-pedagógica, mais tempo de preparação – ao menos nesta primeira fase - e principalmente de acompanhamento, mas para os alunos há um ganho grande de personalização da aprendizagem, de adaptação ao seu ritmo de vida, principalmente na fase adulta (MORAN, 2003, p. 11).

Desse modo, as noções de espaço e tempo de ensino e de aprendizagem, o ambiente e o espaço das atividades, o formato de público, o papel do professor, os materiais e os procedimentos didáticos também foram reconfigurados na EAD. Esses conceitos e noções foram flexibilizados ou remodelados (MORAES, 2010). Na nova configuração, alterou-se também o papel do aluno, que precisa desenvolver características que são importantes em qualquer modalidade de ensino, mas imprescindíveis na EAD. Dessa forma, autodisciplina e capacidade de autoinstrução, de colaboração e de interação tornaram-se de grande importância para existir um ambiente favorável à aprendizagem, porque os alunos passam a ter responsabilidade no seu processo de aprendizagem.

Um exemplo de AVA é fornecido pela Plataforma Moodle, utilizada em várias instituições que oferecem cursos a distância, como é o caso da UFOP.

O Moodle, acrônimo de Modular Object Oriented Dynamic Learning Environment, é um sistema de gerência de ensino, desenvolvido por colaboradores, em todo o mundo, de forma contínua, e é um projeto baseado em software livre, num quadro construcionista social de educação:

o desenho e desenvolvimento do Moodle é guiado por uma filosofia de aprendizagem especial, um modo de pensar sobre o qual são encontradas referências, em poucas palavras, como uma “pedagogia socioconstrutivista” (MOODLE, 2011, s/p, grifo do autor).

Além disso, a Plataforma Moodle oferece vários recursos aos usuários, para o ensino totalmente a distância, com ferramentas, como chat, fórum, questionário, pesquisa de opinião, tarefa, módulo de avaliação, que podem ser utilizados de formas variadas. Tornou-se possível realizar atividades, criar páginas de texto simples, inserir link em um arquivo ou site, visualizar o diretório ou pasta. O ambiente e a disponibilidade das ferramentas variam de acordo com a proposta do curso e podem variar de acordo com a instituição.

2.2. A aprendizagem na Educação a Distância: Interação, Colaboração e Diálogo no Ambiente Virtual de Aprendizagem

Com e a consolidação da EAD, a aprendizagem também se tornou alvo de preocupação. Os alunos da EAD têm disponível uma gama de informações. No entanto confunde-se informação com conhecimento. Segundo Moran (2000), "conhecer é integrar a informação no nosso referencial, no nosso paradigma, apropriando-a, tornando-a significativa para nós. O conhecimento não se passa, o conhecimento cria-se, constrói-se" (MORAN, 2000, p.54).

Apoiando-se no paradigma histórico-social, Viana (2004) considera a aprendizagem como atividade de produção e reprodução do conhecimento, sob condições de orientação e interação social. Assim, sustentada pelas ideias de Vigotsky, diz a autora:

a aprendizagem é uma atividade social, uma atividade de produção e reprodução do conhecimento mediante o qual a criança assimila os modos sociais de atividade e de interação, e, mais tarde, na escola, os fundamentos do conhecimento científico, sob condições de orientação e interação social. Este conceito de aprendizagem coloca no centro de atenção, o sujeito ativo, consciente, orientado para um objetivo: sua interação com outros sujeitos (o professor e outros estudantes), suas ações com o objeto, com a utilização de diversos meios em condições sócio-históricas determinadas (VIANA, 2004, p.13).

Concordando com essa conceituação de aprendizagem, Alrø e Skovsmose (2006) afirmam:

Aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais. E por conseguinte, a aprendizagem depende da qualidade do contato nas relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes. (ALRØ e SKOVSMOSE, 2006, p.12)

Conclui-se que fatores que permitem relações entre os indivíduos podem favorecer a aprendizagem. Borba, Malheiros e Zulatto (2007) confirmam:

a **interação** o **diálogo** e a **colaboração** são fatores que condicionam a natureza da aprendizagem, uma vez que acreditamos que a qualidade da EaD on-line está diretamente relacionada a eles, os quais resultam na qualidade da participação dos envolvidos durante o processo de produção do conhecimento (BORBA, MALHEIROS e ZULATTO, 2007, p.27, grifo dos autores).

Borba (2007) considera que esses três elementos são fundamentais para a produção do conhecimento. Com o desenvolvimento das tecnologias, o AVA tem suporte tecnológico, para propiciar a interação, os processos colaborativos e o diálogo, entre os alunos da EAD.

Belloni (2009) destaca que, na interação, existe o retorno imediato, a troca de mensagem de caráter socioafetivo, ao mesmo tempo em que há a troca de informação, contribuindo para a aprendizagem.

Moran (2000) conclui:

Aprendemos quando perguntamos, questionamos (...) quando interagimos com o outro e o mundo e depois, quando interiorizamos, quando nos voltamos para dentro, fazendo na nossa própria síntese, nosso reencontro do mundo exterior com a nossa reelaboração pessoal (MORAN, 2000, p.).

A interação, pois, torna possível a aprendizagem. Para alguns autores, como Borba, Malheiros e Zulatto (2007), a qualidade e a natureza da aprendizagem está diretamente ligada à intensidade e à qualidade da interação. E confirmam:

quando o foco é a aprendizagem matemática, a interação é uma condição necessária no seu processo. Trocar ideias, compartilhar as soluções encontradas para um problema proposto, expor o raciocínio, são ações que constituem o “fazer” matemática (BORBA, MALHEIROS e ZULATTO, 2007, p.27, grifo dos autores).

A EAD, como se vê, possibilita que os alunos construam a sua aprendizagem por meio de diversas ações, na interação.

Belloni (2009) afirma o seguinte: “em qualquer situação educacional, e muito especialmente em EaD, a aprendizagem efetiva é necessariamente ativa” (BELLONI, 2009, p.42).

Na EAD, outro fator considerado importante no processo de ensino e aprendizagem é o diálogo. De acordo com Alrø e Skovsmose (2006), esse tipo de diálogo é uma “conversação que visa à aprendizagem” (ALRØ e SKOVSMOSE, 2006, p.119), ou seja, quando os alunos desejam obter novos conhecimentos, o diálogo pode permitir que os envolvidos compartilhem o desejo de investigar. Os autores citados consideram que “dialogar é um elemento fundamental para a liberdade de aprender” (ALRØ e SKOVSMOSE, 2006,

p.13), é uma “forma humilde e respeitosa de cooperar com o outro numa relação de confiança mútua (ALRØ e SKOVSMOSE, 2006, p.121).

Os alunos da EAD, pelo exposto, têm de dialogar com seus pares, a fim de promover a efetiva aprendizagem, pois podem trocar ideias, fazer conjecturas, tirar dúvidas e realizar outras ações.

Uma ferramenta muito útil nos processos de diálogo, na EAD, é o chat, que permite o retorno imediato para perguntas que angustiam, o debate de opiniões e o desenvolvimento da criticidade. Possibilita e até mesmo motiva a participação efetiva do aluno, impulsionando a aprendizagem. No diálogo, não há respostas prontas ou conhecidas anteriormente, para os problemas ou questionamentos. Elas emergem no momento compartilhado de investigação e reflexão, visando à apropriação do conhecimento (ALRØ e SKOVSMOSE, 2006).

Em suas reflexões sobre o diálogo, Borba, Malheiros e Zulatto (2007) afirmam:

[o] diálogo é visto como um processo de descoberta, influenciado pelo fazer coletivo e compartilhado. Assim, ele não se constitui apenas como mero ato das pessoas se comunicarem, mas da profundidade e riqueza desse ato (BORBA, MALHEIROS e ZULATTO, 2007, p.26).

Outro aspecto importante para a aprendizagem, na EAD, é a participação colaborativa:

se entende pela participação que não se limita a responder ‘sim’ ou ‘não’, mas procura intervir no processo de comunicação, tornando-se co-criadora da emissão e da recepção (BORBA; MALHEIROS e ZULATTO, 2007, p.27, grifos dos autores).

Professor e alunos devem atuar como parceiros no processo de aprendizagem, de que a colaboração é parte:

num processo colaborativo, todos tem participação ativa. A realização de atividade acontece de forma coletiva, de modo que a tarefa de um complementa a do outro, visto que, na colaboração, todos visam a atingir objetivos comuns, trabalhando conjuntamente e se apoiando mutuamente para isso. (...) É um ambiente de contribuição, em que se somam as individualidades na busca de um benefício coletivo. (BORBA; MALHEIROS e ZULATTO, 2007, p.29-30).

Pesquisadores destacam que a colaboração começa com a determinação interna do participante para trabalhar junto, fazer parte do grupo. Assim as parcerias são espontâneas e voluntárias (BORBA MALHEIROS e ZULATTO, 2007; FERREIRA, 2003).

Partindo de conceitos abordados, como interação, diálogo, aprendizagem e colaboração, e de outros não abordados diretamente, como seres-humanos-com-mídias, coletivo pensante, Zulatto (2007), define, no âmbito da EAD, a aprendizagem colaborativa assim:

o processo em que alunos, professores e tecnologia participam ativamente e interagem a distância para produzir significados coletivamente, levantando incertezas que alimentam a busca por compreensões e suscitam novas incertezas. Dessa forma, seres humanos e mídias planejam e desenvolvem ações de interesse de um grupo, respeitando as individualidades, de modo a produzir conhecimento colaborativamente no ciberespaço (ZULATTO, 2007, p.70).

Em suma, a aprendizagem, na EAD, pode ser possibilitada pelas interações realizadas no AVA. Para isso, usam-se ferramentas, como chat, fórum, videoconferência, utilizadas por alunos e professores, para promover o diálogo que visa à construção do conhecimento. Além disso, elas propiciam um ambiente de interação e colaboração entre os pares, para desenvolver ações de interesse do grupo e, com isso, promover a aprendizagem efetiva de forma significativa.

3. PROPOSTA DE UTILIZAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM

Como foi dito, é importante que os licenciandos vivenciem a prática durante a formação. Além disso, foi destacada a relevância da utilização da Resolução de Problemas na Licenciatura em Matemática. No entanto as pesquisas desenvolvidas nesse campo, em geral, estão no âmbito do ensino presencial. Com a nova realidade do ensino no país e o crescimento da oferta de cursos na EAD, faz-se necessário desenvolver pesquisas que incluam alunos desta modalidade de ensino.

Por essa razão, a pesquisa “Resolução de Problemas em Ambientes Virtuais de Aprendizagem num curso de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância”, realizada no Mestrado Profissional em Educação Matemática da UFOP, buscou investigar que contribuições a metodologia de Resolução de Problemas pode trazer para os licenciandos em Matemática, em EAD, participantes. Para isso, foi utilizada uma adaptação da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas proposta por Onuchic (1999). Essa pesquisa deu origem a uma proposta para se utilizar a Resolução de Problemas em Ambiente Virtual de Aprendizagem. No entanto, não se instituiu um modelo rígido, podendo ser livremente adaptado, de acordo com certas especificidades.

A Proposta

Ao utilizar a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas proposta por Onuchic (1999), é preciso definir, inicialmente, o que é um problema. Nessa proposta, utilizamos a definição dada por Onuchic (1999): “problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver” (ONUCHIC, 1999, p.215).

Esse conhecimento é importante, porque o interesse pelos problemas é fundamental, para que, de fato, seja problema para o estudante que vai resolvê-lo. Dessa forma recomenda-se que o professor investigue as áreas de interesse alunos. Assim, terá condições de selecionar ou elaborar problemas em área de interesse, envolvendo o conteúdo de matemático pretendido pelo professor (do curso ou disciplina específica) ou escolhido pelos alunos, se o professor assim preferir. O problema passa ser o ponto de partida e, na resolução, o professor faz conexões entre os diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos (ONUCHIC, 1999).

No AVA, as ferramentas utilizadas são o fórum e o chat. São ferramentas disponíveis na Plataforma Moodle, utilizada nos cursos da EAD da UFOP e de outras instituições. Outros AVA disponibilizam essas ferramentas.

Uma vantagem na utilização do fórum é que os participantes não precisam estar conectados ao mesmo tempo, não sendo necessário um horário específico para postagem de suas resoluções, dúvidas ou discussões. Assim, cada um pode, a seu tempo, participar das atividades.

Para utilizar o fórum com a metodologia apresentada, é recomendável que se estabeleça com os alunos o período de duração. Por exemplo: cinco dias, uma semana, duas semanas.

O chat ou sala de bate-papo é uma ferramenta que permite a comunicação síncrona entre os participantes. Por essa razão, é necessário que estes estejam conectados simultaneamente. Essa ferramenta é interessante, pois permite aos participantes uma resposta imediata. No entanto, devido à necessidade de conexão simultânea, nem sempre todos podem participar. Por essa razão, recomenda-se propor os dias e horários dos chats desde o início do curso ou disciplina.

Mesmo não havendo uma forma rígida na utilização dessa metodologia, nela se propõe a formação de grupos para a distribuição das atividades, que devem ser compartilhadas por meio da troca de ideias e experiências. O professor passa a ser observador, organizador, consultor, mediador, interventor e incentivador da aprendizagem e também estimula o trabalho colaborativo. Auxilia nos problemas secundários advindos de dificuldades de interpretação do enunciado dos problemas ou outras dificuldades apresentadas, a fim de dar continuidade ao trabalho. As soluções e resoluções são apresentadas e são discutidas pelos alunos. Em seguida, realiza-se a plenária com os grupos apresentando seus resultados. Busca-se o consenso e, a partir daí, o professor apresenta a formalização dos conteúdos abordados nos problemas.

A proposta da utilização dessa metodologia parte do princípio de que o aluno precisa estar interessado em resolver os problemas. As atividades são distribuídas e os grupos podem ser formados naturalmente entre os alunos.

Diante do exposto, propõem-se utilizar os seguintes passos:

- 1- Fazer a postagem dos problemas na Plataforma Moodle.

A postagem deve ser feita no início do período de duração de cada fórum, previamente estabelecido. Assim, as atividades são distribuídas aos alunos para que possam ler, interpretar, discutir e entender os problemas.

2. Durante o período estabelecido, os alunos debatem os problemas, postam suas resoluções e as discutem no fórum com colegas, professores e/ou tutores, no AVA.

3- O professor observa, incentiva e participa do processo de discussão. Ajuda nos problemas secundários, dá o *feedback* das resoluções postadas, responde e faz perguntas, tira dúvidas e acompanha de perto as discussões entre os alunos no fórum.

4- No fim do período estabelecido, as impressões dos alunos sobre os problemas e a formalização dos resultados podem ser apresentadas nos chats semanais ou em um fórum específico. Trata-se de uma plenária virtual para discutir os problemas, finalizando-a com uma solução aceita por todos, chegando ao consenso.

5- Após o chat (plenária), uma resolução é postada no AVA, para que todos os alunos tenham acesso, observando os conteúdos apresentados nos problemas. A seguir, formaliza-se o conteúdo matemático abordado.

Com essa metodologia, espera-se que o ensino e aprendizagem ocorram simultaneamente, para a construção do conhecimento, ao longo da resolução do problema, proposto como ponto de partida e orientação. Os alunos atuam como participantes ativos, questionando os problemas, as soluções, dando sentido ao que fazem. O professor atua como orientador da construção do conhecimento. A avaliação é construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino, a fim de acompanhar o desenvolvimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário (ONUCHIC, 2008; ONUCHIC e ALLEVATO, 2009).

Durante a realização dos fóruns e chats, a resolução e discussão dos problemas promovem a interação, o diálogo e a colaboração entre os participantes. Esses fatores são primordiais para a aprendizagem na EAD (BELLONI, 2009; BORBA MALHEIROS e ZULATTO, 2007).

Nesta proposta, não é apresentada uma lista de problemas porque eles devem estar adequados à realidade de cada grupo participante. O que é problema para um, pode não ser para outro (Viana, 2002). Assim, a escolha e elaboração dos problemas dependem do professor e do grupo participante.

4. UTILIZANDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM – EXEMPLOS

Neste item, apresentamos alguns exemplos de discussão e resolução de problemas em fóruns e chats realizados durante a pesquisa citada. Os nomes dos participantes da pesquisa encontram-se codificados: SJ01, SJ02,...,SJ23. A linguagem escrita dos participantes, nos fóruns e chats, não foi corrigida.

4.1 - Resolução de Problemas no fórum

A discussão apresentada a seguir refere-se à Atividade 3, na qual se buscou utilizar o princípio da Contagem e iniciar a Análise Combinatória, sem, no entanto, utilizar problemas com o nível de complexidade elevado. Aproveitou-se também para abordar o Volume do Cone, em um problema que possibilitou a discussão de outros temas. O pesquisado foi deixado livre para propor uma resolução para os problemas. A discussão do problema 8, que trata do Volume do Cone não será, aqui, apresentada.

Atividade 3 - Resolver os problemas 6, 7 e 8

Conteúdos abordados: conceitos da Análise Combinatória, Geometria e outros que os pesquisados quisessem utilizar na resolução.

Objetivos do Problema 6

Levar os pesquisados a pensar logicamente uma solução para o problema, utilizando seus conhecimentos e buscando estratégias adequadas.

Objetivos do Problema 7

Levar os alunos a solucionar o problema e sugerir uma solução plausível matematicamente, sem se prender a um conteúdo específico.

6)Um guarda de trânsito distraído não conseguiu aplicar a multa porque só lembrava que a placa do carro era formada pelas letras MTI seguidas de quatro algarismos diferentes, sendo que o algarismo das unidades era o 7. Essa pouca informação dificultou seu trabalho, devido ao número de placas suspeitas. Qual é a quantidade de placas suspeitas?

7) Para posar para uma foto, 3 alunos e 4 alunas vão se posicionar lado a lado diante de uma câmera.

Responda:

a) Não havendo restrição quanto à posição relativa dos alunos, qual o número máximo possível de posicionamentos distintos podemos obter?

b) Se cada menino ficar entre duas meninas, qual o número máximo possível de posicionamentos distintos podemos obter?

Esses problemas, apesar de serem aparentemente simples, desencadearam discussões interessantes para a aprendizagem no AVA, pois o assunto estava entre os conteúdos de interesse dos alunos, na consulta que lhes foi feita, gerando e tirando dúvidas sobre arranjo e permutação. Alguns alunos foram pesquisar sobre o assunto, antes da tentativa de resolução. Nesse fórum, houve até participação de um tutor em algumas discussões dos alunos. Entre estes houve interação, por meio do diálogo e da colaboração, da forma em que foram apresentados por Borba, Malheiros e Zulatto (2007).

Assim, ao enviar sua resolução, SJ17 apresentou a pesquisa realizada sobre o conteúdo que emergiu do problema, fez comentários sobre suas dúvidas e apresentou uma solução, que logo foi questionada:

SJ17- quarta, 28 abril 2010, 14:12

Assim que li o problema percebi que se tratava de Análise Combinatória, porém fiquei em dúvida se usaria o arranjo simples ou combinação (por serem muito parecidos), mas após alguns estudos percebi que a Combinações de n elementos tomados p a p ($p \leq n$) são os subconjuntos com exatamente p elementos que se podem formar com os n elementos dados.

Observação: Por serem subconjuntos, as ordens dos elementos não importam.

Fórmula: $C(m,p) = \frac{m!}{(m-p)! p!}$

$m = 10 \quad p = 3$

$$C(m,p) = \frac{m!}{(m-p)! p!}$$

$$C(10,3) = \frac{10!}{(10-3)!3!}$$

$$C(10,3) = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)(3 \cdot 2 \cdot 1)}$$

$$C(10,3) = 120$$

Tutor- quinta, 29 abril 2010, 12:33

SJ17. Você pensa que a ordem dos números das placas importa? Pense mais em seu raciocínio.

O questionamento feito a SJ17, fez com que ele reavaliasse sua resolução e, a partir dessa avaliação, emergiram dúvidas que persistiam, pois ao resolver o problema, não houve o entendimento completo do conteúdo envolvido. Assim, SJ17 buscou nos colegas, o esclarecimento do conteúdo.

SJ17- sábado, 1 maio 2010, 11:36,

Ei, muito boa sua colocação, confesso que acho arranjo e combinação muito parecidos como disse no início, porém os resultados são bastante diferentes... Então nesse caso usamos o arranjo?... qual a PRINCIPAL diferença?... é a ordem?... (grifo do sujeito da pesquisa)

Assim SJ17 trouxe os colegas para a discussão, quando pediu ajuda para entender o conteúdo explorado:

SJ17- sábado, 1 maio 2010, 11:45

Oi JP23, Em arranjo a ordem é importante? e em combinação a ordem não importa? Porque quando a ordem é importante o resultado é maior? Não deveria ser o contrário, se a ordem importa o resultado deveria ser reduzido (menor), em comparação ao mesmo problema onde a ordem não importa... (penso)...Estou em dúvidas. (Grifo do sujeito da pesquisa)

Se puder me ajudar agradeço! Abraços, SJ17. (Grifo nosso).

Seu pedido foi logo atendido. Não apenas pelo colega ao qual SJ17 diretamente se reportou, como também por outros estudantes que resolveram pesquisar a fim de compreender o assunto, ajudar e colaborar com o grupo.

SJ23 explicou para SJ17, até exemplificando, o problema:

SJ23 - sábado, 1 maio 2010, 15:40

SJ17, em arranjo simples, os elementos são distintos, a ordem é importante, o número de elementos - n é maior que o número de etapas - p e, primeiramente, escolhemos para depois ordenar. Nesta atividade, usei arranjo porque, se eu analisar, por exemplo, as placas MTI 0347, MTI 0437, MTI 3047, MTI 3407, MTI 4037 e MTI 4307 vemos que elas são diferentes entre si. Observe que o 7 não mudou de lugar porque ele deve ficar apenas na casa das unidades. Os algarismos 0,3 e 4 foram mudando de lugar, ou seja, a ordem importa. Mudando a ordem eu obtenho placas diferentes.Colegas me corrijam se eu estiver equivocada ok?Abraços (Grifo nosso).

Mesmo SJ23 aparentando segurança na explicação, chamou o grupo para a discussão, a fim de corrigi-la, caso ela estivesse equivocada. A partir das explicações da colega, SJ17 tirou suas conclusões sobre a discussão e quis saber se entendeu corretamente:

SJ17- sábado, 1 maio 2010, 18:30

Então SJ23, posso concluir que:

Arranjo ---> a ordem é importante, usamos quando se trata de números.

Combinação ---> a ordem não é importante, usamos quando se trata de objetos, pessoas. Seria isso? (Grifo nosso)

Nesse momento, outra aluna entrou na discussão e explicou:

SJ13 - sábado, 1 maio 2010, 23:17

Olá SJ17,

Arranjo é quando a ordem importa. Por exemplo, quando vamos decidir um conselho de professores, entre 4 professores quem será o presidente, o secretário, o tesoureiro, o suplente. A ordem importa. Ou quando queremos criar 5 números de 3 algarismos (por exemplo: 2, 5,7), a ordem importa, pois 572 é diferente de 752 e 257.

Já em combinação a ordem não importa. Por exemplo, vamos formar um conselho de 5 professores, entre 15 professores. Aqui a ordem não importa, pois não delimitamos as funções. A ordem também não importa quando temos 5 algarismos e queremos agrupá-los de 3 em 3, não vamos formar números, apenas agrupá-los, queremos fazer apenas subconjuntos.

Nesses exercícios o mais difícil é definir qual usar, mas decidido isso é só jogar na fórmula:

Arranjo: $n! / (n-P!)$ onde n é o todo

P = são os grupos menores

Combinação: $n! / P!(n-P!)$

Espero ter ajudado,

SJ17- domingo, 2 maio 2010, 00:18

SJ13 e SJ23,

Que bom poder contar com vocês!

Muito obrigada, valeu!!! SJ17 (grifo nosso)

Após essas discussões, SJ17 agradeceu às colegas, reformulou sua solução e novamente postou para análise do grupo de alunos e professores.

Ao observar a nova postagem, percebemos que a aluna não resolveu o segundo problema. A fim de incentivá-la a resolver e analisá-lo, sem a necessidade de recorrer imediatamente a fórmulas, postamos uma mensagem direcionada:

Pesquisadora - domingo, 2 maio 2010, 17:00

SJ17, vi que você não respondeu a questão 2.

Sem utilizar fórmulas, analise o seguinte:

São 7 crianças - 3 meninos e 4 meninas. Eles vão sair numa foto, lado a lado sem restrições.

Então: _ _ _ _ _

Para a primeira posição, você tem 7 possibilidades de preenchimento.

Para a segunda posição, vai restar 6 possibilidades, já que a primeira já está preenchida com alguém.

Para a terceira posição, você vai ter 5 possibilidades;

Para a quarta, 4 possibilidades;

Para a quinta, 3 possibilidades;

...

Assim, você terá: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \dots$

Usando este mesmo raciocínio, poderá responder o item b, e ainda seria outra possibilidade para o problema 1.

Suas resoluções dos problemas 1 e 3 estão muito boas.

Abraços.

Dsad.

A partir dessa sugestão, surgiram outros questionamentos, referentes ao problema 7. Nesse momento SJ17 apresentou sua ideia sobre a resolução do problema e questionou o fato de que o uso do termo *alunos* indicava tanto meninas quanto meninos, criando confusão para a resolução. No entanto, no item b, fez afirmações que foram discutidas:

SJ17- domingo, 2 maio 2010, 17:41

Obrigada Pesquisadora,

Quanto a questão 2, fiz algumas obs. pois são 3 alunos e 4 alunas, a primeira pergunta em minha opinião se refere aos alunos e não ao total de alunos e alunas. Por isso usei os 3 alunos.

A segunda pergunta depois de sua colocação devo repensar, mas o que observei foi que é impossível colocar todos na foto tendo 1 menino entre 2 meninas. Veja:

.# = menino

.@ = menina

Então 1# entre 2@ seguindo o que se pede teremos:

. @ @ # @ @ # e o outro # ficará onde?

Entendeu minha colocação?

O que acha? (Grifo nosso)

Nesse momento, ao perceber o equívoco, foi postada a seguinte explicação:

Pesquisadora - terça, 4 maio 2010, 16:52

Oi SJ17, Considerando M= menina e m= menino, poderíamos fazer assim:

M mMmMmM cada menino entre duas meninas.

Abraços.

Dsad

Após essa postagem, a aluna ficou surpresa ao perceber que havia outra possibilidade. Agradeceu, aceitou que seu pensamento inicial estava equivocado e se propôs a refazer o item *b* do problema. No entanto novamente ela fez seu questionamento sobre a escrita do item *a* e pediu que posicionássemos a respeito.

SJ17- terça, 4 maio 2010, 20:09

Ei Débora,

Nossa! É verdade, agora vejo que coloquei 1 menino entre 4 meninas, irei refazer....

E a primeira solução? Conversei com alguns colegas e eles ficaram na dúvida, mas não se posicionaram. Volto a insistir que se os dados fossem 3 meninos e 4 meninas, assim a pergunta poderia ser feita quantos alunos, desta forma trabalharíamos com o total de 7. Logo os dados foram alunos e alunas, e a pergunta foi quantos alunos, portanto usei 3. O que acha?

Aguardo resposta,

SJ17. (grifo nosso)

O comentário de SJ17 foi considerado pertinente, sendo percebido por todos os participantes a necessidade de formular problemas sem ambiguidade no texto, afim de não prejudicar o pensamento lógico durante a resolução. Assim, foi justificada a ela a situação do problema.

Pesquisadora - quarta, 5 maio 2010, 23:50

SJ17, faz sentido.... Realmente se tivéssemos colocado meninos e meninas, ficaria mais claro. Por outro lado, o termo alunos é comum ser usado para ambos os gêneros, (apesar de gerar dúvidas) e como todos vão sair na foto, ficaria sem sentido ver as possibilidades de posicionamento apenas dos meninos.

Como esta é uma questão aberta, acho que é possível considerar os dois casos.

Estes problemas são bons também para observarmos se o que queremos com o problema está suficientemente claro para todos que o leem.

Foi muito boa a sua observação.

Abraços.

Depois dessas discussões, outro aluno apresentou a SJ17 mais uma possibilidade.

SJ15 - quinta, 13 maio 2010, 10:28

SJ17 para encontrar o resultado acho que bastaria fazer fatorial de 7 sobre fatorial de 5! x2! então faço a divisão e encontro o valor desejado, não é isso?

Na discussão do primeiro problema, foi possível perceber que houve interação de vários alunos entre si e entre a aluna e a pesquisadora, como também a colaboração para a

resolução do problema e esclarecimento do conteúdo. Também foi possível perceber características do diálogo, visando à aprendizagem entre os envolvidos.

Paralelamente a essas discussões, num outro tópico aberto pela aluna SJ10 no fórum, havia outra discussão sobre o mesmo assunto. Nesse, assim como SJ17, SJ10 afirmava ter feito pesquisas sobre o assunto na internet e apresentou a sua resolução para os três problemas:

SJ10: Para entender melhor a resolução dos três problemas propostos, pesquisei na internet sobre Análise Combinatória(...) [no arquivo anexo]. Usei Análise combinatória para resolvê-los, não sei se usei os números certos. Vamos ver... Achei interessante este, pois foi bom para relembrar o que já tinha esquecido (grifo nosso).

No entanto, após observar as resoluções de SJ10, foi feita a sugestão de que ela analisasse suas respostas, pois havia equívocos na interpretação do problema. Sua postagem foi prontamente respondida.

Tutor- quinta, 29 abril 2010, 12:40
Olá SJ10. Dê uma analisada em suas respostas.
Penso que na 1ª você confundiu os conceitos de arranjo e combinação.
Na 2ª foto aparecerão as 7 pessoas e não de duas a duas. Acho que houve um erro de interpretação.
SJ10- quinta, 29 abril 2010, 21:53
Ei Tutor, na primeira questão eu pensava ter montado corretamente, já a segunda fiquei na dúvida, a terceira nem se fala rrsrs.
Valeu pelo toque
T já SJ10

No intuito de contribuir com a resolução e indicar outra possibilidade, foi feita a seguinte orientação:

Pesquisadora - sexta, 30 abril 2010, 18:17
SJ10 , os problemas 1 e 2 não são tão complexos assim. São problemas que podem ser resolvidos com o principio multiplicativo. Não é necessária a utilização de fórmulas.
Analise novamente, como sugeriu o Tutor.
Abraços.

Após considerar as orientações dos professores e da pesquisadora, a aluna postou uma segunda solução, fazendo, de forma satisfatória, as considerações sobre os problemas de Análise Combinatória. As dúvidas, sobre esse assunto, foram sanadas.

4.2 - Resolução de problemas no chat

Durante a realização da pesquisa, foram realizados chats referentes às atividades realizadas. Alguns problemas interferiram na realização da atividade. Houve dificuldades de conexão e incompatibilidade de horários dos participantes da pesquisa.

No entanto, quando realizados, os chats possibilitaram debates importantes, permitindo um contato maior entre alunos e professores, por se tratar de uma ferramenta de interação síncrona. Assim com os chats, foram realizadas as plenárias virtuais sobre a resolução dos problemas da semana (período estipulado para discussão dos problemas), que permitiram que os alunos expusessem soluções, estratégias, pontos de vista, alegrias e angústias.

Foram realizados dois chats para discussão da Atividade 5, o ChatA5 e o ChatA5a, com grupos diferentes de participantes.

Nessa atividade foram disponibilizados dois problemas que abordavam raciocínio lógico e Funções. Os problemas, apresentados da seguinte forma:

11) Um policial rodoviário deteve Carlos, João, José, Marcelo e Roberto, suspeitos de terem causado um acidente fatal em uma autoestrada.

Na inquirição, os suspeitos afirmaram o seguinte:

Carlos: - O culpado é João ou José.

João: - O culpado é Marcelo ou Roberto.

José: - O culpado não é Roberto.

Marcelo: - O culpado está mentindo.

Roberto: - O culpado não é José.

Sabe-se ainda o seguinte:

Existe apenas um culpado;

O suspeito único sempre mente e todos os demais sempre falam a verdade.

Com essas informações, pode-se concluir qual deles é culpado?

12) Para castigar os alunos de sua turma por indisciplina, o professor Zerus decidiu descontar da nota mensal de cada uma percentagem igual à nota da prova. Assim, quem tirou 60 terá um desconto de 60% na nota, quem tirou 20, um desconto de 20% na nota, e assim por diante. A nota mensal máxima é 100.

(a) Quem vai ficar com a maior nota?

(b) Quem vai ficar com a menor nota?

(c) Alunos que tiraram notas boas reclamaram que vão ficar com a mesma nota dos que tiraram notas más. Eles estão certos? Justifique.

No primeiro problema foi enfatizado o raciocínio lógico e os alunos tiveram a oportunidade de discutir as possibilidades para chegar a uma solução. Além dos fóruns, este problema foi debatido entre dois alunos no ChatA5a, chegando a uma solução para o problema. Nesse chat houve a participação de apenas 2 alunos. Eles aproveitaram muito bem a sala de bate-papo para discutir um dos problemas propostos. Com isso trocaram informações e conseguiram solucionar o problema por meio do diálogo e da interação entre eles, mesmo com dificuldades com a conexão.

ChatA5 -terça, 11 maio 2010, 20:18 - terça, 11 maio 2010, 20:55
20:26 SJ01: vc viu os problemas???
20:28 SJ03: sim eu dei uma olhada, mas ainda não tive tempo de responder
20:31 SJ01: Se Jóse mente, então Roberto é o culpado...mas Marcelo diz q o culpado mente...
20:31: SJ03abandonou este chat
20:33: SJ03entrou no chat
20:34 SJ03: desculpe mas a minha net caiu
20:34 SJ03: então voltando ao assunto
20:34 SJ01: ok
20:34 SJ03: então existe um mentiroso q pode ser José
20:36 SJ01: mas José não é culpado.
20:37 SJ03: Marcelo mente, mas o culpado fala a verdade, mas os outros falam a verdade
20:38 SJ01: então apenas um suspeito esta mentindo
20:40 SJ03: então podemos ter em mente que José, Roberto e Marcelo estão dizendo a verdade
20:41 SJ01: nem Roberto e nem José tem culpa
20:43 SJ03: sabemos q o culpado mente
20:43 SJ01: Mas João falou q Roberto e Marcelo são culpados
20:45 SJ03: mas eles não são culpados
20:45 SJ01: Há então João mente
20:46 SJ03: assim quem mente é culpado
20:46 SJ03: matamos a charada
20:46 SJ03: joão mente então ele é o culpado
20:46: SJ01 abandonou este chat
20:47: SJ01 entrou no chat
20:48: SJ01 abandonou este chat
20:49: SJ01 entrou no chat
20:49 SJ03: eh
20:49 SJ03: rrsrrsrrsrrsrrsrrs
20:52 SJ03: chegamos a solução final então
20:53 SJ01: Acredito q sim,..
20:53 SJ01: valeu a pena discutirmos rrsr
20:54 SJ03: mesmo sendo só nós dois, mas chegamos a resposta final
20:54 SJ01: ,vou indo
20:54 SJ01: até mais
20:54 SJ03: até
20:55 SJ03: e bons estudos

20:55 SJ03: precisamos nos preparar para a prova rrsrsrsrsrsrsrs

20:55 SJ01: para vc tb...

Nesse caso, observa-se que SJ01 e SJ03 dialogaram com um fim específico de resolver um problema sobre lógica. O objetivo foi alcançado e os dois se mostraram satisfeitos com a resolução.

O segundo problema trouxe uma abordagem curiosa e descontraída, pois o aluno deveria utilizar seus conhecimentos matemáticos na resolução. Apesar de ser um problema considerado de fácil solução, alguns participantes da pesquisa mostraram dificuldades para entendê-lo. No entanto os que mostraram suas soluções, depois de discussão com os colegas, trouxeram uma abordagem algébrica do problema. Nenhum aluno percebeu, de antemão, que seria possível ver o resultado graficamente. Por essa razão, a pesquisadora passou a indagar aos alunos que postavam suas resoluções nos fóruns com a seguinte pergunta: “É possível escrever uma função que descreva o comportamento das notas?” Alguns alunos ficaram surpresos com a possibilidade e buscaram descobrir a função pedida, surgindo muitas dúvidas. Além do mais, alguns alunos que resolveram algebricamente o problema não consideraram haver duas possibilidades de resposta para o item *b*. Para outros, a descoberta da função pedida foi feita depois da discussão no ChatA5a.

Nesse chat houve a participação de 5 pesquisados e da pesquisadora. Nele, o pesquisado SJ06 queria saber se sua solução para o problema era válida e externou as dificuldades encontradas, iniciando a discussão do problema.

Chat A5a - segunda, 17 maio 2010, 19:59 --> segunda, 17 maio 2010, 21:13

20:09 SJ06: Você viu a função para o segundo problema?

20:10 SJ06: Gostaria de saber se está certa.

.....

20:12 SJ06: tive dificuldade nesses problemas

20:13 SJ08: esses problemas sempre trazem alguma dificuldade

20:13 SJ06: é verdade

20:15 SJ06: Alguém fez a função da número 2?

20:15 Pesquisadora: SJ06, a função deve valer em todo o domínio...

Essa observação foi dirigida a SJ06, isto é, que a função deveria valer em todo o domínio, porque ele havia postado uma solução no fórum, no dia anterior, com duas funções para o problema, e foi questionado sobre a possibilidade de haver uma função que descrevesse o comportamento das notas. Esse resultado é mostrado a seguir:

Pesquisadora - domingo, 16 maio 2010, 22:42
É possível escrever uma função que descreva o comportamento das notas?
SJ06 - segunda, 17 maio 2010, 14:45
Olá Débora.
Para a nota igual a 50, $f(x) = x/2$
Para as notas maior ou menor que 50, $f(x) = x - (x^2/100)$.

A discussão seguiu no chat.

20:15 Pesquisadora: SJ06, a função deve valer em todo o domínio....
20:16 SJ06: A minha ficou $x/2$ para as notas igual a 50
.....
20:18 SJ06: então é a segunda $x - (x^2/100)$
20:18 SJ06: Agora entendi
20:19 Pesquisadora: A primeira função em que coloca $f(x) = x/2$ para $x=50$, não é válida para este caso.
20:19 Pesquisadora: sim. A sua 2ª função vale também para $x=50$...
20:19 SJ06: ok foi falta de atenção mesmo.

Assim, nesse chat, SJ06 conseguiu compreender e resolver o problema. Em seguida, foi aberta a discussão do problema 1, de lógica, desencadeada a partir da curiosidade de um participante:

20:38 SJ08: mas ainda estou curioso pra saber o que condenou o João
20:39 SJ06: a mentira dele
20:39 SJ01: verdade SJ06...
20:40 SJ06: se colocar ele como mentiroso sobra apenas ele próprio o culpado
20:41 SJ01: e quem é mentiroso é o culpado...
20:41 SJ06: é
20:42 SJ01: Para obter essas soluções precisa ir analisando hipóteses e separando qm poderia não ser o culpado
20:43 SJ06: foi assim que fiz SJ01
20:44 SJ01: e o SJ08 entendeu.
20:44 SJ08: quem garante que os outros não estão mentindo Jose ou Roberto podem ser o mentiroso
20:45 SJ06: mais ai vão ser dois culpados
20:45 SJ08: assim se o Jose for o mentiroso Roberto é o culpado e vice-versa
20:46 SJ06: qualquer outro que você colocar mentindo sobram 2 culpados
20:46 SJ01: Marcelo diz q o culpado mente, então existe um mentiroso q pode ser José, mas José não é culpado
20:47 SJ02: isso mesmo SJ06
20:47 SJ01: e vc Débora o q acha?
20:48 SJ08: é verdade SJ01
20:49 SJ06: é verdade Debora você ainda não deu sua opinião
20:50 SJ01: ...???
20:50 Pesquisadora: estou apenas observando a discussão. Mas é isso mesmo.
20:50 SJ01: ok

Dissipadas as dúvidas, os alunos retomaram a discussão do segundo problema, indo além do que havia sido pedido, fazendo suas próprias descobertas e relacionando-as com o conteúdo matemático:

21:00 SJ02: gostei muito desse tipo de atividades
21:02 SJ01: Então SJ08... q estuda menos tira pouca nota e é descontado menos,...então sairá no lucro a pessoa q estudar menos...
.....
21:04 SJ08: na verdade aquele que estudar mais e tiver certeza das questões certas deve responder apenas metade da prova
21:05 Pesquisadora: boa observação SJ08. O aluno esperto teria que pensar numa estratégia pra ficar com a maior nota possível...
21:05 SJ01: Hum...!
21:05 SJ08: pois a metade é o vértice da parábola
21:05 SJ01: Boa estratégia...
21:05 SJ06: verdade SJ08
21:06 SJ03: tchau a todos e bons estudos
21:07 Pesquisadora: Acho que vocês estão se saindo bem.
21:07 SJ01: Q bom!

Apesar da discussão animada, a participação de alguns alunos nesse chat foi prejudicada pela dificuldade de conexão. Portanto havia a discussão dos problemas e a tentativa de responder às mensagens que a todo momento nos eram enviadas sobre as dificuldades de conexão.

Observa-se que nesse chat, SJ06 pôde tirar suas dúvidas sobre a função para o problema 12 e ainda houve uma pequena discussão do problema 11, sendo tiradas as dúvidas de SJ08, a partir de suas discussões com SJ01 e SJ06. No entanto, durante mais de 1 hora de chat, os problemas de conexão foram intensos, impossibilitando a participação de alguns alunos. Dessas observações é possível perceber que o chat poderia ter sido muito mais produtivo, se os problemas com a conexão fossem sanados. No entanto, mesmo com os imprevistos, consideramos que houve aprendizagem nesse ambiente.

5. ALGUNS RESULTADOS DA PESQUISA

Na pesquisa apresentada foi possível observar que as ferramentas disponíveis no AVA, principalmente o fórum e o chat, permitiram a comunicação com a pesquisadora e com a professora e dos alunos entre si.

Ao utilizar a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, baseada na proposta de Onuchic (1999), as interações foram intensificadas. O debate nos chats e nos fóruns aguçou a curiosidade dos participantes por saber como o colega havia resolvido o problema. O diálogo possibilitou a interação e a colaboração, mediados pela pesquisadora e pelas ferramentas disponíveis no AVA, considerados por Borba, Malheiros e Zulatto (2007) como primordiais para a construção do conhecimento na EAD. Além disso, os alunos puderam expor opiniões, mostrar sentimentos e dúvidas e compartilhar experiências

A articulação das ideias surgidas no grupo, a partir dos problemas propostos, possibilitou que os alunos fossem protagonistas de sua aprendizagem. Isso lhes proporcionou a oportunidade de questionar, com entusiasmo e segurança, conscientes de que estavam fazendo Matemática em conjunto e construindo seu conhecimento no AVA.

Pelas interações analisadas e pelos depoimentos dos alunos, observa-se que a proposta contribuiu para a aprendizagem de conteúdos específicos de Matemática, principalmente alguns que os alunos conheciam, mas em que persistiam dúvidas, que foram sanadas em discussões nos fóruns, e proporcionou um novo olhar para os problemas, o que os levou a perceber a importância de resolver problemas sem a utilização de processos mecânicos e memorizados, incentivando a postura crítica. Além disso, puderam perceber que a persistência e a autonomia são características importantes para o sucesso da resolução de um problema e para a própria aprendizagem.

Essas mudanças que observaram como alunos vão refletir na prática profissional, modificando a postura na sala de aula, como professores. Esta pesquisa mostrou esses alunos, após experimentar a Resolução de Problemas na própria aprendizagem, sentiram a necessidade de utilizar essa metodologia com seus alunos, elaborando projetos e traçando estratégias para esse fim.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely G. ; ONUCHIC, Lourdes R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. Boletim GEPEM , v. 55, p. 133-154, 2009.

BAIRRAL, Marcelo Almeida. Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância. 1. ed. Rio de Janeiro: EDUR/FAPERJ, 2007. 122 p.

BELLONI, Maria Luiza. Educação a distância. Campinas SP, Autores Associados, 2009.

BELLONI, Maria Luiza. Ensaio sobre a educação a distância no Brasil. In: Educação & Sociedade, [online]. 2002, vol.23, n.78, pp. 117-142. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/es/v23n78/a08v2378.pdf> . Acesso em 02/03/2011.

BORBA, Marcelo C. Educação a Distância online: exemplos de geometria, funções e modelagem (palestra). In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática – Belo Horizonte. 2007.

BORBA, Marcelo de C. ; MALTEMPI, Marcus V.; MALHEIROS, Ana Paula dos S. Internet Avançada e Educação Matemática: novos desafios para o ensino e aprendizagem *on-line*. In: Novas Tecnologias na Educação. CINTED-UFRGS. V. 3 Nº 1, Maio, 2005 p.1-10. Disponível em: seer.ufrgs.br/renote/article/download/13788/7977.

BORBA, Marcelo de Carvalho; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. ZULATTO, Rúbia Barcelos Amaral. Educação a distância online. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2007.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001, 98p

BRANCA, Nicholas A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução de Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p.04 -12.

BRASIL, Secretaria de Educação a Distância. Disponível em: "http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12265&Itemid=823 . 2011.

BRASIL. Decreto nº 5.622 de 19 de dezembro de 2005a. Regulamenta o art. 80 da Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/dec_5622.pdf

BRASIL. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm . Acesso em: 20 de janeiro de 2011.

BRASIL. MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática–1o e 2o ciclos (1997), 3o e 4o ciclos (1998), Ensino Médio (1999). Brasília, DF.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília : MEC, 1998

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático In: I Seminário de Resolução de Problemas.(I SERP). Rio Claro: Unesp. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br//serp/trabalhos.html> . Acesso em acessado em 05/01/2010.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática. Volume 2. 1. ed. - São Paulo: Editora Ática, 2004.

DANTE, Luiz Roberto. Formulação e resolução de problemas: teoria e prática. 1. ed. - São Paulo: Editora Ática, 2009.

DIAS, Rosilânia Aparecida Dias; LEITE, Lígia Silva. Educação a Distância: da Legislação ao Pedagógico. - Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

FERREIRA, Ana Cristina. Metacognição e Desenvolvimento Profissional de professores de Matemática: uma experiência de trabalho colaborativo. 2003. Tese (doutorado). Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Brasil

GOMES, Maria Laura Magalhães. Matemática e escola: Uma experiência integradora na Licenciatura em Matemática da Universidade de Minas Gerais. In: Zetetiké, Campinas SP, v.5, n.7, p. 95-109, 1997.

HUETE, Juan Carlos Sánchez; BRAVO, José A. Fernández. O Ensino de Matemática Fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Tradução: Enani Rosa – Porto Alegre – Artmed, 2006. 232p.

JACOBSON, Marilyn H.; LESTER, Frank Jr; STANGEL, Arthur; KRULIK, S.; REYS, R. E. A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução de Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 177-187.

LESTER, Frank Jr. & RANDALL, C. *Teaching Problem Solving: What, Why & How*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications. 1982.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Educação matemática online: a elaboração de projetos de modelagem. – Rio Claro: 2008. Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.187 f.

MOODLE. Filosofia do Moodle. http://docs.moodle.org/pt_br/Filosofia_do_Moodle acesso em 20 de março de 2011.

MORAES, Reginaldo C. Educação a distância e ensino superior: Introdução didática a um tema polêmico. Editora Senac. São Paulo. 2010.

MORAN, José Manuel (Org.); MASETTO, Marcos T. (Org.); BEHRENS, Marilda Aparecida (Org.). Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica. Campinas, SP: Papyrus Editora, 2000.

MORAN, José Manuel. O que é educação a distância. Disponível em <http://www.eca.usp.br/prof/moran/dist.htm> . Acesso em: 04 de setembro de 2009.

MORAN, José Manuel. Contribuições para uma pedagogia da educação on-line. In: Educação on line: Teorias, práticas, legislação, formação corporativa.(Org.) Marco Silva, São Paulo: Loyola, 2003. p. 39-50.

ONASSEN, David .H., O uso das Novas Tecnologias na Educação a Distância e a Aprendizagem Construtivista. Em Aberto, Brasília, ano 16, n.70, abr./jun.1996 p. 69-88.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa.; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (orgs). Educação Matemática - pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199 – 220.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no mundo. Anais do I Seminário de Resolução de Problemas. (I SERP). Rio Claro: Unesp. 2008. v. único. p. 1-15.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. ; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. O Estado da Arte da Resolução de Problemas. In: V CIEM-V Congresso Internacional de Ensino de Matemática, 2010, Canoas. Anais do V Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Canoas/RS : Editora da Ulbra, 2010. v. único. p. 1-12.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa ; ALLEVATO, Norma Suely G. Resolução de Problemas na Licenciatura em Matemática – Rumo à compreensão e à aquisição das grandes ideias contidas na Matemática Escolar. In: IV SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Brasília – DF, 2009.

OSBORNE, A.; KASTEN, M. B. Opiniões sobre a resolução de problemas no currículo para os anos 80: um relatório. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução de Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 74-87.

PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. Saberes do professor de Matemática. Uma reflexão sobre a Licenciatura. In.: Educação Matemática em Revista, São Paulo, Edição Especial: Licenciatura em Matemática -um curso em discussão. n.11, p.95-104. 2002.

PONTE, João Pedro da. A vertente profissional da formação inicial de professores de matemática. Educação Matemática em Revista, 11A, p.3-8, 2002. In.: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigosportemas.htm#Investigacoes%20matematicas,%20resolucao%20de%20problemas,%20aplicacoes%20da%20matematica>. Acesso em 16 de janeiro de 2011.

PIRES, C. M. C. Reflexões sobre os Cursos de Licenciatura em Matemática, tomando como referência as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação Básica. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, Edição Especial: Licenciatura em Matemática - um curso em discussão. n.11, p.44-56. 2002.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência. 1978. 193 p.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school In: KRULIK, S.; REYS, R. E. A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução de Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p.1-3.

PRADO, Maria Elisabette B. Brito; ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini. Redesenhando Estratégias na Própria Ação: Formação do Professor a Distância em Ambiente Digital. In: VALENTE, José. Armando; PRADO, Maria Elisabette B. Brito; ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. *Educação a Distância Via Internet*. São Paulo: Avercamp, 2003, p. 71-85.

ROMANATTO, Mauro Carlos. Resolução de Problemas na Formação de Professores e Pesquisadores. In. I Seminário de Resolução de Problemas. (I SERP). Rio Claro: Unesp. 2008. v. único.

SANTOS, Gilmar T. ; BAIRRAL, Marcelo de Almeida; POWELL, Arthur B . Alunos do Ensino Médio interagindo e desenvolvendo o pensamento matemático em chats. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte. Diálogos entre a Pesquisa e a Prática Educativa. Belo Horizonte : SBEM, SBEM-MG, 2007. p. 231-242.

SANTOS-WAGNER, Vânia Maria P. dos; NASSER, Lilian; TINOCO, Lúcia. Formação inicial de professores de matemática. In: *Zetetiké*, Campinas SP, v.5, n.7, p. 37-49, 1997.

SCHOENFELD, Alan H. Heurísticas na sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução de Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 13-33.

SCHOENFELD, Alan. Por que toda esta agitação acerca da Resolução de Problemas? In: P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte (Eds), *Investigar para aprender matemática* (pp. 61 – 72). 1996. Lisboa: APM e Projecto MPT (Artigo originalmente publicado em 1991 na revista ZDM).

STANIC, George. M. A., & KILPATRICK, Jeremy. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1-22). Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum. 1989. Disponível em <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/stanic-kilpatrick%2089.pdf>, acessado em 15 de abril de 2011.

UFOP. Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância. Universidade Federal de Ouro Preto, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Departamento de Matemática. Ouro Peto, 2002.

VALENTE, José Armando. Curso de Especialização em Desenvolvimento de Projetos Pedagógicos com o Uso das Novas Tecnologias: Descrição e Fundamentos. In: VALENTE, José. Armando; PRADO, Maria Elisabette B. Brito; ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. Educação a Distância Via Internet. São Paulo: Avercamp, 2003, p. 23-55.

VIANA, Marger da Conceição Ventura. O processo de ensino/aprendizagem de Matemática sob diferentes olhares. 2004. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Texto para disciplina).

VIANA, Marger da Conceição Ventura. Perfeccionamiento del currículo para la formación de profesores de Matemática en la UFOP In: III Simposio Iberoamericano de Investigación y Educación: la formación y Desarrollo del Niño y del adolescente, 1999, La Habana.

VIANA, Marger da Conceição Ventura. Matemática Através de Problemas. Texto Didático. Curso de Especialização em Educação Matemática. Ouro Preto: Departamento de Matemática. 2002. 10 p..

VIANA, Marger da Conceição Ventura. Representações Sociais acerca da Formação do Bom Professor de Matemática. In.: IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Brasília – DF, 2009b.

ZULATTO, Rubia Barcelos do Amaral. A natureza da aprendizagem matemática em uma ambiente online de formação continuada de professores. Tese. (Doutorado em Educação Matemática).UNESP, Rio Claro, 2007.