



Ministério da Educação e do Desporto
Escola de Minas da Universidade Federal e Ouro Preto
Departamento de Engenharia de Minas
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral

CONTROLE ÓTIMO H₂ PARA COLUNA DE FLOTAÇÃO

AUTORA: LUCIANA BATISTA DE LIMA

ORIENTADOR: Prof. Dr. Ronilson Rocha

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. José Aurélio Medeiro da Luz

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral, área de Tratamento de Minério.

Ouro Preto, agosto de 2008.

L732c

Lima, Luciana Batista de.

Controle ótimo H2 para coluna de flotação [manuscrito] / Luciana Batista de Lima – 2008.

x, 87f.: il.; grafs.

Orientador: Prof. Dr. Ronilson Rocha.

Co-orientador: Prof. Dr. José Aurélio Medeiros da Luz.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia de Minas. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mineral.

Área de concentração: Tratamento de minérios.

1. Flotação - Teses. 2. Controle de processo - Teses. I. Universidade Federal de Ouro Preto. II. Título.

CDU: 622.7

Catálogo: sisbin@sisbin.ufop.br

“CONTROLE ÓTIMO H2 PARA COLUNA DE FLOTAÇÃO”.

AUTORA: LUCIANA BATISTA DE LIMA

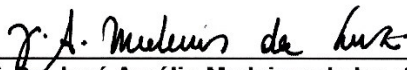
Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 25 de agosto de 2008, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:



• Prof. Dr. Peterson de Resende (Membro) – UFMG



• Prof. Dr. Rosa Maleni Fernandes Lima (Membro) – UFOP



• Prof. Dr. José Aurélio Medeiros da Luz (Co-orientador) – UFOP



• Prof. Dr. Ronilson Rocha (Orientador) – UFOP

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos:

-A Deus por ter me proporcionado tantos bons caminhos, sempre me dando força pra continuar a caminhar.

-Aos meus pais, por toda a paciência, carinho, incentivo e apoio não só nessa, mas em todas as fases da minha vida.

- Ao meu orientador, Prof. Dr. Ronilson Rocha, pela paciência, disponibilidade, interesse, possibilidades de discussões e pelos valiosos ensinamentos durante todo trabalho.

-Ao meu co-orientador, Prof. Dr. José Aurélio, que muito veio a agregar através dos conhecimentos transmitidos.

-As minhas duas queridas irmãs, Ludimylla e Débora, pelo incentivo e toda a confiança que sempre depositaram na caçula da família.

- Aos meus queridos amigos da época da graduação que continuaram me apoiando em toda esta caminhada, e alguns novos amigos feitos e fortalecidos, ao longo desses dois anos, tornando a caminhada muito mais agradável.

- Aos amigos do CEFET-OP, que foram e são grandes mestres, sem dúvida, a responsabilidade da minha maior descoberta ao longo desse período. A descoberta dos encantos da docência!

- À Tia Sô, pelo ouvido tantas vezes alugados e pelas palavras de força em todos os momentos.

- Às minhas queridas irmãs da república Doce Veneno, sendo algumas moradoras e outras já ex-alunas, que sempre tiveram uma mão a estender nas horas de necessidade, uma palavra amiga e um sorriso no rosto, não importando as circunstâncias. Vocês se tornaram um pedaço de mim, ou eu me tornei um pedaço de vocês?

-Enfim, a todos que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho.

RESUMO

Devido ao aumento na demanda de recursos naturais não renováveis e a inevitável exaustão das jazidas minerais de alto teor, o desafio de efetuar o beneficiamento de minérios mais complexos, atendendo a especificações cada vez mais rígidas, tem proporcionado um maior destaque ao processo de flotação em coluna no contexto da indústria mineral. Na flotação em coluna, partículas hidrofóbicas, de um fluxo descendente de material alimentado a uma altura de aproximadamente $\frac{2}{3}$ da coluna, medidos a partir de sua base, são arrastadas para uma zona de espuma por um fluxo ascendente de bolhas de ar em contracorrente, sendo que as partículas hidrofílicas são levadas para a região de limpeza por um fluxo de água de lavagem. Esta técnica de beneficiamento de minério têm se consolidado por permitir melhorias dos concentrados na aplicação a diferentes tipos de minérios, incluindo os de granulometrias de liberação mais fina, e economia no investimento e manutenção de projeto. Neste trabalho é apresentado um sistema de controle multivariável robusto para o processo de flotação em coluna utilizando um controlador ótimo H_2 . A utilização desta técnica de controle é bastante pertinente, considerando a sua grande capacidade em manter a estabilidade do processo e rejeitar perturbações. Este sistema de controle no processo de flotação em coluna atua de forma direta sobre as variáveis manipuladas (vazão de água de lavagem, ar e não flotado) de modo a afetar adequadamente as variáveis controladas (nível da camada de espuma, *bias* e *holdup* do ar) acompanhando as variações em seus valores de referência e minimizando a interação entre as variáveis, mesmo com a ocorrência de perturbações. É apresentado o desenvolvimento e avaliação do projeto do controlador multivariável H_2 para a operação de coluna de flotação visando melhoria no desempenho final do processo. Ferramentas de software são utilizadas para simular diversas condições operacionais sendo que a avaliação da eficiência do controlador proposto é realizada verificando as respostas obtidas das simulações.

ABSTRACT

Due to the increase in demand for non-renewable natural resources and unavoidable depletion of mineral deposits of high-level, the challenge to make the mineral processing more complex, given the increasingly strict specifications, has provided a greater prominence to the column flotation process in the mineral industry. In a column flotation, hydrophobic particles, in a downward flow of material supplied fed to a height of about $\frac{2}{3}$ of the column, measured from its bottom, are dragged into a foaming zone on an upward flow of air bubbles in counterflow, and the particles hydrophilic (pulp) are taken to the cleaning zone by a wash water flow. This technique of mineral processing have been consolidated to allow improvements in the concentrates grade in the implementation to different types of minerals, including the liberation of finest grain size, economy in investment and maintenance of projects. This work present a robust multivariable control system for a flotation column process based on a H_2 controller. This proposal is quite appropriate, when considering its great capacity to maintain the stability of the process and disturbances rejection of the system. This control system in flotation column process acts directly on the manipulated variables (wash water, air and non-floated fraction flow rates) in order to properly adjust controlled variables (froth layer height, bias and air holdup in the recovery zone), maintaining set-point changes and minimizing the interaction between the variables, even with the occurrence of any perturbations or other disturbances. It is presented the development and evaluation of the design of multivariable H_2 controller to column floatation, aiming to improving the performance of the end of the process. Software tools are used to simulate various operating conditions, and the evaluation of the efficiency of the proposed controller is done checking output responses obtained of the simulations.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO.....	iii
ABSTRACT.....	iv
SUMÁRIO.....	v
LISTA DE FIGURA	vii
NOMENCLATURA	ix
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. COLUNA DE FLOTAÇÃO	6
2.1 Beneficiamento Mineral.....	6
2.2 Controle na Indústria Mineral	7
2.3 Flotação.....	9
2.4 Flotação em Coluna	11
2.5 Controle de Coluna de Flotação	13
3. MODELAGEM DA COLUNA.....	23
3.1 Descrição da Planta Piloto.....	23
3.2 Definição das Variáveis na Coluna.....	24
3.3 Instrumentação.....	28
3.4 Cálculo das Variáveis do Processo	32
3.5 Definição do Modelo Matemático	38
4. CONTROLE ÓTIMO H_2	42
4.1 Regulador Linear Quadrático - LQR	42
4.2 Filtro de Kalman	44
4.3 Regulador Linear Gaussiano - LQG	46
4.4 Controlador Ótimo H_2	48
4.5 Escolha das Funções Pesos.....	50
4.6 Análise no domínio da frequência	51

5.	DIMENSIONAMENTO DO CONTROLADOR H_2	54
5.1	Determinação das Funções Peso.....	56
5.1.1	Determinação de W_1	57
5.1.2	Determinação de W_2	61
5.1.3	Determinação de W_3	62
5.2	Controlador H_2	63
5.3	Análise do Sistema Realimentado com Controlador H_2 no Domínio da Frequência.....	65
5.4	Simulação do Sistema com Malha Fechada Utilizando Controlador H_2	67
6.	CONCLUSÃO	80
7.	TRABALHOS FUTUROS	83
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	84

LISTA DE FIGURA

Figura 2.1: Esquema de uma coluna de flotação canadense.....	12
Figura 2.2: Esquema de uma estratégia de controle estabilizante.....	17
Figura 3.1: Planta da coluna piloto montada no CTDN.....	23
Figura 3.2: Regime de fluxo no interior da coluna.	26
Figura 3.3: Esquema de medida de pressão utilizando um medidor de pressão.....	29
Figura 3.4: Esquema de medida de pressão utilizando dois medidores de pressão.....	29
Figura 3.5: Esquema de medida de pressão utilizando três medidores de pressão.....	30
Figura 3.6: Cálculo da posição da interface.....	31
Figura 3.7: Balanço de massa em uma coluna de flotação.....	32
Figura 4.1: Filtro de Kalman.....	45
Figura 4.2: Controlador LQG.....	46
Figura 4.3: Esquema do teorema de separação do LQG.....	47
Figura 4.4: Esquema de expansão da planta G.....	48
Figura 5.1: Resposta do sistema em malha aberta a entrada degrau na vazão de água de lavagem.....	54
Figura 5.2: Resposta do sistema em malha aberta a entrada degrau na vazão de ar.....	55
Figura 5.3: Resposta do sistema em malha aberta a entrada degrau na diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação.....	55
Figura 5.4: Planta aumentada e controlador.....	56
Figura 5.5: Resposta desejada para a altura da camada de espuma utilizando controlador H_2	59
Figura 5.6: Resposta desejada para <i>holdup</i> do ar na zona de coleta utilizando controlador H_2	60
Figura 5.7: Resposta desejada para o <i>bias</i> utilizando controlador H_2	61
Figura 5.8: Peso W_2 e desejado KS	62
Figura 5.9: Valor singular da função sensibilidade, sensibilidade complementar e ganho de malha (GK).....	65
Figura 5.10: Valores singulares de (a) $S(j\omega)$ (b) $T(j\omega)$, para cada saída do sistema.....	66

Figura 5.11: Alteração do valor de referência da altura da camada de espuma de 80 cm para 85 cm no instante igual a 16,7 minutos.....	71
Figura 5.12: Alteração do valor de referência do <i>holdup</i> do ar de 15% para 20% no instante de tempo igual a 16,7 minutos.	72
Figura 5.13: Alteração do valor de referência do <i>bias</i> de 7cm ³ /s para 8cm ³ /s no instante de tempo igual à 16,7 minutos.	73
Figura 5.14: Alteração do valor de referência da altura da camada de espuma de 80 cm para 75 cm no instante igual a 16,7 minutos.....	74
Figura 5.15: Alteração do valor de referência do <i>holdup</i> do ar de 15% para 10% no instante de tempo igual a 16,7 minutos..	75
Figura 5.16: Alteração do valor de referência do <i>bias</i> de 7cm ³ /s para 6 cm ³ /s no instante de tempo igual à 16,7 minutos.	76
Figura 5.17: Perturbação na vazão de água de lavagem de 1 cm ³ /s no instante igual à 8,3 minutos retornando a condição inicial após 325 minutos.....	77
Figura 5.18: Perturbação na vazão de ar de 1 cm ³ /s no instante igual à 8,3 minutos retornando a condição inicial após 325 minutos.....	78
Figura 5.19: Perturbação na diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação (Q_t-Q_f) de 1 cm ³ /s no instante igual à 8,3 minutos retornando a condição inicial após 325 minutos.	79

NOMENCLATURA

A	Área da seção da coluna
d	Densidade
G	Função de transferência
H	Altura
J	Velocidade superficial
P	Pressão
Q	Vazão
V	Volume
W	Função peso
g	Aceleração da gravidade
h	Altura da camada de espuma
m	massa
Δ	Diferença
ϕ	Fração volumétrica
ρ	Densidade
ε	Holdup
σ	Valor singular

SUBSCRITOS

B	Bias
C	Fração flotada
F	Alimentação
T	Não flotado
W	Água de lavagem
cz	Zona de coleta
fz	Zona de limpeza
g	Ar
l	Líquido

<i>s</i>	Sólido
<i>t</i>	total
<i>w</i>	água
<i>b</i>	bolha
<i>max</i>	máximo
<i>min</i>	mínimo
<i>e</i>	estendido

1. INTRODUÇÃO

O aumento da demanda de recursos naturais não renováveis e a exaustão de jazidas de alto teor têm imposto o desafio de beneficiar minérios mais complexos, atendendo a especificações cada vez mais rígidas. Neste contexto, o processo de flotação tem se destacado entre as técnicas de beneficiamento de minérios, uma vez que proporciona um melhor desempenho para o alcance de requisitos como: recuperação metalúrgica e teor de concentrado final. O processo de flotação em espuma consiste na separação seletiva de partículas que ocorrem em meio aquoso, na presença de bolhas de ar, explorando as diferenças das propriedades superficiais entre as substâncias minerais presentes no minério que foram previamente liberadas (Guimarães e Peres, 1995).

Dois equipamentos de flotação bastante utilizados nas indústrias minerais são: a célula mecânica de flotação e a coluna de flotação. Os conceitos básicos de flotação surgiram no ano de 1877, sendo que os primeiros estudos sobre a flotação em espuma ocorreram nos Estados Unidos da América entre 1902 e 1905. A coluna de flotação foi patenteada em 1961 pelos canadenses P. Boutin e D. A. Wheeler. A primeira aplicação industrial desta relativamente nova tecnologia ocorreu em 1981, no Canadá, com o beneficiamento de Molibdênio (Guimarães e Peres, 1995; Saraiva, 1999; Aquino *et al.* 2002). No Brasil, o Setor de Tecnologia Mineral da Supervisão de Processo do Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear (CDTN) iniciou os estudos sobre coluna de flotação em 1985 (Saraiva, 1999), e a Samarco Mineração S.A. é a responsável pela instalação das primeiras colunas industriais no ano de 1991 (Aquino *et al.*, 2002). Ao longo dos anos, observou-se que o uso da coluna de flotação é comumente vantajoso no tratamento de finos em substituição à célula mecânica de flotação por possuir algumas características que aumentam o seu desempenho metalúrgico, tais como (Canadian Process Technologies Inc., 2002):

- Redução da área superficial em relação ao mesmo volume de uma célula convencional, promovendo uma maior estabilidade da espuma.

- Sistema de lavagem de espuma, o que minimiza o carreamento de partículas hidrofílicas.
- Condições de flotação quiescente, promovendo uma maior seletividade.
- Sistema de aspersão de ar, gerando bolhas de tamanhos mais uniformes.

A qualidade do processo de flotação em coluna depende do teor do concentrado e da recuperação. Estes parâmetros são especificados em contrato, no qual vendedor e comprador determinam especificações para obtenção do produto final. Na tentativa do alcance de tais exigências, um controle minucioso do teor do concentrado e da recuperação deve ser realizado. O termo controlar é utilizado significando o ato de medir o valor da variável a ser controlada e aplicar o valor conveniente da variável a ser manipulada ao sistema de modo a corrigir ou limitar o desvio entre o valor medido e o valor desejado, este último também chamado de valor de referência ou ainda *set-point* (Ogata, 2003).

Desde os anos 80, estudos sobre os procedimentos operacionais do processo de flotação em coluna vêm sendo realizados com a finalidade de obter melhor controle sobre o produto final do mesmo. Finch e Dobby (1990) relataram um estudo detalhado sobre o a coluna de flotação, dando destaque ao modelo canadense, apresentando informações sobre os fenômenos que regem o processo, dimensionamento, projeto e construção de colunas de flotação. Um estudo e uma discussão ampla sobre automação no processamento mineral foi realizado por Hodouin *et al.* (2000). Nas duas últimas décadas, as estratégias e técnicas de sistemas de controle e automação aplicados as colunas de flotação passaram a ser um dos alvos principais dos estudos na área de beneficiamento de minérios, evidenciando como o controle das variáveis operacionais da coluna pode resultar em melhores desempenhos deste processo (Bergh e Yianatos, 1995 e 2002; Desbien *et al.* 1998; Carvalho *et al.* 1999; Villar *et al.* 1999; Persechini *et al.* 2000).

No controle de uma coluna de flotação, o objetivo principal é obtenção de melhores índices de recuperação e de teor no concentrado. Devido às dificuldades existentes nas medições *on line* destas variáveis, opta-se comumente por controlá-las indiretamente

através de outras variáveis. O sistema de controle no processo de flotação em coluna deve atuar de forma direta sobre as variáveis manipuladas e controladas, sendo capaz de manter, adequadamente, as variáveis de saída em seus valores de referência, mesmo perante perturbações de carga ou quaisquer outros distúrbios. Assim, a identificação e a definição das variáveis a serem controladas e manipuladas, bem como avaliação das interações entre as variáveis do processo, devem ser realizadas anteriormente ao desenvolvimento de um projeto de controle. No processo de flotação em coluna, as variáveis manipuladas são normalmente as vazões de água de lavagem, ar e não flotado, enquanto que as variáveis controladas são normalmente o nível da camada de espuma, *bias e holdup* do ar na zona de coleta.

Uma estratégia de controle, que consiste em um conjunto de decisões coerentes que resultem no alcance do objetivo de controle, deve ser definida de forma que os resultados deste processo satisfaçam os requisitos desejados. As estratégias podem ser convenientemente classificadas como: estratégia de controle estabilizante, a qual demanda um mínimo de nível de controle e preocupa-se unicamente com a estabilidade do sistema, e estratégia de controle otimizante onde se procura alcançar um teor de concentrado e uma recuperação de acordo com a especificação desejada, exigindo um nível maior de controle baseado em modelos matemáticos e leis hierárquicas (Bergh e Yianatos, 1991 e 1995; Finch e Dobby, 1990). Como o processo de flotação em coluna é multivariável, é inevitável interações entre as variáveis de forma que a manipulação das variáveis de entrada pode afetar todas as variáveis de saídas. O controle automático da coluna de flotação pode ser realizado através de diversas técnicas, as quais se destacam: algoritmos PID's (Proporcional-Integral-Derivativo), lógica difusa, controle preditivo, controle adaptativo utilizando algoritmos genéticos, rede neural e controle multivariável robusto utilizando controlador H_{∞} (Machado, 1990; Bergh e Yianatos, 1995 e 2002; Villar *et al.*, 1999, Carvalho *et al.*, 1999 e 2002; Pu *et al.*, 1991; Suichies *et al.*, 2000; Milot *et al.*, 2000, Persechini, 2001).

A proposta de um controle multivariável robusto utilizando um controlador ótimo H_2 , o qual é baseado na minimização de um índice de desempenho quadrático, parece ser bastante pertinente ao processo, uma vez que seu uso é vantajoso por levar em conta

tanto a sua grande capacidade em manter a estabilidade quanto a sua sensibilidade às perturbações do sistema, permitindo dar forma, de maneira aproximada, às funções transferência do sistema.

Problema Proposto

Neste trabalho, foi proposto o desenvolvimento do projeto de um controle robusto multivariável utilizando um controlador ótimo H_2 . Uma vez definidas as variáveis manipuladas e controladas, um modelo matemático que represente o comportamento dinâmico da coluna, descrevendo as interações entre as variáveis manipuladas e controladas presentes no processo, foi avaliado e estudado. No projeto do controlador ótimo multivariável H_2 , dinâmicas extras são adicionadas ao modelo matemático através de funções de ponderação, escolhidas de tal forma a encontrar um controlador $K(s)$ que estabilize internamente o sistema, minimizando a norma H_2 da matriz de transferência das entradas exógenas para a saída de controle. A verificação da eficiência do controlador pode ser feita com a utilização de ferramenta de software que permita realizar testes simulados com diversas condições operacionais e avaliar as respostas obtidas de saída, antes e depois da utilização do controlador.

Justificativa

Considerando a escassez dos bens minerais de alto teor, o método de flotação tem ganhado um destaque importante entre as técnicas de concentração de minérios, em especial, a flotação em coluna. Além das características físicas que a torna vantajosa em relação à flotação convencional, observa-se uma facilidade no controle deste processo por computador, o que resulta em uma maximização do desempenho metalúrgico. O sistema de controle no processo de flotação em coluna deve atuar de forma direta sobre as variáveis manipuladas (vazões de água de lavagem, ar e não flotado) e controladas (nível da camada de espuma, *bias* e *holdup* do ar na zona de coleta), sendo capaz de manter, adequadamente, as variáveis de saída em seus valores de referência, considerando as inevitáveis interações entre as variáveis e a presença de distúrbios. Embora a literatura apresente diversas abordagens para o controle de uma coluna de flotação, a aplicação da técnica de controle multivariável H_2 ainda não foi utilizada.

Considerando que esta técnica geralmente oferece excelentes margens de desempenho para um sistema de controle em malha fechada, levando em conta a robustez na estabilidade e sensibilidade, a proposta deste trabalho consiste no desenvolvimento e avaliação de um controlador multivariável H_2 para o controle do processo de flotação em coluna.

Objetivo

O objetivo principal deste trabalho consiste no desenvolvimento de um projeto de sistema de controle robusto multivariável utilizando controlador H_2 aplicado à coluna de flotação, visando à melhoria no desempenho do processo. Os objetivos específicos são:

- Estudo do processo de flotação, em especial o processo de coluna de flotação.
- Estudo dos fenômenos que regem o processo da coluna de flotação sob o ponto de vista de controle.
- Definição de uma estratégia de controle.
- Projeto de um controlador H_2 para a planta de flotação.
- Simulação da operação do processo em malha aberta e em malha fechada.
- Avaliação do desempenho do sistema de controle proposto.

2. COLUNA DE FLOTAÇÃO

2.1 Beneficiamento Mineral

O minério, tal como lavrado, normalmente não pode ser usado como produto final de uso das indústrias e comércio. Há a necessidade, portanto, de que o mesmo seja tratado de tal forma que se torne um material usável, podendo ser um mineral específico, ou mais usualmente um metal, uma liga ou um composto (Hodouin *et al.*, 2001). Denomina-se beneficiamento de minérios, ou processamento mineral, as técnicas que são submetidas os bens minerais com o intuito da adequação granulométrica, da concentração relativa dos minerais e da forma, sem que haja neste processo uma modificação da identidade química ou física dos minerais (Luz e Lins, 2002). Dentre as técnicas de beneficiamento destacam-se: a cominuição, separação por tamanho, concentração gravítica, separação magnética, separação eletrostática, flotação, separação sólido/líquido e secagem.

As operações de concentração consistem na separação seletiva dos minerais com base nas diferenças de propriedades entre o mineral de interesse (mineral-minério) e os minerais de ganga (minerais não aproveitados de um minério) (Luz e Lins, 2002). O principal objetivo deste processo é a recuperação dos minerais úteis contidos num minério na forma mais concentrada possível. A escolha do método de concentração depende da natureza do minério, bem como das diferentes propriedades dos minerais a serem tratados. Para que haja uma concentração efetiva do minério, é necessário que estes estejam fisicamente liberados. Esta liberação é realizada através dos métodos de cominuição: britagem e moagem. Com o tamanho de partículas adequadamente reduzido, a partícula passa a conter apenas uma espécie mineralógica, o que é o essencial para o processo de tratamento posterior, a concentração. Para que não haja uma redução excessiva através dos processos de cominuição, uma etapa de classificação por tamanho deve ser feita à medida que o minério atravessa os circuitos de cominuição. Estas partículas, adequadamente liberadas e classificadas, são submetidas, quando necessário, aos processos de concentração, tais como: a concentração gravítica,

separação em meio-denso, separação magnética e eletrostática, flotação e floculação seletiva.

2.2 Controle na Indústria Mineral

Entende-se por controle automático todo sistema que substitui o trabalho humano visando as soluções rápidas e econômicas que atinjam o objetivo das indústrias e dos serviços (Moraes e Castricci, 2001). Sistemas interligados e assistidos por rede de comunicação, compreendendo sistemas supervisórios e interface homem-máquina auxiliando os operadores no exercício de supervisão e análise de problemas que possam vir a ocorrer, fazem parte do sistema de controle automático (Moraes e Castricci, 2001; Ogata, 2003).

O controlador automático é utilizado na indústria para comparar o valor real da grandeza de saída do processo com a grandeza de referência, determinar o desvio e produzir um sinal de controle que reduzirá este desvio a zero ou a um valor bem pequeno. A maneira pela qual um controlador automático produz o sinal de controle é chamada ação de controle. De uma maneira geral pode-se dizer que um controlador automático da planta comanda as atividades gerais da mesma e leva-a ao comportamento desejado relativamente independente de operadores. O avanço do controle automático tem sido responsável por grandes avanços na produção industrial. Dentre as vantagens obtidas na sua implantação podemos citar:

- Otimização do desempenho dos sistemas dinâmicos.
- Melhoramento da produção devido a uma maior qualidade das informações e de um melhor planejamento e controle da produção.
- Menores custos de trabalho devido a menores perdas materiais e menores custo de capital.
- Maior flexibilidade na produção.

- Diminuição do trabalho repetitivo e exaustivo de várias rotinas de operações manuais.

O controle e a automação dos processos têm sido cada vez mais requisitados na área da indústria mineral devido a inúmeros fatores como, por exemplo, a exaustão dos bens minerais observável em todo o mundo. Após lavrado, o minério passa por inúmeros processos até chegar ao estado de venda conforme especificações exigidas pelo comprador. Para alcançar estes objetivos, as indústrias de mineração têm investido no estudo e na implantação do controle de processos, principalmente na área de beneficiamento de minérios.

Hodouin *et al.* (2001) estabeleceram como centro de controle das operações de beneficiamento de minérios: as medições de composições minerais, a distribuição do tamanho das partículas e as taxas de vazão obtidas no referente processo.

Para que haja uma implantação satisfatória de um sistema de controle, é indispensável um sistema de gerenciamento de informações, além da obtenção das mesmas, que são realizadas através da instrumentação dos processos. Este sistema de gerenciamento é responsável pela comunicação eficiente entre as equipes de funcionários, os engenheiros de processos, o laboratório, o departamento de meio ambiente e os operadores das várias unidades. Deve-se ainda garantir que o formato das informações seja facilmente adaptado aos seus vários objetivos de processamento, por exemplo, controle local, ajuste de malha, cálculo do balanço de massa, modelagem do processo, manutenção, *displays* indicadores de desempenhos, otimização em tempo real, etc. (Bascur *et al.*, *apud* Bergh e Yianatos, 2002).

É importante ressaltar que erros na obtenção destas informações podem acontecer, portanto procedimentos de reconciliação das mesmas devem ser usados de forma a corrigir estas medições e torná-las coerentes, utilizando, para tal, conhecimento anterior sobre o processo. Crowe (1996) propôs, por exemplo, o uso de equações de conservação de massa como modelo básico para esta reconciliação. Além disso, uma supervisão do sistema de controle através de validação de informações e sistemas especialistas é

aconselhada para detecção de problemas em sensores ou de operação (Bergh *et al.*, 1999).

2.3 Flotação

O conceito inicial de flotação surgiu com os irmãos Bessel, em 1877, recuperando a grafita com óleo, sendo patenteada apenas em 1906. A flotação tem sido um dos processos mais utilizados no beneficiamento de minérios, devido a sua grande versatilidade e seletividade, permitindo a obtenção de concentrados com elevados teores e expressiva recuperação (Oliveira *et al.*, 2004; Guimarães e Peres, 1995; Saraiva, 1999, Gaudin, 1956). Sua versatilidade deve-se ao fato de poder ser aplicada a uma grande variedade de minérios com características diversas. Já a sua seletividade, fator determinante da eficiência do processo, é baseada na diferença do grau de hidrofobicidade ou de hidrofiliidade apresentada pelas diferentes espécies presentes, naturalmente ou através da adição de certos reagentes.

Os termos hidrofílico e hidrofóbico são usados para descrever a afinidade ou não, respectivamente, das partículas minerais com a água (Chaves e Lea Filho, 2002). A água é uma substância polar, ao passo que o ar é uma mescla de substâncias apolares. Uma partícula é hidrofílica quando a sua superfície é polar, significando que tem maior afinidade pela água. Por outro lado, uma partícula é hidrofóbica quando sua superfície é essencialmente não polar, portanto, tem maior afinidade pelo ar que pela água.

No processo de flotação, a separação ocorre em meio aquoso com presença de ar. A separação acontece devido à adesão seletiva de algumas espécies minerais às bolhas de ar, enquanto outras espécies permanecem suspensas na polpa. As bolhas de ar carregadas com as partículas minerais sobem para a superfície, permitindo assim que seja feita sua remoção, em forma de espuma mineralizada, com constituição mineralógica diferente da polpa de alimentação.

Como a maioria dos minerais tem sua superfície com caráter naturalmente hidrofílico, para que se torne possível o processo de separação por flotação, procura-se modificar o

caráter de uma das espécies presentes no minério para hidrofóbico com uso de reagentes químicos chamados coletores.

Os reagentes de flotação são compostos orgânicos ou inorgânicos que agem de forma a controlar as características das interfaces envolvidas no processo. Quando adicionados à polpa seu objetivo é reagir com a superfície mineral, podendo-se adsorver na interface sólido-líquido (agindo como coletores) e/ou na interface ar-líquido (agindo como espumantes), modificando algumas propriedades de superfícies, tais como, ângulo de contato e tensão superficial (Oliveira *et al.*, 2004).

O termo surfatante é utilizado genericamente para um grupo de substâncias, cujas moléculas contêm um grupo hidrofílico (polar) em uma extremidade e um grupo hidrofóbico (apolar) na outra, interligados entre si. Os surfatantes podem ser classificados de acordo com a sua natureza iônica, como catiônico, aniônico, não-iônico e anfótero, e são utilizados como coletores e espumantes no processo de flotação.

Além dos surfatantes citados acima, existem alguns outros agentes modificadores como os ativadores, depressores, modificadores de pH, coagulantes e floculantes que podem ser empregados no processo de flotação. Os modificadores de pH são ácidos inorgânicos ou bases que são adicionados à polpa para que a mesma atinja o melhor ponto de atuação do coletor. Ativadores são reagentes capazes de tornar mais eficaz e/ou seletiva a ação dos coletores. Os depressores são reagentes capazes de inibir a ação dos coletores e hidrofilar a superfície dos minerais que se destinam ao afundado. E por fim os coagulantes e floculantes são agregantes e dispersantes que são adicionados à polpa com o objetivo de controlar o seu estado de agregação.

Para que seja possível acontecer o processo de flotação, alguns pré-requisitos devem ser satisfeitos:

- As espécies a serem separadas devem estar liberadas.
- A polpa de minério deve conter partículas hidrofílicas e hidrofóbicas, naturalmente ou com auxílio de reagentes específicos.

- A granulometria das partículas a serem flotadas deve ser compatível com o meio de transporte (bolhas de ar).

Dentre os equipamentos utilizados para realizar o processo de flotação temos, por exemplo, as células mecânicas, também chamadas de células convencionais, e as colunas de flotação. As células convencionais ainda são os equipamentos mais tradicionais no processo tanto para a flotação direta, onde o mineral útil é retirado pelo transbordo, quanto para a flotação inversa (ou reversa) onde o mineral útil é retirado pelo afundado (Guimarães e Peres, 1995). Estas células abrangem escalas de laboratório, piloto e industrial. Por sua vez, as colunas de flotação são bem indicadas para uso em estágios de limpeza, substituindo em um único estágio vários estágios operados com células convencionais. Além disso, devido suas características operacionais mais simplificadas, prestam-se muito bem para implementação de um sistema de controle por computador (Machado, 1990).

2.4 Flotação em Coluna

As primeiras colunas industriais entraram em operação na década de 80, sendo que a utilização destas resultou em melhorias substanciais dos concentrados obtidos em relação às células convencionais, com a vantagem de aplicação em diferentes tipos de minérios, com economia no custo de capital e de operação (Guimarães e Peres, 1995). No Brasil, os primeiros estudos com coluna de flotação em escala piloto deram-se no ano de 1985 no Setor de Tecnologia Mineral da Supervisão de Processo do Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear (CDTN) no aproveitamento de finos de minério fósforo-uranífero de Itataia. A primeira coluna industrial foi implantada em 1991 pela Samarco Mineração SA. para a flotação de quartzo do minério de ferro. Em 2002 existiam em torno de 52 colunas industriais em funcionamento no Brasil (Aquino *et al.*, 2002).

As colunas de flotação diferem-se das células convencionais pela geometria (principalmente em relação à altura), eventual presença de água de lavagem, ausência de agitação mecânica e presença de um sistema de geração de bolhas (Aquino *et al.*, 2002). Existem vários modelos de colunas de flotação: coluna canadense, Norton-Leeds,

Flotaire, Hidrochem, *packed bed column*, Jameson, dentre outras (Finch e Dobby, 1990). No entanto, a coluna canadense, que será referida apenas como coluna de flotação, apresentada na figura 2.1, é a que tem apresentado maior aplicação no Brasil e no mundo (Guimarães e Peres, 1995). As colunas de flotação comerciais possuem diâmetro variando entre 0,5 e 4 m e altura variando entre 9 e 15 m (Guimarães e Peres, 1995), podendo ter seção circular ou retangular. Em colunas pilotos é comum o uso de diâmetro mínimo de 5,1 cm e altura entre 4 e 9 m (Finch e Dobby, 1990).

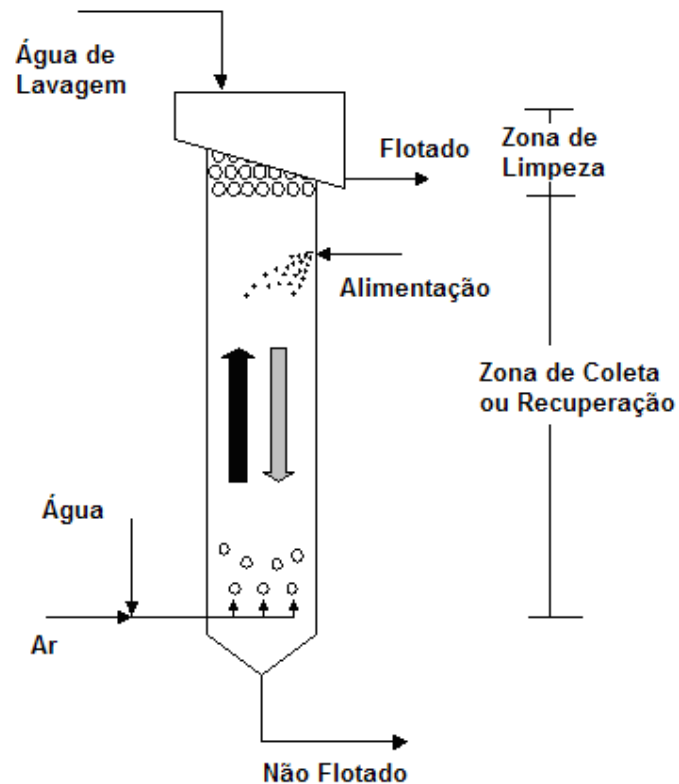


Figura 2.1: Esquema de uma coluna de flotação canadense.

A coluna de flotação pode ser dividida em duas zonas distintas: a zona de coleta (ou de recuperação) e a zona de limpeza (ou de espuma). A primeira está localizada entre a interface polpa-espuma e o sistema de geração de bolhas. Já a segunda zona localiza-se entre a interface polpa-espuma e o transbordo (Aquino *et al.*, 2002). A polpa é alimentada a uma altura de aproximadamente $\frac{2}{3}$ da coluna, medidos a partir de sua base. As bolhas são geradas na base da coluna e possuem um sentido ascendente, oposto ao da alimentação da polpa. Estas bolhas entram em contato com a polpa, sendo que as

partículas hidrofóbicas aderem a sua superfície e são carregadas até o topo da coluna. As partículas hidrofílicas ou pouco hidrofóbicas que não se aderem às bolhas de ar são retiradas na base da coluna, caracterizando o não flotado. Já as partículas hidrofóbicas que aderiram as bolhas são carregadas até a zona de limpeza e formam uma espuma mineralizada de altura aproximada de 1 metro, sendo retiradas por transbordo no topo da coluna o que caracteriza o material flotado. A água de lavagem normalmente é adicionada na zona de limpeza, a qual entra em contato com as partículas aderidas as bolhas com o objetivo principal de estabilizar a espuma e substituir a água de processo na fração flotada.

As variáveis de processo da flotação em coluna, visando um sistema de controle, podem ser divididas em dois grupos básicos: variáveis manipuladas e variáveis de controle. Entre as variáveis manipuladas estão: vazão da água de lavagem, vazão do não flotado e vazão da alimentação de ar. Entre as variáveis controladas: recuperação, percentagem de sólido no concentrado, teor do metal ou composto de interesse no concentrado, *bias*, altura da camada de espuma e *holdup* do ar, sendo as três primeiras também chamadas de variáveis de controle primárias e as três últimas de variáveis de controle secundárias (Persechini, 2001). Aquino *et al.* (2002) apresentaram uma definição bastante utilizada para o *bias*, ele pode ser denominado como a vazão residual de água de lavagem que flui através da coluna, equivalente a diferença entre a vazão de água no não flotado e na polpa de alimentação. O *holdup* de ar pode ser definido como a fração volumétrica de ar em uma determinada zona da coluna (Aquino *et al.*, 2002). Outras variáveis como o tamanho médio das partículas, variações das percentagens de sólido, das características mineralógicas, e da vazão da polpa de alimentação, chamadas de perturbações do processo além das variáveis ligadas à geometria da coluna também interferem no desempenho do processo (Persechini, 2001).

2.5 Controle de Coluna de Flotação

A técnica de concentração por flotação torna possível o aproveitamento econômico de minérios complexos ou com baixo teor e permite um maior nível de controle sobre suas variáveis. Segundo McKee (1991), o objetivo do controle do processo de flotação é

otimizar o desempenho metalúrgico. Inicialmente, é necessária a estabilização do processo, para posteriormente alcançar os valores de referência da recuperação e do teor do concentrado, e por último a maximização do desempenho econômico do processo.

A estimação dos valores de recuperação e teor do concentrado de forma *on line* requer um trabalho pesado na manutenção e calibração dos analisadores com o objetivo de manter uma boa precisão e uma alta disponibilidade dos dados (Bergh *et al.*, 1996). Porém a realização destes procedimentos de manutenção e calibração de forma confiável não é simples, sendo uma prática comum a realização de um controle visando objetivos secundários, tais como altura da camada de espuma, *holdup* do ar e *bias*.

Uma interação significativa ocorre entre as variáveis operacionais do processo de flotação em coluna, caracterizando este sistema como multivariável. Através das relações das variáveis que são controladas nos objetivos secundários e das variáveis que se deseja controlar nos objetivos primários, observa-se que o alcance dos objetivos secundários resulta na realização dos objetivos primários. Por exemplo, a manipulação da vazão de ar afeta diretamente o controle do *holdup* do ar que, por sua vez, é uma das mais importantes variáveis sensíveis da recuperação mineral e do teor do concentrado (Bergh e Yianatos, 2002).

2.5.1 Estratégias e Técnicas de Controle em Coluna de Flotação

São encontradas na literatura inúmeras definições para a palavra “estratégia”, dependendo do autor ou da linha teórica que a define. Tendo em vista que seu conceito é amplo e ainda não consensual, a palavra “estratégia” será utilizada com base na seguinte definição:

“Estratégia é o conjunto de decisões coerentes, unificadoras e integradoras que determina e revela a vontade de organização em termos de objetivos de longo prazo, programas de ações e prioridade na afetação de recursos” (Hax e Majluf, 1988).

Ao definir a estratégia de controle a ser utilizada, primeiro levar-se-á em conta o objetivo principal do controle para a definição das variáveis de processo operacionais a ser controlada, estabelecendo, posteriormente, um sistema de controle utilizado para a

realização desta estratégia. O termo “sistema de controle” pode ser definido como “a combinação de componentes que agem em conjunto para atingir determinado objetivo” (Ogata, 2003).

Dependendo do objetivo principal do controle, podemos definir duas estratégias muito utilizadas: a estratégia de controle estabilizante e a estratégia de controle otimizante (Bergh e Yianatos, 1991 e 1995; Finch e Dobby, 1990). A primeira, objetiva estritamente a estabilizar a coluna de flotação dentro dos seus limites operacionais, e seu sistema de controle limita-se a controlar a altura da camada de espuma. A segunda estratégia visa ao alcance de resultados metalúrgicos razoáveis, para tal, além da espessura da camada de espuma, controla-se o *holdup* do ar e o *bias* (Bergh e Yianatos, 1991).

Uma das estratégias de controle estabilizante da coluna é controlar a altura da camada de espuma através da regulação automática da vazão do não flotado, mantendo-se as vazões, de ar e de água de lavagem, constantes e nos seus valores otimizados (Saraiva, 1999). Esta estratégia de controle estabilizante é a mais comumente encontrada na indústria (Bergh e Yianatos, 1995). Outra estratégia de controle estabilizante consiste na utilização de duas malhas de controle. Na primeira, controla-se a espessura da camada de espuma através da manipulação da vazão de água de lavagem. Na segunda malha, manipula-se a vazão de não flotado de forma que seja mantida uma determinada diferença entre as vazões de alimentação da polpa e de não flotado (Coffin *et al.*, *apud* Finch e Dobby, 1990). Quando observado em regime operacional, estas estratégias de controle estabilizante apresentam uma variação lenta da altura da camada de espuma em resposta aos distúrbios gerados pela variação dos parâmetros de alimentação (Finch e Dobby, 1990).

Machado (1990) citou a utilização de sistema de controle PID (Proporcional – Integral - Derivativo) na realização de estratégias de controle estabilizante, além disso, apresentou três tipos de estratégias de controle utilizados:

- Sistema ar interativo: holdup do ar pode ser controlado através da manipulação da vazão de ar e da vazão de água de lavagem, enquanto o nível de polpa pode ser

controlado pela vazão de água de lavagem, e o *bias* controlado pela relação entre a vazão de alimentação de polpa e a vazão de não flotado.

- Sistema nível interativo: *holdup* do ar pode ser controlado apenas pela ação da variação da vazão de ar, o nível de polpa pode ser controlado pela vazão de água de lavagem, e o *bias* controlado pela relação entre a vazão de alimentação de polpa e a vazão de não flotado.

- Sistema simplificado: nível de polpa pode ser controlado através da variação da vazão de não flotado, além disso, a água de lavagem seria controlada estabelecendo-se um valor de *setpoint* para vazão objetivando atingir uma determinada taxa de *bias*.

Segundo Machado (1990), há a necessidade de implementação de um sistema supervisorio, utilizando um algoritmo especialista para a otimização dos parâmetros do processo, que seja responsável pela coordenação deste sistema de controle primário baseado em PID's. Machado ainda discutiu o uso de reguladores auto-sintonizáveis (*self tuner regulators*) que têm demonstrado maior eficiência em relação aos controladores PID's.

Villar *et al.* (1999) apresentaram para uma estratégia de controle estabilizante a utilização de um sistema de controle PI (Proporcional-Integral) distribuído para uma coluna em escala de laboratório em um sistema bifásico (água-ar). No sistema de controle apresentado por Villar *et al.* (1999), o *bias* e a altura da camada de espuma foram controlados através da manipulação da vazão de água de lavagem e da vazão de não flotado utilizando malhas de controle SISO (*single-input-single-output*) independentes. Um acoplamento de variável apropriado (entrada-saída) foi feito considerando a rapidez e a precisão que a variável de saída pode manter-se em seu valor desejado devido à manipulação da variável de entrada. Um esquema geral desta estratégia estabilizante pode ser observado na figura 2.2. Em 2003, Bouchard implementou esta mesma estratégia de controle estabilizante em escala piloto usando alimentação de polpa mineral. Neste sistema de controle PI foram selecionados pares de entrada-saída, e um método de ajuste SISO foi utilizado.

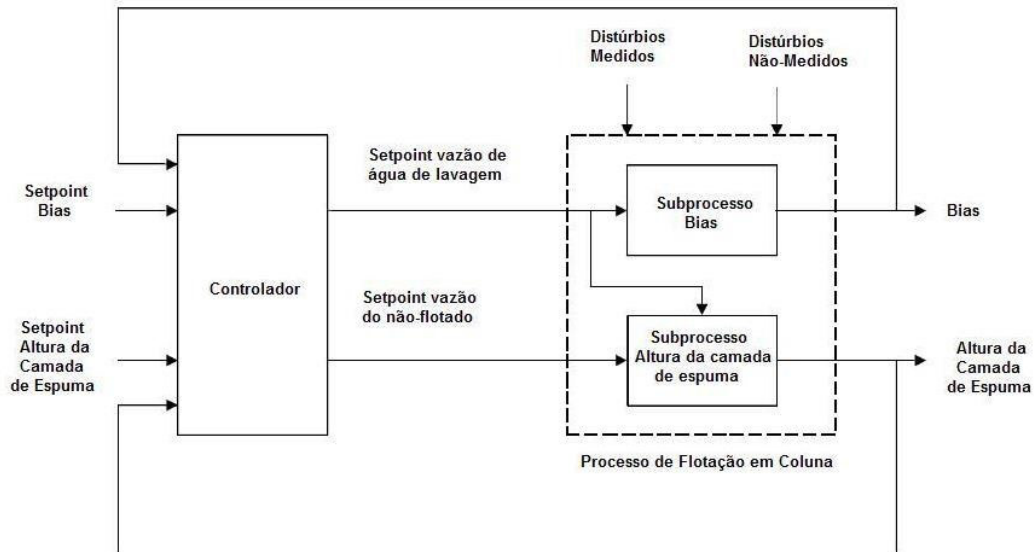


Figura 2.2: Esquema de uma estratégia de controle estabilizante

Na estratégia de controle otimizante de colunas de flotação toma-se por base modelos matemáticos ou heurísticos, onde os objetivos secundários (altura da camada de espuma, *holdup* do ar e *bias*) são relacionados com os objetivos primários (teor e recuperação), e normalmente sistemas de controle mais complexos são utilizados. Uma forma de realizar a estratégia de controle otimizante foi apresentada por Finch e Dobby (1990) e se deu através da manipulação da vazão de ar para o controle do *holdup* do ar, sendo este o método mais comumente utilizado. Um problema observado na estratégia de controle otimizante é a dificuldade do seu planejamento devido à grande interação entre as variáveis de processo e a presença de não linearidades na relação entre estas variáveis (Bergh *et al.*, 1994). Bouchard *et al.* (2005) discutiram o melhoramento do controle da coluna de flotação pelo uso de três diferentes métodos: controle não linear, multivariável e compensação direta. Como ilustrações dessa discussão, apresentaram resultados obtidos em escala piloto e laboratório utilizando diferentes técnicas de controle, tais como: controle da altura da camada de espuma por ganho escalonado, controle preditivo multivariável não linear e controle não linear da altura da camada de espuma baseado em modelo semi-físico. Segundo Bouchard *et al.* (2005) os benefícios obtidos com a otimização e o controle da coluna de flotação estão diretamente associados com:

- Considerações de medidas *on line* de *holdup* e da área superficial da bolha em propostas de controle.
- Aperfeiçoamento dos sensores de *bias* permitindo medidas dinâmicas.
- Validação industrial de novos sensores e estratégias de controle.
- Investigação das relações entre as variáveis de processo (altura da camada de espuma, velocidade superficial da bolha, *holdup* do ar e área superficial da bolha) e a performance metalúrgica.

Carvalho *et al.* (1999) e Carvalho e Durão (2002) apresentaram um sistema de controle baseado em lógica difusa para uma coluna de flotação, com o intuito de obter melhores índices de recuperação e teor do concentrado final. Em 2002, Carvalho *et al.* discutiram as principais razões de sua aplicação, apresentando o sistema de controle em tempo real, bem como a estrutura e os parâmetros do controlador utilizado no controle difuso. Este sistema de controle baseou-se no uso de leis lingüísticas que são relações funcionais entre as variáveis manipuladas e controladas. Estas leis embora imprecisas e subjetivas permitiram a estabilização das condições operacionais do processo.

A arquitetura do sistema que foi descrito por Carvalho e Durão (2002) consistia de uma coluna de flotação com sensores e atuadores, de um controlador lógico programável e de um computador pessoal. As variáveis de entrada do controlador não eram medidas diretamente, portanto estas eram calculadas primeiramente no processo. A altura da camada de espuma e o *holdup* do ar eram estimados através dos valores obtidos das medições realizadas por dois sensores de pressão, e o *bias* foi estimado pela vazão de não flotado e vazão de alimentação. Quando a altura da camada de espuma saía das condições pré-definidas, as condições de projeto eram consideradas anômalas e as variáveis vazões de não flotado e de água de lavagem eram manipuladas para que altura da camada de espuma voltasse às vizinhanças de sua configuração. Quando altura da camada de espuma estava dentro do universo de discussão definido, o sistema agia no modo difuso levando em conta os valores da altura da camada de espuma, *holdup* do ar e *bias* e os seus *set-points* correspondentes. O controlador desempenhava uma inferência em lógica difusa calculando o valor atualizado das variáveis manipuladas

vazões de não flotado, vazão de água de lavagem e vazão de ar. O conhecimento do controlador difuso desenvolvido foi adquirido heurísticamente. Este controlador tinha uma estrutura do tipo Mandami, cuja base são as leis lingüísticas antecedentes e conseqüentes, e os ajustes dos seus parâmetros foram feitos experimentalmente pela avaliação do desempenho do sistema controlado em resultado as mudanças impostas nas configurações das variáveis externas e controladas em diferentes condições de processo.

Bergh *et al.* (1998) apresentaram um sistema de controle supervisorio difuso para uma coluna de flotação. Duas formas de estratégia de controle foram desenvolvidas e testadas para gerenciar três controladores básicos: um supervisor especialista que utilizava como base leis seguindo a lógica binária, e um controlador difuso. Este supervisor de controle coordenava as ações dos controladores distribuídos de acordo com a evolução das variáveis operacionais e algumas leis lógicas específicas ou relações funcionais entre elas. Através de evidências experimentais obtidas da planta, foi feito a integração entre o algoritmo desenvolvido e as ferramentas heurísticas. Neste controle foram analisados os valores das vazões de água de lavagem e do ar, e da camada de espuma, para a tomada de decisões.

Pu *et al.* (1991) descreveram a implementação de um sistema de controle preditivo como uma estratégia de controle otimizante, no qual relacionava a altura da camada de espuma e o *holdup* do ar com as vazões de não flotado e de ar. Suichies *et al.* (2000) apresentaram uma implementação de um controle preditivo generalizado (GPC) em um circuito de flotação de uma única entrada e uma única saída (SISO) implementado em um sistema especialista *shell*. Além disso, uma rotina de identificação do processo *off line* foi desenvolvida em conjunto com o controlador. O algoritmo de controle GPC foi baseado na realização de quatro passos: primeiro, gera uma seqüência futura de *set-point*, em seguida usa o modelo do processo para desenvolver a configuração de saída prevista nas entradas-saídas disponíveis, posteriormente calcula uma configuração de ação de controle futura que minimize a função custo, e por fim, implementa a ação inicial de controle e repete o procedimento inicial (dos quatro passos no passo seguinte).

Milot *et al.* (2000) descreveram o controle multivariável não linear preditivo de uma coluna de flotação. Neste sistema, a altura da camada de espuma e o *bias* foram

controlados pela manipulação do *set-point* da vazão de não flotado e da água de lavagem. Um controlador multivariável usando um controle preditivo global (GPC) foi implementado com o uso de dois sensores virtuais, um para cada variável a ser controlada. O GPC consiste em um algoritmo de controle preditivo que usando três controladores diferentes, um para faixa, um para rejeição de distúrbio e um para compensação direta, conduziu a um desacoplamento perfeito de todos os modos de controle. Este algoritmo foi baseado em uma estrutura de modelo de controle interno (IMC) (Garcia *et al.*, *apud* Milot *et al.*, 2000) no qual a dinâmica da faixa, da regulação e da alimentação, foram obtidas através da minimização de três funções custo quadráticas independentes.

Bergh e Yianatos (1995) apresentaram uma alternativa para a estratégia de controle otimizante baseado em um controle hierárquico. Ao analisar duas formas de controles bastante utilizadas, baseadas em algoritmo de controle e controle heurístico, identificaram os principais problemas relacionados em ambos os sistemas de controle. Como solução destes problemas foi proposto um gerenciador ou supervisor integrando estas duas diferentes técnicas. O controle hierárquico é capaz de gerenciar informações obtidas *on line*, sujeitas à falhas e erros de calibração, de forma a detectar, alarmar ou corrigir problemas de operação, e coordenar as malhas de controle convencional local através de leis lógicas. Neste sistema que foi proposto, para a detecção de problemas operacionais, uma rotina era responsável pela análise do estado das variáveis de processo e de outras informações juntamente com o diagnóstico da operação. Quando um problema era detectado, uma seqüência de ações era iniciada para a identificação de sua origem. Conhecimentos do processo, históricos, e estatísticas constituíram a base de inferência para detectar a ocorrência de problemas instrumentais, por exemplo, de uma falha no sensor. Neste caso, deveria haver uma opção de seleção do supervisor para uma segunda ou terceira estimativa da variável usando um modelo de previsão, o qual era baseado no tipo de informação que se encontra disponível, de forma que o processo seja mantido em operação. Além disso, sendo o processo multivariável sob controle de malhas independentes, uma interação entre as malhas foi observada resultando em um desajuste de algumas malhas de controle. Para solucionar este problema, o sistema agiu priorizando uma malha de controle e inibindo a ação de algum outro controlador, para

alguma condição dada ou seleção de algum algoritmo apropriado em circunstâncias específicas.

Persechini (2001) apresentou algumas alternativas de estratégia de controle de uma coluna de flotação. A primeira alternativa foi o uso de um arranjo multimalhas, considerando o processo desacoplado, tratando cada variável controlada separadamente com técnicas de controle monovariável. Para tal controle monovariável utilizaram-se controladores do tipo PI para a camada de espuma e o *holdup* do ar enquanto que para o *bias* foi utilizado um controlador de compensação direta (*feedforward control*). Uma outra alternativa seria não controlar o *bias* e realizar o controle da camada de espuma pela vazão de não flotado utilizando um controlador PI. Persechini apresentou como outra alternativa de projeto, com estrutura multimalhas, um algoritmo de controle adaptativo levando em conta o acoplamento existente entre as malhas de controle para o ajuste automático de seus parâmetros. A estrutura deste controlador consistiu de uma malha de realimentação responsável pelo ajuste automático dos parâmetros do controlador de acordo com os dados medidos dinamicamente e em tempo real. Para o ajuste do controlador adotou-se um controlador auto-sintonizável de variância mínima generalizado. Este controlador parte do princípio que o processo é representado por um modelo linear auto-regressivo de média móvel e variável exógena (ARMAX) com coeficientes $A_{z^{-1}}$, $B_{z^{-1}}$, $C_{z^{-1}}$ e $D_{z^{-1}}$ e atraso de tempo $r \geq 1$, descrito pela seguinte equação:

$$A_{z^{-1}}Y = z^{-r}B_{z^{-1}}U + C_{z^{-1}}\xi + D_{z^{-1}}V \quad (2.1)$$

onde U e Y são respectivamente os sinais de entrada de saída da planta, ξ é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes com média zero e variância σ^2 (utilizada para a representação de ruídos e perturbações desconhecidas) e V é o sinal de perturbação que pode ser medido. Os coeficientes ($A_{z^{-1}}$, $B_{z^{-1}}$, $C_{z^{-1}}$ e $D_{z^{-1}}$) foram obtidos por algoritmos de estimação paramétrica em tempo real cujos valores foram obtidos no cálculo do controlador como se correspondessem aos parâmetros verdadeiros do processo (Peresechini, 2001).

Por último, Persechini apresentou uma estratégia de controle multivariável que considera uma representação de incerteza para o modelo do processo. Nesta estratégia optou-se por uma metodologia de projeto de um controlador robusto baseado na norma H_∞ . Através de uma formulação genérica para o projeto de controladores robustos, o projeto do controlador foi realizado e simulado com o auxílio das funções da ferramenta de software Matlab.

3. MODELAGEM DA COLUNA

3.1 Descrição da Planta Piloto

A planta considerada neste trabalho consistiu de uma coluna flotação piloto apresentada na figura 3.1, construída com um tubo deacrílico transparente com altura de 7200 mm e diâmetro interno de 51 mm, que se encontra no Setor de Tecnologia Mineral da Supervisão de Processo do Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear (CDTN).

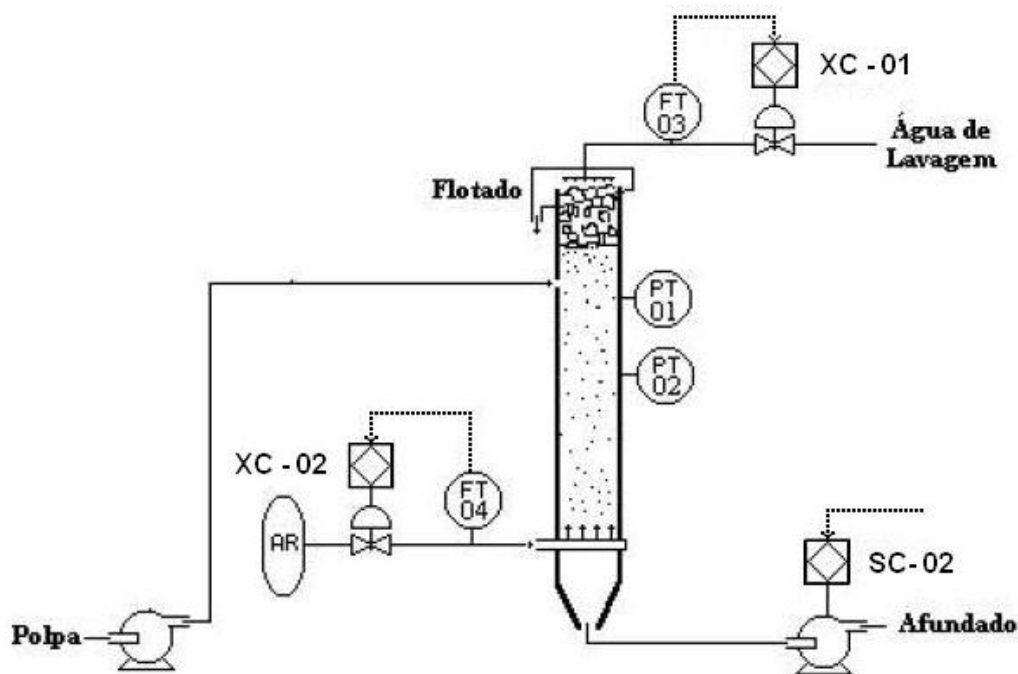


Figura 3.1: Planta da coluna piloto montada no CDTN.

Fonte: Persechini (2001).

O material flotado é retirado por uma calha no topo da coluna e sua alimentação é feita a 1800 mm do topo. O sistema de aeração é composto por um aerador construído com um tubo de PVC perfurado, revestido de borracha natural microporosa e coberto por uma tela metálica. O aerador está instalado em uma câmara na base da coluna com diâmetro de 93 mm. A água de lavagem é introduzida por uma mangueira de 8 mm de diâmetro localizada dentro da coluna a 200 mm do topo. A remoção do material não

flotado é realizada através de uma peça em formato de cone invertido, conectada na sua base à câmara do aerador e no vértice a uma mangueira de 13 mm de diâmetro.

Um medidor de fluxo eletromagnético é usado para medir a água de lavagem, cujo fluxo é controlado por uma válvula pneumática. A vazão do ar é medida por um medidor de vazão de massa e seu controle realizado também por uma válvula pneumática. A alimentação da polpa e a vazão de não flotado são controladas por bombas peristálticas acionadas por inversores de frequência. Dois medidores de pressão são usados, possibilitando os cálculos da altura da camada de espuma e do *holdup* do ar na zona de recuperação. Estes medidores estão localizados respectivamente a 2300 mm e a 3500 mm do topo da coluna.

3.2 Definição das Variáveis na Coluna

3.2.1 Variáveis Controladas

Altura da Camada de Espuma

A altura da camada de espuma é um importante parâmetro de operação da coluna, uma vez que determina a altura relativa da zona de coleta e de limpeza. Segundo Villar *et al.* (1995), quanto maior a altura da zona de coleta, as bolhas passam a ter um maior tempo de residência para aderir as partículas minerais, e como consequência, uma maior recuperação é obtida. Se a zona de limpeza é reduzida, ou seja, a altura da camada de espuma é baixa, o tempo de drenagem também fica reduzido, resultando em uma piora do teor no concentrado. Por outro lado, a altura da camada de espuma, que determina o tamanho da zona de limpeza, influencia a seletividade do processo (Persechini, 2001).

Holdup de Ar

O *holdup* de ar é definido como a fração volumétrica ocupada pelo ar em um dado ponto da coluna (Finch e Dobby, 1990), ou seja, o conteúdo de ar em determinada zona da coluna. Como representa uma medida da quantidade de ar, é expressa em porcentagem de volume total ocupado pelo ar (Aquino *et al.*, 2002). Trata-se de um importante parâmetro de operação da coluna, pois é um fator determinante da área

superficial das bolhas disponível para adesão das partículas. Na zona de coleta, este parâmetro é responsável pela aderência bolha-partícula, e seu valor típico é de 10 a 30%. Já na zona de limpeza, é responsável pela limpeza do flotado, tendo um valor de 70 a 90%, o que permite a distinção da interface entre ambas as zonas (Villar *et al.*, 1999). O *holdup* de ar na zona de coleta é dependente da vazão de ar, do tamanho das bolhas, da densidade da polpa, do carregamento de sólidos na polpa e da velocidade descendente de polpa (Aquino *et al.*, 2002). Enquanto que a variação do *holdup* do ar na zona de limpeza depende das subdivisões por seções desta zona para uma mesma condição operacional (Yianatos *et al.*, *apud* Persechini, 2001).

Uma definição bastante utilizada quando se refere ao *holdup* do ar é a velocidade superficial do ar, J_g , definida como a divisão da vazão volumétrica de ar pela área da seção de coluna (Finch e Dobby, 1990):

$$J_g = \frac{Q_g}{A} \quad (3.1)$$

A relação entre o ε_g e J_g define o regime de fluxo dentro da coluna, como apresentado na figura 3.2 . Até um dado limite de vazão de ar, o *holdup* cresce com o aumento da mesma, configurando uma região linear em um regime de borbulhamento uniforme (*bubbly flow regime*), onde a distribuição espacial de bolhas é homogênea, com tamanho e velocidade de ascensão uniforme. Acima deste limite de vazão, o regime de fluxo passa a ser turbulento (*churn-turbulent flow regime*), caracterizado pela alta velocidade de ascensão de bolhas grandes, deslocamento de água e bolhas pequenas com sentido descendente (Finch e Dobby, 1990). Um regime de fluxo de borbulhamento uniforme é o desejado no processo de operação da coluna, devido a sua maior estabilidade. Segundo Machado (1990) o conteúdo de ar deve ser mantido acima de certo valor, a fim de manter níveis razoáveis de recuperação.

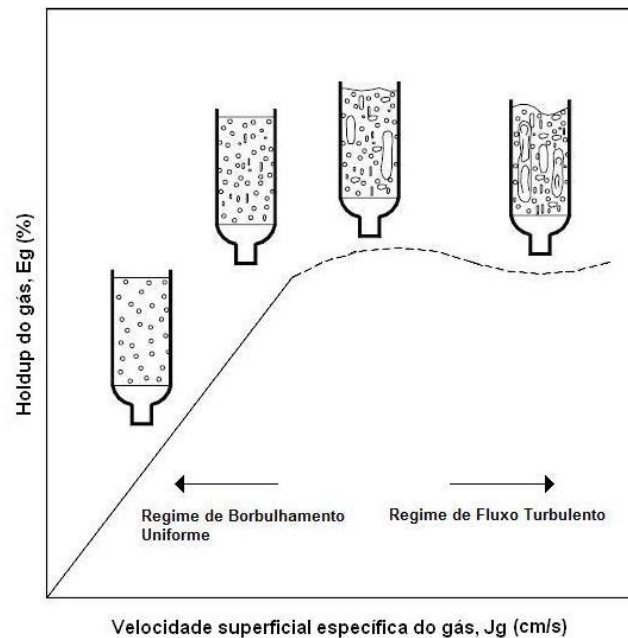


Figura 3.2: Regime de fluxo no interior da coluna.
 Fonte: Savaiva,1999.

Bias

O problema da definição da variável *bias* na coluna de flotação foi exposto por Finch e Dobby (1990). Uma das definições apresentadas seria considerá-la como uma rede de água de fluxo descendente através da coluna, ou seja, como uma velocidade superficial (J_B), ou ainda como a diferença de fluxo de água entre o afundado e a polpa de alimentação, também em termos de velocidade superficial:

$$J_{T-F} = J_T - J_F \quad (3.2)$$

sendo J_T a velocidade superficial de água no não flotado e J_F a velocidade superficial de água na alimentação.

A relação entre J_{T-F} e J_B pode ser obtida através do balanço volumétrico na zona de coleta (dividindo por A_c), e é dada por:

$$J_B = J_{C_s} - J_{T-F} \quad (3.3)$$

onde J_{C_s} é a vazão volumétrica de sólido no flotado por unidade de área da coluna.

Esta aproximação de *bias* apresentada na equação (3.2) pode não ser vantajosa no controle do *bias*, uma vez que J_B varia com a percentagem de sólidos na alimentação e o valor real do *bias* é, sempre que houver sólido flotado, maior do que o estimado. Quando ocorre alta percentagem de sólido na alimentação, este alto valor de J_B resulta em uma maior demanda de água e uma perda na capacidade da zona de coleta (Finch e Dobby, 1990).

A este fato deve-se a preferência do valor de J_B para controle calculado através da equação (3.4), o qual utiliza o balanço de massa e as medições das vazões e densidade de polpa, e ainda considera que nenhuma medição seja feita no flotado.

$$J_B = \frac{Q_T(1 - \phi_{sT}) - Q_F(1 - \phi_{sF})}{A} \quad (3.4)$$

onde ϕ_{sT} e ϕ_{sF} são respectivamente a fração de volume do sólido no não flotado e na alimentação.

A propagação de erros também é um problema para esta aproximação, uma vez que são necessários quatro instrumentos para medir as quatro variáveis, sendo que cada instrumento agrega seu próprio erro ao valor de medida. Além disso, os cálculos de balanço de massa são realizados como se o sistema estivesse em estado estacionário embora o mesmo seja dinâmico (Finch e Dobby, 1990). O valor do *bias* deve ser positivo, o que possibilita a substituição da água de alimentação na fração flotada e promove o deslocamento de uma fração de água nova para a base da coluna, realizando assim uma ação de limpeza devido à rejeição das partículas hidrofílicas hidraulicamente arrastadas.

3.2.2 Variáveis Manipuladas

Vazão da Água de Lavagem

A água de lavagem é uma importante variável da coluna de flotação. Com a sua adição ao processo de flotação torna-se possível o aumento da seletividade sem perda de recuperação (Aquino *et al.*, 2002). A sua adição possui três funções básicas:

- Substituir a água da alimentação na fração flotada, reduzindo o arraste hidráulico das partículas hidrofílicas.
- Aumentar a altura e estabilidade da camada de espuma.
- Reduzir a coalescência das bolhas.

Vazão do Não Flotado

A remoção do não flotado deve garantir a estabilidade da interface polpa-espuma quando ocorrem variações na vazão de água de lavagem e na vazão de alimentação (Guimarães e Peres, 1995).

Vazão de Alimentação de Ar

É uma importante variável no controle de processo de flotação em coluna uma vez que, em geral, o aumento da vazão de ar resulta em um aumento da recuperação do mineral flotado devido ao aumento da área total superficial das bolhas introduzidas na coluna (Aquino *et al.*, 2002). O aumento acima de um certo limite de vazão altera o estado da coluna de regime de borbulhamento uniforme (*bubbly flow regime*) para regime de fluxo turbulento (*churn-turbulent flow regime*), prejudicando o processo de flotação como relatado anteriormente.

3.3 Instrumentação

O método mais comum para estimar a posição da camada de espuma é normalmente realizado com o auxílio de medidores de pressão, conforme mostrado por Finch e Dobby (1990). Assumindo pressão estática e que as outras variáveis de entrada permaneçam constantes, os autores propuseram a medição de pressão para o cálculo da altura da camada de espuma, como apresentado na figura 3.3. Devido à imprecisão das densidades médias da polpa e da espuma, o uso de apenas um medidor de pressão localizado abaixo da interface da espuma, não seria aconselhado.

Uma opção seria o uso de dois ou três medidores de pressão ao longo da coluna. No primeiro caso, eles deveriam estar localizados na zona de coleta, e no segundo caso, os

medidores deveriam estar localizados um na zona de limpeza e os outros dois na zona de coleta, como esquematizados na figura 3.4 e 3.5, respectivamente. O uso de três medidores também apresentou alguns problemas, como, por exemplo, a interface polpa-espuma deveria estar localizada entre o medidor superior e o intermediário, supondo que as densidades da zona de coleta e de limpeza (ρ_c e ρ_f) sejam uniformes e os componentes dinâmicos das pressões da zona de coleta e de limpeza sejam os mesmos. A variação de escalonamento e de densidade aparente devido às mudanças na porcentagem de sólidos e ar, contidos na polpa e na zona de limpeza, foram os principais problemas observados neste método (Bergh e Yianatos, 2002). Outros métodos de medida da altura da camada de espuma são encontrados na literatura., por exemplo, Finch e Dobby (1990) também propuseram o uso de transdutores como bóias ou medidores ultra-sônicos distribuídos ao longo da coluna.

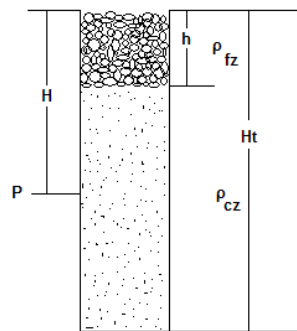


Figura 3.3: Esquema de medida de pressão utilizando um medidor de pressão.

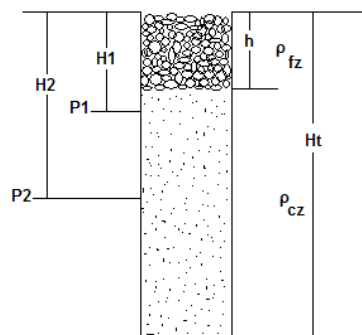


Figura 3.4: Esquema de medida de pressão utilizando dois medidores de pressão.

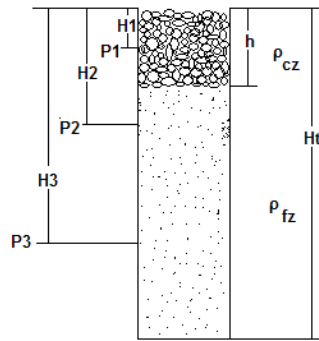


Figura 3.5: Esquema de medida de pressão utilizando três medidores de pressão.

Além disso, o uso de condutividade elétrica e pontas de prova de temperatura (Bergh e Yianatos, 1991; Uribe-Salas *et al.*, 1991; Pérez *et al.*, 1993) e o uso de algoritmos de redes neurais para relacionar o perfil de condutividade e *bias* proposto por Pérez-Garibay e del Villar(1997) foram também citados. Na utilização de redes neurais é necessária a recalibração e manutenção do programa para que se garanta a qualidade da estimação de tempo (Bergh e Yianatos, 2002). Uribe-Salas *et al.* (1991) apresentaram uma relação entre o *bias* e o perfil de condutividade. Grégoire (1997) propôs a substituição de rede neural por uma análise semi-analítica do perfil de condutividade, o que eliminava o grande número de experimentação requerida para o treinamento desta rede. Para tal o sensor do perfil de condutividade foi composto por anéis condutores colocados ao longo da parede da coluna. Supõe-se que a resistência da interface polpa-espuma pode ser aproximada de um sistema de duas resistências em série como mostrado na figura 3.6.

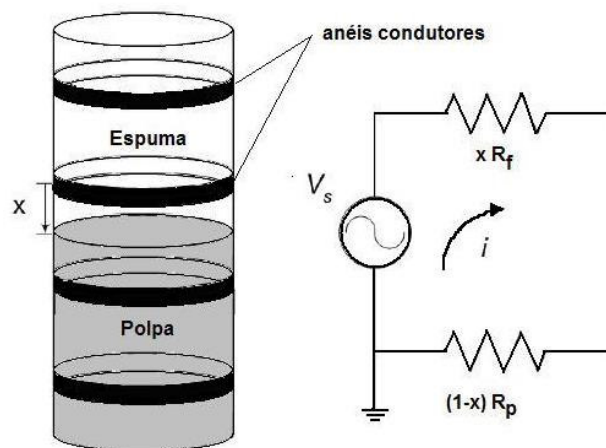


Figura 3.6: Cálculo da posição da interface.

A posição da interface segundo Grégoire (1997) pode ser estimada pela equação:

$$R = xR_f + (1 - x)R_p \quad (3.5)$$

sendo x a distância entre o anel superior da medição e a interface polpa-espuma, R_f a resistência por metro da espuma e R_p a resistência por metro da polpa.

A utilização de dispositivos de câmeras de vídeo para a análise de características da espuma através de imagens, tais como forma, cor, brilho e velocidade de transporte, é apresentada na literatura (Bonifazi *et al.*, 1999). Porém, a captura desta imagem é complexa e requer o desenvolvimento de equações que se relacionem com as variáveis de processo que devem ser controladas.

Para avaliações eficientes do processo, há a necessidade de medição e estimação da concentração do minério na alimentação, no flotado e no não flotado. Para tal pode ser utilizada a análise química de fluorescência de raios X *on-line*. Porém alguns problemas são detectados com a utilização destes dispositivos, tais como a amostragem da polpa, calibração e limpeza das células do sistema de raios X (Leurox e Franklin, 1994), além do alto custo de investimento e manutenção destes dispositivos.

O *holdup* do ar pode ser medido, por exemplo, utilizando manômetros, transdutores ou transmissores de pressão.

O *bias* normalmente é avaliado através do balanço de água na parte inferior da coluna, entre a entrada da polpa de alimentação e a saída do não flotado. Este cálculo é feito para estado estável da coluna. Em um controle automático, onde a condição de operação é transiente, sua medida poderia ser feita através de medidores magnéticos de vazão e de densímetros por atenuação de feixes de raios X, porém o alto custo destes dispositivos torna a sua implementação inviável (Villar *et al.*, 1999). Um outro método de estimativa do *bias* é através da identificação do sistema dinâmico, porém algumas imprecisões na inclusão de algumas variáveis manipuladas nas variáveis controladas é um problema para este método.

3.4 Cálculo das Variáveis do Processo

Através do balanço de massa é possível relacionar as principais variáveis de processo: as vazões de entrada e saída, as densidades das zonas de limpeza e de coleta e a altura da camada de espuma. Este balanço possibilita o cálculo do valor de *bias*. A figura 3.6 apresenta um esquema do balanço de massa proposto.

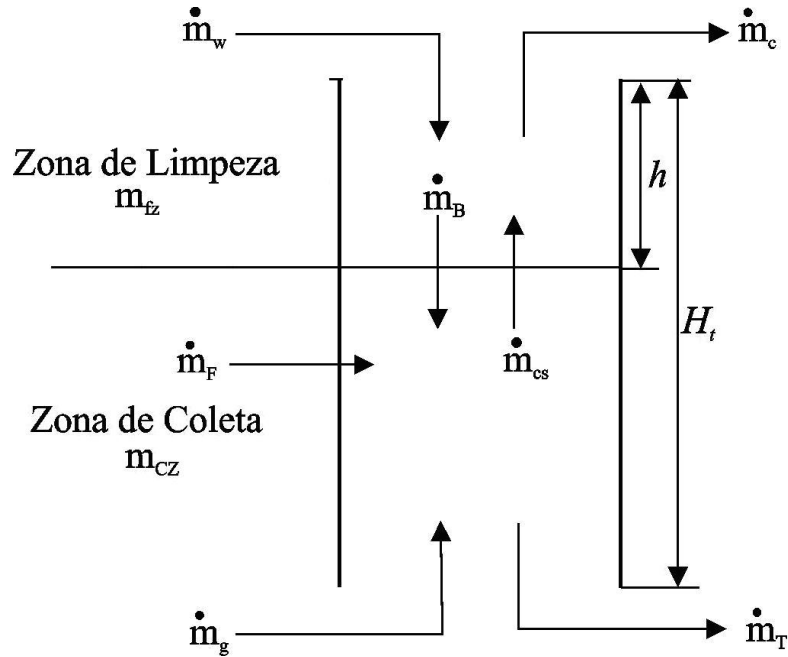


Figura 3.7: Balanço de massa em uma coluna de flotação.
Fonte: Persechini, 2001

A massa total dentro da coluna pode ser subdividida entre a massa contida na zona de limpeza e a contida na zona de coleta (Persechini, 2001).

$$m = m_{fz} + m_{cz} \quad (3.6)$$

$$m_{fz} = m_{fzo} + m_w - m_B - m_{Cs} - m_c \quad (3.7)$$

$$m_{cz} = m_{czo} + m_F + m_B - m_{Cs} - m_T \quad (3.8)$$

$$m = m_o + m_w + m_F - m_C - m_T \quad (3.9)$$

onde m_{fzo} e m_{czo} são os valores das massas já contidas na coluna e m_0 é a soma das mesmas.

Derivando as equações (3.7) e (3.8) em relação ao tempo:

$$Ah\dot{\rho}_{fz} + A\dot{h}\rho_{fz} = \dot{m}_w - \dot{m}_B - \dot{m}_{Cs} - \dot{m}_c \quad (3.10)$$

e

$$A(H_t - h)\dot{\rho}_{cz} + A\dot{h}\rho_{cz} = \dot{m}_F + \dot{m}_B - \dot{m}_{Cs} - \dot{m}_T \quad (3.11)$$

As vazões mássicas, \dot{m} , não variam apenas com a variação do volume, mas também com a variação da densidade. Dessa forma, apenas para sistemas bifásicos, em que a solução é composta por água e uma quantidade desprezível de reagentes, a densidade é constante e, aproximadamente, $\rho_w = 1 \text{ g/cm}^3$, e o balanço de massa é:

$$\frac{Ah\dot{\rho}_{fz} + A\dot{h}\rho_{fz}}{\rho_w} = Q_w - Q_B - Q_c \quad (3.12)$$

$$\frac{A(H_t - h)\dot{\rho}_{cz} + A\dot{h}\rho_{cz}}{\rho_w} = Q_F + Q_B - Q_T \quad (3.13)$$

Portanto,

$$Q_B = \frac{A(H_t - h)\dot{\rho}_{cz} + A\dot{h}\rho_{cz}}{\rho_w} - Q_F + Q_T \quad (3.14)$$

onde ρ_{cz} é a densidade média da zona de coleta e pode ser calculada por:

$$\rho_{cz} = (1 - \varepsilon_{gez})\rho_{sl} \quad (3.15)$$

A altura da camada de espuma, h , depende das medidas de pressão, P_1 e P_2 , e do valor da densidade média da espuma na zona de limpeza, ρ_{fz} , que deve ser estimado. Um

esquema desta medição é apresentado na figura 3.4. As relações entre os valores de pressão e as variáveis de processo podem ser expressa como:

$$P_1 = (H_1 - h)\rho_{cz}g + h\rho_{fz}g \quad (3.16)$$

$$P_2 = (H_2 - h)\rho_{cz}g + h\rho_{fz}g \quad (3.17)$$

Das equações (3.16) e (3.17), a altura da camada de espuma é dada por:

$$h = \frac{P_1H_2 - P_2H_1}{(P_1 - P_2) + \rho_{fz}g(H_2 - H_1)} \quad (3.18)$$

Através da medição da pressão em dois pontos da coluna, é possível ainda o cálculo do *holdup* de ar através da equação:

$$\varepsilon_g = 1 - \frac{\Delta P}{\rho_{sl}g\Delta H} \quad (3.19)$$

onde

ΔP : diferença de pressão entre os dois pontos (kPa);

ρ_{sl} : densidade da polpa (g/cm^3);

ΔH : distância entre as medidas de pressão (m);

g : aceleração da gravidade (m/s^2);

Densidade da Camada de Espuma

A densidade da camada de espuma é necessária para o cálculo da altura da camada de espuma. Como este valor não é medido, ele pode ser inferido da relação:

$$\rho_{fz} = \frac{\int_0^h \rho(z)dz}{h} \quad (3.20)$$

onde $\rho(z)$ é a função de variação da densidade ao longo do eixo z , representado pelo eixo longitudinal, com origem no topo da coluna.

Como a densidade varia ao longo da zona de limpeza e nenhuma equação para $\rho(z)$ foi encontrada de forma a apresentar adequadamente tal variação, uma função que representa ρ_{fz} em face das variações da altura da camada de espuma e velocidade superficial de líquido foi utilizada para o cálculo da densidade, obtida experimentalmente e apresentada por Persechini (2001). A densidade média ρ_{fz} foi então calculada, com o auxílio das equações (3.16) e (3.17), por:

$$\rho_{fz} = \frac{P_1(H_2 - h) - P_2(H_1 - h)}{hg(H_2 - H_1)} \quad (3.21)$$

onde Persechini determinou os valores das pressões pela média dos valores registrados em torno do ponto onde a altura foi medida.

Após os testes experimentais realizados e análise dos resultados, Persechini sugeriu que a densidade média da camada de espuma poderia ser aproximada como uma função da altura e da vazão de ar:

$$\rho_{fz} = F(h, Q_g) \quad (3.22)$$

onde $F(h, Q_g)$ é um polinômio de segunda ordem que Persechini adotou para representar a integral da equação (3.20), dividido pela altura.

Vazão da Fração de Flotado

A vazão de flotado pode ser estimada pela vazão de ar e *holdup* do ar no topo da coluna, ϵ_{g0} , Finch e Dobby (1990):

$$J_c = J_g \left(\frac{1 - \epsilon_{g0}}{\epsilon_{g0}} \right) \quad (3.23)$$

Multiplicando a área da seção da coluna, pela equação (2.24) e substituindo o resultado nas equações (3.12) e (3.13), em estado estacionário:

$$Q_g \left(\frac{1 - \varepsilon_{g0}}{\varepsilon_{g0}} \right) = Q_w + Q_F - Q_T \quad (3.24)$$

Com resultados obtidos desta equação, Finch e Dobby (1990) sugeriram que o *holdup* do ar também poderia ser representado como uma função da altura mantendo a vazão de ar constante, porém não foram feitos experimentos suficientes para a determinação desta função.

Portanto, aproximou-se a fração de flotado como uma função da vazão de ar e da altura da camada de espuma:

$$AJ_C = AJ_g \left(\frac{1 - \varepsilon_{g0}}{\varepsilon_{g0}} \right) \approx F(J_g, h) = Q_g (Kh) \quad (3.25)$$

onde K é uma constante determinada. Além da função apresentada, a vazão de flotado poderia ser calculada pela equação do balanço de massa (Finch e Dobby, 1990).

Holdup do Ar

Finch e Dobby (1990) descreveram um método que relaciona o *holdup* do ar e a velocidade superficial de ar. Foi também apresentada a relação empírica entre o diâmetro da bolha e a velocidade superficial do ar, expressa por $d_b = C(J_g)^n$, onde a constante C depende principalmente do tipo e concentração do reagente e o expoente n depende da característica de aeração do sistema.

$$\varepsilon_g = F(J_g, J_l) \quad (3.26)$$

Altura da Camada de Espuma

As equações (3.12) e (3.13) foram adicionadas ao modelo da altura da camada de espuma relacionando o modelo com as variações de entrada:

$$Q_F + Q_W - Q_C - Q_T = \frac{Ah\dot{\rho}_{fz} + A\dot{h}\rho_{fz} + A(H_t - h)\dot{\rho}_{cz} - A\dot{h}\rho_{cz}}{\rho_w} \quad (3.27)$$

Persechini (2001) linearizou a equação (3.27) em torno de um ponto de operação com derivadas nulas de h_0 , ρ_{cz0} e ρ_{fz0} :

$$Q_F + Q_W - Q_C - Q_T = \frac{Ah_0\dot{\rho}_{fz} + A(H_t - h_0)\dot{\rho}_{cz} - A\dot{h}(\rho_{fz0} - \rho_{cz0})}{\rho_w} \quad (3.28)$$

Para descrever a relação entre a altura da camada de espuma e as vazões de entrada, Persechini linearizou a vazão de flotado, calculada através da equação (3.25) em torno do mesmo ponto de operação.

$$Q_c = K(q_{g0} + h_0Q_g - q_{g0}h_0) \quad (3.29)$$

onde q_{g0} é o valor médio da vazão de ar em torno do ponto linearizado.

Substituindo a equação (3.29) em (3.28) e fazendo a transformada de Laplace, o modelo contínuo da altura da camada de espuma foi dado por:

$$h(s) = \frac{Q_F(s) + Q_W(s) - Q_T(s) - Kh_0Q_g(s) - sh_0AD_{fz}(s) - s(H_t - h_0)AD_{cz}(s)}{sA(\rho_{fz0} - \rho_{cz0}) + Kq_{g0}} \quad (3.30)$$

onde $D_{fz}(s)$ e $D_{cz}(s)$ são as transformadas de Laplace de ρ_{fz} e ρ_{cz} .

Bias

Da Eq. (3.12) e considerando que $\rho_{sl} = \rho_w$, para um sistema água-ar:

$$Q_B = -A(H_t - h)\dot{\epsilon}_{gcz} - A\dot{h}(1 - \epsilon_g) + Q_T - Q_F \quad (3.31)$$

Usando a transformada de Laplace após a linearização da equação (3.31) em torno de um ponto de operação, onde as derivadas são nulas e representam um ponto de equilíbrio qualquer da altura da camada de espuma e do *holdup* do ar, Persechini (2001) representou o modelo em tempo contínuo como:

$$Q_B(s) = Q_T(s) - Q_F(s) + s\varepsilon_g(s)A(h_0 - H_t) + sh(s)A(\varepsilon_{g_0} - 1) \quad (3.32)$$

onde ε_{g_0} e h_0 foram determinados com testes utilizando valores típicos de $\varepsilon_{g_0} = 15\%$ e $h_0 = 100\text{cm}$, e, em seguida, ajustando-os por tentativa e erro, substituindo os valores deste coeficientes.

3.5 Definição do Modelo Matemático

Em todos os casos, inicialmente, são definidas as estruturas capazes de representar as relações de entrada e saída na forma contínua. Estas estruturas, determinam as funções de transferência contínuas adequadas para representar a dinâmica dominante do processo. Para obter os coeficientes dessas funções contínuas, primeiramente, estas são discretizadas e seus coeficientes discretos são obtidos por meio de algoritmos de estimação paramétrica. Finalmente, as funções discretas são reconvertidas para a forma contínua.

Persechini (2001) apresentou um modelo matemático para a planta piloto do CTDN, que representou de forma satisfatória o processo de flotação em coluna para projeto de controladores que será utilizado ao longo deste trabalho, tanto para o projeto do controlador como para simulação e avaliação do mesmo. Para os dados da planta piloto, utilizando um sistema bifásico água-ar, a densidade média da zona de limpeza foi estimada como:

$$\rho_{fz} = \frac{-8,78 \times 10^{-4} h^2 + 2,97 \times 10^{-1} h - 44,86 + 11,73 Q_g}{h} \quad (3.33)$$

sendo que os coeficientes foram ajustados usando o método dos mínimos quadrados.

O modelo que representou a relação entrada-saída para o *holdup* do ar na zona de coleta foi obtido experimentalmente. Sua representação contínua no domínio de Laplace foi apresentada como sendo:

$$\varepsilon_g(s) = \frac{7,78 \times 10^{-5}}{s + 7,81 \times 10^{-3}} Q_g + \frac{7,6 \times 10^{-5}}{s + 1,92 \times 10^{-2}} (Q_T - Q_w) \quad (3.34)$$

Da equação (3.18) e da densidade média representada pela equação (3.33), a altura da camada de espuma foi estimada pela solução da equação (3.35).

$$(-3,6 \times 10^{-4} g(H_2 - H_1))h^2 + (4,4 \times 10^{-1} g(H_2 - H_1) + (P_2 - P_1))h - 5,64 g(H_2 - H_1) - (P_1 H_2 - P_2 H_1) = 0 \quad (3.35)$$

Da equação (3.30) e considerando que as variações nas densidades têm pequeno efeito no comportamento da altura da camada de espuma, quando comparado com as variações de vazão, e os termos referentes à densidade da camada de espuma e da zona de recuperação são zero em regime permanente, a equação da altura da camada de espuma pôde ser simplificada para:

$$h(s) = \frac{1,029 \times 10^{-3} s + 2,3 \times 10^{-5}}{(s + 4,02 \times 10^{-4})(s + 1,92 \times 10^{-2})} (Q_F(s) + Q_w(s) - Q_T(s)) + \frac{-1,59 \times 10^{-4} + 4,33 \times 10^{-7}}{(s + 4,02 \times 10^{-4})(s + 7,981 \times 10^{-3})} Q_g(s) \quad (3.36)$$

onde os coeficientes foram ajustados pelo método dos mínimos quadrados .

Por fim, foi possível reescrever a equação (3.32) como a equação (3.37), determinando o modelo do *bias*:

$$Q_B(s) = Q_T(s) - Q_F(s) - 3,84 \times 10^5 s \varepsilon_g(s) - 4,8 \times 10^4 s h(s) \quad (3.37)$$

O modelo matemático para a coluna piloto em sistema bifásico (água-ar) utilizado neste trabalho para o projeto do controlador foi representado na forma de matriz como:

$$\begin{bmatrix} h(s) \\ \varepsilon_g(s) \\ Q_B(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ s(K_1 G_{11} + K_2 G_{21}) & s(K_1 G_{12} + K_2 G_{22}) & 1 + s(K_1 G_{13} + K_2 G_{23}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_w(s) \\ Q_g(s) \\ Q_T(s) - Q_F(s) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

onde as funções de transferência:

$$G_{11} = \frac{-(1,029 \times 10^{-3} s + 2,3 \times 10^{-5})}{(s + 4,02 \times 10^{-4})(s + 1,92 \times 10^{-2})} \quad (3.39)$$

$$G_{12} = \frac{-1,59 \times 10^{-4} s + 4,33 \times 10^{-7}}{(s + 4,02 \times 10^{-4})(s + 7,981 \times 10^{-3})} \quad (3.40)$$

$$G_{13} = \frac{(1,029 \times 10^{-3} s + 2,3 \times 10^{-5})}{(s + 4,02 \times 10^{-4})(s + 1,92 \times 10^{-2})} \quad (3.41)$$

são relações para o modelo da altura da camada de espuma apresentada pela equação (3.36), e

$$G_{21} = \frac{7,6 \times 10^{-5}}{(s + 1,92 \times 10^{-2})} \quad (3.42)$$

$$G_{22} = \frac{7,78 \times 10^{-5}}{(s + 7,81 \times 10^{-3})} \quad (3.43)$$

$$G_{23} = \frac{-7,6 \times 10^{-5}}{(s + 1,92 \times 10^{-2})} \quad (3.44)$$

são relações para o modelo de *holdup* do ar apresentada na equação (3.34).

Na equação (3.38) a relação entre o *bias* e as variáveis manipuladas (água de lavagem, vazão de ar e de não flotado) foi obtida pela substituição das equações (3.34) e (3.36) em (3.37), e pela equação (3.37): $K_1 = -4,8 \times 10^4$ e $K_2 = -3,84 \times 10^5$.

Segundo Persechini (2001), este modelo é valido nas seguintes condições:

- Vazão de flotado maior que zero.
- Vazão de não flotado maior que zero.
- Altura da camada de espuma entre limites inferior e superior (o limite inferior é de 20 cm, que corresponde ao ponto de introdução de água de lavagem; o limite superior é de 140 cm, que corresponde ao valor mínimo para o qual o medidor de pressão PT-01 foi calibrado).
- Operação da coluna em regime de borbulhamento uniforme (*bubbly flow regime*).

Para que estas condições se verifiquem, segundo Persechini (2001), as variações de vazões de entrada devem obedecer a certos limites, sendo que um deles é que inicialmente a vazão de alimentação de ar não deve ser alterada em forma de degrau para minimizar os efeitos causados pelas características de fase não-mínima na altura da camada de espuma.

4. CONTROLE ÓTIMO H_2

4.1 Regulador Linear Quadrático - LQR

O LQR é um regulador que fornece ao projeto de controle em malha fechada excelentes margens de estabilidade. O problema padrão LQR é tradicionalmente definido considerando que a realização da planta $G(s)$ seja dada por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w + D_{22} u\end{aligned}\tag{4.1}$$

onde x é o vetor de estados, u é o sinal de controle, w é o vetor ruídos, y são as saídas medidas, e z consiste em uma combinação linear entre x , y e u que define os objetivos de controle do sistema. Admitindo que uma matriz seja pequena se o traço for pequeno e que a lei de controle seja dada por:

$$u = -Kx\tag{4.2}$$

O problema, então, consiste em encontrar uma matriz de realimentação de estados $K(s)$ para a planta $G(s)$, representada acima, que minimize a função custo:

$$J = \int_0^{\infty} (Tr[SWW^H S^H] + Tr[TT^H]) d\omega = \int_0^{\infty} (Tr[SWT]) d\omega\tag{4.3}$$

onde W é uma função de peso ou ponderação, S é a função sensibilidade definida pela equação (4.4), e T é chamada função sensibilidade complementar definida na equação (4.5).

$$S = (I + GK)^{-1}\tag{4.4}$$

$$T = GK(I + GK)^{-1}\tag{4.5}$$

No domínio do tempo, segundo Skogestad e Postlethwaite (1997) este problema de otimização pode ser convertido para encontrar uma matriz $K(s)$ que minimize a função custo dada por:

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T (z^T Q z + u^T R u) dt \right\} \quad (4.6)$$

onde Q e R são as matrizes de peso, e são normalmente escolhidas como semi-definidas positivas tal que:

$$Q = Q^T \geq 0 \text{ e } R = R^T \geq 0$$

A solução do problema LQR pode ser obtida pelo 2º método de Lyapunov. Admitindo que D_{11} e D_{12} sejam nulas e que $R = F^T F$, o índice J poderá ser dado por:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T C_1^T Q C_1 x + x^T K^T F^T F K x) dt = \int_0^{\infty} x^T (C_1^T Q C_1 + K^T F^T F K) x dt \quad (4.7)$$

Utilizando o 2º método de Lyapunov, temos:

$$x^T (C_1^T Q C_1 + K^T F^T F K) x = \frac{d}{dt} (x^T P_c x) = -x^T [(A - BK)^T P_c + P_c (A - BK)] x \quad (4.8)$$

Isso implica que:

$$\begin{aligned} C_1^T Q C_1 + K^T F^T F K + [(A - BK)^T P_c + P_c (A - BK)] &= \\ &= A^T P_c + P_c A + [FK - (F^T)^{-1} B^T P_c]^T [FK - (F^T)^{-1} B^T P_c] - P_c B (F^T F)^{-1} B^T P_c + C_1^T Q C_1 = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

A minimização de J em relação a K requer que:

$$[FK - (F^T)^{-1} B_2^T P_c]^T [FK - (F^T)^{-1} B_2^T P_c] = 0 \quad (4.10)$$

Logo,

$$FK - (F^T)^{-1} B_2^T P_c = 0 \quad (4.11)$$

Portanto a solução ótima para o LQR é dada por:

$$K = R^{-1} B_2^T P_c \quad (4.12)$$

onde $P_c = P_c^T \geq 0$ é a única solução semi-definida positiva que satisfaz a equação algébrica de Riccati:

$$A^T P_c + P_c A - P_c B_2 R^{-1} B_2^T P_c + C_1^T Q C_1 = 0 \quad (4.13)$$

Embora a solução para esta equação não seja trivial, ela pode ser obtida através de diversos algoritmos.

Como propriedade do regulador LQR, podemos citar:

- O regulador LQR sempre é assintoticamente estável, uma vez que autovalores da matriz $[A - B_2 K]$ sempre estão alocados no semi-plano aberto esquerdo.
- Variações da fase de até 60° podem ser toleradas simultaneamente em cada entrada.
- O ganho pode ser aumentado indefinidamente sem perda de estabilidade.
- O regulador LQR apresenta robustez contra qualquer incerteza multiplicativa não estruturada Δ na entrada de planta, tal que:

$$\bar{\sigma}(\Delta(j\omega)) \leq \frac{1}{2}$$

4.2 Filtro de Kalman

Nem sempre todos os estados da planta estão disponíveis em um sistema, e algumas vezes o sinal de medição é corrompido por ruídos. Nestes casos, o uso do filtro de Kalman é bastante apropriado uma vez que permite a estimação dos parâmetros desconhecidos do modelo através de um processo recursivo que minimiza o erro quadrático, permitindo a estimação dos estados passados, presentes e previsão dos

estados futuros. O procedimento baseia-se na observação de uma variável não disponível (variável de estado) por uma outra variável disponível (variável de observação). No sistema descrito pela equação (4.1), considerando que A e C_2 formam um par completamente observável, segundo Skogestad e Postlethwaite (1997), a estrutura de um observador de estado é dada pela equação (4.14) e é apresentada na figura 4.1:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= Ax + B_2u + L(\hat{y} - y) \\ \hat{y} &= C_2x + D_{22}u\end{aligned}\tag{4.14}$$

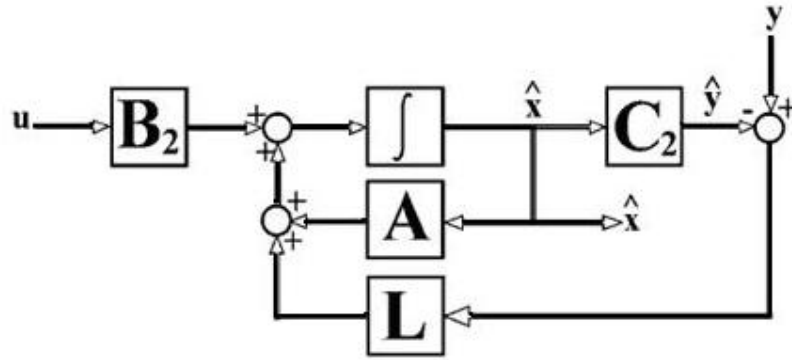


Figura 4.1: Filtro de Kalman.

onde o erro de estimação é dado por:

$$\frac{d}{dt}(x - \hat{x}) + L(\hat{y} - y) = A(x - \hat{x}) + LC_2(x - \hat{x}) = [A - LC_2](x - \hat{x}) = A_{obs}(x - \hat{x})\tag{4.15}$$

Quando A_{obs} é uma matriz estável, o erro de estimação tende assintoticamente a zero, mesmo que $\hat{x}(0) \neq x(0)$. Portanto o projeto do observador pode ser feito visando obter uma estimativa ótima dos estados no sentido que $E\{(\hat{x} - x)^T(\hat{x} - x)\}$ seja minimizada. Neste caso, a solução é dada por:

$$L = P_f C_2^T V^{-1}\tag{4.16}$$

onde $P_f = P_f^T \geq 0$ é a única solução semi-definida positiva que satisfaz a seguinte equação de Riccati:

$$P_f A^T + AP_f - P_f C_2^T V^{-1} C_2^T P_f + B_1 Q B_1^T = 0\tag{4.17}$$

onde V e W são matrizes de peso e são normalmente escolhidas como as matrizes de covariância do ruído de medição e do ruído de estados, respectivamente.

Se trocarmos na equação de Riccati $A \rightarrow A^T$, $B_2 \rightarrow C_2^T$, $R \rightarrow V$ e $C_1^T Q C_1 \rightarrow B_1 W B_1^T$, o mesmo algoritmo para a obtenção do compensador K pode ser utilizado para a obtenção do ganho do observador L .

4.3 Regulador Linear Gaussiano - LQG

O desenvolvimento deste controlador ótimo deu-se, coincidentemente, na mesma época dos grandes programas de pesquisa espacial, ocorridos nos Estados Unidos da América e na União Soviética, por volta dos anos 60. Os engenheiros espaciais tiveram bons resultados nas soluções dos problemas espaciais quando aplicado o uso do regulador LQG. Já os engenheiros de controle não obtiveram o mesmo sucesso na utilização deste regulador nos problemas industriais. Devido à sua falta de robustez, o uso do projeto de LQG não é comumente usado na prática (Skogestad e Postlethwaite, 1997).

A solução para o problema LQG, apresentado na figura 4.2, consiste, primeiramente, na determinação do controle ótimo para um problema do regulador LQR, e em seguida deve-se encontrar uma estimativa ótima para \hat{x} como a medida exata dos estados x para o regulador ótimo LQR, obtida através de um filtro de Kalman. Portanto o problema LQG pode ser dividido em duas partes distintas, como mostra a figura 4.3.

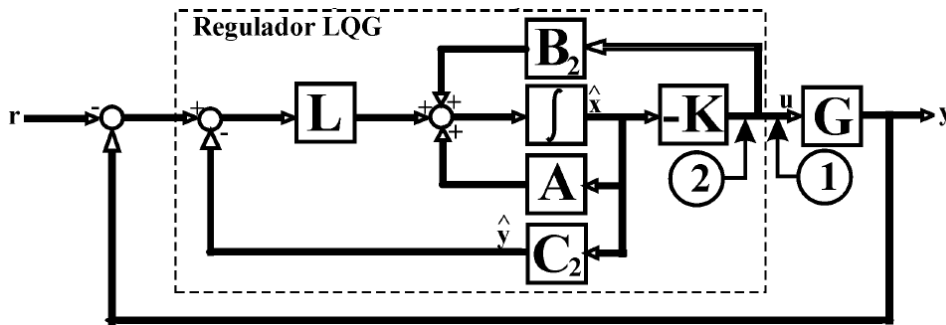


Figura 4.2: Controlador LQG.

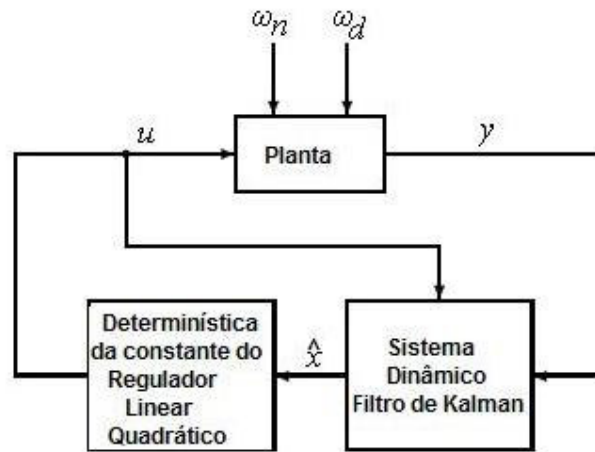


Figura 4.3: Esquema do teorema de separação do LQG.

Os autovalores da planta compensada consistem na união dos autovalores alocados pelo LQR e dos autovalores do filtro de Kalman, resultando em um esquema total internamente estável sob todas as condições declaradas. Uma característica observável no regulador LQG é o fato de apesar de tanto o regulador LQR quanto o filtro de Kalman apresentarem boas propriedades de robustez e desempenho o compensador LQG pode apresentar uma margem de estabilidade relativamente pobre, uma vez que é desejável que a razão de retorno do LQR não seja alterada com a inclusão do filtro de Kalman (Skogestad e Postlethwaite, 1997).

Segundo Skogestad e Postlethwaite (1997), a razão ideal de retorno (logo após o compensador) pode ser expressa por:

$$[GK] = -K\Phi B_2 \quad (4.18)$$

onde $\Phi = [sI - A]^{-1}$

E a razão real de retorno (imediatamente antes da planta) é expressa por:

$$[GK] = -K\Psi L [I + C_2 \Psi L]^{-1} C_2 \Phi B_2 \quad (4.19)$$

onde $\Psi = [sI - A + B_2 K]^{-1}$

4.4 Controlador Ótimo H_2

O controlador H_2 pode ser definido como uma generalização do compensador LQG. O uso de pesos fixos restringe o projeto LQG somente à obtenção das propriedades de desempenho e robustez. O emprego de pesos variáveis aumenta a flexibilidade do projeto, habilitando-o para a realização de estruturas mais apropriadas às especificações de desempenho e estabilidade. Porém o uso de pesos variáveis implica na inclusão de variáveis fictícias de estado ao modelo nominal com o propósito de adicionar dinâmicas extras no sistema original.

Uma grande parte dos esforços da matriz K tem como objetivo configurar o ganho de malha GK para satisfazer os requisitos de estabilidade, desempenho e robustez, fazendo com que as funções sensibilidade representada pela equação (4.4), sensibilidade complementar representada pela equação (4.5) e $Gwu = -KS$ (que representa a função de transferência de entradas exógenas w e u) sejam pequenas.

Uma vez que é possível minimizar simultaneamente todas as referidas funções, uma função de transferência é privilegiada em detrimento das outras para uma determinada faixa, podendo este problema ser formalizado pela extensão do modelo nominal $G(s)$, como apresentado na figura 4.4.

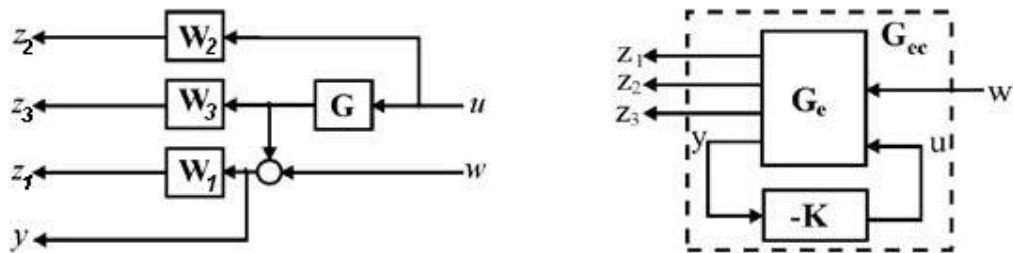


Figura 4.4: Esquema de expansão da planta G .

Este sistema aumentado depende somente do sistema nominal G e das três matrizes de peso W_1 , W_2 e W_3 , apresentando dois tipos de saídas: sinais de medições disponíveis, representado pela equação (4.20), e requisitos de controle, representado pela equação (4.21) (Skogestad e Postlethwaite, 1997).

$$y = Gu + w \quad (4.20)$$

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1(Gu + w) \\ W_2u \\ W_3Gu \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Se o sinal de u corresponde à realimentação de ($u = -Ky$) então a função de transferência de w para z será:

$$z = \begin{bmatrix} W_1S \\ -W_2G_{wu} \\ -W_3T \end{bmatrix} w \quad (4.22)$$

O modelo nominal $G(s)$ aumentado com os requisitos de controle pode ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ge_{11} & Ge_{12} \\ Ge_{21} & Ge_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \\ z = C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{cases} \quad (4.23)$$

O problema definido pela teoria de controle ótimo H_2 é encontrar o controlador $K(s)$ próprio e real racional que estabilize internamente o sistema $G(s)$, minimizando o critério:

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(|W_1(j\omega)S(j\omega)|_2^2 + |W_3(j\omega)T(j\omega)|_2^2 + |W_2(j\omega)G_{wu}(j\omega)|_2^2 \right) d\omega \quad (4.24)$$

que responde a minimização da norma H_2 da matriz de transferência de w para z do modelo estendido Ge , dada por:

$$G_{zW} = Ge_{11} + Ge_{12}K(I - Ge_{22}K)^{-1}Ge_{21} \quad (4.25)$$

Assumindo que G e W_I são funções estritamente próprias (no modelo de estados, $D = 0$), a solução do problema H_2 é dada por:

$$K(s) = \begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + P_f C_2^T (y - C_2\hat{x}) \\ u = -B_2^T P_c \hat{x} \end{cases} \quad (4.26)$$

onde P_f e P_c correspondem a solução das seguintes equações de Riccati:

$$P_f A^T + AP_f - P_f C_2^T C_2^T P_f + B_1 B_1^T = 0 \quad (4.27)$$

$$A^T P_c + P_c A - P_c B_2 B_2^T P_c + C_1^T C_1 = 0 \quad (4.28)$$

4.5 Escolha das Funções Pesos

O projeto de um controlador consiste basicamente na escolha do modelo nominal da planta e na seleção das funções de peso que são consideradas como os parâmetros livres do projeto. Considerando que, em diversas circunstâncias, as restrições podem ser formuladas naturalmente como problemas de minimização da norma H_2 , a manipulação de forma inteligente dos objetivos através das funções peso é de suma importância para a obtenção de um projeto satisfatório para o controlador.

No caso do projeto de um controlador ótimo, a seleção dos pesos tem como objetivos estabelecer uma adequada limitação das faixas de frequências do sistema, bem como propiciar o escalamento das entradas e saídas do sistema (Zhou e Doyle, 1998). A seleção da função peso do controlador deve refletir o que é razoável, evitando requisitos impossíveis e/ou contraditórios.

Devido à natureza específica do problema, a seleção das matrizes de peso é uma tarefa relativamente complexa, uma vez que não existem regras gerais para construí-las ou modificá-las. Embora não existam regras gerais para a seleção das funções de peso, algumas recomendações podem ser adotadas:

- Restringir a escolha dos pesos às funções racionais estáveis e de fase mínima.
- Uma vez que a ordem do controlador resultante é igual à ordem da planta nominal aumentada com os pesos, é desejável adotar funções de ordem pequena.
- Visando assegurar bom ajuste e boa rejeição de distúrbios, uma função passa-baixa pode ser utilizada para ponderar a função sensibilidade $S(s)$.
- Uma função passa-alta pode ser usada para ponderar a função sensibilidade complementar $T(s)$ visando limitar a largura de faixa de malha fechada.
- Utilizar peso nas entradas de todos os atuadores do sistema a fim de evitar a saturação dos mesmos.

4.6 Análise no domínio da frequência

A análise de projetos de controle multivariável é convenientemente realizada através de métodos no domínio da frequência uma vez que a análise destes projetos no domínio do tempo não permite uma compreensão completa do comportamento do sistema para variações no domínio da frequência (Brito Filho, 2006).

Objetivando a análise no domínio da frequência, é realizada uma generalização do conceito de resposta em frequência de sistemas SISO (única entrada – única saída) para o caso MIMO (múltiplas entradas – múltiplas saídas). No método tradicional, vários gráficos de frequência SISO são obtidos, individualmente, para as diversas combinações de entrada e saída no sistema MIMO, o que permite a análise das margens de ganho e fase. Porém, a utilização desta aproximação nem sempre é satisfatória devido ao rendimento do comportamento verdadeiro do sistema MIMO causado pelas combinações de todas as entradas e saídas do sistema (Brito Filho, 2006).

Um outro método que pode ser utilizado tem como ferramenta os valores singulares de matrizes, uma vez que eles representam uma maneira natural e imediata de estender o conceito de ganho para o contexto multivariável (Cruz, 1996). Os valores singulares podem ser ditos como a melhor das medidas das matrizes quadradas. Dado uma matriz G , podem-se decompor os valores singulares (SV) e escrevê-los como:

$$G = USV^* \quad (4.29)$$

Sendo que U e V são matrizes unitárias, ou seja, $V^* = V^{-1}$, a transposta conjugada complexa de V e

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & & & \\ & \sigma_2 & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \sigma_r & \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Com $r = \text{rank}(G)$. Os valores singulares são ordenados tal que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \dots \geq \sigma_{r-1} \geq \sigma_r$. Se G é uma função de $j\omega$, considerando U e V (Brito Filho, 2006). Desde que $GG^* = USV^*VSU^* = US^2U^*$, os valores singulares de G podem ser obtidos por:

$$SV = \sqrt{\text{eig}(GG^*)} \quad (4.31)$$

Os diagramas de Bode para os sistemas multivariáveis consistem nos gráficos do valor singular mínimo $\sigma_{\min}[G(j\omega)]$ e do valor singular máximo $\sigma_{\max}[G(j\omega)]$ em função da frequência angular ω . A magnitude de uma função de transferência quadrada em algumas frequências ($j\omega$) dependerá da direção de excitação da entrada, sendo que estas excitam somente os valores singulares associados a essas direções. Os valores singulares podem assumir, portanto, seus valores singulares máximos ou seus valores singulares mínimos para determinadas entradas (Brito Filho, 2006).

O desempenho robusto de um projeto pode então ser avaliado por meio da magnitude destes valores singulares de ganho de malha. Para especificações de projeto o valor singular mínimo de ganho de malha deve ser grande em baixas frequências de tal forma que seja capaz de rejeitar os distúrbios presente, uma vez que a maior parte dos distúrbios acontece em baixas frequências. Por outro lado, deve-se objetivar um valor singular máximo de ganho de malha pequeno em altas frequências, onde as incertezas do modelo do sistema são significantes, garantindo assim uma estabilidade robusta para o projeto.

Segundo Cruz (1996), é possível utilizar como conceito de ganho “grande” ou “pequeno” em determinada frequência como sendo: “grande” se $\sigma_{\min}[G(j\omega)] \gg 1$ e “pequeno” se $\sigma_{\max}[G(j\omega)] \ll 1$ numa dada frequência ω .

Levando em conta as seguintes considerações em relações aos valores singulares e lembrando das funções sensibilidade e sensibilidade complementar, é possível utilizar algumas especificações no domínio do tempo para algumas matrizes A, B, GK, M, com M não singular.

$$\sigma_{\min}(GK) - 1 \leq \sigma_{\min}(I + GK) \leq \sigma_{\min}(GK) + 1 \quad (4.32)$$

$$\sigma_{\max}(M) \leq 1 / \sigma_{\min}(M^{-1}) \quad (4.33)$$

$$\sigma_{\max}(AB) \leq \sigma_{\max}(A)\sigma_{\max}(B) \quad (4.34)$$

Se $S(j\omega)$ é pequena em baixas frequências e $T(j\omega)$ é pequena em altas frequências, como desejado observa-se que:

$$\sigma_{\max}(S) = \sigma_{\max}[(I + KG)^{-1}] \approx 1/\sigma_{\min}(GK) \quad (4.35)$$

$$\sigma_{\max}(T) = \sigma_{\max}[GK(I + KG)^{-1}] \approx \sigma_{\max}(GK) \quad (4.36)$$

Um grande valor de $\sigma_{\min}(GK)$ garante um pequeno valor de $\sigma_{\max}(S)$, por outro lado, um pequeno valor de $\sigma_{\max}(GK)$ garante um pequeno valor de $\sigma_{\max}(T)$ (Brito Filho, 2006).

Seguindo o mesmo raciocínio para especificação de projeto de controle em relação aos valores singulares para o ganho em malha, é possível defini-las em relação às funções sensibilidade e sensibilidade complementar. Como a função sensibilidade está relacionada com as entradas de referência e com os distúrbios, deve-se assegurar que $\sigma_{\max}[S(j\omega)]$ seja pequeno em altas frequências. Já no caso da função sensibilidade complementar que está relacionada com o ruído de medida, deve-se assegurar $\sigma_{\max}[T(j\omega)]$ seja pequeno em altas frequências. Portanto, é possível especificações de desempenho em termos do máximo e do mínimo valor singular tanto do ganho de malha $GK(j\omega)$ quanto de $S(j\omega)$ e $T(j\omega)$.

5. DIMENSIONAMENTO DO CONTROLADOR H_2

O problema de controle do processo de coluna de flotação consiste em manter as variáveis controladas em seus valores de referência, tanto na ocorrência de perturbações como na alteração destes valores de referência. Para o dimensionamento de um controlador deve-se, inicialmente, foram definidos quais variáveis seriam controladas (H , ε_g e B), e quais variáveis seriam manipuladas (Q_w , Q_g e $Q_t - Q_f$). Neste trabalho, considerou-se que as perturbações consistiam de variações aleatórias que ocorrem na condição operacional como, por exemplo, uma variação involuntária da vazão de água de lavagem.

As figuras 5.1, 5.2 e 5.3 mostram o comportamento das variáveis de saída do sistema representado pela equação (3.38) em malha aberta quando submetidas a um degrau unitário em cada uma das vazões de entradas separadamente. A figura 5.1 apresenta a resposta simulada do sistema em malha aberta quando uma entrada em degrau é aplicada na vazão de água de lavagem. A figura 5.2 apresenta o comportamento das variáveis de saída do sistema ainda em malha aberta quando é simulada uma entrada em degrau na vazão de ar, enquanto que a figura 5.3 mostra o comportamento das variáveis de saída quando uma entrada em degrau é aplicada na diferença entre a vazão de não flotado e a vazão de alimentação.

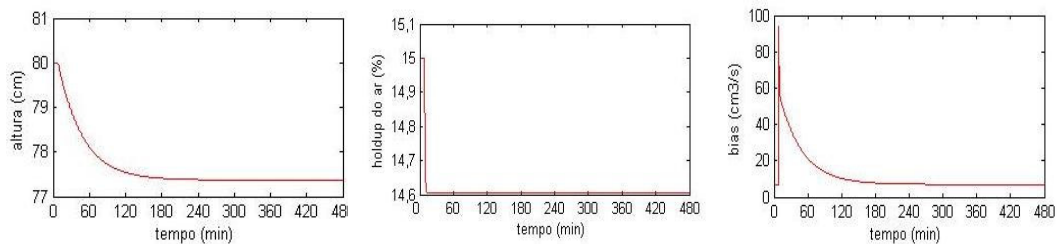


Figura 5.1: Resposta do sistema em malha aberta a entrada degrau na vazão de água de lavagem.

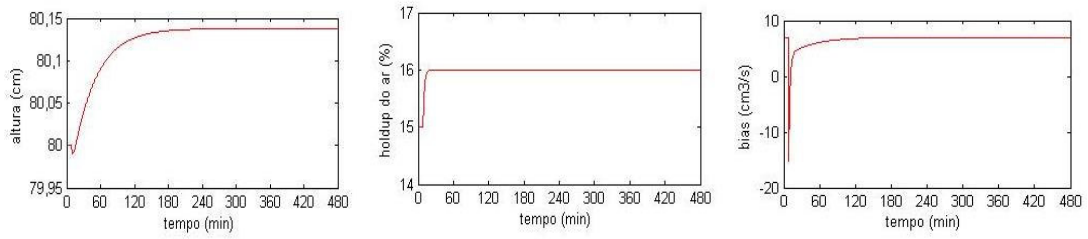


Figura 5.2: Resposta do sistema em malha aberta a entrada degrau na vazão de ar.

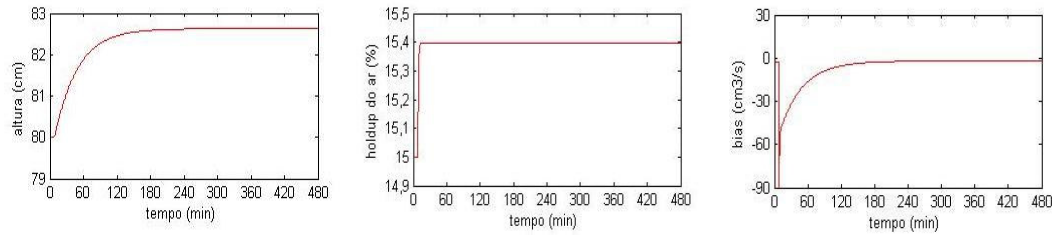


Figura 5.3: Resposta do sistema em malha aberta a entrada degrau na diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação.

Definidas as variáveis manipuladas e controladas, e escolhido o modelo nominal para a planta a ser utilizado (equação 3.38), a próxima etapa do projeto do controlador ótimo H_2 consistiu na seleção das funções peso, representadas pelas matrizes $W_1(s)$, $W_2(s)$ e $W_3(s)$. Estas funções devem ser selecionadas com o objetivo de encontrar um controlador estabilizante $K(s)$, tal que a norma da matriz de função de transferência Ty_1u_1 seja minimizada (Bittar e Sales,1998):

$$Ty_1u_1 = \begin{bmatrix} W_1(s)S(s) \\ W_2(s)K(s)S(s) \\ W_3(s)T(s) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

conforme ilustra a figura 5.4.

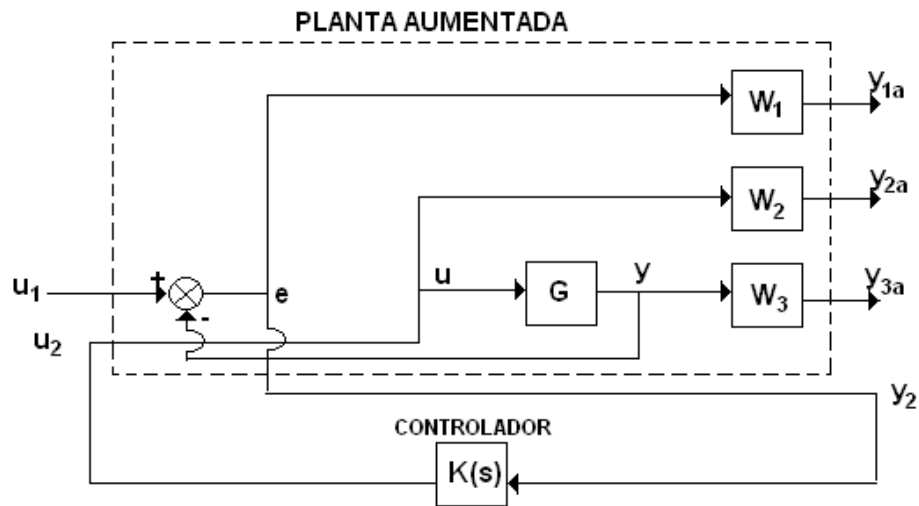


Figura 5.4: Planta aumentada e controlador.

5.1 Determinação Das Funções Peso

As funções pesos $W_1(s)$, $W_2(s)$ e $W_3(s)$ penalizam o sinal de erro, o sinal de controle e o sinal de saída, respectivamente. O uso de funções de pesos variáveis implica no aumento da planta. As funções de peso devem ser especificadas a partir da resposta desejada do sinal de controle. Devido à dificuldade de se obter uma forma geral para as funções peso, algumas direções apresentadas por Zhou e Doyle (1998) foram utilizadas na tentativa de alcançar as funções de pesos apropriadas para o projeto do controlador ótimo e em seguida um ajuste fino foi utilizado para uma melhor adequação destas funções.

Alguns critérios para a escolha destas funções foram levados em consideração, como por exemplo: W_1 geralmente está relacionada com os requerimentos de desempenho, agindo como um limite inferior da função sensibilidade; W_2 pode agir como um limite superior para o ganho do controlador que está relacionada diretamente a característica de robustez em malha fechada; e W_3 normalmente determina um limite superior para o pico ressonante em malha fechada (Bittar e Sales,1998).

5.1.1 Determinação de W_I

Como discutido anteriormente, é aconselhável manter $|S|$ pequeno em baixas frequências, onde os sinais de referência e distúrbios são significantes. Para a escolha da função de peso W_I , Zhou e Doyle (1998) sugeriram considerar $L = GK$ como um sistema padrão de segunda-ordem:

$$L = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2} \quad (5.2)$$

Assim seria possível determinar requisitos temporais como tempo de acomodação (t_s) e máximo sobre-sinal (M_p) através dos valores de coeficiente de amortecimento (ξ) e frequência natural não amortecida (ω_n), estes índices de performances poderiam ser calculados aproximadamente como:

$$t_s \approx \frac{4}{\xi\omega_n} \quad (5.3)$$

$$e \quad M_p = \exp\left(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \quad (5.4)$$

Sabe-se ainda que ω_n e ξ pode ser obtidos através da frequência de cruzamento ou banda passante no domínio da frequência em malha aberta e pico ressonante da função sensibilidade em malha fechada.

Ao determinar especificações no domínio do tempo, como por exemplo, a resposta desejada em malha fechada para o sinal de erro em relação à saída y , seria possível obter a função sensibilidade que resultasse em um bom projeto de controle, satisfazendo a frequência ω_b , definida como a frequência em que a função sensibilidade alcança -3dB (0,707), e o pico de sensibilidade M_s , definido como o máximo valor em módulo da função sensibilidade. Este requerimento de desempenho no domínio da frequência poderia ser aproximadamente representado como:

$$|S(s)| \leq \left| \frac{s}{\frac{s}{M_s} + \omega_b} \right| \quad (5.5)$$

ou ainda,

$$|W_1 S| \leq 1 \quad (5.6)$$

onde

$$W_1 = \frac{\frac{s}{M_s} + \omega_b}{s} \quad (5.7)$$

Considerando que a coluna de flotação é um sistema multivariável, a função ponderação W_1 deve ser escolhida como uma matriz diagonal, tendo cada termo escolhido de acordo com cada variável.

$$W_1 = \begin{bmatrix} W_{1H} & 0 & 0 \\ 0 & W_{1eg} & 0 \\ 0 & 0 & W_{1B} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

As determinações de W_{1H} , W_{1eg} e W_{1B} serão apresentadas nas seções seguintes.

Determinação de W_{1H}

Uma resposta adequada em malha fechada perante um erro no valor da altura da camada de espuma pode ser descrita pela função de transferência de segunda-ordem como apresentada pela equação (5.2). Determinando requisitos de uma resposta temporal, especificou-se um tempo de acomodação $t_s = 500s$ e coeficiente de amortecimento $\xi = 0,55$. Pela equação (5.3) obteve-se ω_n e, portanto, temos:

$$L = \frac{0,0004}{s^2 + 0,022s + 0,0004} \quad (5.9)$$

Pela resposta em frequência da função sensibilidade, equação (4.4) como descrita anteriormente, obteve-se os valores de $M_s = 1,28$ e $\omega_b = 0,0193$. A função peso W_{1H} foi especificada por:

$$W_{1H} = \frac{0,79s + 0,0193}{s} \quad (5.10)$$

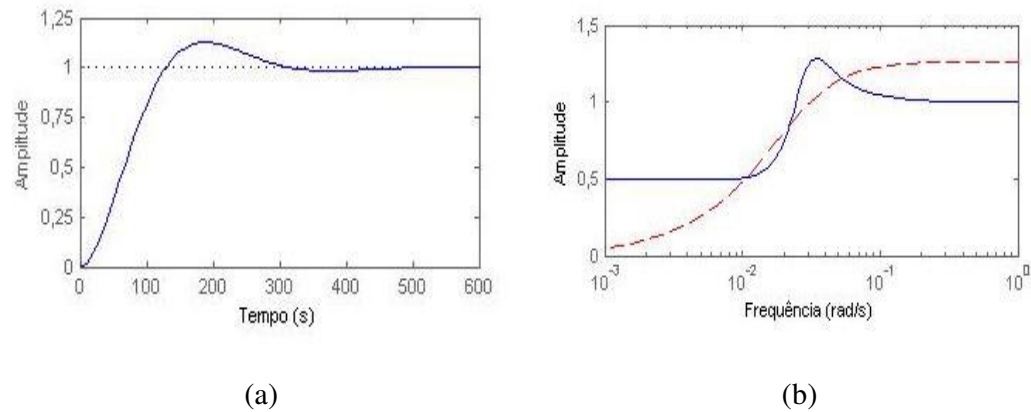
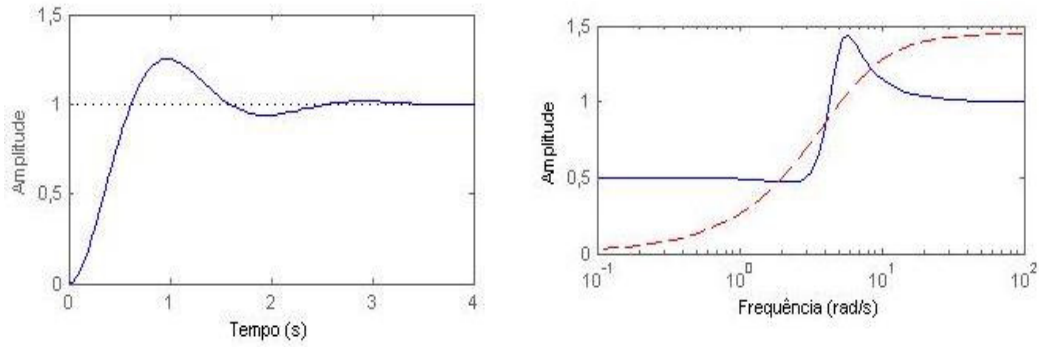


Figura 5.5: Resposta desejada para a altura da camada de espuma utilizando controlador H_2 . (a) resposta temporal (b) resposta em frequência da função sensibilidade (curva contínua) e da função de peso $(W_{1H})^{-1}$ (curva pontilhada).

Determinação de W_{1eg}

No caso do *holdup* do ar, uma resposta em malha fechada adequada, considerando os requisitos temporais $t_s = 4s$ e $\xi = 0,4$, perante um erro também foi representada por uma função de transferência de segunda-ordem como apresentada:

$$L = \frac{12,5}{s^2 + 2,8s + 12,5} \quad (5.11)$$



(a)

(b)

Figura 5.6: Resposta desejada para *holdup* do ar na zona de coleta utilizando controlador H_2 (a) resposta temporal (b) resposta em frequência da função sensibilidade (curva contínua) e da função de peso $(W_{1eg})^{-1}$ (curva pontilhada).

Através da resposta em frequência da função sensibilidade, figura 5.6 (b), observa-se que o máximo valor M_s de $|S|$ é igual a 1,44 e que a frequência de banda passante ω_b é 3,76. Portanto a função de ponderação W_{1eg} foi especificada como:

$$W_{1eg} = \frac{0,69s + 3,76}{s} \quad (5.12)$$

Determinação de W_{1B}

No caso do *bias*, uma resposta adequada em malha fechada perante um erro tendo como base os requisitos temporais $t_s = 100s$ e $\xi = 0,5$, foi descrita pela função de transferência de segunda-ordem abaixo:

$$L = \frac{0,0064}{s^2 + 0,08s + 0,0064} \quad (5.13)$$

A partir da resposta em frequência da função sensibilidade, figura 5.7 (b), obteve-se $M_s = 1,32$ e $\omega_b = 0,08$. Portanto uma função de peso W_{1B} foi determinada como:

$$W_{1B} = \frac{0,76s + 0,08}{s} \quad (5.14)$$

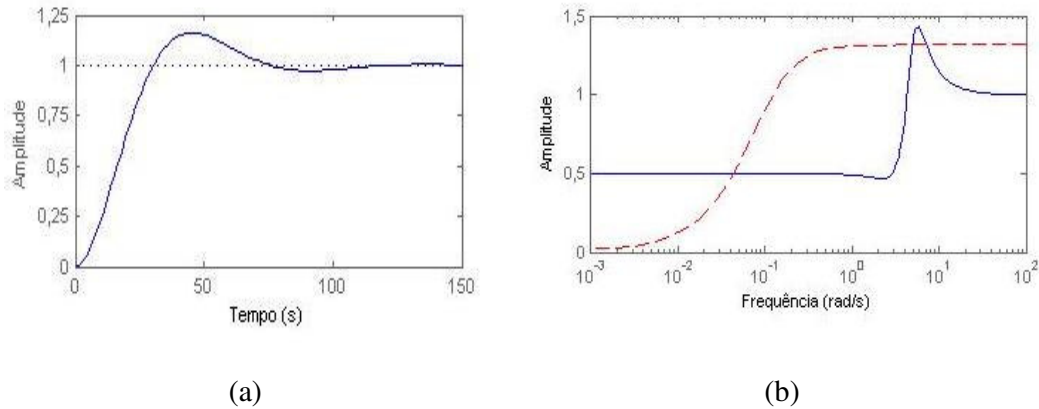


Figura 5.7: Resposta desejada para o *bias* utilizando controlador H_2 . (a) resposta temporal. (b) resposta em frequência da função sensibilidade (curva contínua) e da função de peso $(W_{IB})^{-1}$ (curva pontilhada).

5.1.2 Determinação de W_2

A discussão para a seleção da função peso W_2 foi similar ao procedimento discutido para W_1 . Sendo a equação do sinal de controle

$$u = KS(r - n - d) - Td_i \quad (5.15)$$

A magnitude de $|KS|$ em baixa frequência é essencialmente limitada pelo esforço de controle e pelo limite de saturação dos atuadores. Em geral o ganho máximo M_u de KS em baixa frequência pode ser grande, enquanto em alta frequência a magnitude é essencialmente limitada pela banda passante do controlador ω_{bc} e pela frequência de ruído (sensor), como apresentado por Zhou e Doyle (1998). Deseja-se, portanto, como apresentado na figura 5.5, que em altas frequências o ruído seja atenuado o máximo possível. Uma proposta para W_2 seria:

$$W_2 = \frac{s + \frac{\omega_{bc}}{M_u}}{\varepsilon_1 s + \omega_{bc}} \quad (5.16)$$

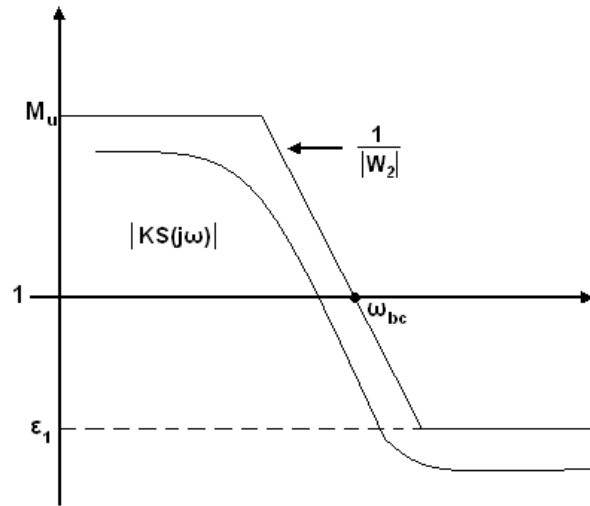


Figura 5.8: Peso W_2 e desejado KS .

A escolha de uma função de ponderação W_2 como uma matriz diagonal, onde cada termo pondera uma entrada de controle utilizando características específicas de cada atuador foi totalmente adequado.

$$W_2 = \begin{bmatrix} \frac{s+0,25}{s+5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{50(s+2,5)}{s+5} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0,1(s+2,5)}{s+5} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

5.1.3 Determinação de W_3

A função peso W_3 responsável pela ponderação do sinal de saída foi escolhida sendo uma função identidade com o objetivo de não aumentar desnecessariamente ordem do controlador resultante, uma vez que esta é igual à ordem da planta nominal aumentada com os pesos, sendo desejável adotar, portanto, funções de ordem pequena.

$$W_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

5.2 Controlador H_2

Após a determinação do modelo matemático para a coluna piloto em sistema bifásico (água-ar) representada pela matriz de transferência apresentada na equação (3.38) e a determinação das funções peso W_1 , W_2 e W_3 , apresentadas nas equações (5.8), (5.17) e (5.18) respectivamente, o modelo nominal G estendido, denominado Ge , foi obtido através da utilização da função *augw* do software *Matlab*[®]. Porém, uma condição para a utilização desta função é a de que todas as suas entradas, G , W_1 , W_2 e W_3 sejam funções próprias, ou seja, limitadas por $s \rightarrow \infty$.

A função peso W_l apresentada pela equação (5.8) apresenta pólos na origem com o intuito de se obter erro nulo em estado estacionário satisfazendo um das condições do projeto do controlador. A utilização da equação (5.8) na função *augw*, portanto, não foi possível. Uma solução para este problema foi apresentada por Zhou e Doyle (1998) na qual dever-se-ia considerar que o erro em estado estacionário após uma entrada em degrau apenas não deva ser maior que ε ($|S(0)| \leq \varepsilon$). Desta forma, uma escolha de W_l própria poderia ser representada pela equação (5.19).

$$W_1 = \frac{\frac{s}{M_s} + \omega_b}{s + \omega_b \varepsilon} \quad (5.19)$$

Com base nas equações (5.8), (5.10), (5.12) e (5.11) apresentada na discussão realizada para a determinação da função peso W_l , e na equação (5.19), a função apresentada na equação (5.20) foi utilizada no projeto do controlador. A medida que ε diminui, os pólos de W_l se aproximam cada vez mais da origem, podendo-se assim considerar W_l como uma aproximação de integrador.

$$W_1 = \begin{bmatrix} \frac{0,79s + 0,0193}{s + 10^{-6}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0,69s + 3,76}{s + 10^{-6}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0,76s + 0,08}{s + 10^{-6}} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Através do modelo nominal estendido Ge e da função $h2syn$ do *Matlab*[®] o controlador ótimo multivariável H_2 foi encontrado para o sistema representado na equação (3.38). A representação de espaço de estado do controlador $K(s)$ é apresentada da seguinte forma:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Be \quad (5.21)$$

$$u = Cx + De \quad (5.22)$$

onde x é o vetor de estados da planta, u é o sinal de saída do controlador, e é o sinal de entrada do controlador (erro), e as matrizes A , B , C e D são apresentadas a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,2786 & 1,8910 & 0,0028 & -0,3938 & 0 & 0,1401 & -1,5684 & -0,6790 & -0,0046 & 1,5985 & -5,9863 & -1,1780 & 0,0216 & -0,1372 & -0,2528 & -0,1385 & -0,0136 & -0,0008 \\ -0,0131 & 0,2593 & 0 & 0 & -2,5006 & 0 & 0,1533 & 0,0263 & -0,0001 & -3,7907 & -1,1153 & -0,0236 & 0,0004 & 0,0029 & -0,0013 & -0,0015 & -0,0001 & 0 & 0 \\ 0,0707 & 0,4741 & -0,0008 & 1,1649 & -0,0403 & -4,9646 & -0,3991 & -0,1721 & -0,0012 & 0,4654 & -1,4960 & -0,2975 & 0,0055 & -0,0347 & -0,0639 & -0,0350 & -0,0034 & 0,0056 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0003 & -0,0007 & 0 & -0,0001 & 0 & -0,0002 & 0,0011 & -0,0001 & -0,0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0002 & -0,0008 & 0 & 0,0038 & 0 & -0,0026 & 0,0013 & 0,0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0001 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0001 & 0,0005 & -0,0024 & 0 & -0,0003 & 0,0624 & -0,0274 & 0,0038 & 0,0004 & -0,0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0002 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0001 & 0 & -0,0005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0001 & 0 & 0 & 0,0009 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0026 & -0,0004 & -0,0052 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0002 & 0 & 0,0001 & 0,0012 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0017 & 0,0306 & -0,0275 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0001 \\ 0 & 0,0001 & 0 & 0,0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0001 & -0,0002 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0001 & 0 & 0,0003 & 0,0002 & 0 & -0,0001 & 0 & 0 & -0,0002 & -0,0004 & -0,0001 & 0,0005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0001 & 0,0007 & -0,0001 & 0,0011 & 0,0021 & 0 & -0,0002 & -0,0001 & 0 & -0,0029 & -0,0023 & -0,0003 & 0 & 0,0039 & -0,0001 & 0 & 0 & 0 & -0,0005 \\ 0,0001 & 0,0011 & -0,0002 & 0,0020 & 0,0024 & 0,0001 & -0,0005 & -0,0003 & 0 & -0,0030 & -0,0037 & -0,0005 & 0 & -0,0001 & 0,0077 & -0,0001 & 0 & 0 & -0,0014 \\ 0,0003 & 0,0024 & -0,0006 & 0,0056 & 0,0008 & 0,0002 & -0,0019 & -0,0008 & 0 & 0,0008 & -0,0076 & -0,0014 & 0 & -0,0002 & -0,0003 & 0,0311 & 0 & 0 & -0,0062 \\ 0,0012 & 0,0068 & -0,0021 & 0,0193 & -0,0115 & 0,0006 & -0,0073 & -0,0030 & 0 & 0,0242 & -0,0200 & -0,0049 & 0,0001 & -0,0006 & -0,0011 & -0,0006 & 0,1249 & 0 & -0,0464 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0,1250 & 0 & 0 \\ 0 & 2,0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2500 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,1393 & 0,9455 & 0,0014 & 2,3031 & 0 & 0,0701 & -0,7842 & -0,3395 & -0,0023 & 0,7993 & -2,9932 & -0,5890 & 0,0108 & -0,0686 & -0,1264 & -0,0692 & -0,0068 & -0,0004 \\ -0,0016 & 0,0324 & 0 & 0 & 0,3124 & 0 & 0,0192 & 0,0033 & 0 & -0,4738 & -0,1394 & -0,0029 & 0,0001 & 0,0004 & -0,0002 & -0,0002 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1414 & 0,9482 & -0,0015 & 2,3298 & -0,0806 & 0,0709 & -0,7982 & -0,3443 & -0,0023 & 0,9308 & -2,9919 & -0,5951 & 0,0109 & -0,0695 & -0,1278 & -0,0700 & -0,0069 & 0,0112 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

5.3 Análise do Sistema Realimentado com Controlador H_2 no Domínio da Frequência

Como apresentado na seção 4.6, é desejável que a função sensibilidade, $S(j\omega)$, seja pequena em baixas frequências de forma a assegurar pequenos erros uma vez que as entradas de referência e distúrbios são grandes nessa região, e ainda que a função sensibilidade complementar, $T(j\omega)$, seja pequena em altas frequências, onde ruídos de medidas são dominantes. Os valores singulares de $S(j\omega)$ e $T(j\omega)$ obtidos do sistema realimentado com o controlador H_2 são apresentados na figura 5.9. Além disso, a análise através do valor singular do ganho de malha GK, discutido na seção 4.6, pode ser verificada como satisfatória para especificação de desempenho, tendo os valores singulares mínimos grandes em baixa frequência e os valores singulares máximos pequenos em alta frequência, figura 5.9.

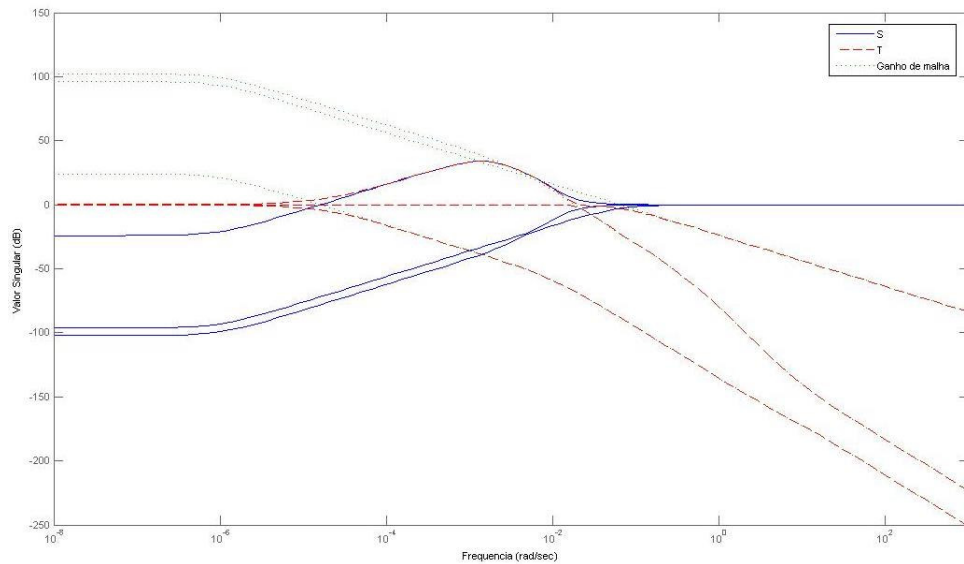
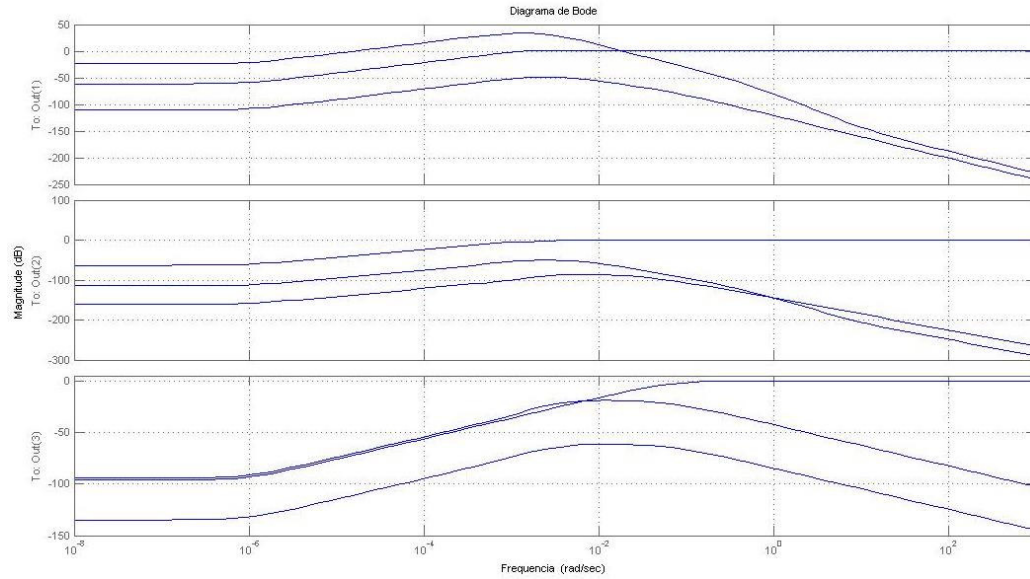


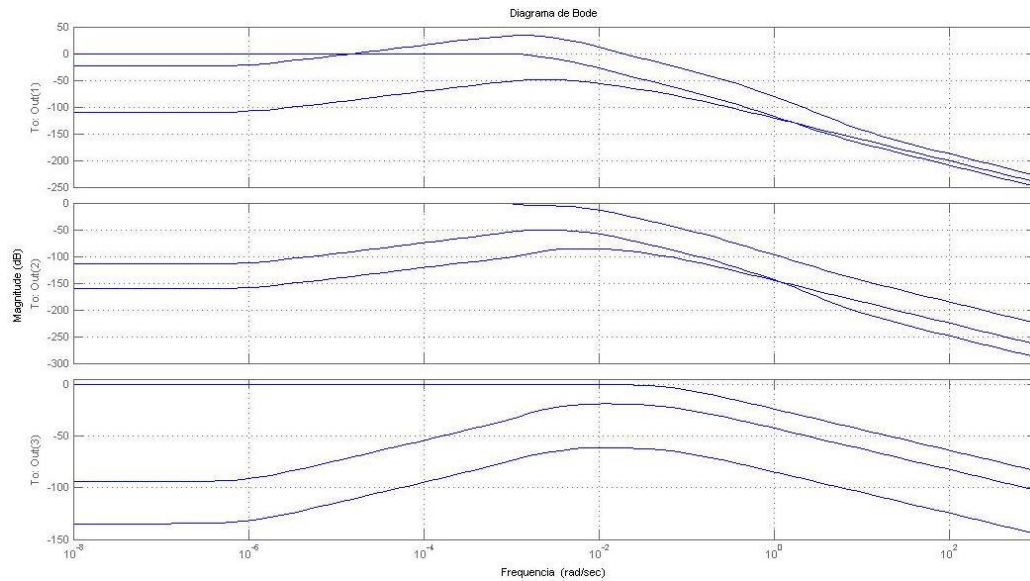
Figura 5.9: Valor singular da função sensibilidade, sensibilidade complementar e ganho de malha (GK).

Comparando as respostas em frequência das funções sensibilidade apresentadas nas figuras 5.5(b), 5.6(b) e 5.7(b), com o valor singular da resposta em frequência da função sensibilidade obtida através do modelo nominal $G(s)$ e do controlador H_2 , não foram verificados desvios significativos entre as duas respostas. Os valores singulares de

$S(j\omega)$ e $T(j\omega)$ para cada uma das saídas do sistema é apresentado na figura 5.10, onde out (1) representa a altura da camada de espuma, out (2) representa o *holdup* do ar na zona de coleta, e out (3) representa o *bias*.



(a)



(b)

Figura 5.10: Valores singulares de (a) $S(j\omega)$ (b) $T(j\omega)$, para cada saída do sistema.

5.4 Simulação do Sistema com Malha Fechada Utilizando Controlador H_2

A simulação foi realizada com auxílio do *Simulink*, aplicativo do software *Matlab*[®], que permite a simulação e análise de sistemas dinâmicos contínuos através de diagrama de blocos voltado para modelamento. A partir dos resultados obtidos nas simulações, foi realizada a análise do comportamento do sistema de controle ótimo multivariável perante a simulação de diversas condições operacionais, considerando os seguintes critérios:

- Acompanhamento dos sinais de referência.
- Velocidade de resposta.
- Rejeição de perturbações.

Estes testes consistiram na alteração, em instantes de tempos diferentes, dos valores de referência da altura da camada de espuma, do *holdup* do ar na zona de coleta e do *bias*. Além disso, também em instantes de tempos diferentes, foram feitas alterações nas variáveis de perturbação de vazão da água de lavagem (Q_w), de vazão de ar (Q_g) e de diferença entre a vazão de não flotado e de alimentação ($Q_t - Q_f$) retornando às condições iniciais após um determinado intervalo de tempo. As variáveis de manipulação foram as mesmas variáveis escolhidas como variáveis de perturbação.

Para que fosse possível a análise do desempenho do controlador perante os ensaios realizados, foram plotados as resposta em malha fechada das variáveis de controle (H), (ε_g) e (B) obtidas das simulações dinâmicas, onde as curvas pontilhadas representam os valores simulados e as curvas contínuas representam os valores de referência. Além disso, as figuras mostram a variação do sinal de controle (Q_w), (Q_g) e ($Q_t - Q_f$) após a atuação do controlador sobre os atuadores representados pelas curvas pontilhadas e quando ocorre a simulação de alguma perturbação nestas variáveis, representadas pelas curvas contínuas.

Para uma simulação próxima de uma situação real, foram colocadas nas entradas de controle blocos de saturação, simulando a saturação dos atuadores, de tal forma que fosse possível a variação destas variáveis de 0 a 100 cm³/s, um valor possivelmente aceito.

A primeira simulação foi realizada variando o valor de referência da altura da camada de espuma de 80 cm para 85 cm no instante igual a 16,7 minutos. Na figura 5.11, é possível analisar as respostas em malha fechada para as saídas do sistema, bem como variação das variáveis manipuladas. Têm-se que, o tempo de acomodação da altura da camada de espuma, figura 5.11(a), foi de aproximadamente 45 minutos, o do *holdup* do ar na zona de coleta, figura 5.11 (b), foi de aproximadamente 40 minutos e o do *bias*, figura 5.11 (c), de aproximadamente 87 minutos.

Na figura 5.12, são apresentadas as respostas em malha fechada quando o valor de referência do *holdup* do ar foi alterado de 15 para 20% no instante de tempo igual a 16,7 minutos. Diante desta simulação, foi possível observar pela figura 5.12 (b) que o tempo de acomodação do *holdup* do ar na zona de coleta foi de aproximadamente 117 minutos e do *bias*, figura 5.12(c), de aproximadamente 117 minutos. Quanto à altura da camada de espuma, figura 5.12 (a), é possível dizer que, como o seu valor permanece dentro da faixa de $\pm 2\%$ do seu valor em estado estacionário, não houve variações significativas do seu valor.

As variações das variáveis do sistema perante alteração do valor de referência do *bias* de $7 \text{ cm}^3/\text{s}$ para $8 \text{ cm}^3/\text{s}$ no instante de tempo igual a 16,7 minutos, são apresentadas na figura 5.13. O tempo de acomodação do *bias*, figura 5.13(c), foi de aproximadamente 1 minuto. Já a altura da camada de espuma e o *holdup* do ar na zona de coleta, apresentadas na figura 5.13(a) e 5.13(b) respectivamente, não sofreram variações significativas, permanecendo em estado estável ($\pm 2\%$).

A figura 5.14 apresenta a resposta em malha fechada quando uma alteração negativa no valor de referência da altura da camada de espuma, de 80 para 75 cm, ocorre. O tempo de acomodação da altura da camada de espuma, figura 5.14(a), foi de aproximadamente 1283 minutos, o do *holdup* do ar na zona de coleta, figura 5.14(b), foi de aproximadamente 1113 minutos e o do *bias*, figura 5.14(c), de aproximadamente 150 minutos.

Na figura 5.15, são apresentadas as respostas em malha fechada quando o valor de referência do *holdup* do ar foi alterado no sentido negativo de 15 para 10% no instante de tempo igual a 16,7 minutos. Diante desta simulação, foi possível observar, figura 5.15(b), que o tempo de acomodação do *holdup* do ar na zona de coleta é de

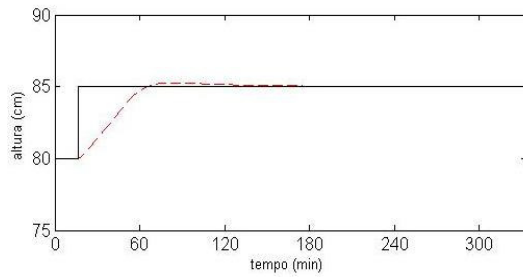
aproximadamente 50 minutos e do *bias*, figura 5.15(c), de aproximadamente 150 minutos. Quanto à altura da camada de espuma, figura 5.15(a), é possível dizer que, como o valor permanece dentro da faixa de $\pm 2\%$ do seu valor em estado estacionário, não houve variações significativas do seu valor.

As alterações das variáveis do sistema perante alteração do valor de referência do *bias* de $6 \text{ cm}^3/\text{s}$ para $7 \text{ cm}^3/\text{s}$ no instante de tempo igual a 16,7 minutos são apresentadas na figura 5.16. O tempo de acomodação do *bias*, figura 5.16(c), foi de aproximadamente 1 minuto, enquanto que a altura da camada de espuma e o *holdup* do ar na zona de coleta, apresentadas na figura 5.16(a) e 5.16(b) respectivamente, não sofreram variações significativas, permanecendo em estado estável ($\pm 2\%$).

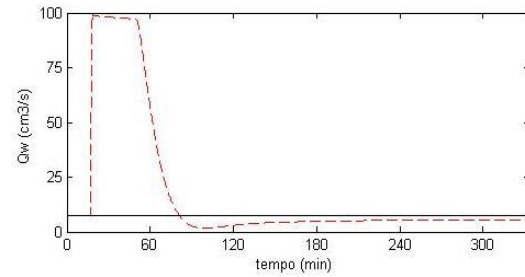
Na figura 5.17 é apresentado o comportamento do sistema quando sujeito a uma perturbação na vazão de água de lavagem de $1 \text{ cm}^3/\text{s}$, ou seja $13,3\%$ do seu valor em regime permanente, no instante igual à 8,3 minutos, retornando a condição inicial após 325 minutos. Os efeitos desta perturbação nas saídas de controle altura da camada de espuma e o *holdup* do ar na zona de coleta podem ser considerados desprezíveis, uma vez que seus valores permanecem dentro da faixa de $\pm 2\%$ dos seus respectivos valores em estado estacionário, como apresentados na figura 5.17(a) e 5.17(b), respectivamente. No entanto, o *bias* apresentou picos elevados nos instantes das mudanças de valor da variável de perturbação, como mostra a figura 5.17(c), atingindo o estado estável em menos de 1,5 minutos.

Na figura 5.18, é apresentado a simulação de perturbação na variável de vazão de ar de $1 \text{ cm}^3/\text{s}$, ou seja $2,7\%$ do seu valor em regime permanente, no instante igual à 8,3 minutos, retornando a condição inicial após 325 minutos. Pela figura 5.18(a), pode-se afirmar que esta perturbação não provocou variação significativa na altura da camada de espuma. O *holdup* do ar na zona de coleta, figura 5.18 (b), por sua vez, apresentou valores fora da faixa considerada de estável para esta variável, obtendo picos de $15,7\%$ e $14,3\%$ respectivamente, alcançando estado estacionário em aproximadamente 15 minutos. O *bias*, figura 5.18(c), nos instantes das mudanças de valor da variável de perturbação apresentou picos fora da faixa considerada aceitável para a variável, atingindo estado estacionário em aproximadamente 5 minutos.

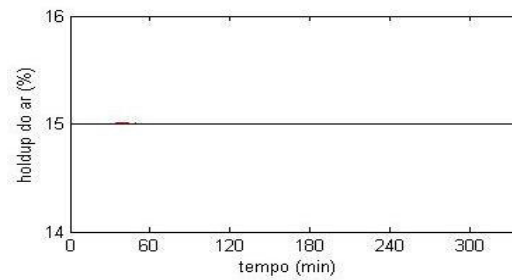
Na figura 5.19 é apresentado a simulação de perturbação na diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação ($Q_t - Q_f$) de $1 \text{ cm}^3/\text{s}$, ou seja 14,2 % do seu valor em regime permanente, no instante igual à 8,3 minutos, retornando a condição inicial após 325 minutos. Esta perturbação não provocou variação significativa na altura da camada de espuma e no *holdup* do ar na zona de coleta, figura 5.19(a) e 5.19(b), permanecendo dentro da faixa de $\pm 2\%$ de seus respectivos valores em estado estacionário. O *bias*, figura 5.19(c), apresentou um pico elevado nos instantes de mudança de valor da variável de perturbação, alcançando estado estacionário em aproximadamente 42 minutos.



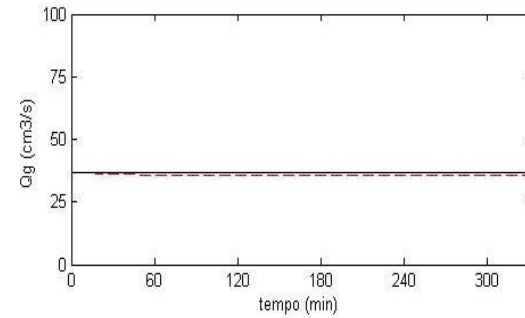
(a)



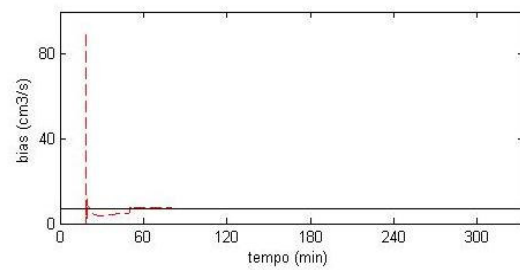
(d)



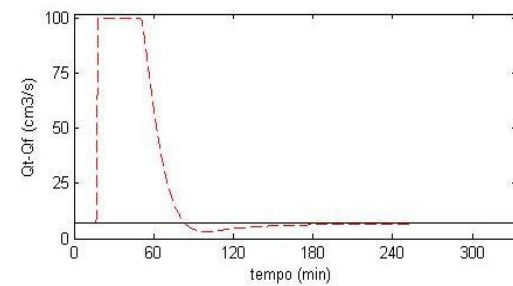
(b)



(e)



(c)



(f)

Figura 5.11: Alteração do valor de referência da altura da camada de espuma de 80 cm para 85 cm no instante igual a 16,7 minutos. (a) Altura da camada de espuma. (b) *Holdup* do ar na zona de coleta. (c) *Bias*. (d) Vazão de água de lavagem. (e) Vazão de ar (f) Diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação.

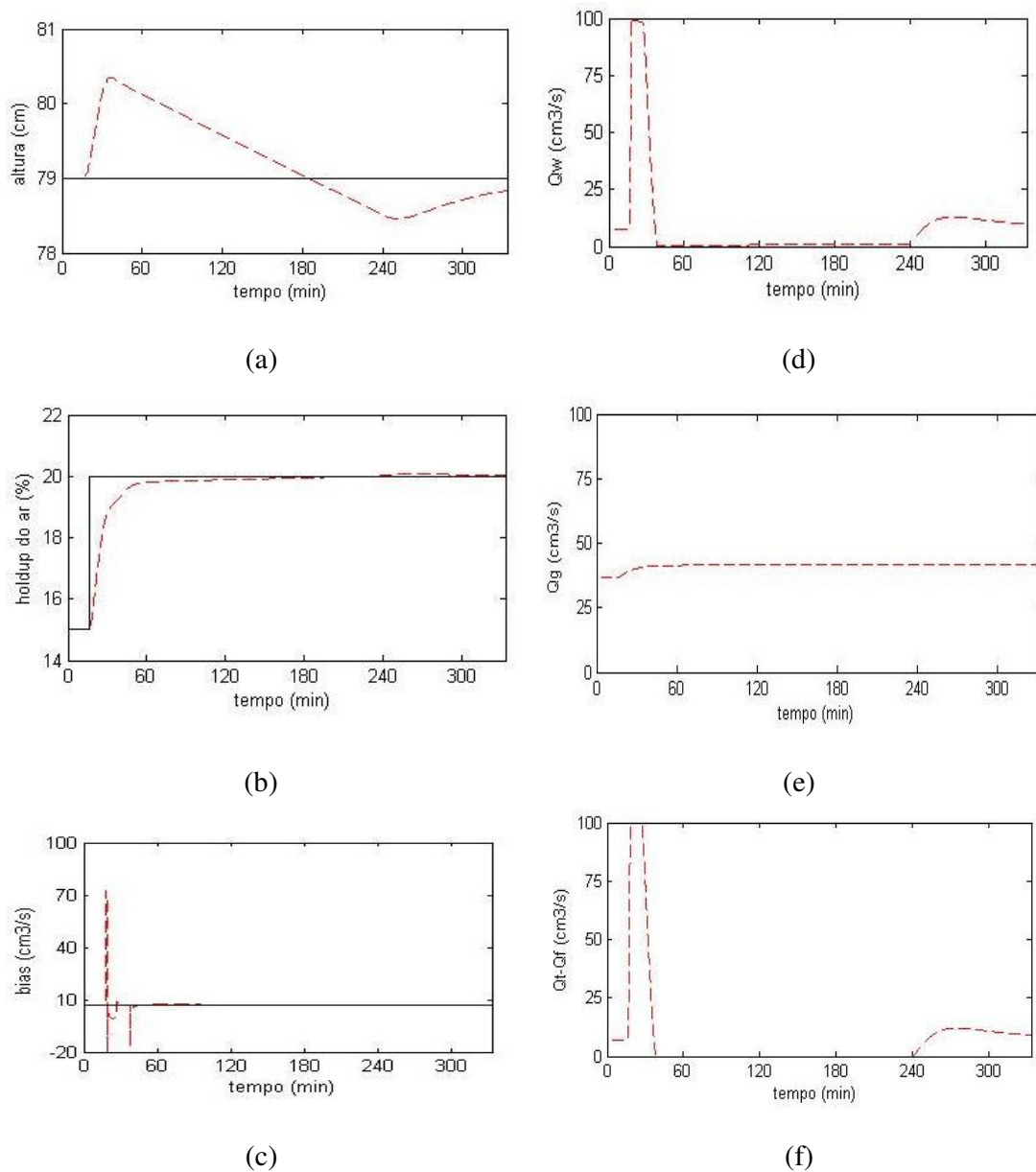
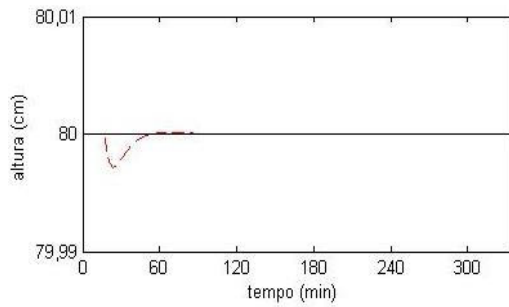
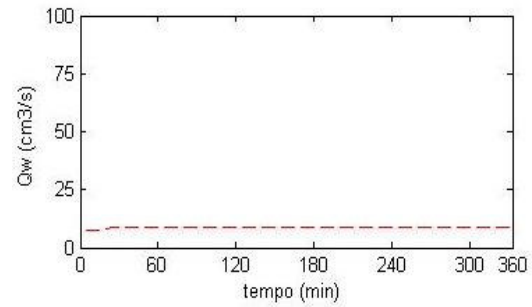


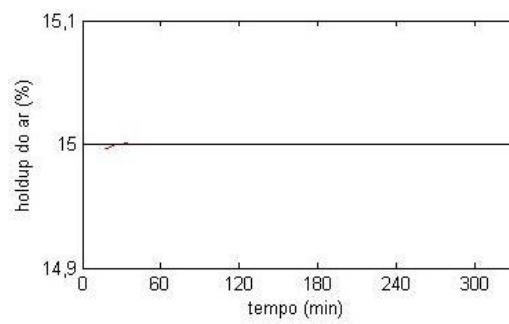
Figura 5.12: Alteração do valor de referência do *holdup* do ar de 15% para 20% no instante de tempo igual a 16,7 minutos. (a) Altura da camada de espuma. (b) *Holdup* do ar na zona de coleta. (c) *Bias*. (d) Vazão de água de lavagem. (e) Vazão de ar (f) Diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação.



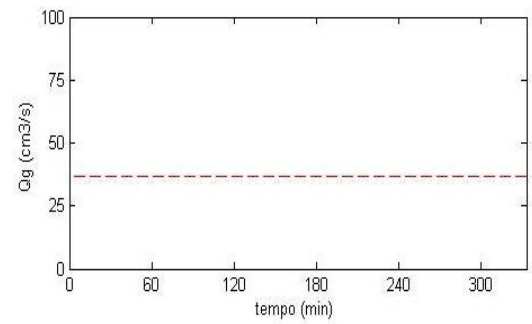
(a)



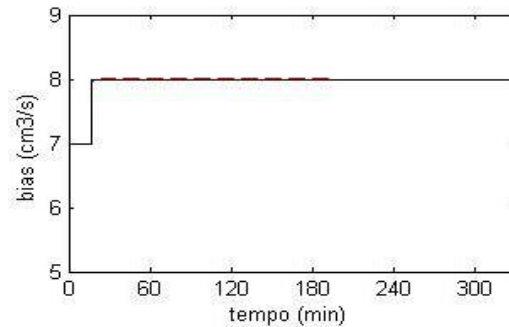
(d)



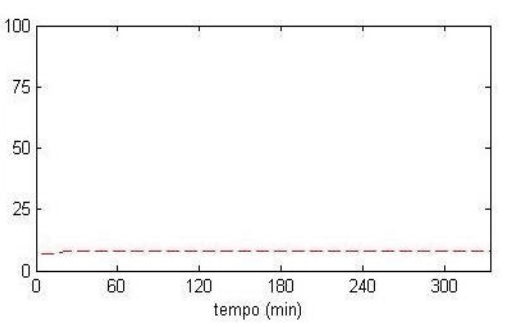
(b)



(e)



(c)



(f)

Figura 5.13: Alteração do valor de referência do *bias* de $7\text{cm}^3/\text{s}$ para $8\text{cm}^3/\text{s}$ no instante de tempo igual à 16,7 minutos. (a) Altura da camada de espuma. (b) *Holdup* do ar na zona de coleta. (c) *Bias*. (d) Vazão de água de lavagem. (e) Vazão de ar (f) Diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação.

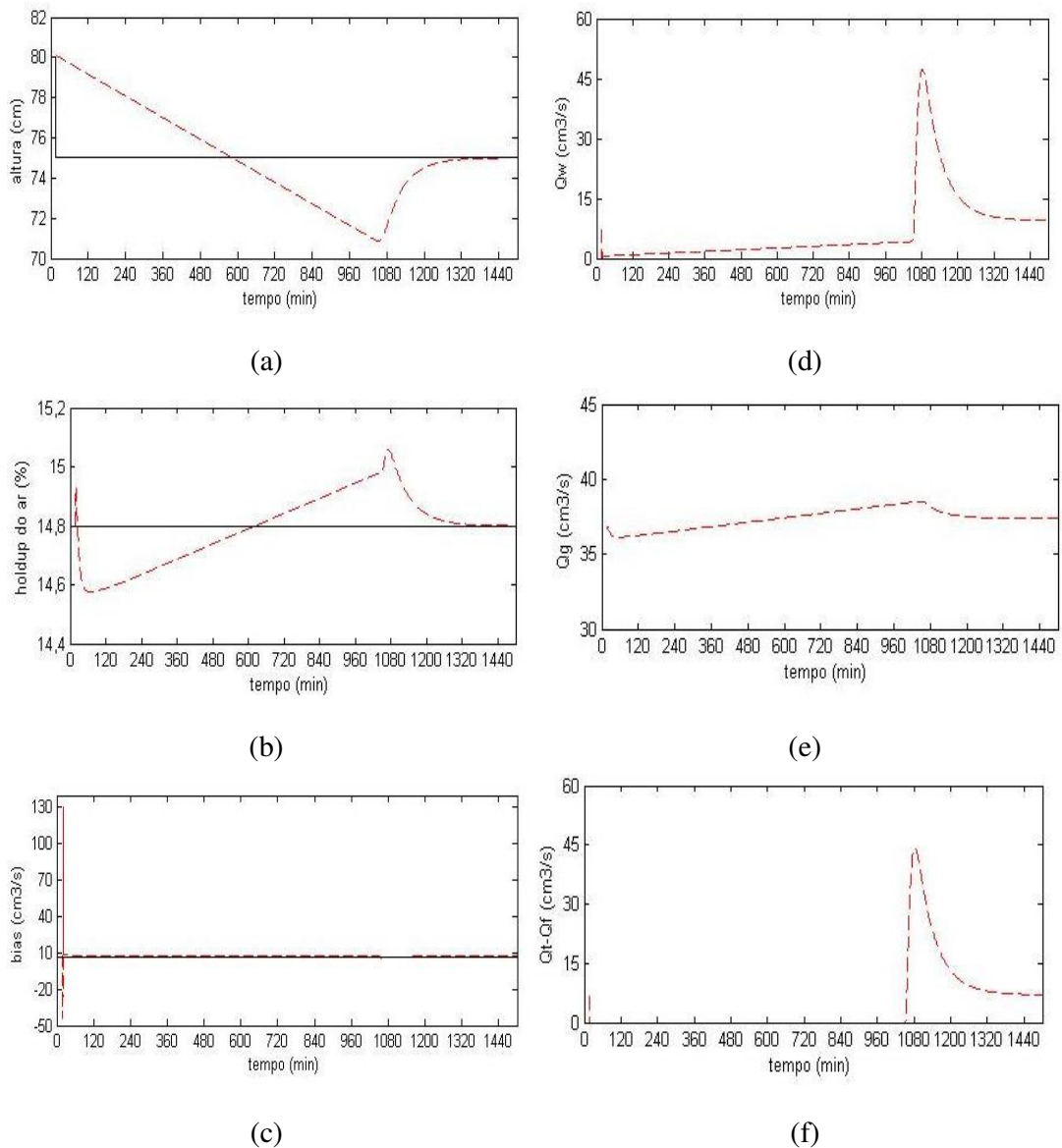


Figura 5.14: Alteração do valor de referência da altura da camada de espuma de 80 cm para 75 cm no instante igual a 16,7 minutos. (a) Altura da camada de espuma. (b) *Holdup* do ar na zona de coleta. (c) *Bias*. (d) Vazão de água de lavagem. (e) Vazão de ar (f) Diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação.

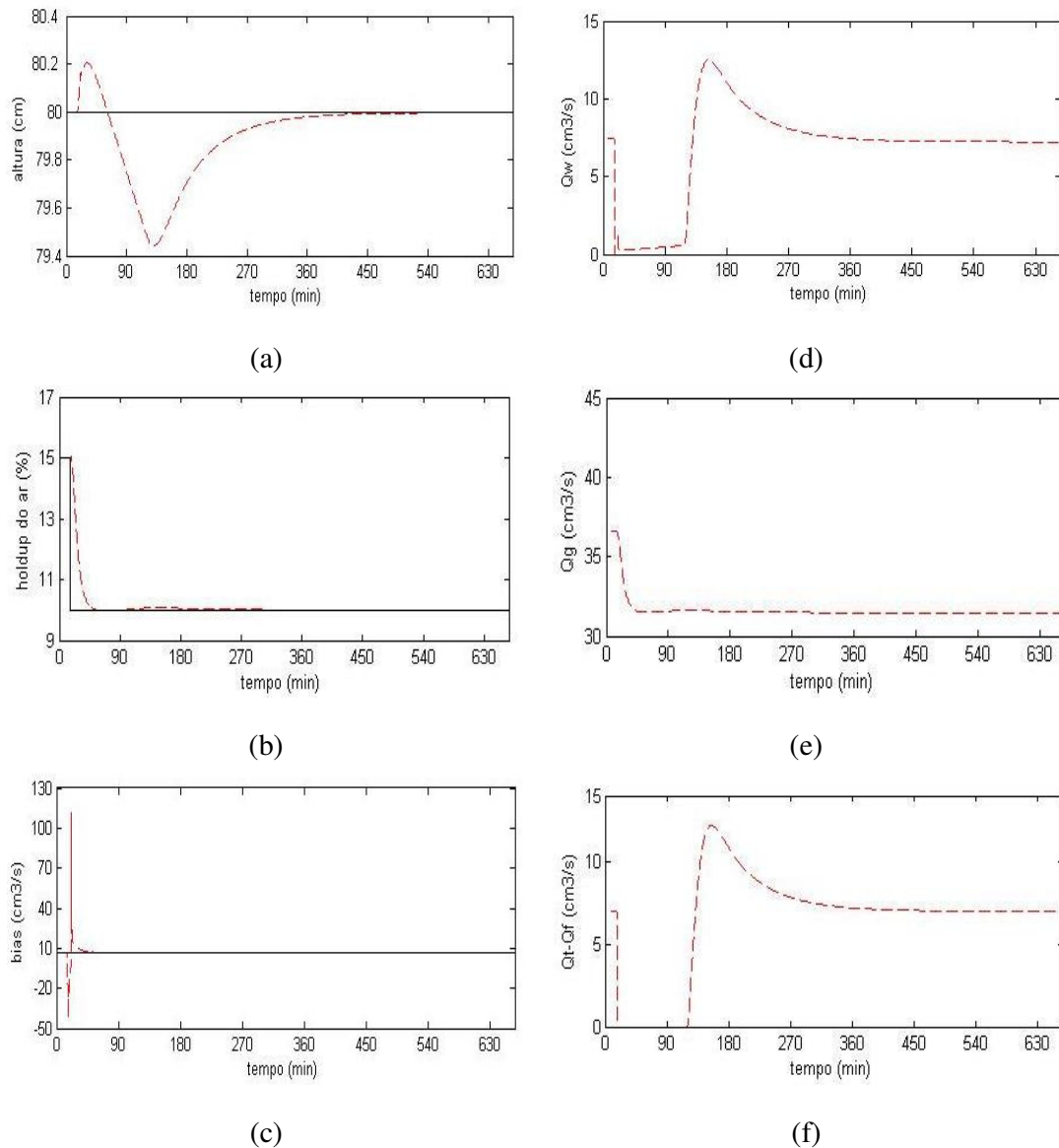


Figura 5.15: Alteração do valor de referência do *holdup* do ar de 15% para 10% no instante de tempo igual a 16,7 minutos. (a) Altura da camada de espuma. (b) *Holdup* do ar na zona de coleta. (c) *Bias*. (d) Vazão de água de lavagem. (e) Vazão de ar (f) Diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação.

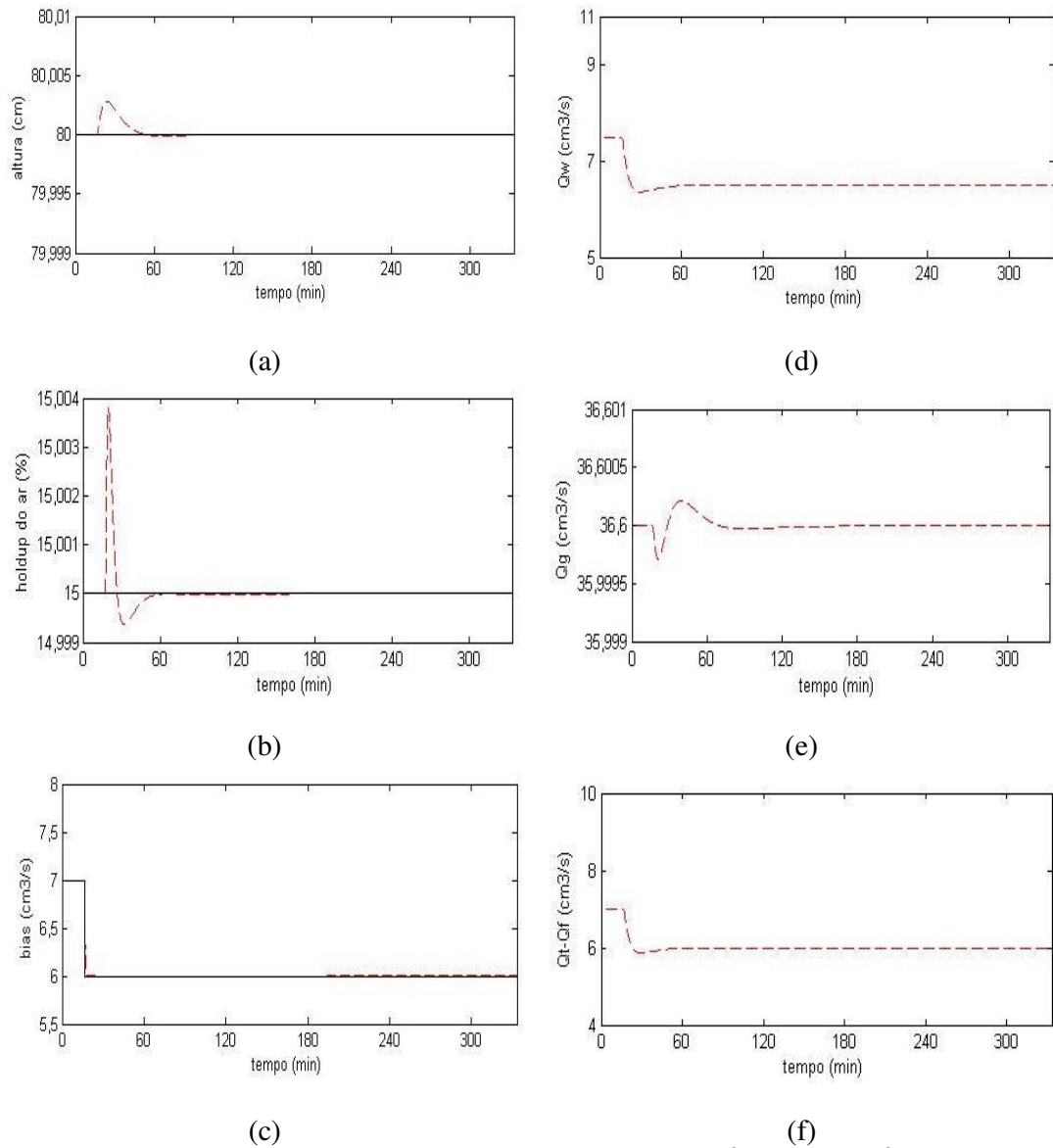


Figura 5.16: Alteração do valor de referência do *bias* de $7\text{cm}^3/\text{s}$ para $6\text{cm}^3/\text{s}$ no instante de tempo igual à 16,7 minutos. (a) Altura da camada de espuma. (b) *Holdup* do ar na zona de coleta. (c) *Bias*. (d) Vazão de água de lavagem. (e) Vazão de ar (f) Diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação.

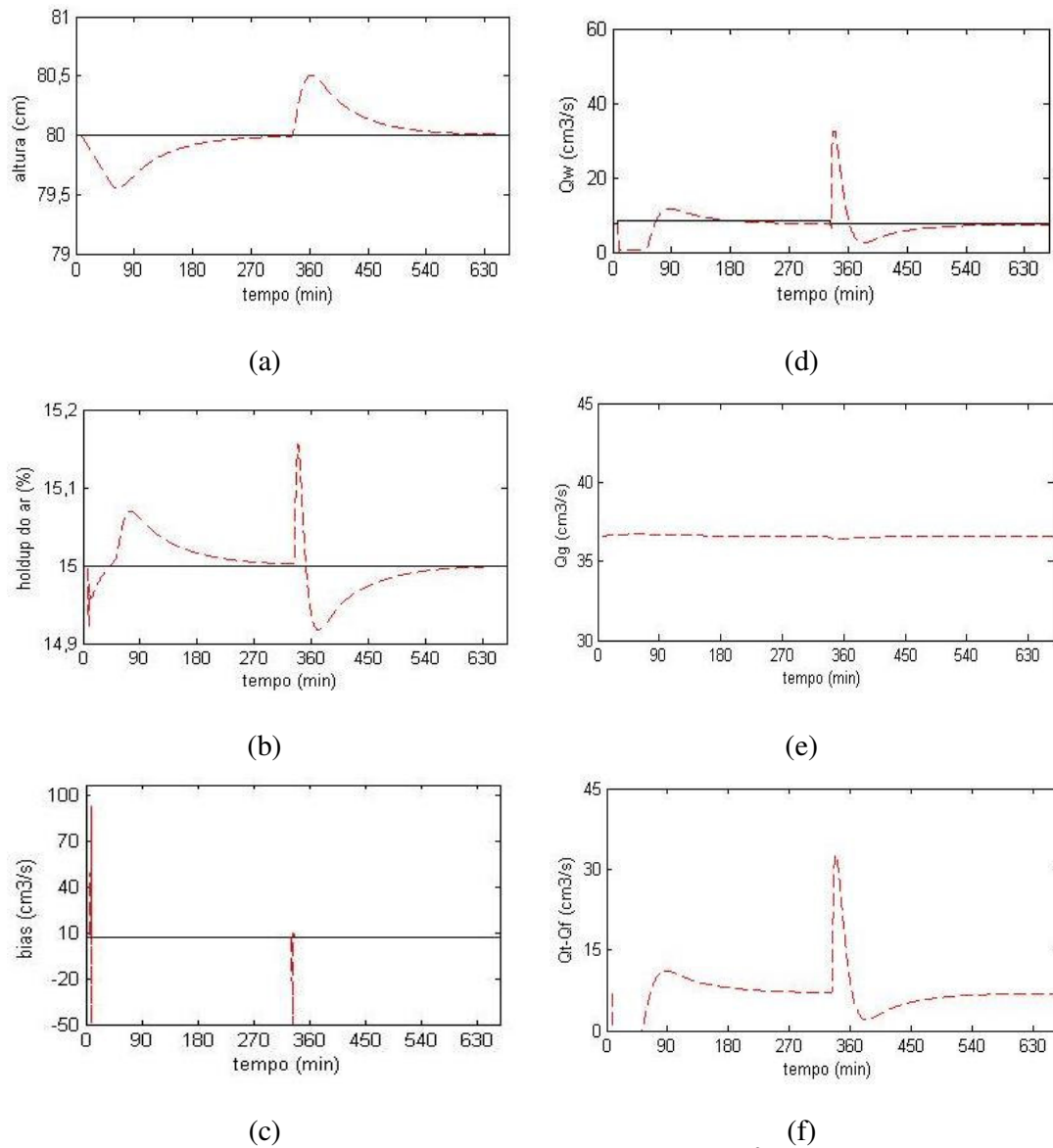


Figura 5.17: Perturbação na vazão de água de lavagem de $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ no instante igual à 8,3 minutos retornando a condição inicial após 325 minutos. (a) Altura da camada de espuma. (b) *Holdup* do ar na zona de coleta. (c) *Bias*. (d) Vazão de água de lavagem. (e) Vazão de ar (f) Diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação.

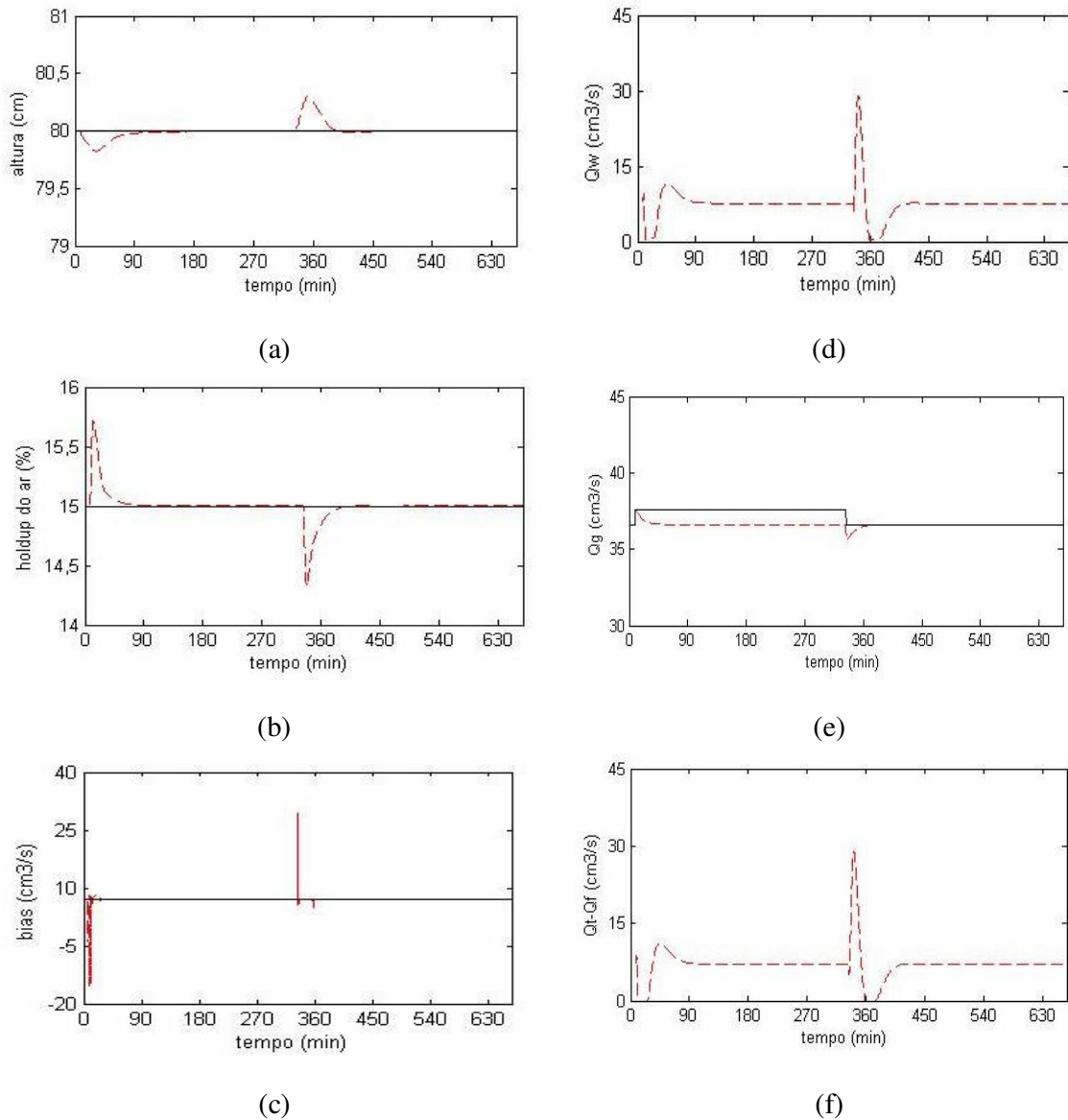


Figura 5.18: Perturbação na vazão de ar de $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ no instante igual à 8,3 minutos retornando a condição inicial após 325 minutos. (a) Altura da camada de espuma. (b) *Holdup* do ar na zona de coleta. (c) *Bias*. (d) Vazão de água de lavagem. (e) Vazão de ar (f) Diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação.

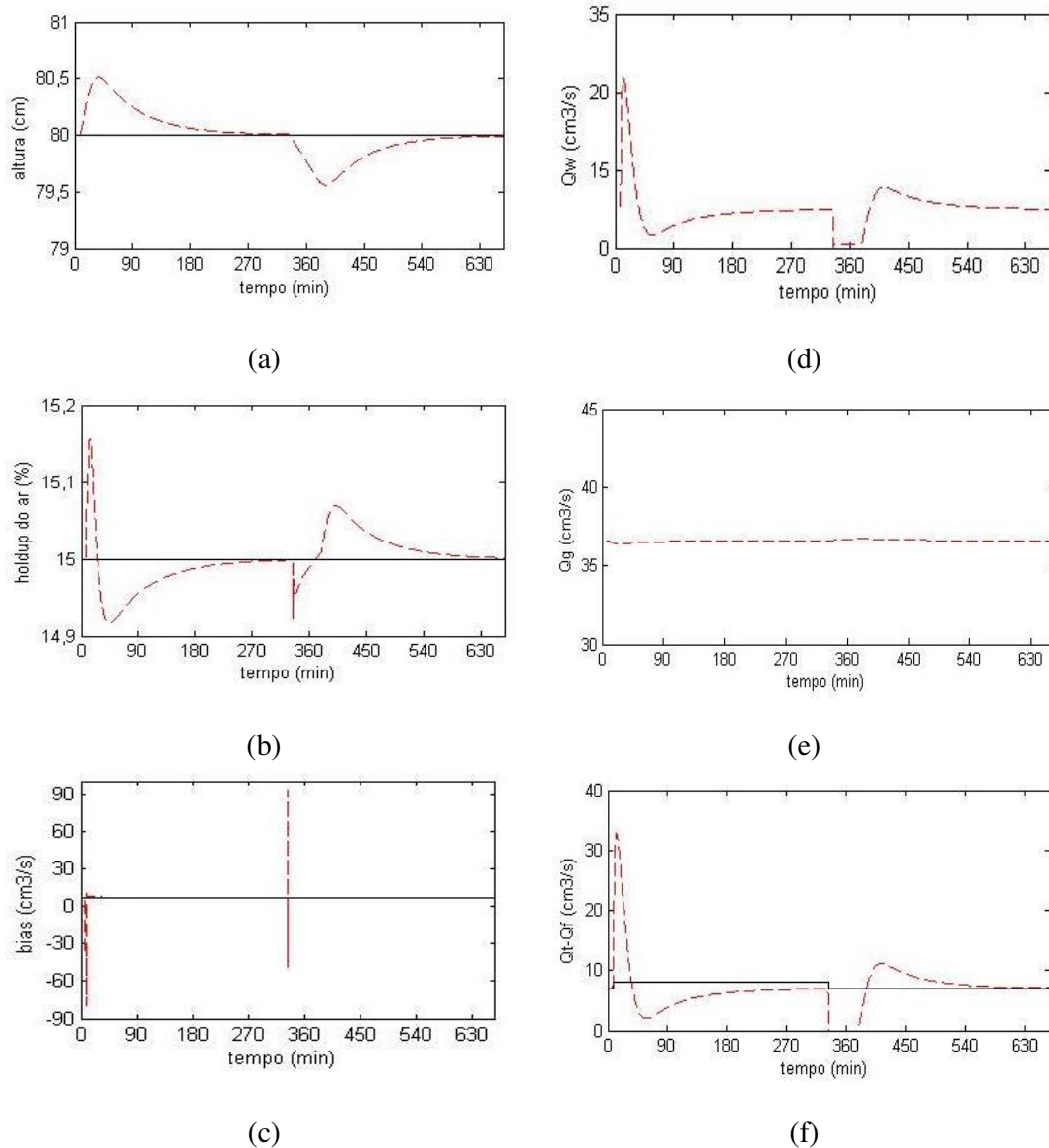


Figura 5.19: Perturbação na diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação ($Q_t - Q_f$) de $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ no instante igual a 8,3 minutos retornando a condição inicial após 325 minutos. (a) Altura da camada de espuma. (b) *Holdup* do ar na zona de coleta. (c) *Bias*. (d) Vazão de água de lavagem. (e) Vazão de ar (f) Diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta uma proposta de controle multivariável robusto para uma coluna de flotação, na qual o nível da camada de espuma, o *bias* e o *holdup* do ar na zona de coleta são regulados atuando-se nas vazões de água de lavagem, ar e na diferença entre a vazão de não flotado e vazão de alimentação. O objetivo de controle é obter um determinado nível de desempenho metalúrgico para o processo de flotação, o qual é especificado pela recuperação metalúrgica e pelo teor de concentrado final. Considerando-se a natureza multivariável do processo, o projeto do sistema de controle é baseado na técnica H_2 , a qual proporciona uma grande capacidade de estabilização do processo, permitindo dar forma, de maneira aproximada, às funções transferência do sistema. O projeto de um controlador H_2 consiste basicamente na escolha de um modelo nominal e na seleção das funções pesos.

O modelo nominal utilizado neste projeto foi apresentado e validado por Persechini (2001) para a planta piloto do Setor de Tecnologia Mineral da Supervisão de Processo do Centro de Desenvolvimento da Tecnologia Nuclear (CDTN). É importante observar que este modelo não leva em consideração as incertezas associadas ao mesmo, porém é possível a análise do processo quanto à interação entre as variáveis, podendo ser utilizado para comparação entre colunas de diferentes diâmetros. A determinação das funções peso utilizadas para o projeto do controlador ótimo H_2 objetivou estabelecer uma adequada limitação das faixas de frequências e ainda escalar as entradas e as saídas do sistema, evitando requisitos impossíveis e contraditórios. Como não existem regras gerais para construí-las ou modificá-las, algumas orientações foram seguidas na tentativa de alcançar funções de peso que resultasse em um controlador satisfatório ao sistema. Como apenas algumas orientações existem para a escolha destas funções, a tarefa de determinar um controlador que satisfizesse os requisitos de controle, o qual geralmente oferece excelentes margens de desempenho e robustez na estabilidade e sensibilidade, foi relativamente complexa.

Na análise no domínio da frequência do sistema realimentado com controlador projetado H_2 , observa-se que os requisitos no domínio da frequência em relação aos valores singulares máximos e mínimos são satisfeitos. Além disso, os gráficos da função sensibilidade obtidos com o uso do controlador, quando comparados com os gráficos resultantes das especificações da resposta em malha fechada, mostram que não houve desvios significativos entre os dois valores.

Os testes simulados envolvendo alterações dos valores de referência demonstram que as variáveis controladas acompanharam estas variações, mantendo em zero o erro entre as variáveis controladas e as referências. Em alguns destes testes é observado um tempo de acomodação relativamente alto, porém ao analisar os gráficos das variáveis de entrada resultantes desta simulação verificamos a saturação dos atuadores em alguns momentos, o que pode justificar o elevado tempo de acomodação. Caso estes limites reais não fossem considerados possivelmente o tempo de acomodação seria bem reduzido.

Os testes realizados simulando alterações negativas nas variáveis de referência mostram a capacidade do controlador a acompanhar os valores de referência. Porém, quando ocorre a alteração da camada de espuma de 80 cm para 75 cm, observa-se um tempo de acomodação ainda maior do que o tempo de acomodação quando realizado a alteração da altura da camada de espuma de 80 cm para 85 cm. Este fato, bem como o maior tempo de acomodação de qualquer uma das variáveis de saída quando realizadas alterações negativas a qualquer uma das variáveis de referência, pode ser explicado pela saturação dos atuadores.

Na simulação de distúrbios nas variáveis de controle, observou-se que perturbações de até 15% nas variáveis de vazão de água de lavagem e diferença entre a vazão de não flotado e alimentação não resultaram em alterações significativa dos valores das variáveis controladas, uma vez que estas permaneceram dentro da faixa aceitável de 2% em torno do seu valor em regime estacionário. No entanto, quando ocorre uma perturbação na variável de vazão de ar, observou-se que o sistema mostra-se robusto apenas para uma variação de até 0,5% do valor desta variável. Este fato pode ser explicado pelas condições para a validade do modelo matemático apresentados seção 3.5, onde Persechini (2001) afirma que as variações das vazões de entradas devem obedecer a certos limites, sendo um deles que a vazão de ar não deva ser aumentada na

forma de degrau para minimizar os efeitos causados pela característica de fase não-mínima na altura da camada de espuma.

Através da análise das respostas do sistema com controlador ótimo H_2 em malha fechada é possível considerar que a metodologia aplicada ao projeto é bastante adequada ao processo de flotação em coluna. Os resultados obtidos mostram que os principais requisitos de um sistema de controle foram atendidos, obtendo principalmente erro nulo perante variações nas referências, um tempo de acomodação adequado ao processo de flotação em coluna que é por natureza relativamente lento, e características de robustez na ocorrência de perturbações na planta.

7. TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para pesquisas futuras na área de controle de coluna de flotação, propõem-se os seguintes itens:

- Realizar a implementação prática do controlador multivariável ótimo H_2 projetado e apresentado nesta dissertação.
- Desenvolver outros sistemas de controle utilizando técnicas de controle diferentes da apresentada nesta dissertação como, por exemplo, controle difuso, neural, H_∞ ou preditivo, fazendo uso da mesma estratégia de controle utilizada neste trabalho, ou seja, mesmas variáveis de controle e de manipulação.
- Estabelecer uma forma de avaliação de desempenho dos controladores para que resultados de diferentes estratégias e técnicas de controle possa ser comparado com eficácia.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AQUINO, J. A.; OLIVEIRA, M. L. M.; FERNANDES, M. D. (2002). Flotação em Coluna. In: Luz, A. B. (Ed). *Tratamento de Minérios*. CETEM, 3ª Edição.

BERGH, L.G; YIANATOS, J.B. (1991). *Advances on flotation column dynamics and measurements*. Proceedings of the international conference of column flotation, p. 409-421, Sudbury, Canada.

BERGH, L. G.; ACUÑA, P. (1994). *Hierarchical control of flotation columns*. IV Meeting of the Southern Hemisphere on Mineral Technology and III Latin-American Congress on Froth Flotation, Concepción-Chile.

BERGH, L. G.; YIANATOS, J. B. (1995). *Dynamic simulation of operating variables in flotation columns*. Minerals Engineering, vol. 8, nº 6, p. 603-613.

BERGH, L. G.; YIANATOS, J. B. (2002). *Flotation column automation: state of the art*. Control Engineering Practice, vol.11, nº 1, p. 67-72.

BERGH, L. G., YIANATOS, J. B., ACUÑA, C., PÉREZ, H., E LÓPEZ, F. (1999). *Supervisory control at Salvador flotation columns*. Minerals Engineering, vol. 12, nº7, p. 733-744.

BERGH, L. G.; YIANATOS, J. B.; CARTES, F. (1996). *Hierarchical Control strategy at El Teniente flotation columns*. Proceedings of the international conference column'96, p.369-380, Montreal, Canada.

BERGH, L. G.; YIANATOS, J. B.; LEIVA, C. A. (1998). *Fuzzy supervisory control of flotation columns*. Minerals Engineering, vol.11, nº 8, p. 739-748.

BITTAR, A.; MOURA SALES, R. (1998). *H₂ and H_∞ control for MagLev vehicles*. Control System Magazine, vol. 18, nº 4, p. 18-25.

BONIFAZI, G.; SERRANTI, S.; VOLPE, F.; ZUCO, R. (1999). *Software sensors, digital imaging based for flotation froth supervision: Algorithm and procedures*. Control and optimization in minerals, metals, and materials processing. In D. Hodouin, C. Bazin, A. Desbiens (Eds.), Metallurgical Society of the CIM , p. 143-146.

- BOUCHARD, J. (2003). *Command automatique de la flottation en colonne: asservissement de la profondeur d'écume et du différentiel d'eau*. M.Sc. thesis, Département de génie des mines, de la métallurgie et des matériaux, Université Laval, Québec, Québec, Canada.
- BOUCHARD, J., DESBIENS, A., VILLAR, R. (2005). *Recent advances in bias and froth depth in flotation columns*. Minerals Engineering, vol.18, nº 7, p. 709-720.
- BRITO FILHO, J.G.(2006). *Controle robusto LQG/LTR com recuperação do ganho da malha de transferência*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Maranhão.
- CANADIAN PROCESS TECHNOLOGIES INC. (2002). *Column Flotation – Operating and Maintenance Manual*. Vancouver, Canadian.
- CARVALHO, T.; DURÃO, F.; E FERNANDES, C. (1999). *Dynamic characterization of column flotation process laboratory case study*. Minerals Engineering, vol.12, nº 11, p.1339-1346.
- CARVALHO, M. T.; DURÃO, F. (2002). *Control of a flotation column using fuzzy logic inference*. Fuzzy Sets and Systems, vol. 125, p. 121-133.
- CHAVES, A. P.; LEAL FILHO, L. S. (2002). Flotação. In: Luz, A. B. (Ed). *Tratamento de Minérios*. CETEM, 3ª Edição
- CROWE, C. (1996). *Reconciliation progress and Challenges*. Journal of process, nº2-3, p. 89-98.
- CRUZ, J. J. (1996). *Controle Robusto Multivariável: O Método LQG/ LTR*. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- DESBIENS, A., DEL VILLAR, R., MILOT, M. (1998). *Identification and gain-scheduled control of a pilot flotation column*. In: International Federation of Automatic Control (IFAC) Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing, Cologne, pp. 337–342.
- FINCH, J. A.; DOBBY, G. S. (1990). *Column flotation*. Pergamon Press.180p.
- GAUDIN, A. M. (1956). *Flotation*. Editora Mcgraw Hill, New York.573p.

GRÉGOIRE, M. (1997). *Instrumentation et commande automatique d'une colonne de flottation de laboratoire*. M.Sc. thesis, Département de génie électrique, Université Laval, Québec, Québec, Canada.

GUIMARÃES, R. C.; PERES, A. E. C. (1995). *Máquinas de flotação*. Boletim Técnico BT/PMI/046, Escola Politécnica DEM-USP.

HAX, A.C.; MAJLUF, N.S. (1988). *The concept of strategy and strategy formation process*. Interfaces, vol. 18, nº3, p. 99-109.

HODOUIN, D.; BAZIN, C.; GAGNON, E.; FLAMENT, F. (2000). *Feedforward-feedback predictive control o a simulated flotation bank*. Powder Technology, vol. 108, p.173-179.

HODOUIN, D.; JÄMSÄ-JOUNELA, S.L.; CARVALHO, T.; BERGH, L. G. (2001). *State of the art and challenges in mineral processing control*. Control Engineering Practice, vol.9, nº 9, p. 995-1005.

LEUROX, D.; FRANKLIN, M. (1994). *A methodology for on-stream XRF analyzer calibration using statistic*. Inovations in mineral processing, p. 461-474, Ottawa.

LUZ, A. B.; LINS, F. F. (2002). *Introdução ao Tratamento de Minérios*. In: Luz, A. B. (Ed). *Tratamento de Minérios*. CETEM, 3ª Edição.

MACHADO, A. F. (1990). *Tendências modernas de automação de colunas de flotação*. In: Primeiro Simpósio de Instrumentação do GRINST-MG, p. 1-17.

MCKEE, D. J. (1991). *Automatic flotation control - a review of 20 years of effort*. Minerals Engineering, vol. 4, nº 7-11, p. 653-666.

MILOT, M.; DESBIENS, A.; DEL VILLAR, R.; HODOUIN, D. (2000). *Identification and multivariable nonlinear predictive control of a pilot flotation column*. In: XXI International Mineral Processing Congress, Rome, Italy, A3.120-A3.127.

MORAES, C.C.; Castrucci, P.L. (2001). *Engenharia de Automação Industrial*. Editora LTC, Rio de Janeiro. 295p.

OGATA, K. (2003). *Engenharia de Controle Moderno*. 4ª Edição.. Editora Prentice Hall, São Paulo. 800 p.

- OLIVEIRA, M. L. M.; LUZ, J. A. M.; ROCHA, S. D.; SALUM, A. (2004). *Flotação*. Apostila. Departamento de Engenharia de Minas. Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto.
- PÉREZ, R.; DEL VILLAR, R.; FLAMENT, F. (1993). *Level detection in a flotation column using an artificial neural network*. Proceedings of the 24th APCOM, 3, p. 174–181.
- PÉREZ-GARIBAY, R.; DEL VILLAR, R. (1997). *Measurement of bias and water entrainment in flotation columns using conductivity*. Canadian Metallurgical Quarterly, vol. 36, nº 50, p. 299-308.
- PERSECHINI, M. A. M.; JOTA, F. G.; PERES, A. E. C. (2000). *Dynamic model of a flotation column*. Minerals Engineering, vol.13, nº 14-15, p.1465-1481.
- PERSECHINI, M. A. M. (2001). *Estratégia de controle para o processo de flotação em coluna*. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais.
- PU, M.; GUPTA, Y. P.; ALTAWHEEL, A. M. (1991). *Model predictive control of flotation columns*. In: Column'91, p. 467-479.
- SARAIVA, E.T.S. (1999). *Identificação de uma planta piloto de flotação em Coluna*. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais.
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. (1997). *Multivariable Feedback Control*. John Wiley & Sons.
- SUICHIES, M.; LEROUX, D.; DECHERT, C.; TRUSIAK, A. (2000). *An implementation of generalized predictive control in plant flotation*. Control Engineering Practice, vol. 8, p. 319-325.
- URIBE-SALAS, A.; GÓMEZ, C.; FINCH, J. (1991). *Bias detection in flotation columns*. Proceedings of the international conference on column flotation, p. 391–407. Sudbury, Canada.

VILLAR, R., PÉREZ, R., DIAZ, G. (1995). *Improving pulp level detection in a flotation column using a neural network algorithm*. In: Proceedings of the 27th Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors, Ottawa, pp. 83–100.

VILLAR, R.; GRÉGOIRE, M.; E POMERLEAU, A. (1999). *Automatic control of a laboratory flotation column*. Minerals Engineering. vol. 12, n° 3, p. 291-308.

ZHOU, K.; DOYLE, J. C. (1998). *Essentials of Robust Control*. Editora Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.