Universidade Federal de Ouro Preto

Escola de Minas
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
PROPEC

Dissertação

Segurança de colunas rack dimensionadas por adaptações do Método da Resistência Direta

Victor Antônio Moreira de Faria

Ouro Preto
2023

Victor Antônio Moreira de Faria

Segurança de colunas rack dimensionadas por adaptações do Método da Resistência Direta

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Data da aprovação: 06/07/2023

Área de concentração: Estruturas e Construção

Linha de Pesquisa: Engenharia Estrutural e de Materiais

Orientador: Prof. Dr. Marcílio Sousa da Rocha Freitas – UFOP

Ouro Preto

2023

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

F224s Faria, Victor Antonio Moreira de.
Segurança de colunas rack dimensionadas por adaptações do Método da Resistência Direta. [manuscrito] / Victor Antonio Moreira de Faria. - 2023.
166 f.: il.: color., tab..

Orientador: Prof. Dr. Marcílio Sousa da Rocha Freitas.
Dissertação (Mestrado Acadêmico). Universidade Federal de Ouro Preto. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.
Área de Concentração: Estruturas e Construção.

1. Colunas rack. 2. Método da Resistência Direta (MRD). 3. FOSM. 4. FORM. 5. Simulação de Monte Carlo (SMC). 6. Coeficientes de ponderação da resistência. I. Freitas, Marcílio Sousa da Rocha. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 624.01

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

FOLHA DE APROVAÇÃO

Victor Antônio Moreira de Faria

Segurança de colunas rack dimensionadas por adaptações do Método da Resistência Direta

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil

Aprovada em 06 de julho de 2023

Membros da banca

Dr. Marcílio Sousa da Rocha Freitas - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto
Dr. André Luis Riqueira Brandão - Universidade Federal de Itajubá
Dr. Flávio Teixeira de Souza - Instituto Federal de Minas Gerais
Dr. Ênio Carlos Mesacasa Júnior - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Marcílio Sousa da Rocha Freitas, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito no Repositório Institucional da UFOP em 13/07/2023

Documento assinado eletronicamente por **Marcilio Sousa da Rocha Freitas**, **PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 13/07/2023, às 17:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0 , informando o código verificador **0557755** e o código CRC **4E1D0FE6**.

R. Diogo de Vasconcelos, 122, - Bairro Pilar Ouro Preto/MG, CEP 35402-163
Telefone: 3135591546 - www.ufop.br

Em memória da minha querida avó Dica,

para que eu sempre carregue comigo

seu exemplo de pureza

AGRADECIMENTOS

Chegar até aqui não foi fácil. Por mais que seja um tema que já vinha trabalhando, ele sempre me traz novos desafios, que me fazem aprender cada vez mais e produzir um trabalho de qualidade.

Agradeço inicialmente a Deus todo poderoso pela força, saúde e determinação para alcançar essa etapa.

Aos meus pais, Toninho e Luciane, pelo que representam para mim e para minha família, e por todo o esforço empregado para que eu chegasse até aqui.

Aos meus irmãos, Gabriel e Lara, que sempre me apoiaram nos meus desafios.

Aos amigos que sempre estão ao meu lado: Gilmar, Luiz Cláudio e Gabriel, que de certa forma, viveram essa jornada comigo.

Aos colegas de sala, Amanda, Carol e Duda que mesmo com pouco tempo de convivência, passaram comigo por etapas importantes dessa jornada.

Ao meu orientador Marcílio, em quem confio e com quem trabalho junto desde a graduação, por toda a prestatividade, dedicação e disponibilidade.

A CAPES pelo fundamental apoio financeiro durante esses anos.

A Ouro Preto, ao PROPEC e a UFOP, por mais uma etapa de formação de excelência.

RESUMO

As colunas rack, amplamente utilizadas em sistemas de armazenagem industrial, possuem perfurações ao longo de seu comprimento, para garantir a versatilidade e a liberdade de montagem características desse sistema estrutural. As perfurações reduzem a capacidade resistente da coluna, e assim as normas que regem os projetos dessas estruturas precisam garantir que colunas utilizadas nessas condições atendam padrões de segurança. Este trabalho teve como objetivo avaliar a segurança presente no dimensionamento via Método da Resistência Direta (MRD) de colunas rack perfuradas. Foram utilizados os métodos de confiabilidade FOSM, FORM e a Simulação de Monte Carlo (SMC). Para se obter o Erro de Modelo (P) foi elaborado um banco de dados experimentais de ensaios de vários autores, para serem comparados a adaptações do MRD para colunas perfuradas. Os índices de confiabilidade (β) foram calculados para as combinações de ações dos métodos LRFD e LSD das normas AISI S100 e ANSI MH16.1 e a combinação presente na NBR 15524-2. Os valores de β obtidos usando sete das metodologias se mostraram abaixo dos alvos de calibração do LRFD ($\beta_0 = 2{,}5$), do LSD ($\beta_0 = 3{,}0$) e da NBR 14762 ($\beta_0 = 2{,}5$). Os valores de β obtidos pelas metodologias baseadas na versão do Método de Redução da Espessura (MRE) da norma ANSI MH16.1 ficaram mais próximos do alvo de 2,5 do LRFD e da norma brasileira. Os resultados obtidos pelo FORM se mostraram próximos dos obtidos por SMC. As variáveis que mais influenciaram nos resultados de β foram a ação variável e o erro de modelo, especialmente quando seus coeficientes de variação são altos. Para as metodologias não baseadas no MRE, há uma necessidade de ajuste do coeficiente de ponderação da resistência ϕ para valores na ordem de 0,60 para o LRFD e γ por volta de 1,60 para uma adoção do método pela norma brasileira. Para a metodologia adotada na norma ANSI MH16.1, o valor atual de $\phi = 0{,}85$ é conservador para falha por flambagem distorcional. Os métodos baseados no MRE são melhores na previsão da falha com flambagem local, mas ainda assim imprecisos na previsão desse fenômeno, de forma que somente um valor de $\phi = 0{,}81$ satisfaz o alvo de calibração do LRFD de acordo com o FORM.

Palavras-chave: Colunas rack, Método da Resistência Direta, FOSM, FORM, Simulação de Monte Carlo, Coeficientes de ponderação da resistência.

ABSTRACT

Rack columns, widely used in industrial storage systems, have perforations along their length, to ensure the versatility and freedom of assembly that are characteristic of this structural system. Perforations reduce the resistance of the columns, and therefore design codes for these structures need to ensure that columns used in these conditions meet proper safety. This work aimed to evaluate the safety present in the design via Direct Strength Method (DSM) of perforated rack columns. FOSM, FORM and Monte Carlo Simulation (MCS) reliability methods were used. To obtain the professional factor (P), a database of experimental tests by several authors was created to be compared to DSM adaptations to perforated columns. The reliability indexes (β) were calculated for LRFD and LSD load combinations from AISI S100 and ANSI MH16.1 standards and the combination present in NBR 15524-2. The β values obtained using seven of the methodologies were below the LRFD ($\beta_0 = 2{,}5$), LSD ($\beta_0 = 3{,}0$) and NBR 14762 ($\beta_0 = 2{,}5$) calibration targets. β values obtained by methodologies based on the Reduced Thickness Method (RTM) version of the ANSI MH16.1 standard were closer to the 2,5 target from LRFD and Brazilian standard. The results obtained by FORM were close to those from MCS. The variables that most influenced the β values were live load and professional factor, especially when their coefficients of variation are high. For methodologies not based on the RTM, there is a need to adjust the resistance factor ϕ to values around 0,60 for LRFD and γ close to 1,60 for an adoption of the method into Brazilian standard. For the methodology used in the ANSI MH16.1 standard, the current value of $\phi = 0{,}85$ is conservative for distortional buckling failure. The RTM-based methods are better at predicting local buckling failure, but still inaccurate at predicting this phenomenon, so that only a value of $\phi = 0{,}81$ satisfies the LRFD calibration target according to FORM.

Keywords: Rack columns, Direct Strength Method, FOSM, FORM, Monte Carlo Simulation, Resistance factors.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema de armazenagem porta-paletes.....7

Figura 2 – Contraventamentos típicos para painéis. 7

Figura 3 – Componentes e conexões típicas de sistemas rack porta paletes. 8

Figura 4 – Sistema autoportante. 8

Figura 5 – Sistema *drive in*.....9

Figura 6 – Sistema cantilever. 9

Figura 7 – Sistemas dinâmicos de armazenagem.....10

Figura 8 – Aplicações de perfis formados a frio. (a) Estrututa de cobertura de galpão. (B) Sistema *light steel frame*. (c) Laje em *steel deck*. (d) Silos de armazenagem de grãos. 11

Figura 9 – Seções transversais de PFF usuais. (a) Cantoneira. (b) U simples. (c) U enrijecido. (d) Z enrijecido a 90º. (e) Z enrijecido a 45º. (f) Cartola. (g) Rack simples. (h) Rack com enrijecedores de alma e de borda.....12

Figura 10 – Tipos de fabricação de perfis formados a frio. 13

Figura 11 – Aumento nas tensões de escoamento e última em perfil formado a frio tubular retangular. 13

Figura 12 – Tensões residuais longitudinais médias em um perfil U formado a frio..14

Figura 13 – Efeito de tensões residuais no diagrama tensão-deformação de colunas. 15

Figura 14 – Comportamento elástico de um elemento comprimido. 16

Figura 15 – Comportamento de elementos reais comprimidos. 17

Figura 16 – Flambagem global por torção e flambagem global por flexo-torção.....17

Figura 17 – Flambagem local de elementos comprimidos. (a) Durante uma flexão pura. (b) Durante uma compressão centrada.....18

Figura 18 – Efeitos da flambagem local na resistência à compressão.....19

Figura 19 – Flambagem distorcional em um perfil U enrijecido.....20

Figura 20 – Distribuição de tensões considerada no método da largura efetiva. 22

Figura 21 – Curvas de projeto do MRD. 27

Figura 22 – Curvas do MRD para interação local-distorcional (método LD). 27

Figura 23 – Curvas do MRD para interação local-distorcional (método DL). 28

Figura 24 – Curvas do MRD para interação distorcional-global e local-distorcional-global. 29

Figura 25 – Curva de assinatura de uma coluna rack. 29

Figura 26 – Discretização por MEF e MFF de um perfil rack. 30

Figura 27 – Perfurações em perfis formados a frio. 31

Figura 28 – Alterações na curva de assinatura de um perfil U enrijecido devido a perfurações na alma. 31

Figura 29 – Elementos de seções transversais de perfis rack. 34

Figura 30 – Colunas de sistemas de armazenagem industrial. (a) Sistema soldado. (b) Sistema parafusado com flanges de ligação. (c) Sistema parafusado sem flanges de ligação. 35

Figura 31 – Seções transversais das colunas estudadas por Hancock (1985). 36

Figura 32 – Método de reforço de colunas de perfis rack. 37

Figura 33 – Orientação dos flanges de ligação das seções estudadas por Mangir (2014). 40

Figura 34 – Adaptação da curva de flambagem global do MRD para colunas rack perfuradas proposta por Elias et al. (2018). 42

Figura 35 – Adaptações da curva de flambagem distorcional do MRD para colunas rack perfuradas propostas por Zhao, Ren e Qin (2017) e Neiva *et al*. (2018). 43

Figura 36 – Abstração dos sistemas e incertezas associadas. 45

Figura 37 – Conceito de estado limite. 48

Figura 38 – Funções densidade de probabilidade de R e S. 49

Figura 39 – Superfície de falha em 3D. 50

Figura 40 – Ilustração do conceito de índice de confiabilidade. 52

Figura 41 – Definição do índice de confiabilidade de Hasofer-Lind.....55

Figura 42 – Cossenos diretores no caso de três variáveis aleatórias. 57

Figura 43 – Métodos de confiabilidade de primeira e segunda ordem. 61

Figura 44 – Metodologia do trabalho. 71

Figura 45 - Coluna do tipo A.....72

Figura 46 – Coluna do tipo B. 73

Figura 47 – Coluna do tipo C.....73

Figura 48 – Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados. 74

Figura 49 – Condições de contorno do trabalho de Souza (2013). 75

Figura 50 – Condições de contorno adotadas por Silva (2011).....76

Figura 51 – Condições de contorno adotadas por Faria (2016). 76

Figura 52 – Condições de contorno adotadas por El-Kadi e Kiymaz (2015). 77

Figura 53 – Condições de contorno das colunas longas de Trouncer e Rasmussen (2014). 78

Figura 54 – Modelagem de uma seção no CUFSM v5.01 ® a partir de uma planilha auxiliar do Microsoft Excel ®. 80

Figura 55 – Regras para modelagem da seção líquida de uma coluna no CUFSM v5.01 ® para a aplicação das adaptações de Moen (2008). 81

Figura 56 – Modelo do CUFSM de uma coluna perfurada com espessura reduzida. f é a tensão implementada no CUFSM, anulada nas regiões perfuradas. 85

Figura 57 – Parâmetros geométricos principais do Método de Redução da Espessura. 85

Figura 58 – Interface da planilha de cálculo dos índices de confiabilidade. 90

Figura 59 – Calibração do coeficiente de ponderação da resistência pelo atingir meta. 93

Figura 60 – Comparação entre as resistências experimentais e previstas dos protótipos apresentaram falha global ou escoamento. 95

Figura 61 – Comparação entre as resistências experimentais e previstas dos protótipos que apresentaram flambagem local-global. 96

Figura 62 – Comparação entre as resistências experimentais e previstas dos protótipos que apresentaram falha distorcional. 98

Figura 63 – Comparação entre a Opção 2 e o MRE 1 com as propostas de Zhao, Ren e Qin (2017) e Neiva *et al*. (2018). 99

Figura 64 – Média e coeficientes de variação (em escala de cinza) dos dados de $\boldsymbol{P}$. 100

Figura 65 – Índices de confiabilidade considerando todos os dados. 103

Figura 66 – Variação dos índices de confiabilidade com a relação U_n/D_n considerando todos os dados. 104

Figura 67 – Derivadas de $\beta(U_n/D_n)$ para a Opção 2 e o MRE 2. 105

Figura 68 – Índices de confiabilidade considerando apenas falha local-global. 106

Figura 69 – Variação dos índices de confiabilidade com a relação U_n/D_n considerando falha local-global. 108

Figura 70 – Índices de confiabilidade considerando apenas falha distorcional. 109

Figura 71 – Variação dos índices de confiabilidade com a relação U_n/D_n considerando falha distorcional. 110

Figura 72 – Fatores de importância considerando todos os dados. 112

Figura 73 – Fatores de importância considerando falha local-global. 113

Figura 74 – Fatores de importância considerando falha distorcional. 114

Figura 75 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo para todas as colunas utilizando as opções de Moen (elaborado através programa MINITAB 19 ®). 139

Figura 76 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo para todas as colunas utilizando as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®). 140

Figura 77 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha local-global de acordo com as opções de Moen (2008) (elaborado através do programa MINITAB 19 ®). 141

Figura 78 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha local-global de acordo com as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®). 142

Figura 79 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha distorcional de acordo com as opções de Moen (2008) (elaborado através do programa MINITAB 19 ®). 143

Figura 80 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha distorcional de acordo com as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®). 144

Figura 81 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo para todas as colunas utilizando as opções de Moen (elaborado através programa MINITAB 19 ®). 145

Figura 82 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo para todas as colunas utilizando as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®). 146

Figura 83 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha local-global de acordo com as opções de Moen (2008) (elaborado através do programa MINITAB 19 ®). 147

Figura 84 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha local-global de acordo com as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®). 148

Figura 85 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha distorcional de acordo com as opções de Moen (2008) (elaborado através do programa MINITAB 19 ®). 149

Figura 86 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha distorcional de acordo com as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®). 150

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Probabilidade de falha pelo método AFOSM. 56

Tabela 2 – Probabilidade de falha pelo AFOSM para variáveis não normais correlacionadas. 60

Tabela 3 – Probabilidade de falha por Simulação de Monte Carlo para variáveis aleatórias não correlacionadas.....63

Tabela 4 – Dados estatísticos para determinação do coeficiente de ponderação da resistência 69

Tabela 5 – Dados estatísticos das ações. 70

Tabela 6 – Quantidade de protótipos por autor e códigos.....78

Tabela 7 – Tipos de perfurações nos protótipos do banco de dados. 79

Tabela 8 – Limites para o MRE 1. 86

Tabela 9 – Combinações de ações. 90

Tabela 10 – Coeficientes de ponderação da resistência para cada estado limite. 91

Tabela 11 – Quantidade de colunas por modo de falha. 94

Tabela 12 – Ajustes de probabilidade de $\boldsymbol{P}$ para cada agrupamento. 101

Tabela 13 – Coeficientes de ponderação da resistência calibrados.....115

Tabela 14 – Resultados de resistência nominal calculados pelas metodologias de adaptação do MRD (G: falha global. L: falha local-global. D: falha distorcional). 134

Tabela 15 – Resultados dos índices de confiabilidade considerando todos os dados. 151

Tabela 16 – Resultados dos índices de confiabilidade considerando falha local-global. 152

Tabela 17 – Resultados dos índices de confiabilidade considerando falha distorcional. 153

Tabela 18 – Coeficientes de ponderação da resistência ($\boldsymbol{\phi}$) calibrados para todos os dados. 154

Tabela 19 – Coeficientes de ponderação da resistência (ϕ) calibrados para falha local-global. 155

Tabela 20 – Coeficientes de ponderação da resistência (ϕ) calibrados para falha distorcional. 156

LISTA DE SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

AFOSM – *Advanced First Order Second Moment*

AISI – *American Iron and Steel Institute*

ASCE – *American Society of Civil Engineers*

ANSI – *American National Standards Institute*

CUFSM – *Constrained and Unconstrained Finite Strip Method*

CUTWP – *Cornell University Thin-Walled Properties*

FORM – First Order Reliabiilty Method

FOSM – *First Order Second Moment*

LRFD – *Load and Resistance Factor Design*

LSD – *Limit States Design*

MEL – Método dos Estados Limites

MEF – Método dos Elementos Finitos

MFF – Método das Faixas Finitas

MRD – Método da Resistência Direta

MRE – Método de Redução da Espessura

MLE – Método da Largura Efetiva

MSE – Método da Seção Efetiva

MVFOSM – *Mean Value First Order Second Moment*

NRCC – *National Research Council of Canada*

PFF – Perfis formados a frio

RMI – *Rack Manufacturers Institute*

SMC – Simulação de Monte Carlo

SORM – *Second Order Reliability Method*

LISTA DE SÍMBOLOS

A – área bruta da seção transversal

A_e – área efetiva

A_{net} – área líquida da seção transversal

A_{netg} – área da seção transversal com redução fictícia de espessura nas regiões perfuradas para a análise da flambagem global

α_{X_i} – cosseno diretor de uma variável aleatória X_i

β – índice de confiabilidade

β_0 – índice de confiabilidade alvo

c_w – constante de empenamento da seção transversal

D – ação permanente

D_{boost} – fator de amplificação da força axial de flambagem distorcional elástica

D_n – ação permanente nominal

E – módulo de elasticidade longitudinal (módulo de Young)

F – fator de fabricação

F_m – média do fator de fabricação

$F_{X_i}()$ – função distribuição acumulada de uma variável aleatória X_i

$f_{X_i}()$ – função densidade de probabilidade de uma variável aleatória X_i

f_y – tensão de escoamento do aço

Φ – função distribuição acumulada da variável aleatória normal padrão

ϕ – coeficiente de ponderação da resistência das normas AISI S100 e ANSI MH16.1

G – módulo de elasticidade transversal

γ – coeficiente de ponderação da resistência da norma NBR 14762

γ_D – coeficiente de ponderação da ação permanente

γ_U – coeficiente de ponderação da ação variável das unidades de armazenamento

$g()$ – função estado limite

J – momento de inércia à torção

I – momento de inércia

I_x – momento de inércia em torno do eixo x

I_{X_i} – fator de importância de uma variável aleatória X_i

K – coeficiente de flambagem global

K_x – coeficiente de flambagem por flexão em torno do eixo x;

K_y – coeficiente de flambagem por flexão em torno do eixo y;

K_z – coeficiente de flambagem por torção em torno do eixo z;

$\boldsymbol{L}$ – matriz triangular inferior resultante da decomposição de Cholesky de $\boldsymbol{\rho}$

L_x – comprimento destravado da coluna para flexão em torno do eixo x;

L_y – comprimento destravado da coluna para flexão em torno do eixo y;

L_z – comprimento destravado da coluna para torção em torno do eixo z;

λ_c – índice de esbeltez associado à flambagem global

λ_{cnet} – índice de esbeltez associado à flambagem global considerando a área líquida

λ_l – índice de esbeltez associado à flambagem local-global

λ_d – índice de esbeltez associado à flambagem distorcional

λ_{dg} – índice de esbeltez associado à flambagem distorcional-global

λ_{dnet} – índice de esbeltez associado à flambagem distorcional considerando P_{ynet}

M – fator do material

M_m – média do fator do material

$\boldsymbol{m}$ – vetor com as médias das variáveis aleatórias da função estado limite

N – número de simulações da Simulação de Monte Carlo

$\boldsymbol{\nabla g}()$ – vetor gradiente de $g()$ em um ponto

ν – coeficiente de Poisson do aço

P – erro de modelo

P_{cr} – carga crítica

P_{cre} – força axial de flambagem global elástica

P_{crl} – força axial de flambagem local elástica

P_{crd} – força axial de flambagem distorcional elástica

$P_{crd\ BC}$ – força axial de flambagem distorcional elástica considerando as condições de contorno

P_f – probabilidade de falha

$P_{exp.}$ – força resistente experimental dos protótipos do banco de dados

P_m – média do erro de modelo

P_n – força nominal resistente

P_{ne} – força nominal resistente à flambagem global ou escoamento

P_{nl} – força nominal resistente à flambagem local-global

P_{nlg} – força nominal resistente à flambagem local-global da norma ANSI MH16.1

P_{nd} – força nominal resistente à flambagem distorcional

P_{ndg} – força nominal resistente à flambagem distorcional-global da norma ANSI MH16.1

P_y – força axial de escoamento da coluna

P_{ynet} – força axial de escoamento da coluna considerando a área líquida

Q – Fator de Forma

R – resistência

R_m – resistência média

R_n – resistência nominal

$\boldsymbol{\rho}$ – matriz de correlações entre as variáveis aleatórias da função estado limite

S – efeito das solicitações

S_m – efeito médio das solicitações

σ_{X_i} – desvio padrão de uma variável aleatória X_i

t – espessura da chapa de aço

U – ação variável das unidades de armazenamento

U_n – ação variável nominal das unidades de armazenamento

$\boldsymbol{V}^*$ – ponto de projeto no espaço reduzido das variáveis aleatórias normais padrão equivalentes estatisticamente independentes

V_D – coeficiente de variação da ação permanente

V_F – coeficiente de variação do fator de fabricação

V_M – coeficiente de variação do fator do material

V_P – coeficiente de variação do erro de modelo

V_U – coeficiente de variação da ação variável das unidades de armazenamento

V_{X_i} – coeficiente de variação de uma variável aleatória X_i

$\boldsymbol{X}$ – vetor com as variáveis aleatórias da função estado limite

X_i – variável aleatória

X_{im} – média da variável aleatória X_i

X_i' – variável aleatória no espaço reduzido

x – eixo das abcissas no plano da seção transversal, orientado na direção perpendicular à alma da seção

y – eixo das ordenadas no plano da seção transversal, orientado na direção paralela à alma da seção

z – eixo longitudinal do perfil de aço

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 1

1.1 Objetivos 4

1.2 Objetivos específicos 4

1.3 Estrutura do texto 5

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 6

2.1 Sistemas de armazenagem industrial 6

2.1.1 Tipos de sistemas 6

2.1.2 Comportamento estrutural 10

2.2 Perfis formados a frio 11

2.2.1 Fabricação 12

2.2.2 Características mecânicas 13

2.3 Colunas de perfis formados a frio 15

2.3.1 Flambagem global 15

2.3.2 Flambagem local 18

2.3.3 Flambagem distorcional 19

2.3.4 Resistência 20

2.3.4.1 Método da Largura Efetiva 21

2.3.4.2 Método da Seção Efetiva 22

2.3.4.3 Método da Resistência Direta 23

2.3.5 Colunas com perfurações 30

2.3.5.1 Colunas rack 33

2.4 Confiabilidade estrutural 45

2.4.1 Estados limites 47

2.4.2 Probabilidade de falha 49

2.4.3 Métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM) 51
2.4.3.1 Método de Primeira Ordem e Segundo Momento (FOSM/MVFOSM) 51
2.4.3.2 Método Avançado de Primeira Ordem e Segundo Momento (AFOSM) 54
2.4.3.3 AFOSM para variáveis não normais correlacionadas 57
2.4.4 Métodos de confiabilidade de segunda ordem (SORM) 61
2.4.5 Simulação de Monte Carlo 62
2.4.6 Algumas aplicações dos métodos de confiabilidade.....64
2.4.7 Incertezas 68
2.4.7.1 Incertezas na resistência.....68
2.4.7.2 Incertezas nas solicitações 69
3 METODOLOGIA 71
3.1 Banco de dados experimentais 72
3.2 Força resistente teórica.....80
3.2.1 Análise de estabilidade elástica.....80
3.2.2 Adaptações do MRD propostas por Moen (2008).....80
3.2.3 Método de Redução da Espessura (MRE) 83
3.2.3.1 Proposta de Casafont *et al.* (2013) – MRE 1.....85
3.2.3.2 Proposta de Liu *et al*. (2021) – MRE 2 e MRE 3 87
3.3 Erro de modelo.....88
3.4 Índices de confiabilidade 89
3.5 Coeficientes de ponderação da resistência.....92
4 RESULTADOS.....94
4.1 Força resistente teórica.....94
4.1.1 Falha global/escoamento.....95

4.1.2 Falha local-global....95
4.1.3 Falha distorcional....97
4.2 Erro de modelo....99
4.3 Índices de confiabilidade....102
4.3.1 Todos os dados....102
4.3.2 Falha local-global....106
4.3.3 Falha distorcional....108
4.3.4 Fatores de importância....111
4.4 Coeficientes de ponderação da resistência....115
5 CONCLUSÕES....117
5.1 Sugestões para trabalhos futuros....119
REFERÊNCIAS....120
APÊNDICE A – RESULTADOS DO MRD....134
APÊNDICE B – AJUSTES DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES PARA OS AGRUPAMENTOS DO ERRO DE MODELO....139
APÊNDICE C – RESULTADOS DOS ÍNDICES DE CONFIABILIDADE....151
APÊNDICE D – RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO DOS COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO DA RESISTÊNCIA....154
ANEXO A – OPÇÕES DE DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE COLUNAS DE PERFIS FORMADOS A FRIO PERFURADAS....157
ANEXO B – ALGORITMO DE TRANSFORMAÇÃO DE VARIÁVEIS EM NORMAIS PADRÃO EQUIVALENTES....165

1 INTRODUÇÃO

Os perfis de aço formados a frio são cada vez mais viáveis para uso na construção civil, em vista da rapidez e economia exigidas pelo mercado (SILVA; PIERIN; SILVA, 2014). De acordo com Javaroni (2015), esses perfis são obtidos pela dobra de chapas planas de aço, e em razão de suas versatilidades, alcançaram lugar de destaque entre estruturas metálicas de obras de menor porte e estruturas de *steel frame*.

O Método da Resistência Direta (MRD) é o método mais completo e preciso para calcular a resistência de elementos de perfis formados a frio, por permitir a previsão da resistência de qualquer tipo de seção transversal por parte do projetista (MOEN; SCHAFER, 2011), sem as limitações do Método da Largura Efetiva. Contudo, a formulação original do MRD não aborda o cálculo da resistência quando há perfurações nos perfis.

Moen (2008) utilizou um banco de dados de ensaios de resistência e análises numéricas para propor seis adaptações do MRD a colunas e vigas perfuradas, obtendo resultados muito próximos da resistência real. A Opção 4 de Moen (2008) é utilizada na norma AISI S100 (AISI, 2020) para projeto de colunas ou vigas de perfis formados a frio com perfurações.

Uma seção transversal muito comum de perfis formados a frio é a seção rack (ou garrafa). Perfis com essa seção são utilizados principalmente na construção de sistemas de armazenagem industrial, que preferencialmente devem ser versáteis e ajustáveis (PEKÖZ; WINTER, 1973). Os perfis rack normalmente atendem a esses requisitos porque seus padrões de perfuração contínua permitem uma grande variabilidade de formas de montagem.

Casafont *et al.* (2012) elaboraram uma adaptação do MRD específica para colunas rack. A formulação proposta utiliza reduções localizadas de espessura na análise de estabilidade elástica da seção. Casafont *et al.* (2013) avaliaram a precisão da formulação desenvolvida por Casafont *et al.* (2012), ressaltando a boa previsão da falha por flambagem distorcional. De acordo os autores, o método não apresenta bons resultados ao se avaliar a flambagem local, conclusão que o autor também obteve para as adaptações de Moen (2008). Liu *et al.* (2021) apresentou novas equações

para o método de Casafont *et al.* (2012), passando a considerar a interação entre os modos de flambagem local e global, onde a influência da flambagem local é mensurada pelo Fator de Forma (Q).

A norma NBR 14762 (ABNT, 2010) traz o MRD como uma das opções de cálculo da resistência de colunas, mas não aborda o dimensionamento de colunas perfuradas ou elementos de sistemas de armazenagem industrial, que cabe à NBR 15524-2 (ABNT, 2007a). A resistência de colunas segundo a NBR 15524-2 (ABNT, 2007a) deve ser obtida por análise via elementos finitos ou um método baseado na área efetiva a partir de Q. A norma AISI S100 (AISI, 2020) passou a indicar a partir de um suplemento em 2022 (AISI, 2022) que o dimensionamento de sistemas de armazenagem industrial seja feito seguindo as normas ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) ou ANSI MH16.3 (RMI, 2016) respectivamente para sistemas porta-paletes ou sistemas cantiléver.

A norma ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) traz critérios de dimensionamento e utilização de sistemas de armazenagem do tipo rack, abordando a formulação Liu *et al.* (2021) para o cálculo da resistência de barras comprimidas ou fletidas. As versões anteriores da norma também utilizavam o conceito da área efetiva para o projeto e demandavam ensaios para a avaliação da flambagem distorcional.

Ao se incorporar em uma norma técnica um método de projeto, é preciso garantir que o dimensionamento utilizando seu roteiro atenda alguns níveis de segurança. As incertezas envolvidas no cálculo estrutural envolvem o cálculo da resistência, variabilidades físicas e geométricas do elemento, e incertezas inerentes às solicitações. Para lidar com essas incertezas, a tendência contemporânea de desenvolvimento de normas é a utilização de conceitos probabilísticos na escolha do critério de projeto (GALAMBOS et al., 1982).

O Método dos Estados Limites está presente nas normas AISI S100 (AISI, 2020) e NBR 14762 (ABNT, 2010) como método de projeto de estruturas de perfis formados a frio. Esse método atribui coeficientes de ponderação tanto para as ações quanto para a resistência de um elemento estrutural, de modo a levar em consideração as respectivas variabilidades e garantir que a probabilidade de falha da estrutura atenda um limite adequado. Os métodos de probabilidade utilizados nas calibrações desses coeficientes utilizam o conceito de índice de confiabilidade (β) como parâmetro de

segurança, devido às dificuldades de se obter a probabilidade de falha de forma analítica (NOWAK; COLLINS, 2000).

O coeficiente de ponderação da resistência ϕ ($\gamma = 1/\phi$ na norma NBR 14762) leva em consideração as incertezas associadas à previsão da resistência de um elemento estrutural (HSIAO; YU; GALAMBOS, 1990). Ganesan e Moen (2012) ressaltam a necessidade de uma nova calibração do atual coeficiente $\phi = 0{,}85$ do LRFD, tendo em vista que ele foi adotado em 1991 pela AISI S100, antes mesmo da incorporação do MRD como método de cálculo em 2004 (AISI, 2004).

Brandão (2012) e Capanema (2018) concluíram via análise de confiabilidade de colunas que para o LRFD, o valor de ϕ poderia ser aumentado sem ultrapassar seu limite de segurança. No entanto, no caso do LSD, o valor $\phi = 0{,}80$ deve ser diminuído para que índice de confiabilidade alvo $\beta_0 = 3{,}0$ seja atingido. Jardim (2020) realizou um estudo similar ao de Capanema (2018), considerando colunas de perfis U enrijecido perfuradas dimensionadas pelas opções 2, 3, 4 e 5 de Moen (2008). Mesmo verificando boa precisão dos métodos de cálculo, a autora também remete à necessidade de redução de ϕ para o LSD.

Brandão (2012) calculou que o coeficiente de ponderação da resistência $\gamma = 1{,}20$ da NBR 14762 (ABNT, 2010) poderia ser levemente diminuído para $\gamma = 1{,}15$ caso a relação ação variável/ação permanente (L_n/D_n) seja igual a 3. A norma não aborda o cálculo da resistência de colunas perfuradas, então Jardim (2020) sugere para esse caso a adoção de um valor de $\gamma = 1{,}16$ caso a opção 4 de Moen (2008) também fosse adotada na norma brasileira para dimensionar colunas perfuradas.

O LRFD também é abordado na norma ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) como método de projeto, com o mesmo $\phi = 0{,}85$ da AISI S100 (AISI, 2020). O valor já necessita de calibração para norma AISI S100 conforme Ganesan e Moen (2012), e é adotado na ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) como um valor único para todos os modos de falha de colunas, sem considerar precisões diferentes da adaptação de Liu *et al.* (2021) para modos de falha diferentes.

1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho foi avaliar a segurança envolvida no dimensionamento de colunas rack por adaptações do Método da Resistência Direta (MRD), via índices de confiabilidade (β). As adaptações do MRD consideradas são 6 provenientes do trabalho de Moen (2008) e as versões do Método de Redução da Espessura de Casafont *et al.* (2013) e Liu *et al.* (2021). A avaliação permite atestar a viabilidade do uso de adaptações do MRD para dimensionar colunas rack em normas de projeto e estabelecer coeficientes de ponderação da resistência seguros com base em confiabilidade.

1.2 Objetivos específicos

De forma específica, o trabalho buscou:

- Realizar um estudo teórico de perfis formados a frio e da aplicação de elementos rack;
- Elaborar um banco de dados com ensaios experimentais de colunas rack para possibilitar o cálculo do erro de modelo;
- Levantar adaptações do MRD para o cálculo da resistência de colunas perfuradas;
- Aplicar métodos de confiabilidade para avaliar a segurança envolvida no dimensionamento de colunas rack através dessas adaptações;
- Calcular novos coeficientes de ponderação da resistência para os casos em que os requisitos de segurança das normas de projeto não sejam atingidos.

Os índices de confiabilidade foram calculados pelo método FOSM, pelo FORM e por Simulação de Monte Carlo (SMC), considerando versões do Método dos Estados Limites das normas AISI S100 (AISI, 2020), ANSI MH16.1 (RMI, 2021a), NBR 14762 (ABNT, 2010) e NBR 15524-2 (ABNT, 2007a). Para se obter o erro de modelo, foi elaborado um banco de dados experimentais de ensaios de colunas rack de vários autores, com os resultados de resistência comparados aos valores nominais calculados.

Foram calibrados novos coeficientes de ponderação da resistência para os casos em que os valores de β calculados ficaram distantes dos valores alvos de

calibração das normas. Para as normas brasileiras NBR 14762 (ABNT, 2010) e NBR 15524-2 (ABNT, 2007a), os valores calibrados são sugeridos para incorporações em versões futuras, pois nenhuma delas aborda o MRD para o cálculo da resistência de colunas rack.

1.3 Estrutura do texto

Este trabalho é estruturado em 5 capítulos:

- Capítulo 1: contexto no qual se insere o estudo, assim como os objetivos traçados, justificativas e contribuições;
- Capítulo 2: revisão bibliográfica sobre sistemas de armazenagem industrial; especificidades dos perfis formados a frio; comportamento de colunas de perfis formados a frio, partindo de conceitos gerais até o caso específico de colunas rack perfuradas e conceitos da confiabilidade estrutural.
- Capítulo 3: detalhamento da metodologia da pesquisa, descrevendo o banco de dados elaborado e os critérios e parâmetros utilizados na aplicação dos métodos de confiabilidade selecionados;
- Capítulo 4: apresentação e discussão dos resultados encontrados e comparação com resultados encontrados na literatura;
- Capítulo 5: conclusões obtidas e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Sistemas de armazenagem industrial

Sistemas de armazenagem industrial são elementos chaves na cadeia produtiva moderna, presentes na logística de boa parte dos produtos atualmente comercializados. São utilizados na estocagem de mercadorias em partes do processo produtivo, etapas de transporte e armazenamento pré-venda. De acordo com Peköz; Winter (1975) os sistemas de armazenagem são importantes aplicações onde a versatilidade e a economia de construções com perfis formados a frio é demonstrada.

A necessidade de melhoras no armazenamento e eficiência no manuseio de mercadorias fomentou a mecanização do armazenamento industrial e aumento da densidade de armazenamento e capacidade dessas estruturas (PEKÖZ; WINTER, 1973). Existem vários tipos de sistemas de armazenagem e configurações possíveis, a depender do tipo de material armazenado e da demanda de manuseio e armazenamento.

2.1.1 Tipos de sistemas

Uma divisão possível aos sistemas de armazenagem de dá quanto à movimentação da carga no interior dos sistemas. Segundo Ribeiro (2006), nos sistemas estáticos, somente a empilhadeira ou o transelevador é responsável pelo movimento da carga, enquanto nos sistemas dinâmicos, o sistema dispõe de trilhos ou rolos que promovem a movimentação interna das unidades de armazenamento.

Um dos sistemas de armazenamento mais utilizados é o sistema porta-paletes convencional (Figura 1). São utilizados para armazenamentos de baixa intensidade, onde a mercadoria deve ser acessível a qualquer momento (PEKÖZ; WINTER, 1973) e a altura é limitada ao alcance das empilhadeiras (PEKÖZ; WINTER, 1975). Além do sistema convencional, as unidades de prateleiras podem ser montadas sobre trilhos, onde os corredores são abertos para carga ou descarga sob necessidade (porta-paletes deslizante). Essa alternativa elimina os corredores fixos e aumenta a densidade de armazenamento.

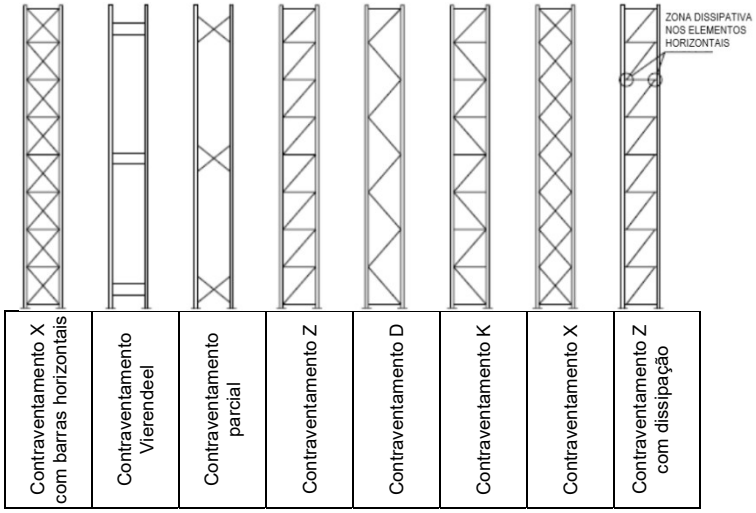
Figura 1 – Sistema de armazenagem porta-paletes.

Porta-paletes convencional | Porta-paletes deslizante

Fonte: (CHINA GOOD QUALITY INDUSTRIAL STORAGE RACK SUPPLIER, 2021; SYSTEC GROUP, 2023).

A estabilidade horizontal desses sistemas é garantida pelas ligações rígidas ou semirrígidas entre as longarinas e as colunas ou barras de contraventamento entre as colunas, formando painéis contraventados (PEKÖZ; WINTER, 1973). A Figura 2 apresenta os principais tipos de contraventamento utilizados nos painéis.

Figura 2 – Contraventamentos típicos para painéis.

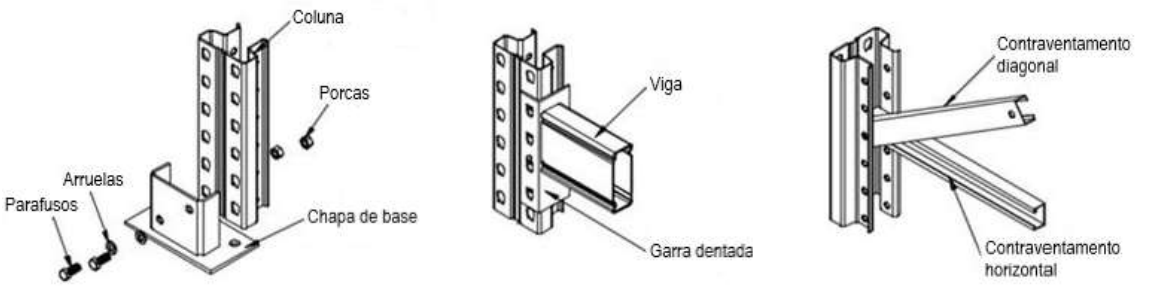


Fonte: (adaptado de CASTIGLIONI et al., 2014).

As colunas dos sistemas normalmente possuem seções abertas de paredes finas e perfurações regulares ao longo do perfil para acomodarem os ganchos das extremidades das vigas e realizarem ligações sem parafusos ou soldas (BERNUZZI;

CHESI; PARISI, 2004). Algumas colunas possuem flanges de ligação perfuradas para acomodarem ligações com as barras de contraventamento (Figura 3).

Figura 3 – Componentes e conexões típicas de sistemas rack porta paletes.



Conexão com chapa de base | Conexão com viga | Conexão com barras de contraventamento

Fonte: (adaptado de SHANGAI CALIN LOGISTIC EQUIPMENT, 2023).

Há também sistemas porta-paletes autoportantes (Figura 4), onde as paredes e a cobertura do local de armazenamento também são suportadas pela estrutura do sistema. Neles, o transporte é realizado por meio de empilhadeiras trilaterais ou transelevadores automáticos no caso de cargas elevadas, sendo um sistema indicado para materiais de alta rotatividade e alta densidade de armazenamento (RIBEIRO, 2006). Sua desvantagem é o alto custo de implantação.

Figura 4 – Sistema autoportante.

Fonte: (ÁGUIA SISTEMAS DE ARMAZENAGEM S/A, 2023).

Para demandas de alta densidade de armazenamento onde o acesso às cargas não precisa ser imediato, os sistemas *drive-in* e *drive-through* podem ser utilizados. Segundo Peköz e Winter (1973), nesses tipos de sistemas os painéis são ligados no topo, e braços de conexão suportam grandes longarinas sobre as quais sequências

de paletes são armazenadas por empilhadeiras que se movimentam no interior da estrutura. A diferença entre os dois é que enquanto no *drive-in* (Figura 5) as mercadorias podem ser acessadas de apenas uma das extremidades das longarinas, enquanto no *drive-through*, o acesso pode ocorrer pelas duas extremidades.

Figura 5 – Sistema *drive in*.

Fonte: (RMI, 2022).

Já sistemas de armazenamento cantiléver não possuem painéis formados entre as unidades horizontais, tornando o sistema ideal para o armazenamento de cargas longas, como carpetes, tubos e similares (PEREZ, 2021). O sistema é caracterizado por vigas de armazenamento em balanço conectadas a colunas centrais (Figura 6).

Figura 6 – Sistema cantilever.

Sistema unilateral Sistema bilateral

Fonte: (ANDERSON BUILDING MATERIALS, 2023).

Dentre os sistemas dinâmicos destacam-se o *pushback* e o *flow rack* (Figura 7). Neles, ao serem dispostos sobre a estrutura, os paletes se se deslocam por efeito da

gravidade (com sistemas controladores de velocidade) até a outra extremidade do sistema. No *pushback*, o deslocamento é feito por plataformas sobre trilhos, enquanto no *flow rack* por polias ou roldanas. Podem ter acesso por uma ou duas extremidades, de forma similar aos *drive-in* e *drive-through*.

Figura 7 – Sistemas dinâmicos de armazenagem.

Sistema *pushback*

Sistema *flow rack*

Fonte: (RMI, 2021b, 2021c).

2.1.2 Comportamento estrutural

A resistência estrutural e estabilidade dos sistemas de armazenagem se tornou mais importante do que antes porque o uso dessas estruturas e o valor das mercadorias que elas suportam aumentou (MANGIR, 2014). Apesar de serem estruturas leves, sistemas de armazenagem industrial suportam altos valores de ação variável (muitas vezes maiores que ações permanentes, usualmente o oposto do que acontece em estruturas usuais da engenharia civil), podendo ainda atingir alturas consideráveis. Por esses motivos, devem ser adequadamente projetados (CASTIGLIONI, 2016).

A previsão do comportamento estrutural de sistemas de armazenagem não é uma tarefa fácil devido aos seus particulares componentes estruturais; perfis de paredes finas com alta esbeltez, o que os torna susceptíveis a flambagens global, local, e distorcional, especialmente no caso das colunas (CASTIGLIONI et al., 2014). Além disso, devido à grande variabilidade de componentes disponíveis de diversos fabricantes, normas específicas são necessárias para essas estruturas, que não podem ser consideradas edificações tradicionais (CASTIGLIONI et al., 2014).

A norma para projetos de estruturas de aço AISI S100 (AISI, 2020) passou a indicar a partir de um suplemento em 2022 (AISI, 2022) que o dimensionamento de

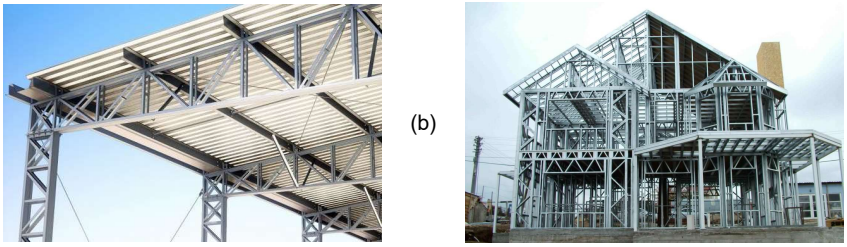
sistemas de armazenagem industrial seja feito seguindo as normas ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) para sistemas porta-paletes ou ANSI MH16.3 (RMI, 2016) para sistemas cantilever. No Brasil, os sistemas porta-paletes devem seguir as diretrizes das normas NBR 15524-1 (ABNT, 2007b) e NBR 15524-2 (ABNT, 2007a).

2.2 Perfis formados a frio

De acordo com Hancock, Murray e Ellifritt (2001), componentes estruturais de perfis formados a frio (PFF) são normalmente utilizados como: coberturas e paredes de edificações industriais, comerciais e agrárias (Figura 8a), sistemas de armazenagem industrial, estruturas de treliças planas e espaciais (Figura 8a), folhas corrugadas planas sem armação (normalmente utilizadas em telhas - Figura 8a), armação estrutural residencial (*steel frame* – Figura 8b), *steel floor e steel deck* (Figura 8c), postes (um dos casos raros onde a espessura da parede do perfil é grossa), aplicações automotivas, silos de grãos (Figura 8d) e componentes tubulares vazados.

Figura 8 – Aplicações de perfis formados a frio. (a) Estrututa de cobertura de galpão. (B) Sistema *light steel frame*. (c) Laje em *steel deck*. (d) Silos de armazenagem de grãos.

(a) (b)



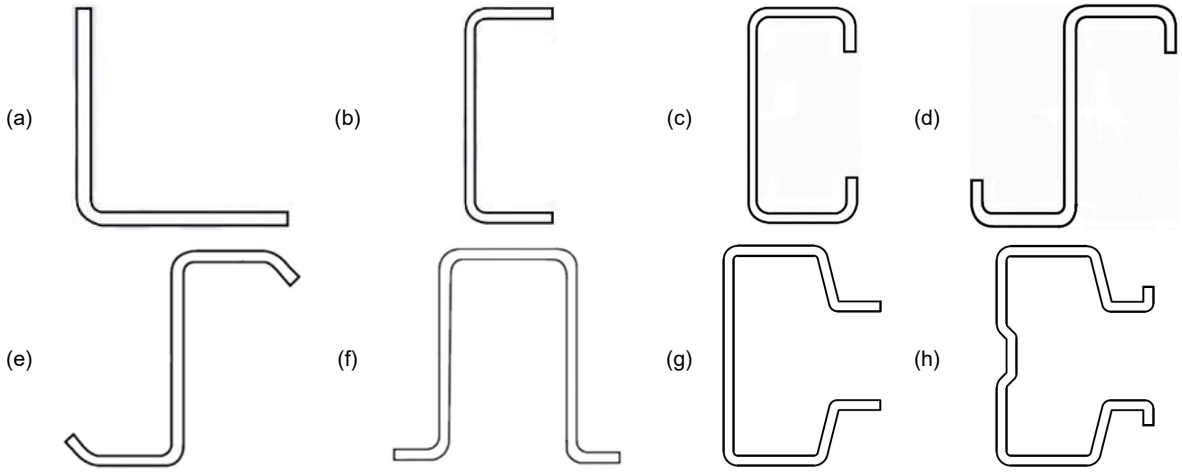
(c) (d)

Fonte: (CINTRA, 2015; COBERTEC CONSTRUÇÕES METÁLICAS, 2018; GALVAMINAS, 2021; GOUVEIA, 2019).

Segundo Javaroni (2015), perfis formados a frio ganham espaço em estruturas de pequenos e médios carregamentos, onde muitas vezes o uso de perfis laminados ou soldados implicaria em altos custos. A norma NBR 6355 (ABNT, 2012) traz os requisitos exigíveis a perfis de aço formados a frio com seção transversal aberta. Na

Figura 9 são apresentadas as séries comerciais usuais de perfis de aço formados a frio, com espessuras nominais variando de 0,43 a 8,00 mm.

Figura 9 – Seções transversais de PFF usuais. (a) Cantoneira. (b) U simples. (c) U enrijecido. (d) Z enrijecido a 90º. (e) Z enrijecido a 45º. (f) Cartola. (g) Rack simples. (h) Rack com enrijecedores de alma e de borda.



Fonte: (adaptado de ABNT, 2012).

2.2.1 Fabricação

Existem basicamente dois processos de produção desses perfis: o contínuo e o descontínuo (Figura 10). A forma contínua de produção consiste em passar uma chapa contínua de aço entre uma série de rolos opostos que a submetem a uma deformação plástica progressiva até que se alcance o formato da seção transversal desejada. Cada par de rolos é denominado estágio, e a quantidade de estágios é diretamente proporcional à complexidade da seção fabricada (HANCOCK; MURRAY; ELLIFRITT, 2001).

Já na forma descontínua, cada dobra na chapa é produzida completamente de cada vez, até que se complete a seção transversal desejada. Esse processo é adequado a pequenas quantidades de perfis e perfis com poucas dobras (SILVA; PIERIN; SILVA, 2014). Para seções com várias dobras, é necessário que se mude a posição da peça de aço na prensa.

Figura 10 – Tipos de fabricação de perfis formados a frio.

Processo contínuo na mesa de roletes

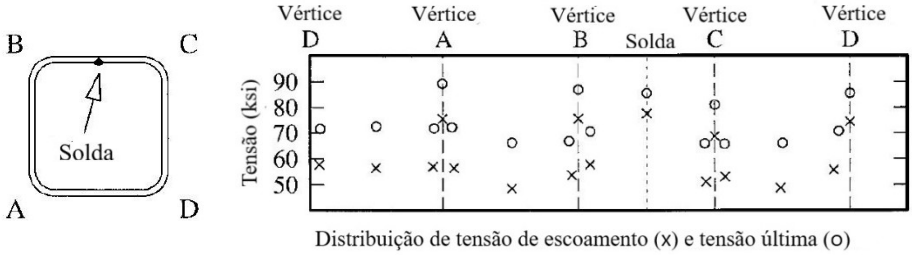
Processo descontínuo na prensa dobradeira

Fonte: (INDIAMART, 2021; LIGHTNING LASER CUTTING, 2021).

2.2.2 Características mecânicas

De acordo com Javaroni (2015), a conformação a frio das chapas para formar os perfis altera as características mecânicas do aço virgem, aumentando a tensão limite de escoamento e a resistência à tração. A consequência é a redução da ductilidade, estreitamento do patamar de escoamento e aparecimento de tensões residuais na região das dobras (no caso do processo de fabricação descontínuo) ou também em outras partes do perfil (no caso do processo de fabricação contínuo) (SILVA; PIERIN; SILVA, 2014). Hancock, Murray e Ellifritt (2001) citam o exemplo de perfis tubulares conformados a frio em retangulares ou quadrados. A Figura 11 representa o aumento da tensão de escoamento nas regiões das dobras e da solda um perfil tubular retangular.

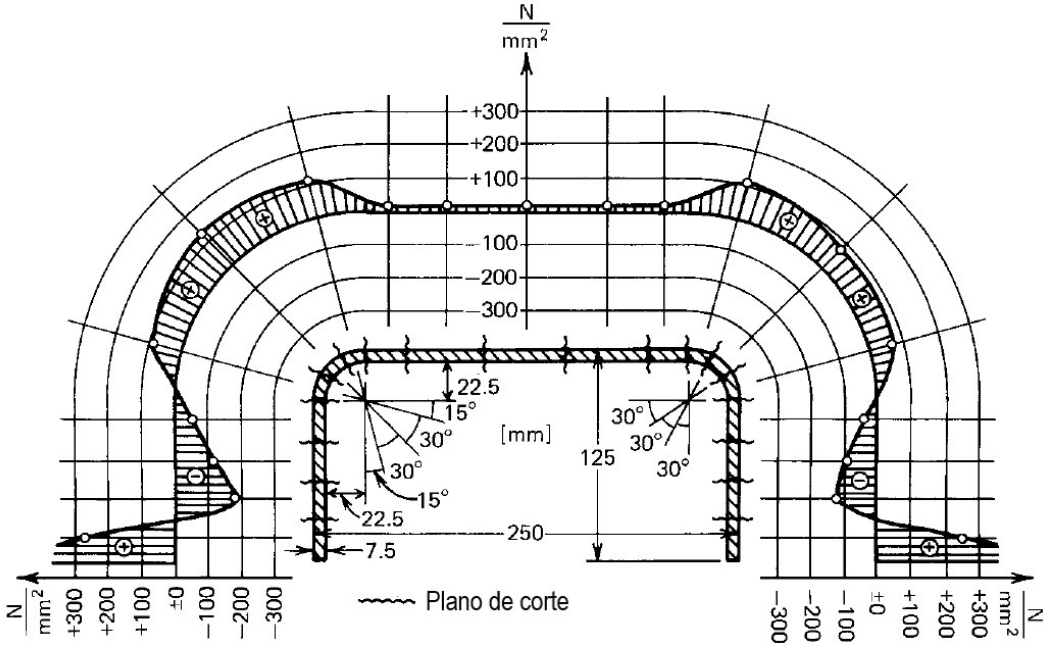
Figura 11 – Aumento nas tensões de escoamento e última em perfil formado a frio tubular retangular.



Fonte: (adaptado de HANCOCK; MURRAY; ELLIFRITT, 2001).

Tensões residuais também fazem com que escoamentos e encruamentos locais aconteçam em perfis de aço antes de a força aplicada atingir o valor da força de escoamento (TRAHAIR et al., 2008). Essas tensões existem em elementos de aço como consequência do processo de fabricação, seja por causa da laminação a quente ou soldagem, ou conformação a frio, no caso dos PFFs (YU, 2000) (Figura 12).

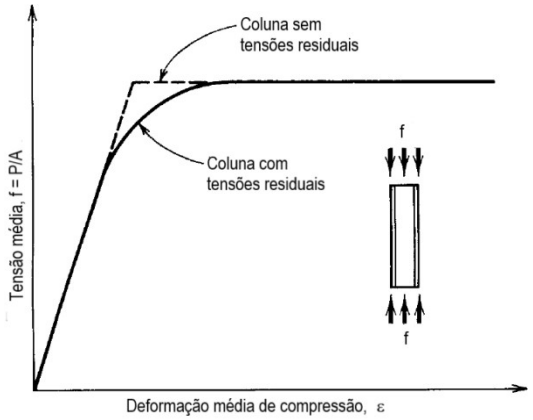
Figura 12 – Tensões residuais longitudinais médias em um perfil U formado a frio.



Fonte: (adaptado de YU, 2000).

A alteração provocada no diagrama tensão-deformação do aço devido à presença de tensões residuais é mostrada na Figura 13. Após o início prematuro de escoamentos e deformações plásticas locais, há uma redistribuição de tensões devido à ductilidade do aço, de forma que a força aplicada ainda pode atingir a força de escoamento P_y (TRAHAIR et al., 2008), no caso de elementos compactos (elementos cujo colapso não se dá por instabilidades).

Figura 13 – Efeito de tensões residuais no diagrama tensão-deformação de colunas.



Fonte: (adaptado de YU, 2000).

2.3 Colunas de perfis formados a frio

Denomina-se coluna uma peça vertical sujeita à compressão centrada, e em construções metálicas, são encontradas em componentes de treliças, sistemas de travamento pilares e sistemas contraventados de edifícios com ligações rotuladas (PFEIL; PFEIL, 2009). Ainda segundo Pfeil e Pfeil (2009), o esforço de compressão tende a acentuar o efeito das curvaturas iniciais existentes.

Em colunas de aço curtas e com os elementos da seção pouco esbeltos, a falha se dá por escoamento da seção (YU, 2000). Contudo, em colunas médias e longas, a falha normalmente ocorre antes de a força aplicada atingir o patamar de escoamento, devido a modos de flambagem globais, locais e distorcionais, esse último, comum no controle da falha de perfis formados a frio de seção aberta. Há a possibilidade de colunas falharem devido a interações entre esses modos.

2.3.1 Flambagem global

Em um caso hipotético de um elemento perfeitamente reto, não há curvatura até que a força de compressão atinge a força axial de flambagem global elástica (carga crítica de flambagem global) P_{cre}, a partir da qual as imperfeições aparecem e aumentam até o colapso (TRAHAIR et al., 2008). Quando a instabilidade associada à força axial de flambagem global elástica se dá por flexão da coluna, é caracterizado

flambagem global por flexão. A força axial de flambagem global elástica por flexão pode ser determinada pela equação de Euler:

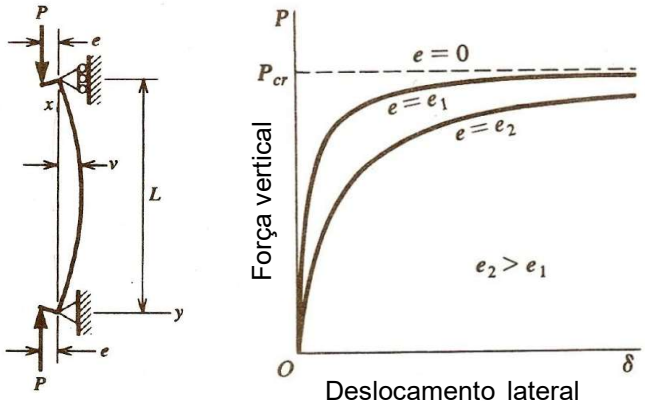
$$P_{cre} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \qquad \textbf{Equação 1}$$

sendo:

- E: Módulo de elasticidade longitudinal do material da coluna;
- I: Momento de inércia da seção transversal na direção considerada;
- K: Coeficiente de flambagem global (depende das condições de contorno);
- L: Comprimento da coluna.

Para colunas reais, com excentricidades na aplicação da força e curvaturas iniciais, a coluna apresenta um comportamento instável com uma força aplicada menor que a força resistente de uma coluna perfeitamente reta. Nesses casos, além da deformação normal, gerada pela compressão, a força vertical também exerce flexão na coluna. A trajetória de equilíbrio de uma coluna perfeita e de colunas com excentricidades não nulas é mostrada na Figura 14.

Figura 14 – Comportamento elástico de um elemento comprimido.

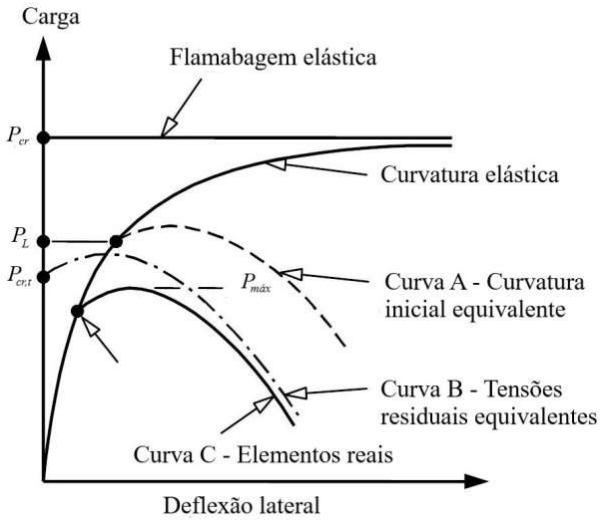


Fonte: (adaptado de TIMOSHENKO; GERE, 1984).

A presença de tensões residuais também pode influenciar no comportamento mecânico de colunas. Colunas de aço reais possuem tanto tensões residuais quanto

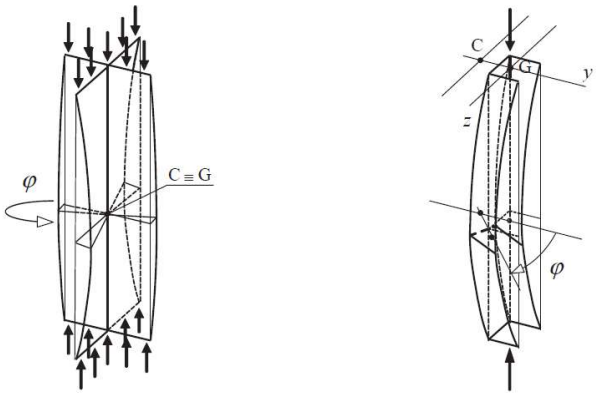
imperfeições iniciais. A trajetória de equilíbrio para esse caso é mostrada na curva C da Figura 15. Além da flambagem por flexão, a flambagem global por torção em torno do eixo longitudinal também pode ocorrer em perfis formados a frio com seções transversais abertas, que pode ainda ocorrer acoplada à flambagem por flexão (SILVA et al., 2014; TRAHAIR et al., 2008) (Figura 16).

Figura 15 – Comportamento de elementos reais comprimidos.



Fonte: (adaptado de TRAHAIR et al., 2008).

Figura 16 – Flambagem global por torção e flambagem global por flexo-torção.



Fonte: (adaptado de SILVA et al., 2014).

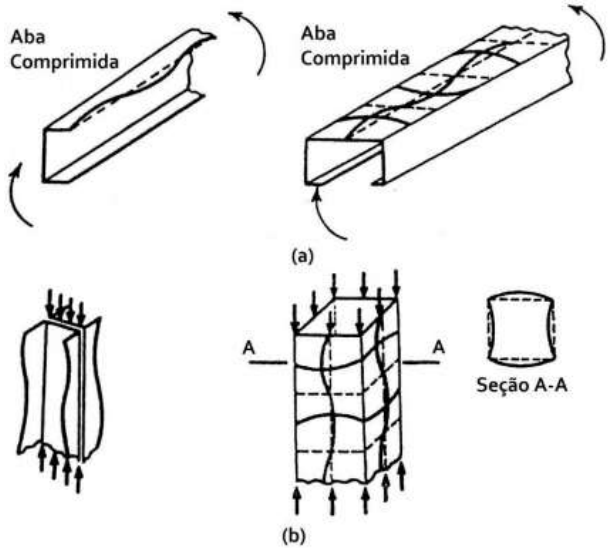
Em seções fechadas, devido à alta rigidez à torção, a flambagem por torção raramente acontece com uma força menor que a flambagem por flexão (YU, 2000).

Já seções abertas monossimétricas ou assimétricas, são suscetíveis a esse fenômeno, devido à baixa rigidez a torção. A separação entre o centroide e o centro de cisalhamento nesses casos ainda faz com que esses eixos se tornem esbeltos durante a flambagem. Com isso, a força atuante no centroide passa a ter componentes de torque que agem no centro de cisalhamento, favorecendo a flambagem global com interação entre a flexão e a torção (TRAHAIR, 1993).

2.3.2 Flambagem local

Perfis formados a frio comprimidos podem ser tão esbeltos a ponto de que a flambagem local de chapas individuais do elemento ocorre antes de a força aplicada atingir o valor de colapso (YU, 2000). A ocorrência da flambagem local está intimamente ligada à esbeltez da placa componente do perfil, que é maior em perfis formados a frio é quando comparados a perfis laminados e soldados. Os efeitos da flambagem local durante a flexão pura e a compressão são mostrados na Figura 17.

Figura 17 – Flambagem local de elementos comprimidos. (a) Durante uma flexão pura. (b) Durante uma compressão centrada.

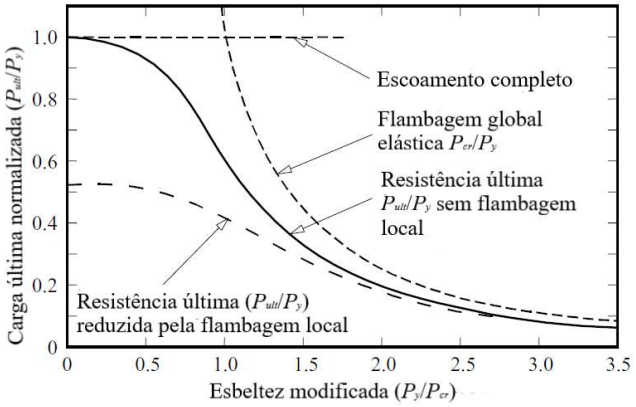


Fonte: (adaptado de YU, 2000).

Esse tipo de flambagem não representa o fim da capacidade resistente do perfil (HANCOCK; MURRAY; ELLIFRITT, 2001). Apesar disso, a ocorrência da flambagem

local diminui a área resistente do perfil a outros modos de flambagem. A Figura 18 exemplifica a redução na curva de resistência de uma coluna devido aos efeitos da flambagem local.

Figura 18 – Efeitos da flambagem local na resistência à compressão.



Fonte: (adaptado de TRAHAIR et al., 2008).

2.3.3 Flambagem distorcional

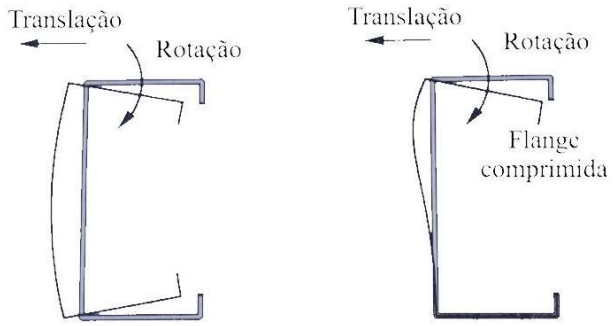
A flambagem distorcional também é um tipo de instabilidade local, mas se ocorrida, pode caracterizar a falha do perfil. É um modo caracterizado pela rotação da flange na junção flange/alma em perfis com enrijecedor de borda (SCHAFER, 2000). Utilizando colunas com seções U enrijecido e rack, Hancock (1985) verificou teórica e experimentalmente que a resistência pós-critica para esse modo de flambagem é muito pequena, sendo então desconsiderada nos métodos de dimensionamento (JAVARONI, 2015).

De acordo com Silva, Pierin e Silva (2014), a flambagem distorcional é comum em:

- Aços de alta resistência;
- Elementos com menor largura do enrijecedor de borda;
- Seção cujos elementos são poucos esbeltos (menor relação b/t). Nesse caso, o efeito da instabilidade distorcional pode ser menor do que a da local.

Na Figura 19, é mostrada a ocorrência da flambagem distorcional em um perfil U enrijecido por compressão axial e por flexão.

Figura 19 – Flambagem distorcional em um perfil U enrijecido.



Fonte: (adaptado de HANCOCK; MURRAY; ELLIFRITT, 2001).

Como os perfis formados a frio possuem elementos esbeltos formando a seção transversal, são muito vulneráveis à ocorrência dos modos de flambagem local e distorcional. O modo distorcional pode ocorrer com uma força menor que as força de flambagem local ou global, e por ocorrer associado a um comprimento de onda muito maior que o da flambagem local, o modo distorcional não pode ser detectado em um ensaio tradicional de coluna curta[1] (HANCOCK, 1985).

2.3.4 Resistência

A primeira norma destinada a padronizar o dimensionamento de estruturas com perfis formados a frio do *American Iron and Steel Institute* (AISI) foi elaborada no ano de 1946. A versão em vigor dessa norma é do ano de 2016, reafirmada em 2020 (AISI,

[1] Ensaio utilizado para a obtenção do fator de forma Q, que representa o decréscimo da resistência a flambagem global devido à interação com a flambagem local (YU, 1985). O fator de forma é utilizado em alguns métodos de cálculo da resistência que utilizam o conceito da Área Efetiva A_e.

2020). No Brasil, o projeto de estruturas de perfis formados a frio é regido pela norma NBR 14762 (ABNT, 2010), cuja primeira versão é do ano de 2001.

Nas normas NBR 14762 (ABNT, 2010) e AISI S100 (AISI, 2020), os métodos encontrados para o cálculo da resistência de colunas de perfis formados a frio são três: Método da Largura Efetiva (MLE), Método da Seção Efetiva (MSE) (apenas na norma brasileira) e Método da Resistência Direta (MRD).

2.3.4.1 Método da Largura Efetiva

No Método da Largura Efetiva (MLE), os elementos da seção são trabalhados de forma isolada e suas larguras são consideradas com um valor menor (largura efetiva) de acordo com o grau de esbeltez de cada chapa. Por meio da redução fictícia da área de seção, o decréscimo na resistência à flambagem global devido à flambagem local é representado. O MLE foi calibrado nos anos 1940 por um grupo de pesquisa liderado pelo professor George Winter (WINTER, 1947), partindo do conceito da largura efetiva definido por von Kármán, Sechler e Donnell (1932). A tensão crítica σ_{cr} de flambagem local elástica de um elemento de seção transversal é dada por:

$$\sigma_{cr} = k\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b/t)^2} \qquad \textbf{Equação 2}$$

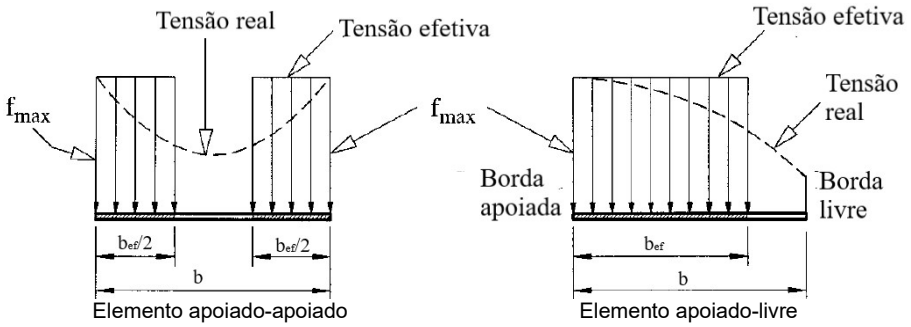
sendo:

- k: coeficiente de flambagem local da chapa (depende das condições de contorno e do carregamento);
- ν: coeficiente de Poisson do aço;
- b: largura da chapa;
- t: espessura da chapa.

Valores de k em função da esbeltez da chapa e de suas condições de apoio são encontrados nas normas NBR 14762 (ABNT, 2010) e AISI S100 (AISI, 2020). O conceito da largura efetiva considera uma distribuição uniforme de tensões sobre uma largura fictícia da chapa, e a resultante das tensões tem o mesmo valor que o obtido

na distribuição real. A distribuição de tensões na largura efetiva b_{ef} é mostrada na Figura 20.

Figura 20 – Distribuição de tensões considerada no método da largura efetiva.



Fonte: (adaptado de HANCOCK; MURRAY; ELLIFRITT, 2001).

O MLE não considera a falha por flambagem distorcional. A norma AISI S100 (AISI, 2007) passou a partir de 2007 a exigir que a resistência à compressão de perfis formados a frio se dê pelo menor valor entre a resistência resultante do método da largura efetiva e a resistência à flambagem distorcional P_{nd}. O valor de P_{nd} é obtido pelas equações do Método da Resistência Direta (adicionado no suplemento de 2004). Na norma europeia Eurocode 3: Part 1-3 (CEN, 2006), é estabelecido que os efeitos da flambagem distorcional devem ser avaliados por métodos numéricos, enquanto a flambagem global é abordada pelo MLE.

2.3.4.2 Método da Seção Efetiva

O Método da Seção Efetiva (MSE) foi desenvolvido por Batista (2009) e incorporado à NBR 14762 no ano de 2010 (ABNT, 2010), e considera a seção como uma associação de placas no cálculo da área fictícia, e não elementos isolados como no caso do MLE. Para o cálculo da força axial de flambagem local elástica (carga crítica de flambagem local) da seção (P_{crl}) necessária ao método, Batista (2009) propõe a Equação 3 baseada na equação da tensão crítica de placas para evitar uso de ferramentas computacionais.

$$P_{crl} = k_l \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b_w}\right)^2 A$$ **Equação 3**

sendo:

- k_l: coeficiente de flambagem local da seção transversal;
- A: área da seção transversal;

A NBR 14762 (ABNT, 2010) traz equações polinomiais calibradas por Batista (2009) para a determinação de k_l para seções U, Z, U enrijecido, Z enrijecido, cartola, rack simples e tubular retangular. A norma ainda traz valores calibrados pelo autor em função das dimensões para os mesmos perfis, considerados mais precisos por terem sido obtidos diretamente por análise de estabilidade elástica.

Brandão *et al*. (2018), ressalta a vantagem de se utilizar o MSE no lugar do MRD devido à simplicidade de se obter P_{crl} sem necessidade de programas computacionais. A desvantagem do MSE é sua restrição às seções transversais e dimensões apresentadas por Batista (2009) e pela NBR 14762 (ABNT, 2010). Como o método também não aborda a falha por flambagem distorcional, a norma NBR 14762 (ABNT, 2010) pede a verificação da coluna para esse fenômeno pelo MRD.

2.3.4.3 Método da Resistência Direta

O Método da Resistência Direta (MRD) também utiliza tensões de flambagem local elástica para o perfil como um todo, e sua formulação original calibrada por Schafer (2000) permite o cálculo da resistência à compressão ou à flexão de perfis com qualquer tipo de seção transversal (MOEN; SCHAFER, 2011). Para colunas, as forças resistentes aos modos de flambagem global (P_{ne}), local-global (também chamada resumidamente de local) (P_{nl}), e distorcional (P_{nd}) são calculadas de forma separada, sendo o valor nominal da resistência (P_n) o menor dentre elas.

O método foi incluído no corpo principal da norma AISI S100 em 2016 (AISI, 2016), e desde 2007, quando o MRD foi adicionado ao Anexo 1 da norma como alternativa, suas equações para previsão da resistência à flambagem distorcional fazem parte do corpo principal. Na norma NBR 14762, o MRD foi incorporado no

Anexo C da versão atual (ABNT, 2010), como uma alternativa para o cálculo da resistência à compressão frente aos MLE e MSE presentes no corpo principal.

A seguir, são apresentadas as equações para o cálculo das forças resistentes aos três modos de flambagem considerados. Os cálculos são padronizados para uma seção genérica, com eixos centroidais x (abcissas) e y (ordenadas). O eixo z marca a direção do eixo da coluna.

- **Força resistente à flambagem global (P_{ne})**

$$P_{ne} = \begin{cases} \left(0{,}658^{\lambda_c^2}\right) P_y, & \text{para } \lambda_c \leq 1{,}5 \\ \left(\frac{0{,}877}{\lambda_c^2}\right) P_y, & \text{para } \lambda_c > 1{,}5 \end{cases} \qquad \textbf{Equação 4}$$

Onde λ_c é o índice de esbeltez associado à flambagem global, dado por:

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{P_y}{P_{cre}}} \qquad \textbf{Equação 5}$$

P_y é a força de escoamento da coluna, dada por:

$$P_y = A f_y \qquad \textbf{Equação 6}$$

sendo:

- A: é a área bruta da seção transversal;
- f_y: tensão de escoamento do aço.

P_{cre} é a força axial de flambagem global elástica (carga crítica de flambagem global), dada no caso de seções de dupla simetria ou ponto-simétricas pelo menor valor entre a força associada à flambagem em torno do eixo x ($P_{cre,x}$), a força associada à flambagem em torno do eixo y ($P_{cre,y}$) e a força associada à flambagem em torno do eixo z ($P_{cre,z}$). No caso de seções monossimétricas, o valor de P_{cre} é dado pelo menor valor entre $P_{cre,x}$, $P_{cre,y}$, $P_{cre,z}$ e $P_{cre,x-z}$ (flambagem por flexo-torção):

$$P_{cre,x} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_x L_x)^2} \qquad \textbf{Equação 7}$$

$$P_{cre,y} = \frac{\pi^2 E I_y}{(K_y L_y)^2} \qquad \textbf{Equação 8}$$

$$P_{cre,z} = \frac{1}{r_0^2}\left[\frac{\pi^2 E c_w}{(K_z L_z)^2} + GJ\right] \qquad \textbf{Equação 9}$$

$$P_{cre,x-z} = \frac{P_{cre,x} + P_{cre,z}}{2\left[1 - \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2\right]}\left\{1 - \sqrt{\frac{4P_{cre,x}P_{cre,z}\left[1 - \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2\right]}{\left(P_{cre,x} + P_{cre,z}\right)^2}}\right\} \qquad \textbf{Equação 10}$$

sendo:

- E: módulo de elasticidade longitudinal do aço;
- c_w: constante de empenamento[2] da seção transversal;
- I_x: momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo x;
- I_y: momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo y;
- K_x: coeficiente de flambagem por flexão em torno do eixo x;
- K_y: coeficiente de flambagem por flexão em torno do eixo y;
- K_z: coeficiente de flambagem por torção em torno do eixo z;
- L_x: comprimento destravado da coluna para flexão em torno do eixo x;
- L_y: comprimento destravado da coluna para flexão em torno do eixo y;
- L_z: comprimento destravado da coluna para torção em torno do eixo z;
- r_0: raio de giração polar em relação ao centro de cisalhamento;
- G: módulo de elasticidade transversal;
- J: momento de inércia à torção;
- x_0: coordenada x do centro de cisalhamento em relação aos eixos centroidais.

[2] De acordo com Pfeil e Pfeil (2009), o empenamento corresponde às deformações longitudinais que ocorrem em seções não circulares, onde uma seção originalmente plana deixa de ser plana. Quando há restrição ao livre empenamento, ocorre a torção não uniforme, que causa na seção transversal tensões normais de tração e compressão e tensões de cisalhamento (SILVA; PIERIN; SILVA, 2014).

- **Força resistente à flambagem local (P_{nl})**

Como a ocorrência da flambagem local não representa a falha do perfil, a P_{nl} é limitado a P_{ne}, de forma que a falha ocorre por interação entre os modos local e global de flambagem. Nas primeiras versões do MRD, P_{nl} correspondia à força resistente ao início da flambagem local, e P_{nle} correspondia à falha global com interação da local (falha local-global). Na norma AISI S100 (AISI, 2020), P_{nle} é simplesmente representado por P_{nl}, de forma que P_{nl} represente a falha local-global:

$$P_{nl} = \begin{cases} P_{ne}, & \text{para } \lambda_l \leq 0{,}776 \\ \left[1 - 0{,}15\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0,4}\right]\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0,4} P_{ne}, & \text{para } \lambda_l > 0{,}776 \end{cases} \quad \textbf{Equação 11}$$

Onde λ_l é o índice de esbeltez associado à flambagem local, dado por:

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{P_{ne}}{P_{crl}}} \quad \textbf{Equação 12}$$

sendo P_{crl} a força axial de flambagem local elástica (carga crítica de flambagem local).

- **Força resistente à flambagem distorcional (P_{nd})**

$$P_{nd} = \begin{cases} P_y, & \text{para } \lambda_d \leq 0{,}561 \\ \left[1 - 0{,}25\left(\frac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0,6}\right]\left(\frac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0,6} P_y, & \text{para } \lambda_d > 0{,}561 \end{cases} \quad \textbf{Equação 13}$$

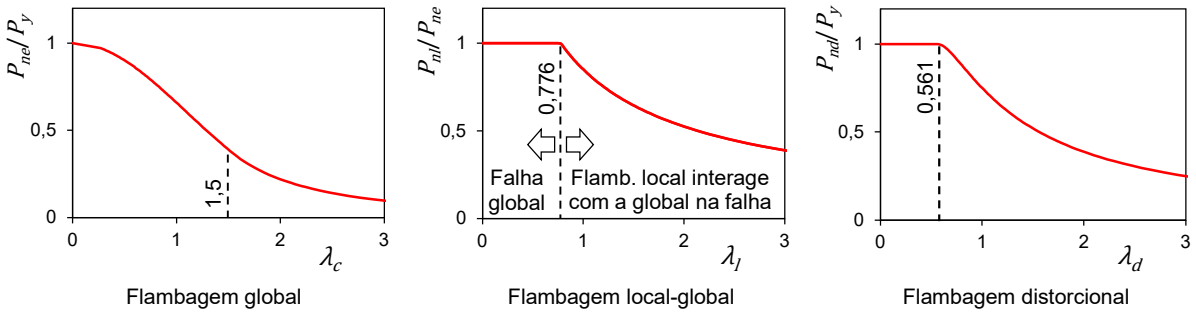
Onde λ_d é o índice de esbeltez associado à flambagem distorcional, dado por:

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{P_y}{P_{crd}}} \quad \textbf{Equação 14}$$

P_{crd} é a força axial de flambagem distorcional elástica (carga crítica de flambagem distorcional).

A Figura 21 traz os valores de P_{ne}, P_{nl} e P_{nd} em função de seus respectivos índices de esbeltez mostrados nas curvas de projeto do MRD.

Figura 21 – Curvas de projeto do MRD.

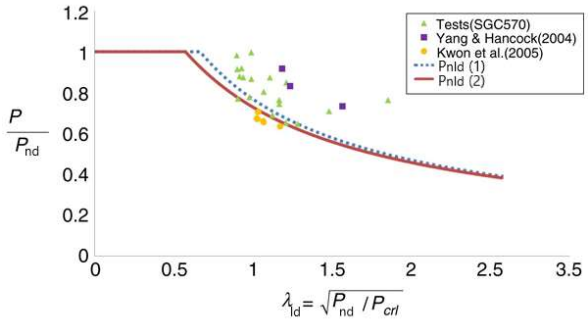


Fonte: (adaptado de MOEN, 2008).

Além da interação entre os modos local e global de flambagem, já considerado nas atuais normas de projeto, é possível que o modo distorcional também aconteça em interação com esses dois. Schafer (2002) aponta para a necessidade de se levar em conta a interação entre os modos e apresenta algumas possibilidades de adaptação do MRD para considerar esses casos, estudadas extensivamente nos anos seguintes.

Embasados em resultados de um programa experimental, Yang e Hancock (2004) analisaram dois métodos de adaptação das equações do MRD para considerar a interação local-distorcional (P_{nld}). Um dos métodos considera trocar na Equação 11 P_{ne} por P_{nd} (método NLD), seguindo a filosofia utilizada para o modo local-global. Comparando a resultados experimentais próprios e de outros autores, Kwon, Kim e Hancock (2009) analisam a equação de P_{nld} estudada por Yang e Hancock (2004) e propuseram uma equação mais conservadora para P_{nld} (Figura 22).

Figura 22 – Curvas do MRD para interação local-distorcional (método LD).



$$P_{nld}\,(1) = \begin{cases} P_{nd}, & \text{para } \lambda_{ld} \leq 0{,}776 \\ \left[1 - 0{,}15\left(\frac{P_{crl}}{P_{nd}}\right)^{0{,}4}\right]\left(\frac{P_{crl}}{P_{nd}}\right)^{0{,}4} P_{nd}, & \text{para } \lambda_{ld} > 0{,}776 \end{cases}$$

Yang e Hancock (2004) – Método NLD (1)

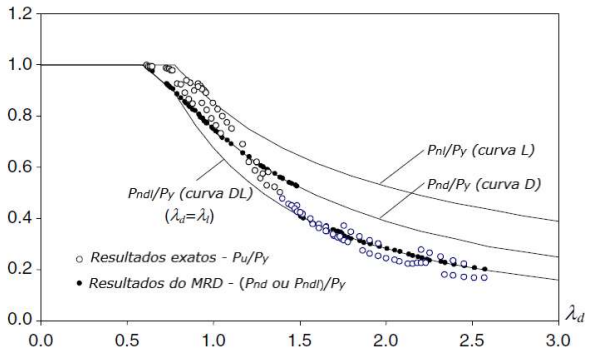
$$P_{nld}\,(2) = \begin{cases} P_{nd}, & \text{para } \lambda_{ld} \leq 0{,}667 \\ \left[1 - 0{,}20\left(\frac{P_{crl}}{P_{nd}}\right)^{0{,}4}\right]\left(\frac{P_{crl}}{P_{nd}}\right)^{0{,}4} P_{nd}, & \text{para } \lambda_{ld} > 0{,}667 \end{cases}$$

Kwon, Kim e Hancock (2009) – Método NLD (2)

Fonte: (adaptado de KWON; KIM; HANCOCK, 2009 e YANG; HANCOCK, 2004).

Silvestre, Camotim e Dinis (2012) investigaram a interação local-distorcional a partir de uma série de análises pelo MEF de perfis U enrijecido com dimensões escolhidas de modo a induzir a falha com essa interação. Os autores analisaram inicialmente o método NDL, que considera trocar P_y por P_{nl} na Equação 13, obtendo então a força resistente P_{ndl}. Foi verificado que, para colunas robustas, a curva P_{nd} apresenta uma boa previsão da resistência, de forma que a curva P_{ndl} contribui para a segurança de forma significativa para valores maiores de λ_d. Dessa forma, Silvestre, Camotim e Dinis (2012) propuseram uma equação combinada entre as curvas de P_{nd} e P_{ndl}, para que o MRD apresente boas previsões de resistência para qualquer faixa de esbeltez (Figura 23) denominada método D-NDL.

Figura 23 – Curvas do MRD para interação local-distorcional (método DL).



$$P_{ndl} = \begin{cases} P_{nl}, & \text{para } \lambda_d \leq 0{,}561 \\ \left[1 - 0{,}25\left(\frac{P_{crd}}{P_{nl}}\right)^{0{,}6}\right]\left(\frac{P_{crd}}{P_{nl}}\right)^{0{,}6} P_{nl}, & \text{para } \lambda_d > 0{,}561 \end{cases}$$

Método NDL

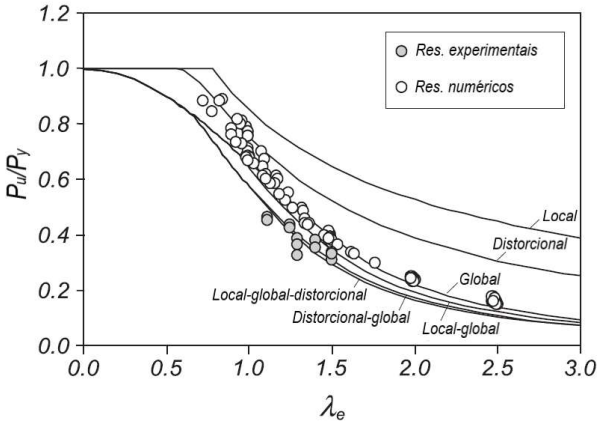
$$P_{nd,nld} = \begin{cases} P_y, & \text{para } \frac{L_{crd}}{L_{crl}} \leq 4 \\ P_y + \left[1 - 0{,}25\left(\frac{L_{crd}}{L_{crl}}\right)\right](P_y - P_{nl}), & \text{para } 4 \leq \frac{L_{crd}}{L_{crl}} < 8 \\ P_{nl}, & \text{para } \frac{L_{crd}}{L_{crl}} \geq 8 \end{cases}$$

Método D-NDL (SILVESTRE; CAMOTIM; DINIS, 2012)

Fonte: (adaptado de SILVESTRE; CAMOTIM; DINIS, 2012).

Levando em conta a interação entre os modos global, local e distorcional, Dinis *et al.* (2012) avaliaram a previsão de uma adaptação do MRD a esse caso (Figura 24), comparando os resultados de resistência a valores experimentais e numéricos (através de modelagens via MEF) de colunas tipo U enrijecido. Os autores ressaltam a previsão segura de resistência através das equações de interação do MRD, e conservadora para o caso da tripla interação. As curvas do MRD para modos individuais de flambagem superestimam a resistência dos protótipos estudados.

Figura 24 – Curvas do MRD para interação distorcional-global e local-distorcional-global.



$$P_{nde} = \begin{cases} P_{ne}, & \text{para } \lambda_{de} \leq 0{,}561 \\ \left[1 - 0{,}25\left(\frac{P_{crd}}{P_{ne}}\right)^{0{,}6}\right]\left(\frac{P_{crd}}{P_{ne}}\right)^{0{,}6} P_{ne}, & \text{para } \lambda_{de} > 0{,}561 \end{cases}$$

Interação distorcional-global: $\lambda_{de} = \sqrt{\frac{P_{ne}}{P_{crd}}}$

$$P_{nlde} = \begin{cases} P_{nde}, & \text{para } \lambda_{lde} \leq 0{,}776 \\ \left[1 - 0{,}15\left(\frac{P_{crl}}{P_{nde}}\right)^{0{,}4}\right]\left(\frac{P_{crl}}{P_{nde}}\right)^{0{,}4} P_{nde}, & \text{para } \lambda_{lde} > 0{,}776 \end{cases}$$

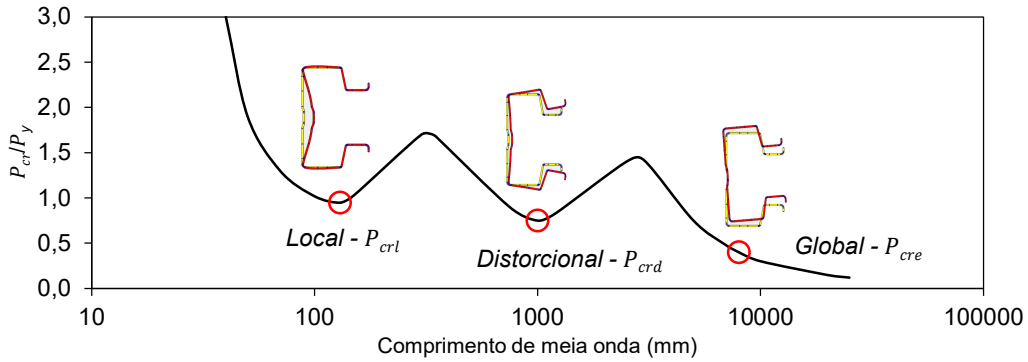
Interação local-distorcional-global: $\lambda_{lde} = \sqrt{\frac{P_{nde}}{P_{crl}}}$

Fonte: (adaptado de DINIS et al., 2012).

É possível utilizar programas simples na avaliação da estabilidade elástica da seção e do perfil, e encontrar as forças axiais de flambagem; uma opção viável à medida em que geometrias complexas de seção transversal dificultam um estudo analítico da estabilidade. O programa CUFSM v5.01 ® (*Constrained and Unconstrained Finite Strip Method*) faz esse tipo de análise, apresentando os resultados na forma de um gráfico denominado curva de assinatura (*signature curve*) (SCHAFER; ÁDANY, 2006).

As forças axiais de flambagens local e distorcional são definidas pelos mínimos locais na curva, e a força de flambagem global é lida na curva na abscissa correspondente ao comprimento destravado do perfil. Um exemplo é mostrado na Figura 25 para uma coluna rack.

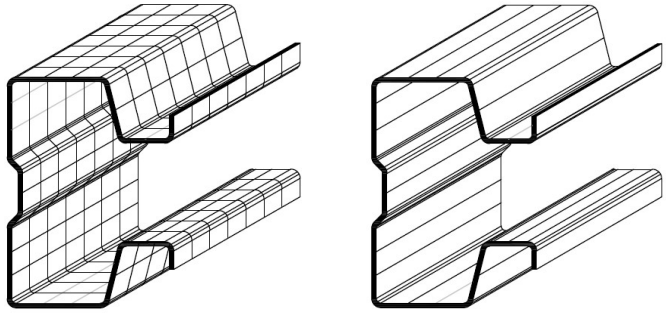
Figura 25 – Curva de assinatura de uma coluna rack.



Fonte: elaborado pelo autor.

O CUFSM v5.01® é baseado no Método das Faixas Finitas (MFF) (CHEUNG, 1976). Ao contrário do Método dos Elementos Finitos (MEF), a divisão da barra no MFF é feita somente na seção transversal, resultando em faixas dispostas na direção longitudinal, com o comprimento das faixas escolhido como igual ao comprimento de meia onda de flambagem, para facilitar a solução (JAVARONI, 2015). Cada faixa é livre para deformações em seu plano e fora dele em meia ondas senoidais. A Figura 26 mostra a diferença entre a divisão de um perfil rack pelo MEF e pelo MFF.

Figura 26 – Discretização por MEF e MFF de um perfil rack.



Método dos Elementos Finitos (MEF) Método das Faixas Finitas (MFF)

Fonte: elaborado pelo autor.

A formulação do MFF integrada a programas como o CUFSM v5.01 ® não engloba perfurações pelo comprimento de colunas em uma análise elástica (MOEN; SCHAFER, 2010). Yao e Rasmussen (2011a, 2011b) desenvolveram e testaram uma formulação para o MFF desenvolvida em elementos isoparamétricos para a análise de elementos perfurados. Os autores verificaram boa precisão em comparação a análises com elementos finitos de casca, e um custo computacional menor.

2.3.5 Colunas com perfurações

Perfurações são usualmente executadas nas almas e/ou nos flanges de vigas e colunas de perfis formados a frio a fim de facilitar a passagem de dutos, tubulações e a execução de ligações (Figura 27). Em colunas de perfis rack para sistemas de armazenagem industrial, perfurações padronizadas são feitas para permitir variadas configurações de prateleiras (MOEN; SCHAFER, 2008).

Figura 27 – Perfurações em perfis formados a frio.

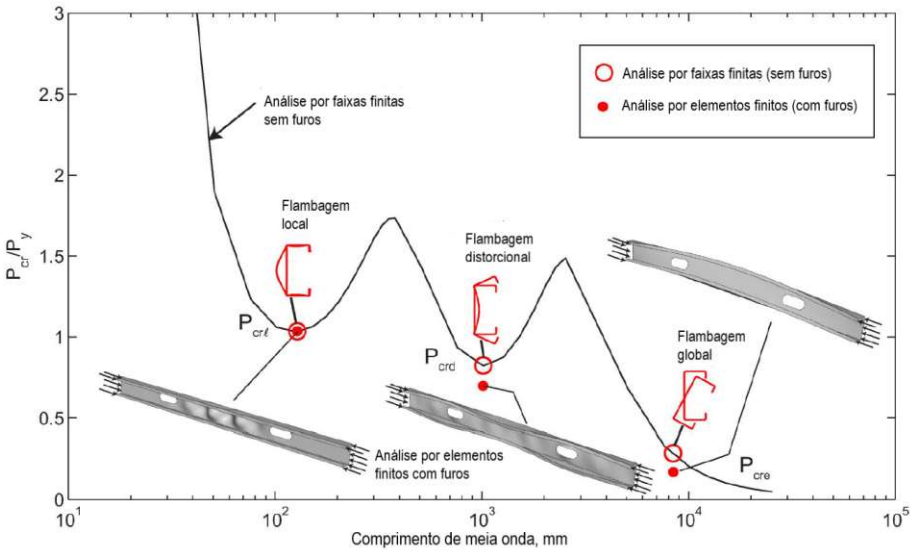
Compatibilização com sistemas prediais

Ligações em sistemas *steel frame*

Fonte: (FARIDMEHR et al., 2016; ZHAO et al., 2019).

De acordo com Moen (2008), os furos são executados comumente na alma dos perfis por brocas ou puncionamento, podendo causar alterações na rigidez e na resistência da peça. A Figura 28 traz a comparação realizada por Moen e Schafer (2011) entre a curva de assinatura de um perfil U enrijecido sem perfurações obtida pelo MFF, e as forças axiais de flambagem elástica de uma análise via MEF considerando perfurações na alma. É possível verificar graficamente que a presença dos furos reduziu as forças axiais de flambagem distorcional e global, mas não alterou de forma significativa a força de flambagem local, com o fenômeno se restringindo à área entre as perfurações.

Figura 28 – Alterações na curva de assinatura de um perfil U enrijecido devido a perfurações na alma.



Fonte: (adaptado de MOEN; SCHAFER, 2011).

A norma brasileira NBR 14762 (ABNT, 2010) não apresenta procedimento de cálculo do valor da resistência nominal de colunas comprimidas considerando a presença de furos. A influência dos furos só é considerada na norma para o caso de barras tracionadas e ligações parafusadas. Já a norma americana AISI S100 (AISI, 2020) apresenta metodologias de cálculo da resistência de barras sob compressão com perfurações pelo MLE e pelo MRD (para este último, a partir da versão de 2016).

Moen (2008) utilizou o Método dos Elementos Finitos e resultados de ensaios de colunas e vigas de perfis formados a frio para adaptar o MRD ao cálculo da resistência de elementos perfurados. O autor apresenta 6 opções de adaptação das equações do MRD para considerar a influência de furos nos valores de resistência de elementos de seção aberta com perfurações na alma ou nos flanges. A modelagem da seção via MFF para a análise de estabilidade elástica é comum aos 6 métodos, onde:

- Para a obtenção da força axial de flambagem local elástica da seção perfurada, a seção líquida é modelada com restrição de movimento nos vértices, para evitar influência do modo distorcional;
- Para a obtenção da força axial de flambagem distorcional elástica da seção perfurada, seção é modelada com redução fictícia de espessura na chapa perfurada;
- Para a obtenção da força axial de flambagem global elástica da coluna perfurada, a seção do perfil é modelada com redução local de espessura nos locais perfurados.

De posse dos valores das forças axiais de flambagem elástica, as diferenças entre as 6 opções se dão no cálculo das forças nominais resistentes P_{ne}, P_{nl} e P_{nd}. Os detalhes de cada opção são descritos no ANEXO A, e se resumem a:

- Opção 1: incluir os furos apenas na determinação das forças axiais de flambagem elástica;
- Opção 2: usar a seção líquida no cálculo da força axial de escoamento;
- Opção 3: limitar P_{nl} e P_{nd} à força de escoamento da seção líquida;
- Opção 4: manter a limitação da Opção 3 e definir uma transição de regime no cálculo de P_{nd};

- Opção 5: manter a transição definida na Opção 4 e estabelecer uma transição também para P_{nl};
- Opção 6: similar à Opção 5, porém com outras equações de transição para P_{nl}.

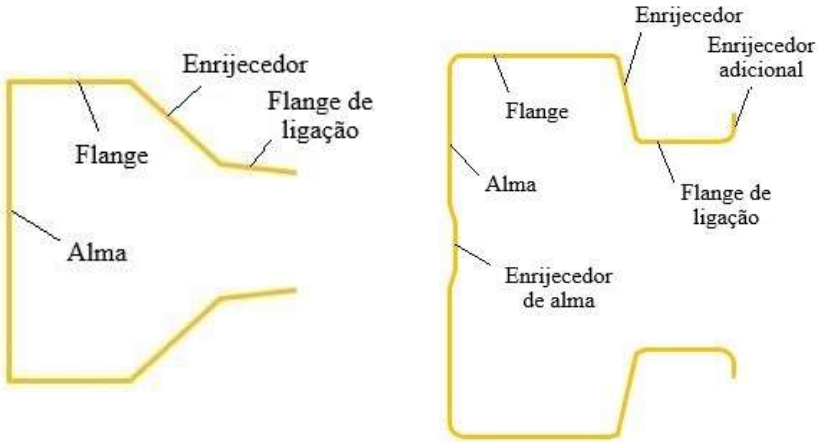
Os resultados dos métodos propostos foram comparados com resultados experimentais e resultados numéricos através do MEF, mostrando boa acurácia. A norma AISI S100 (AISI, 2016) adotou a partir da versão 2016 a quarta Opção de Moen (2008) para o cálculo da resistência de colunas e vigas perfuradas.

Sales (2017) utilizou um modelo numérico via MEF de uma coluna rack com perfurações para propor uma adaptação do MRD à colunas perfuradas, visando futura incorporação na norma NBR 14762 (ABNT, 2010). Ao verificar que as opções 2 e 4 de Moen (2008) apresentam resultados conservadores de resistência para colunas rack modeladas por ele, o autor calibrou uma nova equação de redução fictícia da espessura para a obtenção de P_{crd}, seguido da aplicação da segunda opção de Moen (2008) a colunas rack.

2.3.5.1 Colunas rack

Os perfis com seção rack (em inglês *channel/lipped C with rear flanges*. Em tradução literal: U enrijecido com flanges de ligação) possuem seção aberta, sendo formados por uma alma, flanges, enrijecedores e flanges de ligação. Alguns tipos possuem um enrijecedor adicional ligado ao flange de ligação e/ou enrijecedor de alma. Na Figura 29, são mostrados dois tipos de perfis rack para descrever seus elementos.

Figura 29 – Elementos de seções transversais de perfis rack.



Seção simples com cantos retos e flange de ligação levemente dobrada

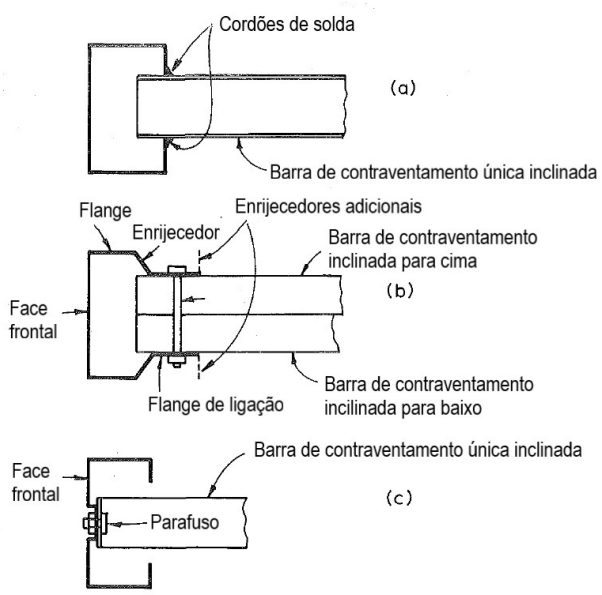
Seção com cantos arredondados, enrijecedor de alme e enrijecedor de borda

Fonte: elaborado pelo autor.

As perfurações normalmente executadas em perfis rack facilitam conexões rápidas entre as colunas e os outros elementos da estrutura de armazenagem, como vigas, barras de contraventamento e chapas de base (Figura 3). Como já citado, perfurações em PFF provocam alterações na rigidez e na resistência de barras isoladas e de todo o sistema estrutural.

A flange de ligação é o que diferencia os perfis rack de perfis U enrijecido, também usados em colunas de sistemas de armazenagem. Ela existe nesses perfis para possibilitar conexões parafusadas com as barras de contraventamento dos painéis. A Figura 30 traz alguns tipos de ligações entre as barras de contraventamento e as colunas.

Figura 30 – Colunas de sistemas de armazenagem industrial. (a) Sistema soldado. (b) Sistema parafusado com flanges de ligação. (c) Sistema parafusado sem flanges de ligação.

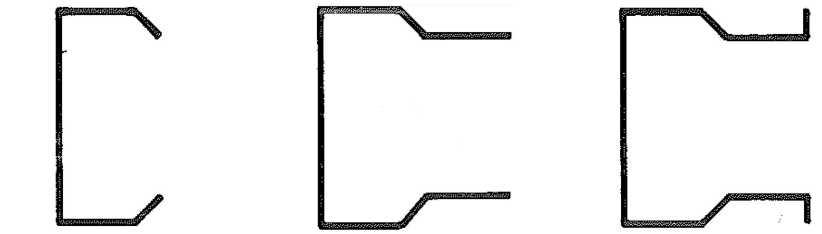


Fonte: (adaptado de HANCOCK, 1985).

O uso do sistema parafusado de ligação permite uma maior versatilidade e possibilidades de futuras mudanças nas peças dos painéis, frente às conexões soldadas. A ligação parafusada mostrada na Figura 30c é uma possibilidade que permite evitar o uso de perfis com flanges de ligação, mas é menos eficiente para o perfil quando a resistência à flambagem por flexão ou por flexo-torção é considerada (HANCOCK, 1985).

O comportamento de colunas rack é diferente do apresentado pela maiorias das colunas de perfis formados a frio, devido às suas espessuras, configuração de enrijeceres e a presença de perfurações (MANGIR, 2014). Hancock (1985) realizou um estudo teórico-experimental da resistência de três tipos de colunas utilizadas em sistemas de armazenagem à flambagem distorcional (Figura 31). Foi utilizado o MFF para as análises de estabilidade.

Figura 31 – Seções transversais das colunas estudadas por Hancock (1985).



Seção 1: U enrijecido com enrijecedores inclinados | Seção 2: Rack sem enrijecedores adicionais | Seção 3: Rack com enrijecedores adicionais

Fonte: (adaptado de HANCOCK, 1985).

Como a flambagem local ocorre nesses perfis principalmente na alma, a adição de flanges de ligação ou enrijecedores adicionais não alterou de forma significativa a força axial de flambagem local. Contudo, as forças de flambagem distorcionais das colunas rack (seções 2 e 3) são significativamente menores do que as apresentadas por colunas U enrijecidas. Para todas elas, a força axial de flambagem distorcional foi menor que a local.

A análise de estabilidade realizada por Hancock (1985) via MFF também mostrou que a adição de enrijecedores adicionais à seção aumenta a força axial de flambagem distorcional. Porém, ao analisar a força axial de flambagem global, para perfis de 1500 mm, o autor verificou uma diminuição de 4,2% devido à adição do enrijecedor. Análises experimentais de colunas com seções do tipo 2 com enrijecedores de alma mostraram que a resistência pós crítica de flambagem distorcional é muito pequena.

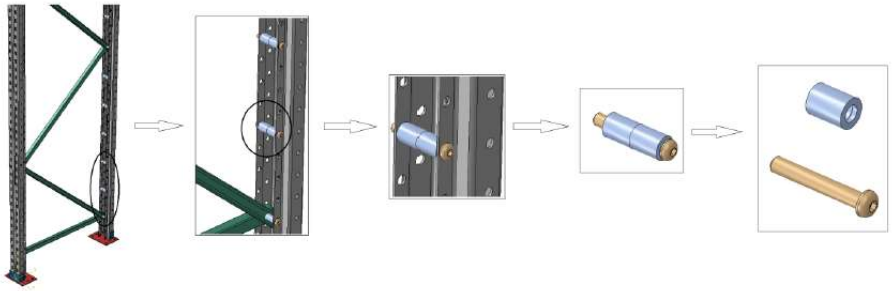
Baldassino et al. (2019) realizaram ensaios de compressão e de flexão em barras de perfis racks, perfuradas e não perfuradas. O comprimento das colunas variou de 300 a 1150 mm, para que os autores pudessem investigar os modos de falha local-global e distorcional. As colunas maiores apresentaram em geral falha distorcional e em alguns casos isolados também a global. As perfurações reduziram a resistência à compressão dos perfis de 10 a 30%.

Abdel-Rahman *et al.* (2004) realizaram ensaios de compressão para avaliar o modo de falha e a resistência de colunas rack e compararam com as previsões teóricas calculadas pelo MLE da norma AISI S100 (AISI, 2001). Foi verificado que as resistências últimas calculados pelo MLE eram maiores que as obtidos experimentalmente. As perfurações nas almas de alguns perfis causaram perdas de

resistência entre 15 e 28% em relação à resistência de perfis iguais sem perfuração. Os perfis com comprimento intermediário apresentaram falha distorcional.

Talikoti e Bajoria (2005) e Taheri *et al.* (2019) investigaram um método de reforço para colunas de perfis rack, que consiste no fechamento parcial da seção utilizando parafusos, porcas e espaçadores presos nos furos não utilizados dos flanges de ligação (Figura 32). O objetivo é dificultar a movimentação transversal dos flanges e consequentemente a ocorrência da flambagem distorcional.

Figura 32 – Método de reforço de colunas de perfis rack.



Fonte: (TAHERI et al., 2019).

A partir de colunas rack de tamanho médio (1000 e 1200 mm), o estudo teórico-experimental de Talikoti e Bajoria (2005) indicou que a adição de espaçadores aumenta significativamente a resistência última das colunas, especialmente quando o espaçamento é de 300 ou 400 mm. O menor valor de força de flambagem elástica, distorcional no caso das colunas não reforçadas, passa a ser o da flambagem local para espaçamentos curtos e médios.

Já avaliando o modo de flambagem que controla a falha, os resultados de Talikoti e Bajoria (2005) mostraram que a adição de espaçadores alterou a falha dos perfis de distorcional para local-global ou global por flexão, dependendo das características da seção. A presença dos espaçadores aumentou também a rigidez à torção das colunas, onde a falha mudou de global por flexo-torção para global por flexão no caso de colunas reforçadas.

Os resultados experimentais de Taheri *et al.* (2019) mostraram que o método de reforço utilizado aumenta significativamente a resistência de painéis de sistemas de

armazenagem, especialmente de tamanho médio (1800 mm), onde o aumento da resistência foi na ordem de 30% em relação à força resistente última sem reforço. No caso de painéis com colunas longas, a flambagem global é predominante, e o efeito do reforço não foi significativo. A redução da distância entre os reforços aumentou a resistência.

Souza (2013) e Faria (2016) realizaram estudos teórico-experimentais comparando a resistência experimental de colunas de perfis rack com e sem perfurações com resultados do MEF. Souza (2013) utilizou apoios de segundo gênero com empenamento restringido, enquanto Faria (2016) optou pelo engaste como condição de contorno e manteve a restrição ao empenamento. Os resultados de Souza (2013) obtidos por elementos finitos foram comparados aos experimentais, assim como a resultados obtidos através do MRD, onde a análise de estabilidade elástica foi obtida pelo MEF, visto que o MFF e a Teoria Generalizada de Vigas[3] não contemplam perfis perfurados nas propostas originais.

Os perfis com perfurações ensaiados pelos autores apresentaram diminuição da resistência em relação aos não perfurados, e a análise pelo MEF apresentou forças resistentes últimas próximas das experimentais. Os resultados de Souza (2013) obtidos pelo MRD (também considerando interações entre os modos de flambagem) desviaram consideravelmente dos resultados experimentais no caso das colunas médias.

Casafont *et al.* (2012) desenvolveram uma adaptação do MRD a colunas rack perfuradas baseado no Método de Redução da Espessura (MRE). A proposta consiste em modelar a seção transversal em faixas finitas com redução localizada de espessura para a realização da análise de estabilidade elástica, similar à modelagem

[3] A Teoria Generalizada de Vigas se baseia na análise dos modos de deformação possíveis na viga de forma separada e a composição entre eles, de modo a obter o comportamento real da estrutura além de possibilitar uma separação de modos de instabilidade (SOUZA, 2013).

proposta por Moen (2008) para a análise de estabilidade global. Equações diferentes de redução de espessura são propostas para cada modo de flambagem.

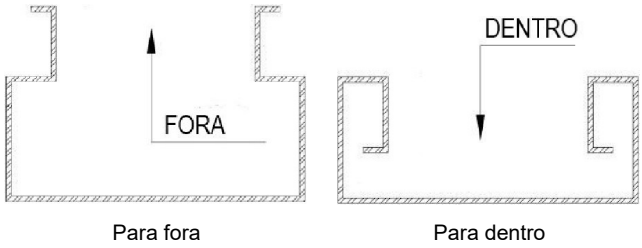
Os resultados de resistência obtidos considerando falha local-global não se mostraram satisfatórios e segundo os autores, a flambagem local é um processo muito complexo para ser bem representado pela aproximação proposta. Já as equações de redução de espessura para as falhas distorcional e global apresentaram resultados próximos aos obtidos pelo MEF. Os autores ressaltam que a metodologia de Moen (2008) também não apresentou resultados precisos na análise da flambagem local.

Casafont *et al.* (2013) reapresentaram a adaptação do MRD de Casafont *et al.* (2012), reafirmando que o modelo simplificado não apresenta resultados precisos para as forças axiais de flambagem local. Como a força axial de flambagem distorcional é influenciada pelas condições de contorno da coluna, Casafont *et al.* (2013) estudaram modelar a seção pelo MFF na condição biengastada, para os casos em que há restrição de empenamento no contorno. Essa alternativa corrige o resultado da força axial de flambagem e melhora a previsão da resistência final.

Mangir (2014) realizou uma análise da influência do tamanho e da orientação dos flanges de ligação e dos enrijecedores de colunas rack na resistência, aplicando a adaptação do MRD proposta por Casafont *et al.* (2013) para o caso de colunas perfuradas. Foram abordadas colunas rack com flanges de ligação orientadas para fora da seção (perfil rack convencional - Figura 33a) e para dentro (U enrijecido modificado - Figura 33b), com e sem perfurações.

Foi observado um aumento da resistência proporcional ao tamanho dos enrijecedores. Em colunas de 500 mm e 1000 mm, a orientação dos flanges só causou alterações na resistência quando os flanges de ligação possuíam larguras a partir de 20 mm, com a resistência superior no caso dos flanges orientados para dentro. No caso das colunas de 1500 mm, os perfis com flange orientada para fora possuem maior resistência. Para esse caso, nas maiores larguras de flange analisadas, a falha acontece por flambagem distorcional, enquanto no caso do perfil com os flanges orientados para dentro, a falha é local-global. As reduções médias na capacidade resistente devido à presença de furos foram de 36,9%.

Figura 33 – Orientação dos flanges de ligação das seções estudadas por Mangir (2014).



Fonte: (adaptado de MANGIR, 2014).

El-Kadi e Kiymaz (2015) realizaram um estudo numérico e uma campanha experimental em colunas rack perfuradas com o intuito de testar algumas metodologias de adaptação do MRD para a obtenção do resultado nominal de resistência. As condições de contorno utilizadas foram de apoio simples com empenamento restringido. Com seções de comprimento entre 500 e 1250 mm variando a cada 150 mm, o autor buscou obter falhas por flambagem local-global e distorcional, assim como Baldassino *et al.* (2019).

Uma das metodologias utilizadas por El-Kadi e Kiymaz (2015) para adaptação do MRD às colunas perfuradas foi a proposta de Casafont *et al.* (2013). O autor encontrou boas aproximações entre os resultados teóricos calculados e os resultados experimentais, e a flambagem distorcional se mostrou dominante em todos os protótipos ensaiados. A flambagem local não foi verificada nem mesmos nos ensaios de coluna curta.

Liu *et al.* (2021) utilizaram uma versão recém desenvolvida do programa MASTAN2 ® (ZIEMIAN; MAGUIRE; LIU, 2019) para analisar o comportamento de colunas, vigas e pórticos de sistemas de armazenagem industrial. A nova versão do programa passa a abordar o comportamento de seções com apenas um eixo de simetria (LIU et al., 2021). Os autores apresentam e utilizaram novas formulações baseadas no MRE para considerar a influência das perfurações na análise global via MASTAN2 ®. As formulações também foram utilizadas para a análise de flambagem distorcional no programa CUFSM v5.01 ®.

São apresentadas também por Liu *et al.* (2021) novas equações para o MRE, e os autores propõem a incorporação do Fator de Forma Q para mensurar a influência da flambagem local na falha da coluna, e a consideração da interação distorcional-

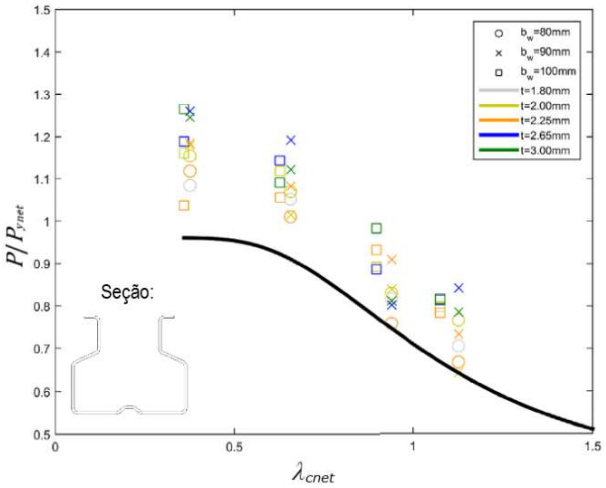
global para o MRD. Foi verificada a precisão do método proposto especialmente para colunas, ao comparar seus resultados com modelagens em elementos finitos no programa ANSYS ® (SWANSON ANALISYS SYSTEMS INC., 2015). Em um exemplo, os autores aplicaram a análise global do MASTAN2 ® na avaliação do comportamento de um painel de armazenagem já testado experimentalmente.

Os resultados do método proposto se mostraram próximos aos experimentais, e até melhores que os obtidos por elementos finitos em deformações moderadas do painel. É ressaltada também em outros exemplos a diferença de resultados quando se considera a influência dos furos na modelagem e quando se considera simetria única ou dupla simetria das seções.

Elias *et al.* (2018) analisaram experimentalmente a resistência à compressão de 44 perfis rack com furos na alma, nos flanges e nos flanges de ligação, e a partir dos resultados, propuseram uma curva de flambagem global para MRD específica para esse tipo de coluna. Como a formulação do MRD apresentada na norma NBR 14762 (ABNT, 2010) não aborda colunas perfuradas, os autores a aplicaram considerando a menor área líquida de seção transversal. A forças axiais de flambagem foram obtidas via MEF.

Tanto a curva original do MRD quanto a curva proposta (Figura 34) calculam resultados de resistência menores que os experimentais, porém, enquanto o valor experimental de resistência é em média 70% maior que o valor da curva original, esse valor passa a ser de 32% no caso da curva proposta, resultado menos conservador. Os autores sugerem que o fato da norma NBR 14762 (ABNT, 2010) utilizar uma curva única de flambagem local para todos os tipos de seção transversal explica a alta variabilidade dos seus resultados de resistência. A força de escoamento passa a levar em conta área líquida da seção transversal.

Figura 34 – Adaptação da curva de flambagem global do MRD para colunas rack perfuradas proposta por Elias et al. (2018).



$$P_{ne} = \left(0{,}75^{\frac{2{,}7}{\lambda_e}} - 0{,}04\right) P_{ynet}$$

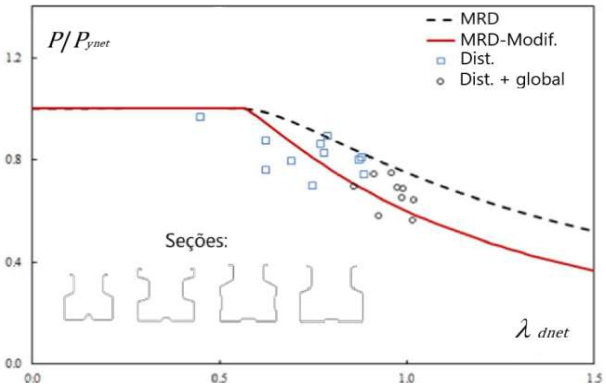
$$P_{ynet} = A_{net} f_y$$

(adaptado de ELIAS et al., 2018).

Zhao, Ren e Qin (2017) e Neiva *et al*. (2018) propuseram alterações nas curvas do MRD ao tratarem da resistência à flambagem distorcional de colunas rack perfuradas. A partir de um estudo experimental, os autores verificaram que alguns valores de resistência experimental eram menores que os previstos pelas curvas de resistência do MRD, especialmente no caso dos protótipos testados por Neiva et al. (2018), que não possuíam enrijecedores adicionais de borda.

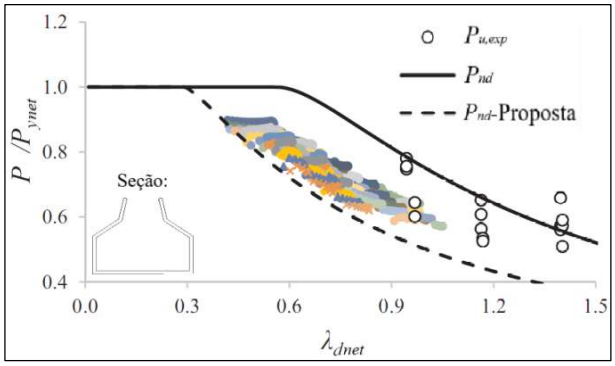
As curvas calibradas por Zhao, Ren e Qin (2017) e Neiva *et al*. (2018) são mostradas na Figura 35. Na imagem, a força de escoamento P_{ynet} considera a área líquida da seção, e P_{crd} deve ser obtido considerando a presença dos furos.

Figura 35 – Adaptações da curva de flambagem distorcional do MRD para colunas rack perfuradas propostas por Zhao, Ren e Qin (2017) e Neiva *et al*. (2018).



$$P_{nd} = \begin{cases} P_y, & \text{para } \lambda_{dnet} \leq 0{,}568 \\ \left[1 - 0{,}4\left(\frac{P_{crd}}{P_{ynet}}\right)^{0{,}35}\right]\left(\frac{P_{crd}}{P_{ynet}}\right)^{0{,}8} P_{ynet}, & \text{para } \lambda_{dnet} > 0{,}568 \end{cases}$$

Zhao, Ren e Qin (2017)



$$P_{nd} = \begin{cases} P_{ynet}, & \text{para } \lambda_{dnet} \leq 0{,}294 \\ \left[1 - 0{,}5\left(\frac{P_{crd}}{P_{ynet}}\right)^{0{,}16}\right]\left(\frac{P_{crd}}{P_{ynet}}\right)^{0{,}55} P_{ynet}, & \text{para } \lambda_{dnet} > 0{,}294 \end{cases}$$

Neiva *et al*. (2018)

Fonte: (adaptado de NEIVA et al., 2018 e ZHAO; REN; QIN, 2017).

Até a versão de 2012 (RMI, 2012) norma ANSI MH16.1 exigia análises numéricas ou ensaios para avaliar influência do modo distorcional na resistência de colunas rack. Na norma, a influência da flambagem local na falha é representada pelo Fator de Forma (Q), posteriormente utilizado no cálculo da resistência a partir do conceito da Área Efetiva (Equação 15).

$$A_e = \left[1 - (1 - Q)\left(\frac{f_{cre}}{f_y}\right)^{Q}\right] A_{net} \qquad \textbf{Equação 15}$$

Sendo:

- f_{cre}: tensão crítica de flambagem global;
- f_y: tensão de escoamento;

De posse de A_e, a resistência à compressão P_n é calculada pela Equação 16:

$$P_n = A_e f_{cre} \qquad \textbf{Equação 16}$$

Para se obter o Q, é necessário o resultado de um ensaio de resistência à compressão de uma coluna curta de mesma seção transversal do perfil a ser analisado, como mostra a Equação 17.

$$Q = \frac{\text{Resistência de uma coluna curta ensaiada à compressão}}{f_y A_{net}} \leq 1 \qquad \textbf{Equação 17}$$

Ao comparar resultados numéricos e experimentais com o dimensionamento de colunas rack curtas através da Área Efetiva, Freitas, Freitas e Souza (2005) concluíram que essa formulação apresenta resultados conservadores de resistência. Os autores ainda ressaltam que a seção rack abordada no trabalho é controlada pelo modo distorcional, não abordado na versão da norma de dimensionamento de sistemas de armazenagem estudada no artigo (RMI, 1997).

O dimensionamento de colunas rack baseado no fator de forma da NBR 15524-2 (ABNT, 2007a) também segue o conceito de área efetiva, que nesse caso é dada por pelo produto de Q pela área bruta A_g. No caso da norma brasileira, o valor de A_e é multiplicado pela tensão de escoamento para o cálculo de forças resistentes nominais, mostrado na Equação 18. Na equação, χ é o fator de redução associado à flambagem global. A_e deve ser reduzido caso a coluna seja susceptível à flambagem distorcional, verificada com base no ensaio à compressão de uma coluna de 1 m.

$$P_n = \chi A_e f_y = \chi(Q A_g) f_y \qquad \textbf{Equação 18}$$

Em sua versão mais recente, publicada em 2021 (RMI, 2021), a norma ANSI MH16.1 incorporou a adaptação do MRD desenvolvida por Liu *et al*. (2021), para o cálculo da resistência de elementos de sistemas de armazenagem industrial. A metodologia incorporada também utiliza o Fator de Forma para quantificar a influência da flambagem local na falha da coluna. O valor de Q passa a utilizar a área da seção com espessura reduzida ($A_{net\,g}$) para a análise da estabilidade global via MFF:

$$Q = \frac{\text{Resistência de uma coluna curta ensaiada à compressão}}{f_y A_{net\,g}} \leq 1 \qquad \textbf{Equação 19}$$

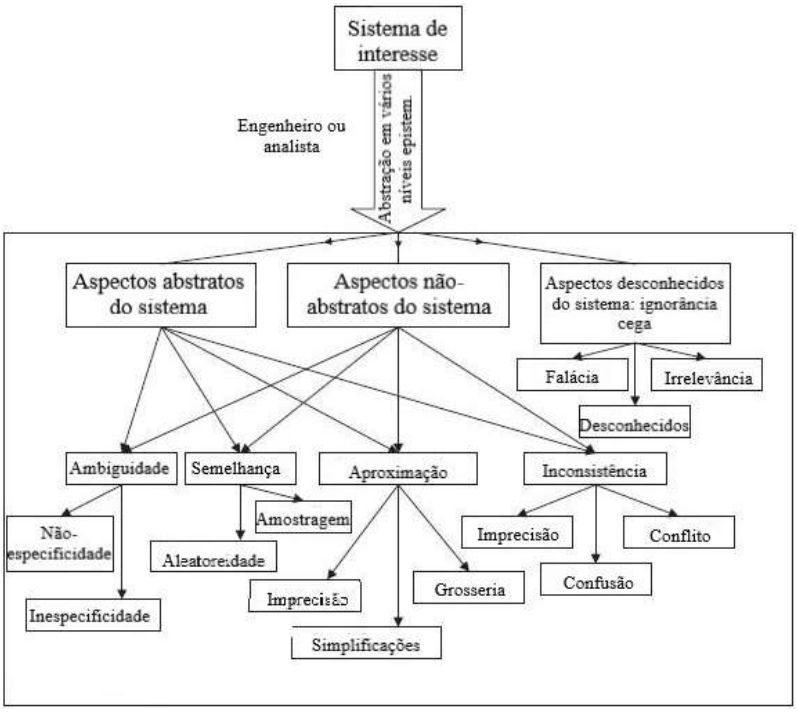
A norma AISI S902 (AISI, 2017) traz os requisitos para a escolha do tamanho da coluna curta e as condições de realização do ensaio de compressão. A coluna deve ser curta o suficiente para eliminar os efeitos globais de flambagem e suficientemente longa para minimizar os efeitos das bordas durante a aplicação da força. Sua porção central deve ser representativa do padrão de furos do membro analisado (AISI, 2017).

2.4 Confiabilidade estrutural

A confiabilidade estrutural estuda a segurança apresentada por uma estrutura no cumprimento de sua função prevista em projeto durante sua vida útil. O comportamento de uma estrutura envolve um incontável número de incertezas que influenciam em seu desempenho, desde incertezas quanto ao comportamento do material a incertezas devidas às ações atuantes. Com algumas incertezas inerentes, o comportamento satisfatório não pode ser absolutamente garantido (HALDAR; MAHADEVAN, 2000). Estruturas então devem ser projetadas para atenderem suas funções com uma probabilidade finita de falha (NOWAK; COLLINS, 2000).

Segundo Haldar e Mahadevan (2000) os projetos de engenharia normalmente trabalham numa linha tênue, que busca aumentar a segurança da estrutura e fazer com que ela fique viável e barata. Como tanto as ações e as características mecânicas de elementos estruturais possuem incertezas, as normas de projeto de estruturas modernas já tendem a utilizar conceitos probabilísticos para selecionar os critérios de projeto (GALAMBOS et al., 1982). Ayyub e Mccuen (2011) apresentam uma classificação de incertezas em sistemas, mostrada na Figura 36.

Figura 36 – Abstração dos sistemas e incertezas associadas.



Fonte: (adaptado de AYYUB; MCCUEN, 2011).

Melchers (1999) apresenta uma classificação das incertezas inerentes ao projeto de estruturas:

- Fenomenológicas: associadas à ocorrência de eventos imprevisíveis, devidas ao desconhecimento de qualquer aspecto de um possível comportamento estrutural sob condições de serviço ou condições extremas;
- De avaliação: associadas à definição e à quantificação do desempenho do sistema estrutural, bem como à caracterização dos estados-limites;
- Do modelo: associadas às simplificações e às hipóteses adotadas na modelagem do sistema estrutural, ao emprego de novos materiais, ao uso de técnicas construtivas. Este tipo de incerteza é devido em geral à falta de conhecimento, mas pode ser reduzida com pesquisa ou aumento da informação disponível;
- Estatísticas: associadas à extrapolação dos parâmetros estatísticos extraídos de populações finitas;
- Devidas a fatores humanos: associadas aos erros humanos ou à intervenção humana no comportamento do sistema estrutural;
- Físicas: associadas à aleatoriedade inerente às variáveis de projeto. Podem ser reduzidas com aumento dos dados disponíveis, ou em alguns casos, com o controle de qualidade.

Os métodos de dimensionamento se diferenciam de acordo com o grau de complexidade com o qual tratam tais incertezas. Madsen, Krenk, Lind (1986) apresentam uma classificação dos métodos de confiabilidade em níveis:

- Nível 0: métodos que usam o princípio das tensões admissíveis, que resume em um único fator de segurança todas as ações atuantes na estrutura;
- Nível I: métodos que atribuem a cada incerteza um valor característico, se enquadrando nesse caso o Método dos Estados Limites;
- Nível II: empregam dois valores para cada variável incerta (usualmente média e variância) e uma medida da relação entre as variáveis (usualmente a covariância). Se enquadram nesse caso os métodos de determinação do índice de confiabilidade;

- Nível III: empregam a probabilidade de falha para avaliar a confiabilidade da estrutura utilizando a função densidade de probabilidade;
- Nível IV: combinam a confiabilidade com a otimização estrutural, exigindo o cálculo prévio dos custos incorridos ao longo da vida útil da estrutura, considerado um grande avanço para a engenharia;
- Nível V: incorporam o conceito de Índice de Qualidade de Vida. O Índice de Qualidade de Vida pode ser deduzido rigorosamente a partir de conceitos econômicos e do bem-estar humano.

De acordo com Madsen, Krenk e Lind (1986), o princípio de um método de confiabilidade é justificado em termos de um método de nível mais elevado. Os métodos de nível I normalmente calibrados nas normas pelos métodos de nível II ou III (MADSEN; KRENK; LIND, 1986). À medida que se aumenta o nível do método de confiabilidade, maior é o uso da estatística aplicada.

2.4.1 Estados limites

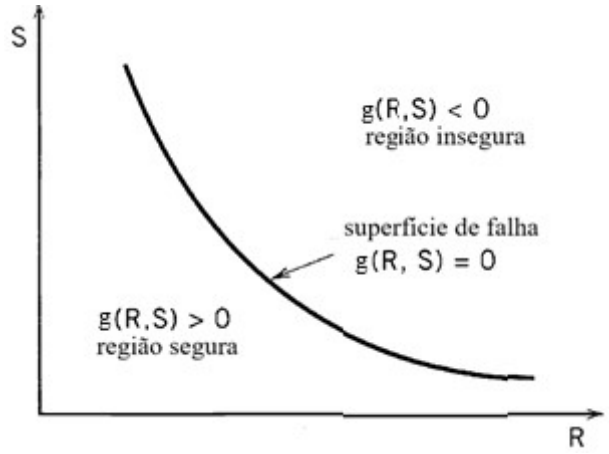
O método de projeto mais comum em vigor nas normas atuais é o Método dos Estados Limites (MEL). Ele é abordado na norma brasileira NBR 14762 (ABNT, 2010) e na norma norte-americana AISI S100 (AISI, 2020), apresentado como *Load and Resistance Factor Design* – LRFD, utilizado nos EUA e México ou *Limit States Design* – LSD, utilizado no Canadá. O LRFD também está presente na norma ANSI MH16.1 (RMI, 2021) para projetos de sistemas de armazenagem industrial.

O MEL utiliza coeficientes para minorar a resistência de projeto e majorar as ações. Esses coeficientes são obtidos a partir de estudos probabilísticos de cada ação e resistência, onde cada valor característico é considerado. De acordo com Nowak e Collins (2000) e Haldar e Mahadevan (2000), um estado limite é uma fronteira entre o desempenho desejado e o indesejado da estrutura, diferenciando região segura de insegura. Uma função de estado limite (também chamada de função de desempenho) para estruturas pode ser dada a partir da resistência R e do efeito das solicitações S:

$$g(R,S) = R - S \qquad \textbf{Equação 20}$$

$g(R,S) = 0$ na Figura 37 e representa a superfície de falha, o estado limite entre o comportamento seguro e inseguro da estrutura.

Figura 37 – Conceito de estado limite.



Fonte: (adaptado de HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

Baseado então no conceito de estado limite, o formato básico do MEL é mostrado na Equação 21.

$$\phi R_n \geq \sum \gamma_i S_i \qquad \textbf{Equação 21}$$

sendo:

- ϕ: coeficiente de ponderação da resistência;
- R_n: valor nominal (calculado) da resistência;
- γ_i: coeficientes de ponderação das ações;
- S_i: efeitos dos carregamentos.

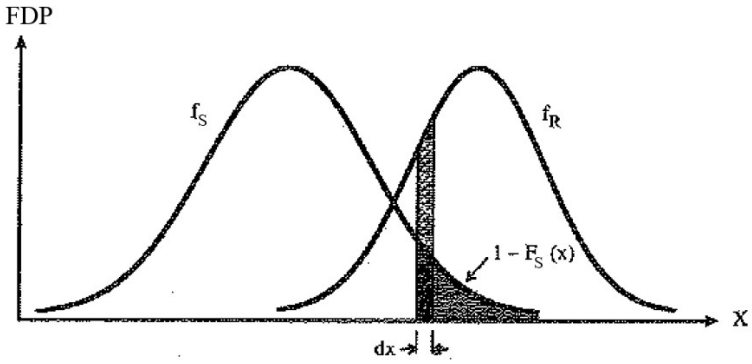
ϕ é a forma de os métodos LRFD e LSD representarem o coeficiente de ponderação da resistência. A norma NBR 14762 (ABNT, 2010) traz um coeficiente de ponderação da resistência $\gamma > 1$ que reduz o valor de R_n por meio da divisão ($1/\gamma$ no lugar de ϕ na Equação 21).Os valores dos coeficientes de ponderação da resistência e das ações atuantes assim como o fator de combinação das ações são tabelados na norma de acordo com as condições de projeto e uso da estrutura. Ações mais

imprevisíveis possuem coeficientes mais distantes de 1, com maiores graus de incerteza. A norma NBR 8681 (ABNT, 2003) regulamenta no Brasil os critérios de quantificação das ações e os valores para γ_i. Nos EUA e México e no Canadá, essa função cabe as normas ASCE/SEI 7 (ASCE, 2022) e *National Building Code of Canada* (NRCC, 2020) respectivamente.

2.4.2 Probabilidade de falha

Sendo R e S variáveis aleatórias básicas que representam respectivamente a resistência e os efeitos dos carregamentos na estrutura, temos $f(S) = f_S$ e $f(R) = f_R$ como suas respectivas funções de densidade de probabilidade, como mostrado na Figura 38.

Figura 38 – Funções densidade de probabilidade de R e S.



Fonte: (adaptado de NOWAK; COLLINS, 2000).

A falha ocorrendo quando $R < S$ implica que a probabilidade de falha é dada por:

$$P_f = P(\text{falha}) = P(R < S) \qquad \textbf{Equação 22}$$

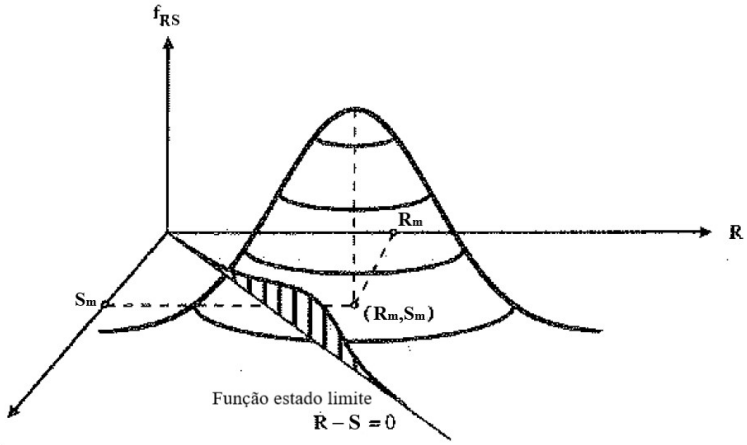
Em termos de variáveis aleatórias independentes, a probabilidade pode ser calculada pela seguinte integração, assumindo as possibilidades de R ser menor que um valor determinístico assumido por S ($S = s_i$ e $R < s_i$):

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^{s_i} f_R(r_i)\, dr_i \right] f_S(s_i) ds_i = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(s_i) f_S(s_i) ds_i \qquad \textbf{Equação 23}$$

F_R é a função de distribuição acumulada de R.

De acordo com Nowak e Collins (2000) executar essa integração exige técnicas numéricas difíceis e especiais, cuja precisão pode não ser adequada. Como R e S são variáveis aleatórias, é possível definir uma função densidade de probabilidade conjunta $f_{RS}(r, s)$. A superfície composta por essa função é mostrada na Figura 39.

Figura 39 – Superfície de falha em 3D.



Fonte: (adaptado de NOWAK; COLLINS, 2000).

A probabilidade de falha também pode ser calculada pela integração da função densidade de probabilidade conjunta quando a função $g(R, S) = R - S < 0$. Nowak e Collins (2000) também apontam para a dificuldade de se obter a probabilidade de falha a partir da função conjunta. No caso de problemas reais, onde R e S não são as variáveis básicas, é possível decompô-los em vetores $\boldsymbol{X}$, composto pelas variáveis básicas X_i (DITLEVSEN; MADSEN, 2005). Para esse caso, a função estado limite é mostrada na Equação 24.

$$g(\boldsymbol{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \qquad \textbf{Equação 24}$$

O estado limite então é dado quando $g(\boldsymbol{X}) = 0$. Nesse caso, a probabilidade de falha pode ser expressa na forma:

$$P_f = \int \dots \int_{g(X)<0} f_X(X_1, X_2, \dots, X_n) dX_1 dX_1 \dots dX_n \qquad \textbf{Equação 25}$$

$f_X(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ é a função de probabilidade conjunta das variáveis básicas X_i. Essa função segundo Haldar e Mahadevan (2000) é quase impossível de se obter para problemas reais. Diante da dificuldade inerente à obtenção de P_f de forma analítica para problemas simples ou complexos, métodos aproximados são utilizados para o cálculo de P_f, e eles utilizam o conceito do índice de confiabilidade β para quantificar a confiabilidade estrutural (NOWAK; COLLINS, 2000).

Hurtado e Alvarez (2003) classificam os métodos de confiabilidade em dois tipos: métodos que aproximam $g(\boldsymbol{X})$ por expansões em séries de Taylor e métodos que utilizam Simulação de Monte Carlo. Os que utilizam expansões em séries podem ser ainda divididos em métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM – *First Order Reliability Methods*), em que $g(\boldsymbol{X})$ é representada por uma aproximação de primeira ordem, e métodos de confiabilidade de segunda ordem (SORM – *Second Order Reliability Methods*), que realizam uma aproximação de segunda ordem para $g(\boldsymbol{X})$.

2.4.3 Métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM)

Os métodos de primeira ordem podem ainda ser divididos em métodos que utilizam somente informações de primeiro e segundo momentos das variáveis aleatórias (média e coeficientes de variação) e métodos que também utilizam informações das distribuições de probabilidade. No Método de Primeira Ordem e Segundo Momento (FOSM – *Fist-Order Second Moment*), as informações das distribuições de probabilidade são ignoradas, enquanto versões aprimoradas do Método Avançado de Primeira Ordem e Segundo Momento (AFOSM – *Fist-Order Second Moment*) possibilitam considerar essas informações.

2.4.3.1 Método de Primeira Ordem e Segundo Momento (FOSM/MVFOSM)

Cornell (1969) apresentou a formulação original do FOSM em função das variáveis básicas R e S. R e S são consideradas independentes e normalmente distribuídas. Logo, por definição $g(R,S)$ também apresenta segue distribuição normal. A probabilidade de falha P_f é obtida em função da média g_m e do desvio padrão σ_G de $g(R,S)$:

$$P_f = P(g \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - g_m}{\sigma_G}\right) = \Phi\left(-\frac{g_m}{\sigma_G}\right) = \Phi(-\beta)$$ **Equação 26**

$\Phi()$ se trata da função de distribuição acumulada da variável normal padrão. É definido então o índice de confiabilidade β na Equação 26, ele pode ser expresso em função dos parâmetros de R e S:

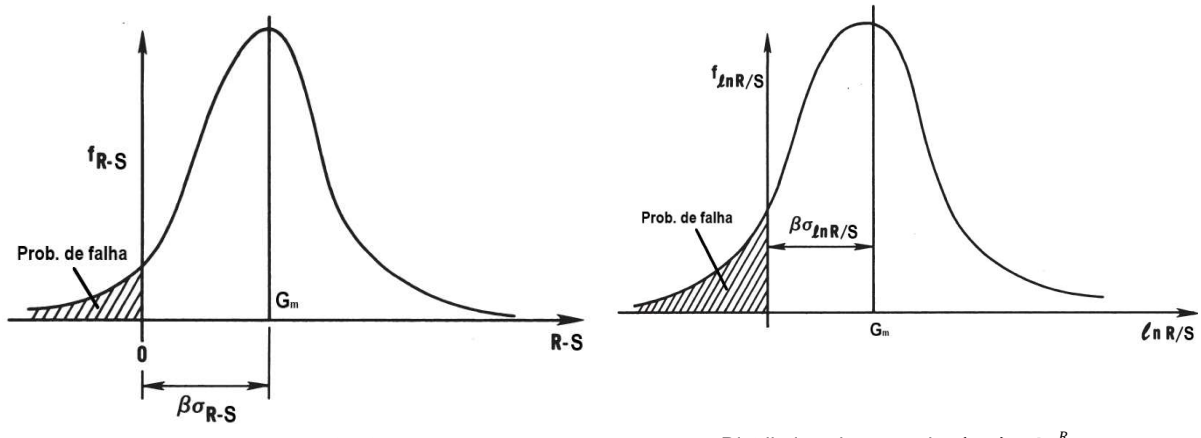
$$\beta = \frac{g_m}{\sigma_g} = \frac{R_m - S_m}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$ **Equação 27**

R_m e S_m são as médias de R e S respectivamente e σ_R e σ_S seus correspondentes desvios padrão. No caso de se assumir que R e S independentes seguem distribuição lognormal, $\ln R$ e $\ln S$ seguem distribuição normal. Substituindo $\ln R$ e $\ln S$ na Equação 26 e aplicando conceitos da teoria da probabilidade, β pode ser dado a partir da Equação 28 (RAVINDRA; GALAMBOS, 1978):

$$\beta = \frac{\ln \frac{R_m}{S_m}}{\sqrt{V_R^2 + V_Q^2}}$$ **Equação 28**

V_R e V_S são os coeficientes de variação de R e S. Para R e S independentes seguindo distribuições normal ou lognormal, a Figura 40 traz a representação gráfica do índice de confiabilidade.

Figura 40 – Ilustração do conceito de índice de confiabilidade.



Distribuição normal: $g(R,S) = R - S$ Distribuição lognormal: $g(R,S) = \ln\frac{R}{S}$

Fonte: (adaptado de ELLINGWOOD et al., 1980).

É razoável assumir que R e S seguem distribuição lognormal por se restringirem a valores positivos por motivos físicos (HALDAR; MAHADEVAN, 2000). Hsiao, Yu e Galambos (1990) utilizaram o método FOSM e a Equação 28 para calibrar coeficientes de ponderação da resistência para a futura adoção do LRFD nas normas de projeto do AISI. A incorporação do LRFD foi consumada em 1991 (AISI, 1991), com os coeficientes calibrados por Hsiao, Yu e Galambos (1990). As normas AISI S100 (AISI, 2020) e NBR 14762 (ABNT, 2010) ainda trazem equações para os coeficientes de ponderação da resistência desenvolvidas da Equação 28, no caso de o projetista realizar o dimensionamento com base em ensaios. No caso de $g(\boldsymbol{X})$ contemplando várias variáveis aleatórias X_i, a função estado limite pode ser representada na seguinte expansão em séries de Taylor em torno das médias X_{im} das variáveis aleatórias:

$$g(\boldsymbol{X}) = g(\boldsymbol{X_m}) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial g}{\partial X_i}(X_i - X_{im}) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^2 g}{\partial X_i\, \partial X_j}(X_i - X_{im})\left(X_i - X_{jm}\right) + \cdots \qquad \textbf{Equação 29}$$

Por se basear em uma expansão em torno das médias, o método FOSM também é conhecido por MVFOSM (*Mean Value First Order Second Moment*). Desconsiderando os termos não lineares da série e considerando variáveis aleatórias não correlacionadas, a média e o desvio padrão de $g(\boldsymbol{X})$ podem ser aproximados pela Equação 30 e pela Equação 31 respectivamente.

$$g_m \approx g(X_{1m}, X_{2m}, \dots, X_{nm}) \qquad \textbf{Equação 30}$$

$$\sigma_G \approx \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\partial g}{\partial X_i}(X_{im})\right]^2 \sigma_{X_i}^2} \qquad \textbf{Equação 31}$$

De posse de g_m e σ_G, β (também conhecido como β de Cornell para esse método) pode ser obtido com a Equação 27. As limitações do método FOSM são fundamentadas nas considerações de distribuição normal ou lognormal para as variáveis e independência estatística entre elas, podendo essas considerações não representarem adequadamente o problema em vários casos. Além disso Nowak e

Collins (2000) reportam o “problema da invariância” apresentado pelo FOSM: para funções estado limite diferentes mas mecanicamente equivalentes (representando um mesmo problema físico) o método pode indicar dois valores diferentes para β e consequentemente calcular valores distintos de probabilidade de falha.

2.4.3.2 Método Avançado de Primeira Ordem e Segundo Momento (AFOSM)

Hasofer e Lind (1974) propuseram o método AFOSM contornar o problema da invariância. O AFOSM realiza a expansão em séries de Taylor em torno de um ponto $\boldsymbol{X_i^*}$ denominado ponto de projeto (a ser definido). Apesar de apresentar as mesmas restrições que o MVFOSM, o AFOSM proposto por Hasofer e Lind (1974) geralmente oferece maior precisão e consistência a avaliação da segurança (SHINOZUKA, 1983). O método trabalha com as variáveis X_i na forma reduzida X_i', isto é, transformadas em normais padrão:

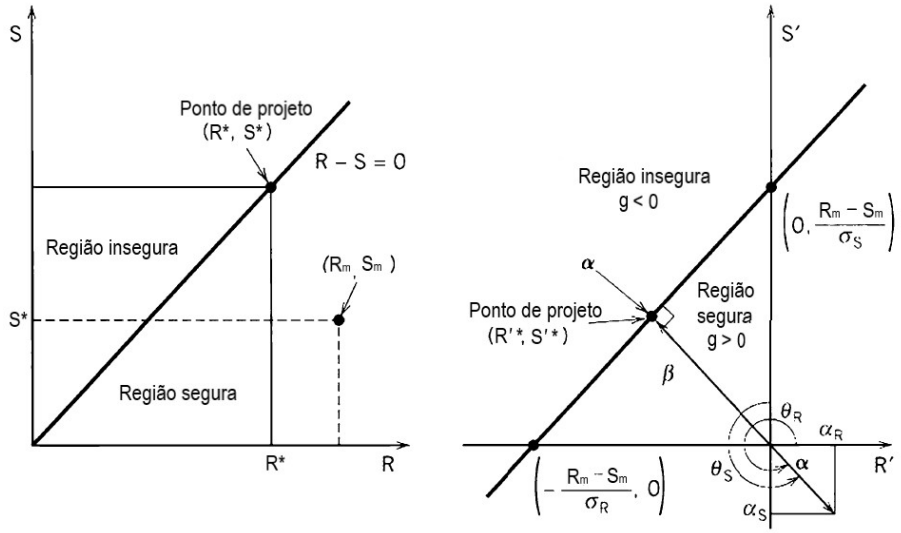
$$X_i' = \frac{X_i - X_{im}}{\sigma_{X_i}} \qquad \textbf{Equação 32}$$

O estado limite $g(\boldsymbol{X}) = 0$ também pode ser convertido em estado limite reduzido $g(\boldsymbol{X'}) = 0$. O índice de confiabilidade β de Hasover-Lind é definido então como a menor distância entre a origem dos eixos e a função estado limite no espaço das variáveis reduzidas (Equação 33). O ponto na função estado limite correspondente a essa distância é denominado ponto de projeto, denotado por $\boldsymbol{X}^*$ no espaço original ou $\boldsymbol{X_i'^*}$ no espaço das variáveis reduzidas.

$$\beta = \sqrt{\boldsymbol{X'^{*T}X'^{*}}} \qquad \textbf{Equação 33}$$

Nessa definição, o índice de confiabilidade é invariante, porque independente da forma em que a função estado limite é escrita, sua forma geométrica e a distância até a origem permanecem constantes (HALDAR; MAHADEVAN, 2000). A definição do β de Hasofer-Lind e do ponto de projeto é representada graficamente na Figura 41 no caso de R e S serem as variáveis básicas da função g.

Figura 41 – Definição do índice de confiabilidade de Hasofer-Lind.



Fonte: (adaptado de HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

A procura do ponto de projeto constitui uma etapa importante no AFOSM, e para funções estado limite não lineares, envolve o seguinte problema de otimização descrito na Equação 34.

$$\begin{cases} \text{Minimizar } B = \sqrt{\boldsymbol{X'^T X'}} \\ \text{Sujeito a } g(\boldsymbol{X}) = g(\boldsymbol{X'}) = 0 \end{cases} \qquad \textbf{Equação 34}$$

Um algoritmo desenvolvido para resolver o problema de otimização da Equação 34é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Probabilidade de falha pelo método AFOSM.

Etapa	Descrição
1	Definir a função de estado limite $g(\boldsymbol{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$
2	Escolher um ponto de partida para $\boldsymbol{X}^*$. Normalmente é escolhido $\boldsymbol{X}^* = \boldsymbol{X_m}$ (vetor com as médias das variáveis aleatórias)
3	Calcular as variáveis reduzidas: $X_i' = \frac{X_i - X_{im}}{\sigma_{X_i}}$
4	Calcular os cossenos diretores no espaço reduzido: $\alpha_{X_i} = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)^{2*}}}$ Equação 35
5	Calcular o índice de confiabilidade: $\beta = -\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^*\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)^{2*}}}$ Equação 36
6	Calcular o ponto de projeto no espaço reduzido: $X_i'^* = -\alpha_i \beta$ Equação 37
7	Calcular o ponto de projeto no espaço original: $X_i^* = X_{im} - \alpha_i \sigma_{X_i} \beta$ Equação 38
8	Utilizar o novo valor do ponto de projeto na Etapa 2 e repetir o processo até a convergência de β
9	Calcular a probabilidade de falha: $P_f = \Phi(-\beta)$

Fonte: (RACKWITZ, 1976 *apud* HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

Para contornar a necessidade de se resolver a equação de estado limite na Etapa 5, Rackwitz e Fiessler (1978) propuseram o algoritmo HLRF, que lineariza a função estado limite em cada iteração para se encontrar o próximo ponto de projeto:

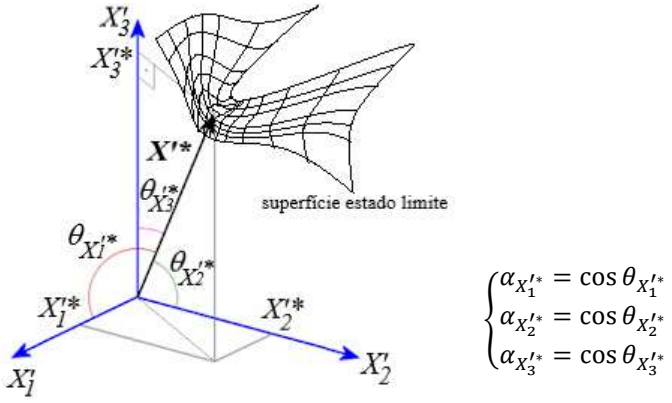
$$\boldsymbol{X}_{k+1}'^* = \frac{1}{|\boldsymbol{\nabla g}(\boldsymbol{X}_k'^*)|^2}[\boldsymbol{\nabla g}(\boldsymbol{X}_k'^*)^T \boldsymbol{X}_{k+1}'^* - g(\boldsymbol{X}_k'^*)]\boldsymbol{\nabla g}(\boldsymbol{X}_k'^*) \quad \textbf{Equação 39}$$

$\boldsymbol{\nabla g}(\boldsymbol{X_k'^*})$ é o vetor gradiente da função estado limite no ponto $\boldsymbol{X}_k'^*$ e k corresponde ao número da iteração corrente.

A partir do cosseno diretor α_{X_i} (Figura 42) associado a cada variável aleatória, é possível calcular uma medida de sensibilidade I_{X_i} (fator de importância) para cada variável aleatória. O fator de importância mede a influência de cada variável aleatória no valor final do índice de confiabilidade, tal que a soma dos fatores corresponde à unidade.

$$I_{X_i} = \alpha_{X_i}^2 \qquad \textbf{Equação 40}$$

Figura 42 – Cossenos diretores no caso de três variáveis aleatórias.



Fonte: elaborado pelo autor.

2.4.3.3 AFOSM para variáveis não normais correlacionadas

A versão do AFOSM de Hasofer e Lind (1974) foi desenvolvida considerando variáveis aleatórias normais, sendo uma das limitações do método. No caso de variáveis X_i não normais, Rackwitz e Fiessler (1976) apresentam equações para estimar a média e o desvio padrão de uma variável normal X_i^N equivalente a X_i em um ponto. O ponto escolhido pode ser justamente o ponto de projeto, possibilitando que as equações para desvio padrão $\sigma_{X_i}^N$ (Equação 41) e média X_{im}^N (Equação 42) normais equivalentes sejam incorporadas no algoritmo da Tabela 2 após a Etapa 2.

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{d\{\Phi^{-1}[F_{X_i}(X_i^*)]\}}{f_{X_i}(X_i^*)} \qquad \textbf{Equação 41}$$

$$X_{im}^N = X_i^* - \sigma_{X_i^*}^N \Phi^{-1}[F_{X_i}(X_i^*)] \qquad \textbf{Equação 42}$$

sendo:

- d: função densidade de probabilidade da variável aleatória normal padrão;
- Φ^{-1}: inversa da função de distribuição acumulada da variável aleatória normal padrão;
- F_{X_i}: função distribuição acumulada da variável aleatória não normal X_i;
- f_{X_i}: função densidade de probabilidade da variável aleatória não normal X_i.

Uma outra consideração inerente ao cálculo do índice de confiabilidade pelo método AFOSM de Hasofer e Lind (1974) é assumir que as variáveis aleatórias X_i não são correlacionadas. Em alguns casos reais, as variáveis componentes da função estado limite podem ser correlacionadas, podendo fazer com que a probabilidade de falha calculadas por esses métodos não represente o comportamento real do sistema. Uma alternativa para fazer com que o AFOSM produza análises adequadas a sistemas com variáveis X_i correlacionadas é convertê-las em variáveis normais padrão equivalentes que sejam estatisticamente independentes.

No caso de $g(\boldsymbol{X})$ contendo variáveis aleatórias X_i correlacionadas, tem-se a seguinte matriz de covariância $\boldsymbol{C}$:

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^2 & \mathrm{Cov}(X_1, X_2) & \cdots & \mathrm{Cov}(X_1, X_n) \\ \mathrm{Cov}(X_2, X_1) & \sigma_{X_2}^2 & \cdots & \mathrm{Cov}(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{Cov}(X_n, X_1) & \mathrm{Cov}(X_n, X_2) & \cdots & \sigma_{X_n}^2 \end{bmatrix} \qquad \textbf{Equação 43}$$

$\mathrm{Cov}(X_i, X_j)$ é a covariância entre as variáveis X_i e X_j, igual a zero quando não há correlação. No espaço reduzido, tem se a matriz de coeficientes de correlação $\boldsymbol{\rho}$:

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{X_1,X_2} & \cdots & \rho_{X_1,X_n} \\ \rho_{X_2,X_1} & 1 & \cdots & \rho_{X_2,X_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{X_n,X_1} & \rho_{X_n,X_2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{Equação 44}$$

ρ_{X_i,X_j}, denominado coeficiente de correlação de X_i com X_j, dado por:

$$\rho_{X_i,X_j} = \frac{\mathrm{Cov}(X_i, X_j)}{\sigma_{X_i}^2 \sigma_{X_j}^2} \qquad \textbf{Equação 45}$$

Para o vetor $\boldsymbol{X}$ contendo apenas variáveis aleatórias X_i com distribuição normais, a seguinte relação é válida:

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{\sigma T V} + \boldsymbol{m} \Leftrightarrow \boldsymbol{V} = \boldsymbol{\sigma^{-1} T^{-1}}(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{m}) \qquad \textbf{Equação 46}$$

sendo:

- $\boldsymbol{\sigma}$: matriz diagonal contendo os desvios padrão de $\boldsymbol{X}$;
- $\boldsymbol{T}$: matriz de transformação de $\boldsymbol{X'}$ em um vetor $\boldsymbol{V}$ com variáveis normais reduzidas estatisticamente independentes;
- $\boldsymbol{m}$: vetor com as médias das variáveis de $\boldsymbol{X}$.

A matriz $\boldsymbol{T}$ é a matriz com os autovetores da matriz de coeficientes de correlação (AYYUB; MCCUEN, 2011). Pode ser obtida de forma rápida pela triangular inferior $\boldsymbol{L}$ resultante da decomposição de Cholesky[4] de $\boldsymbol{\rho}$.

No caso de variáveis aleatórias X_i não normais correlacionadas, a transformação apresentada na Equação 46 pode ser utilizada, desde que as variáveis sejam devidamente transformadas em normais equivalentes. A transformação de Nataf (NATAF, 1962) é tida como uma das transformações mais eficientes (HALDAR; MAHADEVAN, 2000; LIU; DER KIUREGHIAN, 1986). A transformação de Nataf segundo Lebrun e Dutfoy (2009) se resume à seguinte composição de funções: transformar as variáveis correlacionadas em normais equivalentes no ponto de projeto (Equação 41 e Equação 42), e em seguida, em normais padrão estatisticamente independentes (Equação 46).

Transformar variáveis em X_i e X_j em V_i e V_j normais padrão equivalentes pode mudar o coeficiente de correlação ρ_{X_i,X_j} preexistente entre elas (HALDAR;

[4] Uma forma especial de decomposição triangular que pode ser aplicada a matrizes $\boldsymbol{A}$ simétricas ou Hermitianas positivas definidas (positiva definida se $\boldsymbol{qAq} > 0 \; \forall$ vetor $\boldsymbol{q}$). $\boldsymbol{A}$ pode ser decomposta em matrizes triangulares superiores $\boldsymbol{P}$ ou inferiores $\boldsymbol{L}$ tais que: $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{P^T P} = \boldsymbol{L L^T}$ (LINDFIELD; PENNY, 2012; PRESS et al., 1992). Quando aplicável, a decomposição de Cholesky é duas vezes mais eficiente que a decomposição $\boldsymbol{LU}$ na decomposição de uma matriz $\boldsymbol{A}$ (PRESS et al., 1992).

MAHADEVAN, 2000). A obtenção do coeficiente ρ'_{U_i,U_j} de forma analítica é difícil. Der Kiureghian e Liu (1986) apresentam vários fatores W de conversão empírica de ρ_{X_i,X_j} em ρ'_{U_i,U_j} para diversas relações de distribuição de probabilidades. Uma matriz de coeficientes de correlação $\boldsymbol{\rho}'$ com os valores ρ'_{U_i,U_j} deve então ser utilizada na conversão.

$$\rho'_{U_i,U_j} = W\rho_{X_i,X_j} \qquad \textbf{Equação 47}$$

Uma forma geral do AFOSM, agora contemplando variáveis aleatórias não normais correlacionadas é resumida na Tabela 2.

Tabela 2 – Probabilidade de falha pelo AFOSM para variáveis não normais correlacionadas.

Etapa	Descrição
1	Definir a função de estado limite $g(\boldsymbol{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$
2	Avaliar as correlações equivalentes e calcular a matriz $\boldsymbol{L}$
3	Escolher um ponto de partida $\boldsymbol{X}_k$ para a iteração $k = 1$ (usualmente é escolhido $\boldsymbol{X}_m$)
4	Calcular desvios-padrão (Equação 41) e médias (Equação 42) normais equivalentes no ponto $\boldsymbol{X}_k$
5	Preencher a matriz $\boldsymbol{\sigma}$ e o vetor $\boldsymbol{m}$
6	Calcular os gradientes $\boldsymbol{\nabla g}(\boldsymbol{X}_k)$ e $\boldsymbol{\nabla g}(\boldsymbol{X}'_k)$
7	Obter $\boldsymbol{V}_k$ (Equação 46)
8	Obter um ponto $\boldsymbol{V}_{k+1}$ através do algoritmo HLRF (Equação 39)
9	Obter o índice de confiabilidade: $\beta = \|\boldsymbol{V}_{k+1}\|$
10	Obter $\boldsymbol{X}_{k+1}$ (Equação 46)
11	Repetir os passos 3 a 9 com $\boldsymbol{V}_{k+1}$ até a convergência
12	Calcular a probabilidade de falha: $P_f = \Phi(-\beta)$

Fonte: (adaptado de HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

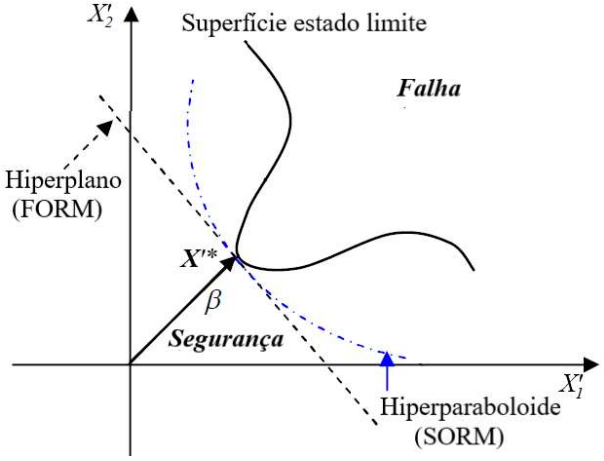
De acordo com Haldar e Mahadevan (2000), o AFOSM pode falhar em convergir em algumas situações, podendo convergir muito devagar, oscilar ao redor da solução sem convergir, ou divergir da solução. Na maioria dos casos relativos à calibração de norma, o AFOSM converge rapidamente para o resultado (CAPANEMA, 2018).

O MVFOSM se trata de uma versão inicial do FORM. A versão geral do AFOSM compreendendo variáveis não normais correlacionadas é hoje conhecida como FORM (HALDAR; MAHADEVAN, 2000). Por isso no decorrer do trabalho, o MVFOSM considerando variáveis lognormais (Equação 28) será chamado de FOSM, enquanto a versão do AFOSM resumida na Tabela 2 corresponderá à nomenclatura FORM.

2.4.4 Métodos de confiabilidade de segunda ordem (SORM)

Na expansão em séries de Taylor da Equação 29, enquanto o FORM desconsidera os termos não lineares em sua aproximação, o SORM considera até o termo de segunda ordem (termo com derivadas de segunda ordem), desconsiderando os demais. Dessa forma, o SORM inclui informações sobre a orientação da curvatura da superfície estado limite próxima ao ponto de projeto. Uma comparação da aproximação da superfície estado limite pelos dois métodos é mostrada na Figura 43.

Figura 43 – Métodos de confiabilidade de primeira e segunda ordem.



Fonte: (adaptado de SELMI et al., 2010).

O índice de confiabilidade pelos dois métodos é o mesmo. Porém, é possível perceber que o domínio de falha aproximado pelo SORM é menor no exemplo da Figura 43. Nesse caso, apesar do mesmo valor de β, a probabilidade de falha calculada pelos dois métodos é diferente. A partir do índice de confiabilidade calculado

pelo FORM, Breitung (1984) apresenta a seguinte aproximação para a probabilidade de falha calculada pelo SORM:

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + \beta\kappa_i)^{-1/2} \qquad \textbf{Equação 48}$$

κ_i são as curvaturas principais do estado limite no ponto de menor distância. A aproximação proposta por Breitung (1984) usa uma aproximação parabólica para a fórmula geral de segunda ordem, e é precisa apenas para grandes valores de β (HALDAR; MAHADEVAN, 2000). Der Kiureghian, Lin e Hwang (1987) e Tvedt (1990) buscaram aprimorar o SORM para melhorar sua previsão da função estado limite. Der Kiureghian, Lin e Hwang (1987) utilizam duas semiparábolas de curvaturas diferentes e ajustes de curva a pontos para construir o formato aproximado da função de falha. Tvedt (1990), além da aproximação parabólica, desenvolve a solução para a probabilidade de falha de forma direta a partir da aproximação de segunda ordem da função estado limite.

2.4.5 Simulação de Monte Carlo

A Simulação de Monte Carlo (SMC) consiste de criar amostras de variáveis básicas de acordo com suas características probabilísticas e então aplicá-las em uma função de *performance* (AYYUB; MCCUEN, 2011). De acordo com Ang e Tang (1990), é simplesmente um processo de repetição que gera soluções determinísticas para um dado problema de tal forma que cada solução corresponde a um conjunto de valores determinísticos de um conjunto de variáveis aleatórias subjacentes.

Para criar amostras sintéticas das variáveis aleatórias, inicialmente são gerados números aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 1 para cada X_i, a partir de um gerador apropriado. Considerando os números como valores de probabilidade, são gerados a partir deles valores numéricos para as variáveis aleatórias a partir de suas funções inversas de distribuição acumulada. De posse de valores determinísticos associados a cada variável aleatória, a função estado limite é calculada no ponto contendo os valores, configurando uma simulação.

A partir da realização de um número N de simulações predefinido, a probabilidade de falha é calculada pela Equação 49.

$$P_f = \frac{\text{quantidade de simulações em que } g(\boldsymbol{X}) \text{ indicou falha}}{N} \qquad \textbf{Equação 49}$$

A Tabela 3 traz um algoritmo de cálculo de P_f e β por Simulação de Monte Carlo.

Tabela 3 – Probabilidade de falha por Simulação de Monte Carlo para variáveis aleatórias não correlacionadas.

Etapa	Descrição
1	Definir a função de estado limite $g(\boldsymbol{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$
2	Definir um número N de simulações adequado
3	Iniciar a simulação k gerando um número aleatório A_i entre 0 e 1 associado a cada variável X_i (A_i deve seguir distribuição uniforme)
4	Calcular um valor determinístico D_i para cada X_i, de forma que $D_i = F_i^{-1}(A_i)$. F_i^{-1} é a inversa da função de distribuição acumulada de X_i
5	Calcular a função estado limite no ponto $\boldsymbol{D}_k$, que contém os valores D_i
6	Verificar se $g(\boldsymbol{D}_k)$ indicou falha.
7	Repetir os passos 2 a 5 até $k = N$
8	Calcular a probabilidade de falha a partir da Equação 49
9	Obter o índice de confiabilidade: $\beta = -\Phi^{-1}(P_f)$

Fonte: (adaptado de HALDAR; MAHADEVAN, 2000).

No caso de variáveis componentes de $g(\boldsymbol{X})$ serem correlacionadas, os processos de transformação das variáveis em normais padrão estatisticamente independentes descritos na Seção 2.4.3.2 podem ser incorporados ao algoritmo.

Quando a função estado limite é complicada, a análise de confiabilidade por SMC pode ser a única saída (NOWAK; COLLINS, 2000). Contudo, sua aplicação em problemas envolvendo eventos muito raros (baixa probabilidade de falha) pode ser muito custosa a computadores (ANG; TANG, 1990), por demandar um grande número de simulações. Algumas técnicas para reduzir o número de simulações necessário para se obter um valor confiável de P_f tem sido estudadas, denominadas Técnicas de Redução de Variância.

2.4.6 Algumas aplicações dos métodos de confiabilidade

Vários autores utilizaram os métodos de confiabilidade descritos nas seções 2.4.3 e 2.4.5 para a avaliação da segurança de estruturas. As aplicações se estendem desde a avaliação da segurança envolvida dimensionamento de barras isoladas e ligações, até no comportamento global de estrutura com o auxílio do Método dos Elementos Finitos.

Brandão (2007) apresentou um estudo da segurança em barras e ligações de perfis formados a frio para vários estados limites e várias relações ação variável/ação permanente (L_n/D_n), obtendo o índice de confiabilidade para esses casos e comparando-os a valores normativos de segurança. A norma americana AISI S100 (AISI, 2007) foi utilizada para as previsões de resistência.

Foi verificado no trabalho um aumento do índice de confiabilidade à medida que se diminui a relação L_n/D_n em todos os casos. Brandão (2007) observou uma grande variabilidade nos valores de β, porém, no caso de barras sob compressão, os valores de β foram em geral superiores ao índice alvo de $2{,}5$ do LRFD. Nesse caso, os coeficientes de ponderação da resistência ϕ calibrados se apresentaram bem próximos ao normativo $\phi = 0{,}85$.

Ganesan e Moen (2012) calibraram novos coeficientes de ponderação da resistência para o LRFD da norma AISI S100 (AISI, 2007), utilizando um banco de dados experimentais de colunas com e sem furo e o método de confiabilidade FOSM. Foi constatado pelo autor que o valor de $\phi = 0{,}85$ poderia ser aumentado caso a falha seja por flambagem distorcional, porém, o valor deve ser rejustado para próximo a $\phi = 0{,}80$ em caso de falha local-global, global ou escoamento.

Ganesan e Moen (2012) ainda concluíram que no caso de colunas perfuradas, o MLE apresenta valores conservadores para ϕ, que também poderia ser aumentado. Também é relatado que o MRD prevê a resistência das colunas com melhor precisão do que o MLE para colunas não perfuradas (na versão de 2007, a norma AISI S100 ainda não abordava perfurações pelo MRD).

Freitas, Brandão e Freitas (2013) utilizaram o método FOSM para calibrar coeficientes de ponderação da resistência para a norma NBR 14762 (ABNT, 2010), no caso de compressão simples. Os autores construíram um banco de dados

contendo colunas do tipo U e U enrijecido, tendo suas resistências experimentais comparadas às previsões do MLE, do MSE e do MRD. Para os três métodos, os índices de confiabilidade inicialmente calculados são próximos ao índice alvo de $2{,}5$, especialmente para o MRD, que atingiu o alvo para $L_n/D_n = 3$ e $L_n/D_n = 5$. O alvo de $3{,}0$ utilizado no LSD da AISI S100 (AISI, 2007) não foi atingido em nenhum caso estudado, demandando uma diminuição de ϕ.

Bolandim, Beck e Malite (2013) investigaram os modelos de cálculo das normas AISI S100 (AISI, 2007) e NBR 14762 (ABNT, 2010) para a resistência à ruptura da seção líquida por tração em ligações parafusadas em perfis formados a frio, comparando-as a resultados experimentais. O método FOSM e o FORM foram utilizados para o cálculo dos índices de confiabilidade. Os autores ressaltam que a aplicação do MVFOSM sugerida pelo Capítulo F da AISI S100 (AISI, 2007) (Equação 28) é limitado a pequenos valores de CoV entre as variáveis (usualmente $\mathrm{CoV} < 0{,}3$).

O valor alvo de $\beta_0 = 3{,}5$ do LRFD para ligações não foi atingido. O valor só é atingido quando o erro de modelo não é considerado nas análises, o que embasa a conclusão dos autores que a calibração do coeficiente de ponderação da resistência realizada pela AISI não levou em consideração as estatísticas do erro de modelo de forma adequada. Novos valores para ϕ foram calibrados para atingir $\beta_0 = 3{,}5$; valores bem menores que o prescrito $\phi = 0{,}65$. Os valores calibrados pelo FOSM foram menores que os do FORM quando o erro de modelo foi representado por distribuições de extremo de máximo. Nos dois casos em que distribuições de extremo de mínimo foram ajustadas, os valores calibrados pelo FOSM e pelo FORM foram próximos.

Agostini (2014) aplicou em seu trabalho o FORM a partir da implementação de um módulo e um programa computacional para avaliar a segurança de estruturas projetadas considerando a não-linearidade geométrica e a flexibilidade das ligações. Foram avaliados vários modelos e configurações de pórticos planos, variando a rigidez e considerando em alguns casos os efeitos da não-linearidade geométrica nas análises. O autor concluiu que há uma diminuição considerável do índice de confiabilidade à medida que se diminui a rigidez das ligações. Contudo, não foram verificadas alterações significativas no índice de confiabilidade ao se considerar a não-linearidade geométrica.

Alves (2014) aplicou o FOSM e o FORM para calcular o índice de confiabilidade de ligações soldadas e parafusadas em PFF, utilizando dados experimentais de ensaios publicados por diversos autores e as metodologias de projeto das normas AISI S100 (AISI, 2007) e NBR 14762 (ABNT, 2010). O autor comparou os resultados com o índice de confiabilidade alvo de $3{,}5$ do LRFD para ligações, obtendo para alguns estados limites resultados inferiores ao alvo. No seu trabalho, as variações entre os valores de β obtidos via FOSM e FORM estiveram entre 5% e 10%.

Toledo, Freitas e Brandão (2021) utilizaram o FORM para calcular índices de confiabilidade associados a previsões de resistência à flexão pelo MSE e pelo MRD. Com valores de β próximos para os dois métodos de cálculo da resistência, os autores calibraram novos coeficientes de ponderação da resistência, sugerindo um reajuste do valor atual de $\phi = 0{,}90$ para $0{,}73$ para o LSD da AISI S100 (AISI, 2016). No caso da NBR 14762 (ABNT, 2010), $\gamma = 1{,}10$ deveria ser ajustado para $= 1{,}18$, pois o índice de confiabilidade alvo não foi atingido. É sugerido como possibilidade a adoção pelas normas de diferentes coeficientes de ponderação para cada modo de falha.

Campos, Brandão e Freitas (2016) analisaram a confiabilidade de vigas de perfis formados a frio, também comparando dados experimentais a resultados teóricos, nesse caso calculados exclusivamente pelo MRD. Esse trabalho, assim como Alves (2014) utilizou valores de 3 e 5 para a relação L_n/D_n e utilizou as combinações de ações do LRFD e do LSD para calcular e comparar os valores de β obtidos pelos métodos FORM, FOSM e SMC.

Os autores constataram uma pequena variação dos índices de confiabilidade obtidos da combinação de ações gravitacionais da norma brasileira NBR 14762 (ABNT, 2010) em relação ao índice alvo de 2,5, enquanto os resultados encontrados para o LRFD da norma AISI (AISI, 2007) se mostraram maiores que o índice alvo, indicando que o modelo da norma americana para esse caso é mais conservador. Os valores de β não atingiram o alvo de calibração de 3,0 do LSD em nenhum dos casos. É sugerida uma definição clara por parte da NBR 14762 (ABNT, 2010) de valores de L_n/D_n definidos para calibração.

Zhang, Gilbert e Rasmussen (2012) utilizaram a Simulação de Monte Carlo associada a uma Técnica de Redução de Variância chamada amostragem por

hipercubo latino[5] para estudar o comportamento estatístico da força acidental de impacto de empilhadeiras em sistemas de armazenagem industrial. A SMC também foi utilizada para a calibração de coeficientes de ponderação de uma força estática equivalente à de impacto, a partir de valores alvo de β de referências normativas.

Capanema (2018) calculou índices de confiabilidade e calibrou coeficientes de ponderação da resistência para barras de PFF do tipo U enrijecido sob compressão, utilizando o método FOSM, o FORM e a SMC. Os métodos para calcular as forças resistentes teóricas foram o MLE, MSE e MRD, comparados a um banco de dados de ensaios experimentais. Os valores de confiabilidade obtidos pelo método FORM se mostraram mais próximos dos valores obtidos pela SMC, com os valores obtidos pelo FOSM ligeiramente maiores.

Os resultados de Capanema (2018) mostraram que o valor de β aumenta conforme a relação L_n/D_n diminui; comportamento também verificado por Brandão (2007). Os índices de confiabilidade obtidos por Capanema (2018) foram maiores que o alvo de $2{,}5$ do LRFD e da NBR 14762 (ABNT, 2010), porém menores que o valor de $3{,}0$, utilizado pelo LSD da norma AISI S100 (AISI, 2016). A autora também calibrou novos coeficientes de ponderação da resistência para os casos em que os índices de confiabilidade alvos de calibração para não foram atingidos.

Jardim, Freitas e Brandão (2022) calcularam índices de confiabilidade de colunas do tipo U enrijecido perfuradas dimensionadas pelas opções 2, 3, 4 e 5 de Moen (2008). A autora utilizou o método FOSM, o FORM e a Simulação de Monte Carlo para a obtenção dos valores de β, considerando as combinações de ações do LRFD e do LSD da AISI S100 (AISI, 2016)

[5] Técnica que realiza a amostragem de forma estratificada, dividindo o eixo de distribuição acumulada das variáveis aleatórias em intervalos de comprimentos iguais, e o eixo horizontal da inversa da distribuição acumulada em intervalos de igual probabilidade (não necessariamente de igual comprimento). Em seguida, um valor aleatório é selecionado em cada divisão do eixo vertical da distribuição acumulada, sendo a distribuição inversa aplicada posteriormente para a obtenção dos respectivos valores determinísticos (IMAN, 2008).

Assim como Capanema (2018), Jardim, Freitas e Brandão (2022) obtiveram valores de β pelo FORM e SMC próximos na maioria dos resultados. O índice de confiabilidade alvo de 2,5 foi atingido em praticamente todos os agrupamentos de dados (todos os dados e dados agrupados por modo de falha), ao se utilizar a combinação LRFD. Contudo, a maioria dos agrupamentos não atingiu o alvo de calibração do LSD, $\beta_0 = 3{,}0$. Foram ainda calculados coeficientes de ponderação da resistência, com a maioria dos valores calibrados para o LSD indicando uma necessária diminuição no valor atual de $\phi = 0{,}80$.

2.4.7 Incertezas

2.4.7.1 Incertezas na resistência

Nowak e Collins (2000) afirmam que as possíveis fontes ou causas de incertezas na resistência R de um componente estrutural podem ser divididas em três categorias:

- Propriedades do material: incertezas na resistência do material, no módulo de elasticidade, tensão de escoamento e composição química.
- Fabricação: incertezas nas dimensões gerais do componente que pode afetar a área da seção transversal, o momento de inércia e o módulo da seção (módulo elástico, módulo plástico, etc.).
- Análise: incerteza resultante de métodos aproximados de análise e modelos idealizados de distribuição de tensão/deformação.

A resistência pode então ser representada pela Equação 50 (RANG; GALAMBOS; YU, 1979):

$$R = R_n(PMF) \qquad \textbf{Equação 50}$$

M (fator do material) é a razão entre as propriedades reais e as nominais do material; F (fator de fabricação) é a razão entre as propriedades da seção transversal reais e nominais e P (coeficiente/fator profissional ou erro de modelo) é a razão entre a capacidade resistente obtida em testes e a capacidade calculada de acordo com o modelo adotado. P então representa a seguinte razão:

$$P = \frac{F_{exp.}}{F_n}$$ **Equação 51**

sendo:

- $F_{exp.}$: força resistente obtida em ensaios (no caso de colunas, $P_{exp.}$);
- F_n: força resistente nominal (proveniente do modelo de cálculo adotado. No caso de colunas, P_n).

Como P, M e F são variáveis aleatórias, o valor médio da resistência R_m pode ser obtido a partir dos valores médios de P, M e F, respectivamente P_m, M_m e F_m. Utilizando a teoria de probabilidade de primeira ordem e considerando P, M e F estatisticamente independentes a média e o desvio padrão V_R de R podem ser aproximadas da seguinte forma (RANG; GALAMBOS; YU, 1979; RAVINDRA; GALAMBOS, 1978):

$$R_m \approx R_n(P_m M_m F_m)$$ **Equação 52**

$$V_R \approx \sqrt{V_P^2 + V_M^2 + V_F^2}$$ **Equação 53**

V_P, V_M e V_F são respectivamente os coeficientes de variação de P, M e F

Os valores de M_m, F_m, V_M e V_F normalmente são recomendados em normas de projeto. A Tabela 4 apresenta os valores recomendados pelas normas NBR 14762 (ABNT, 2010) e AISI S100 (AISI, 2020) para barras comprimidas, baseados em Rang, Galambos e Yu (1979).

Tabela 4 – Dados estatísticos para determinação do coeficiente de ponderação da resistência

Caso	M_m	V_M	F_m	V_F
Barra comprimida	1,10	0,10	1,00	0,05

Fonte: (ABNT, 2010; AISI, 2020).

2.4.7.2 Incertezas nas solicitações

Para representar as ações em colunas de sistemas de armazenagem, será considerada apenas a combinação onde há somente a atuação de ações nominais

permanentes D_n (*dead load*) e variáveis das unidades de armazenamento U_n (*pallet load* – ANSI MH16.1/unidades de carga – NBR 15524-2). Nesse caso, o efeito médio das solicitações pode ser expresso conforme a Equação 54.

$$S_m = c_D D_m + c_U U_m \qquad \textbf{Equação 54}$$

sendo:

- c_D: coeficiente determinístico que relaciona a intensidade da ação permanente ao seu efeito na estrutura;
- c_U: coeficiente determinístico que relaciona a intensidade da ação das unidades de armazenamento ao seu efeito na estrutura.

As relações entre os valores médios e nominais das ações mostradas na Tabela 5 podem ser utilizadas em análises de confiabilidade.

Tabela 5 – Dados estatísticos das ações.

Tipo de ação	D_m/D_n	U_m/U_n	V_{X_i}	Distribuição de probabilidade
Permanente (D)	1,05	-	0,10	Normal
Variável das unidades de armazenamento (U)	-	1,00	0,20	Normal

Fonte: (CARDOSO, 2016; GALAMBOS et al., 1982).

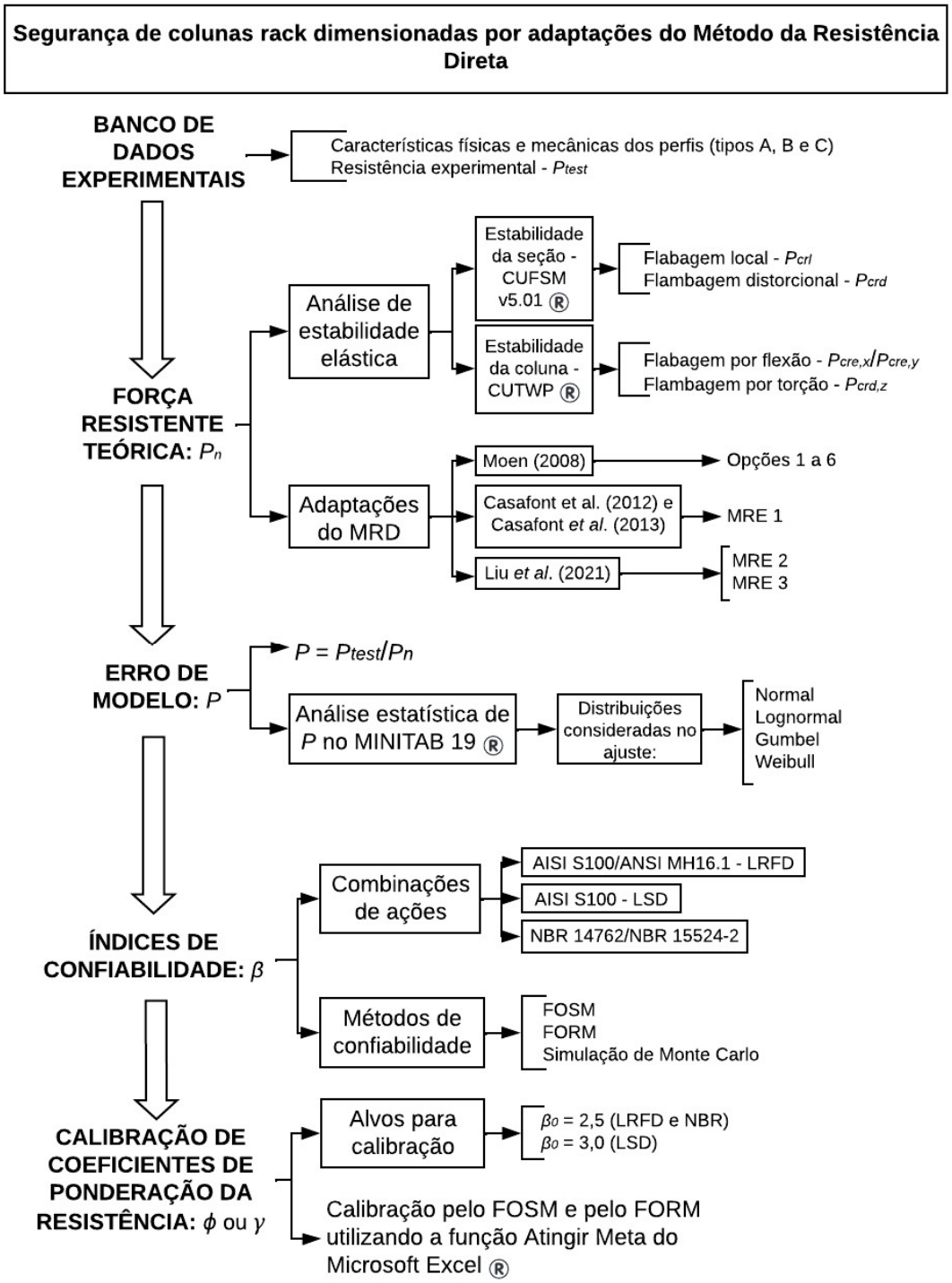
No caso da aproximação de primeira ordem para o efeito médio das solicitações, o valor do coeficiente de variação de S pode ser dado por:

$$V_S \approx \frac{\sqrt{D_m V_D^2 + U_m V_U^2}}{D_m + U_m} \qquad \textbf{Equação 55}$$

3 METODOLOGIA

A Figura 44 apresenta um resumo geral da metodologia utilizada neste trabalho.

Figura 44 – Metodologia do trabalho.

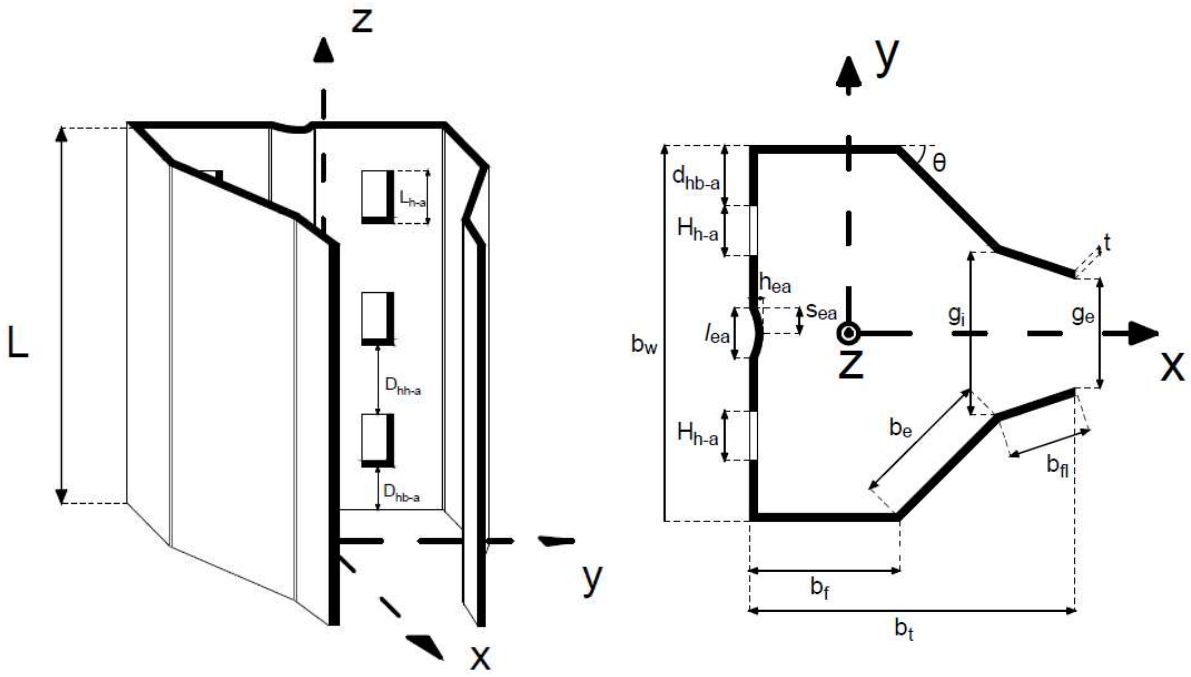


Fonte: elaborado pelo autor.

3.1 Banco de dados experimentais

Para a elaboração do banco de dados, foram selecionados 98 protótipos com seções transversais do tipo rack com furos na alma, nos flanges e nos flanges de ligação dos trabalhos dos seguintes autores: Souza (2013), Faria, Freitas e Souza (2013), Faria *et al.* (2015), Silva (2011), Faria (2016), Gilbert e Rasmussen (2009), El-Kadi e Kiymaz (2015), Koen (2008) e Trouncer e Rasmussen (2014). O banco de dados contempla três tipos básicos de colunas, uma sem enrijecedor adicional e vértices retos (tipo A – Figura 45), outra com enrijecedor adicional e vértices arredondados (tipo B – Figura 46) e uma terceira com vértices arredondados mas sem enrijecedor adicional (tipo C – Figura 47).

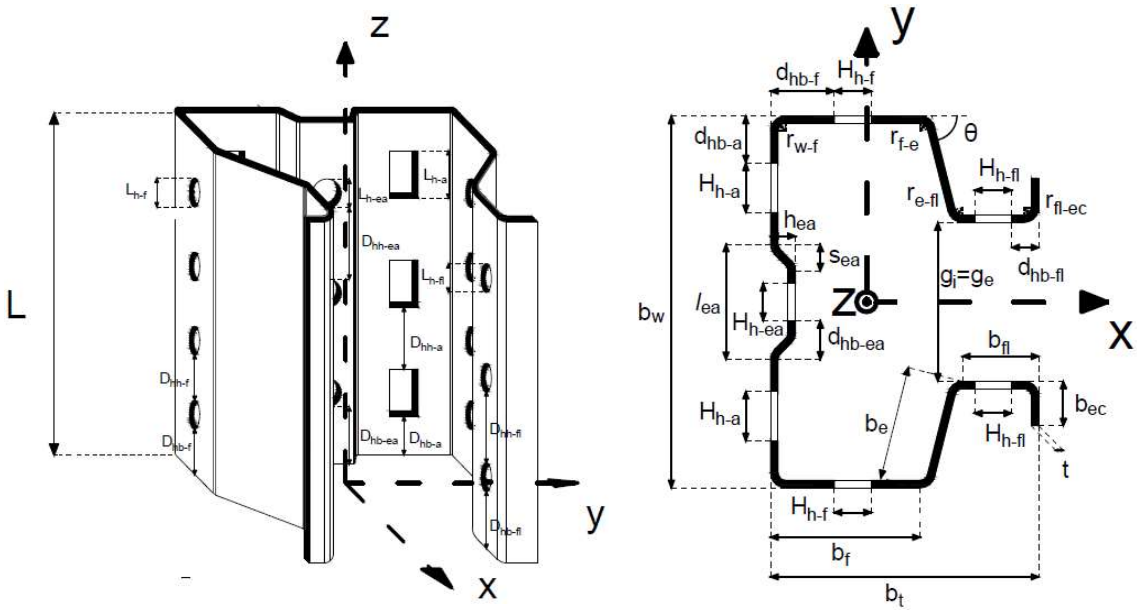
Figura 45 - Coluna do tipo A.



Perspectiva cavaleira Seção transversal

Fonte: elaborado pelo autor.

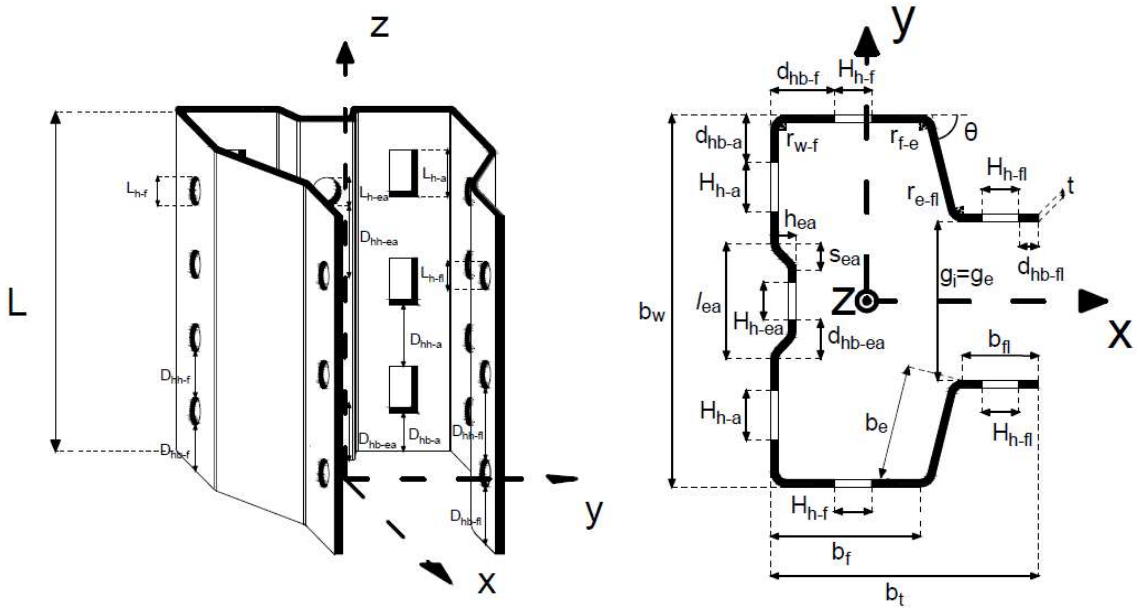
Figura 46 – Coluna do tipo B.



Perspectiva cavaleira Seção transversal

Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 47 – Coluna do tipo C.



Perspectiva cavaleira Seção transversal

Fonte: elaborado pelo autor.

As condições de contorno dos protótipos são representadas pelos coeficientes K_i, onde "i" se trata do eixo sobre o qual o coeficiente representa a condição. Para K_x

e K_y, o valor de 1,0 indica que a rotação em torno desse eixo é livre nas duas extremidades, enquanto o valor de 0,5 indica que o giro é impedido, como mostrado na Figura 48. Para K_z, o valor de 1,0 indica que o empenamento é livre enquanto 0,5 indica que o empenamento é impedido.

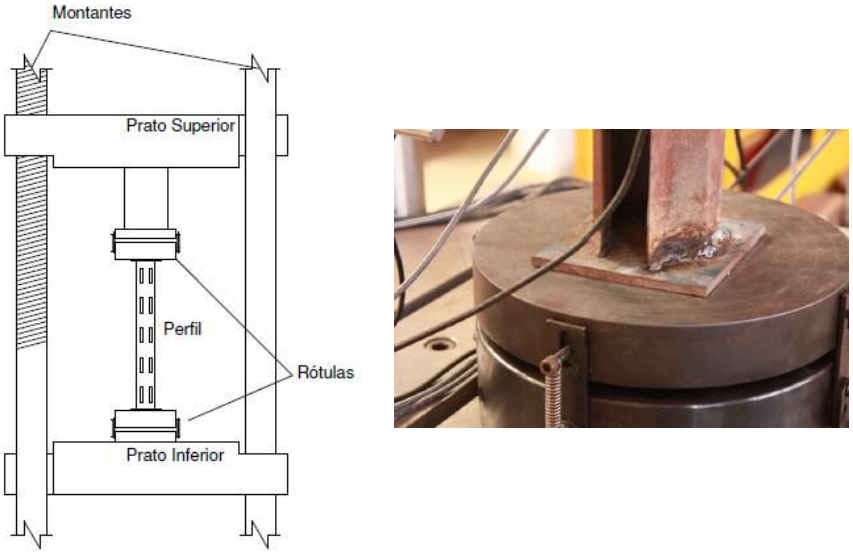
Figura 48 – Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados.

A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Valores teóricos de K_x ou K_y	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condição de apoio		Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres				

Fonte: (ABNT, 2008).

Souza (2013) analisou experimentalmente dois grupos de colunas do tipo A, com 6 de cada grupo possuindo duas linhas longitudinais paralelas de furos retangulares na alma. As condições de contorno adotadas por Souza (2013) são de colunas rotuladas em x e y e empenamento impedido nos dois extremos ($K_x = 1{,}0$, $K_y = 1{,}0$ e $K_z = 0{,}5$), como mostrado na Figura 49. Segundo o autor o protótipo CC-F60-CP2 apresentou falhas durante o ensaio experimental e seu resultado não foi divulgado e portanto não abordado no banco de dados.

Figura 49 – Condições de contorno do trabalho de Souza (2013).



Representação esquemática Rótula

Fonte: (SOUZA, 2013).

Faria, Freitas e Souza (2013) executaram o ensaio de compressão centrada em 6 colunas curtas do tipo A, com o objetivo de verificar o modo local de flambagem. Os autores utilizaram colunas com 412 mm de comprimento e 1,8 mm de espessura, com duas delas com uma linha longitudinal com três furos quadrados e duas delas com duas linhas. As condições de contorno utilizadas foram as mesmas de Souza (2013).

Faria *et al.* (2015), além dos protótipos do trabalho de Faria, Freitas e Souza (2013), trazem o estudo experimental à compressão de outros 6 protótipos do tipo A de 412 mm à compressão, agora com 1,5 mm de espessura; quatro deles possuem o mesmo padrão de perfuração adotado por Faria, Freitas e Souza (2013). As condições de contorno adotadas repetem as adotadas por Souza (2013) e Faria, Freitas e Souza (2013).

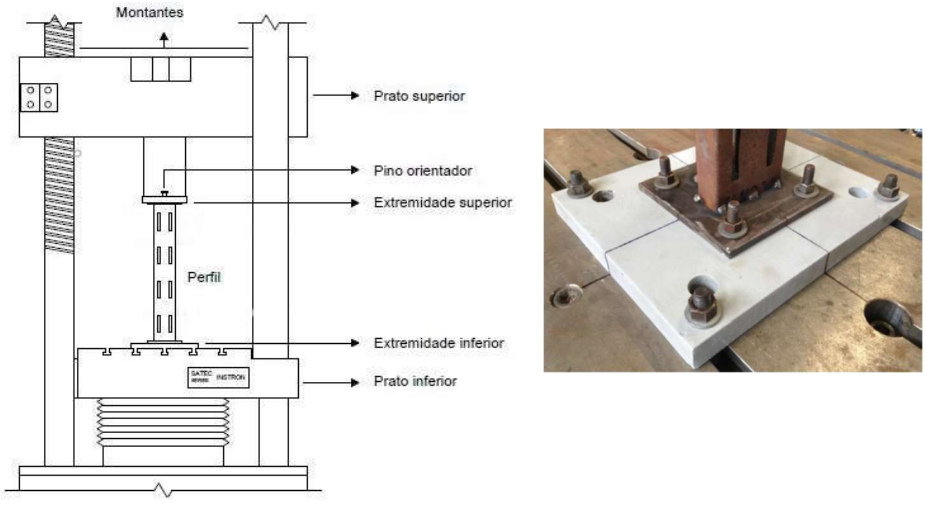
Silva (2011) estudou a influência dos furos na alma no comportamento local de colunas curtas do tipo A de perfis rack. Para isso, o autor analisou 6 protótipos de 1,8 mm e 6 outros perfis de 1,5 mm à compressão. Três protótipos de cada grupo possuíam dois furos retangulares alinhados transversalmente no meio do comprimento longitudinal. Os protótipos possuíam 412 mm de comprimento e o autor optou pelas condições de contorno do tipo engaste com empenamento restringido ($K_x = 0{,}5$, $K_y = 0{,}5$ e $K_z = 0{,}5$), como mostrado na Figura 50.

Figura 50 – Condições de contorno adotadas por Silva (2011).

Fonte: (SILVA, 2011).

Faria (2016) realizou uma campanha experimental com colunas do tipo A semelhante às ensaiadas por Souza (2013). Contudo, o autor utilizou condições de contorno do tipo engaste com empenamento restringido ($K_x = 0{,}5$, $K_y = 0{,}5$ e $K_z = 0{,}5$). Uma representação das condições de contorno adotadas por Faria (2016) é mostrada na Figura 51. No caso de Faria (2016) foi o protótipo CM-F60-CP1 que apresentou problemas na aquisição dos dados experimentais e por isso não foi incluído no banco de dados.

Figura 51 – Condições de contorno adotadas por Faria (2016).



Representação esquemática Engaste

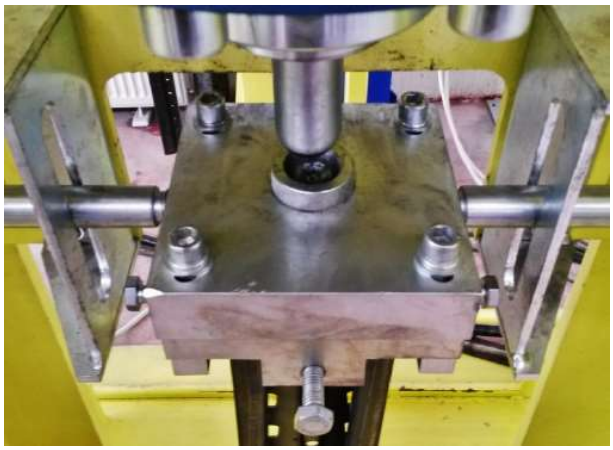
Fonte: (adaptado de FARIA, 2016).

Gilbert e Rasmussen (2009) testaram experimentalmente a resistência de vários componentes de sistemas de armazenagem industrial, e três colunas curtas de perfis

rack do tipo B com linhas longitudinais de furos circulares na alma e nos flanges de ligação. As condições de contorno utilizadas pelos autores são $K_x = 1{,}0$, $K_y = 1{,}0$ e $K_z = 0{,}5$.

El-Kadi e Kiymaz (2015) realizaram ensaios de compressão em colunas do tipo B com comprimentos de 360 mm, 500 mm, 650 mm, 800 mm, 950 mm, 1100 mm e 1250 mm. Os perfis possuíam linhas longitudinais de furos na alma, no enrijecedor de alma, nos flanges e nos flanges de ligação. As condições de contorno adotadas pelos autores foram de rótula nas direções x e y e empenamento restringido ($K_x = 1{,}0$, $K_y = 1{,}0$ e $K_z = 0{,}5$) (Figura 52).

Figura 52 – Condições de contorno adotadas por El-Kadi e Kiymaz (2015).



Fonte: (EL-KADI; KIYMAZ, 2015).

Koen (2008) avaliou a resistência à compressão de painéis perfis rack do tipo B com linhas longitudinais de perfurações na alma e nos flanges de ligação, contraventadas na direção do eixo de menor inércia da seção transversal. As colunas curtas ensaiadas por Koen (2008) foram incorporadas no banco de dados. No ensaio a rotação em torno dos eixos x e y e o empenamento foram restringidos ($K_x = 0{,}5$, $K_y = 0{,}5$ e $K_z = 0{,}5$).

Trouncer e Rasmussen (2014) realizaram uma campanha experimental com colunas curtas e longas dos tipos B e C. O destaque dos resultados dos autores foram as interações entre modos de flambagem nas colunas longas. As condições de

contorno utilizadas para essas colunas foram $K_x = 1{,}0$, $K_y = 0{,}5$ e $K_z = 0{,}5$ (Figura 53).

Figura 53 – Condições de contorno das colunas longas de Trouncer e Rasmussen (2014).

Fonte: (TROUNCER; RASMUSSEN, 2014).

A Tabela 6 traz a quantidade de protótipos selecionada de cada trabalho e o sistema de códigos utilizado para referenciar os trabalhos no APÊNDICE A e nas figuras do Capítulo 0. Na Tabela 7 são mostrados os tipos e a localização das perfurações presentes nos protótipos.

Tabela 6 – Quantidade de protótipos por autor e códigos.

Autor	Código	Protótipos	Tipo
Souza (2013)	SO	11	A
Faria, Freitas e Souza (2013)	FFS	4	A
Faria *et al.* (2015)	FEA	4	A
Silva (2011)	SI	6	A
Faria (2016)	FA	11	A
Gilbert e Rasmussen (2009)	GR	3	B
El-Kadi e Kiymaz (2015)	EK	24	B
Koen (2008)	KO	3	B
Trouncer e Rasmussen (2014) – série RF	TRF	9	B
Trouncer e Rasmussen (2014) - série SD	TSD	9	C

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 7 – Tipos de perfurações nos protótipos do banco de dados.

Autor		Tipo	Localização
Souza (2013)		Retangular	2 linhas longitudinais de furos paralelas na alma
Faria, Freitas e Souza (2013)		Quadrado	1 ou 2 linhas longitudinais de furos paralelas na alma
Faria *et al.* (2015)		Quadrado	1 ou 2 linhas longitudinais de furos paralelas na alma
Silva (2011)		Retangular	2 furos paralelos na alma, no centro do comprimento longitudinal do perfil
Faria (2016)		Retangular	2 linhas longitudinais de furos paralelas na alma
Gilbert e Rasmussen (2009)		Circular	2 linhas longitudinais de furos paralelas na alma Linhas longitudinais de furos nos flanges de ligação
El-Kadi e Kiymaz (2015)		Arco truncado a um trapézio	2 linhas longitudinais de furos paralelas na alma
		Circular	Linha longitudinais de furos no enrijecedor de alma Linhas longitudinais de furos nos flanges Linhas longitudinais de furos nos flanges de ligação
Koen (2008)		Diamante	2 linhas longitudinais de furos paralelas na alma
		Circular	Linhas longitudinais de furos nos flanges de ligação
Trouncer e Rasmussen (2014)		Diamante	2 linhas longitudinais de furos paralelas na alma
		Circular	Linhas longitudinais de furos nos flanges de ligação

Fonte: elaborado pelo autor.

Para a aplicação do MRD, as dimensões dos furos foram tomadas como a dimensão de um retângulo circunscrito a eles.

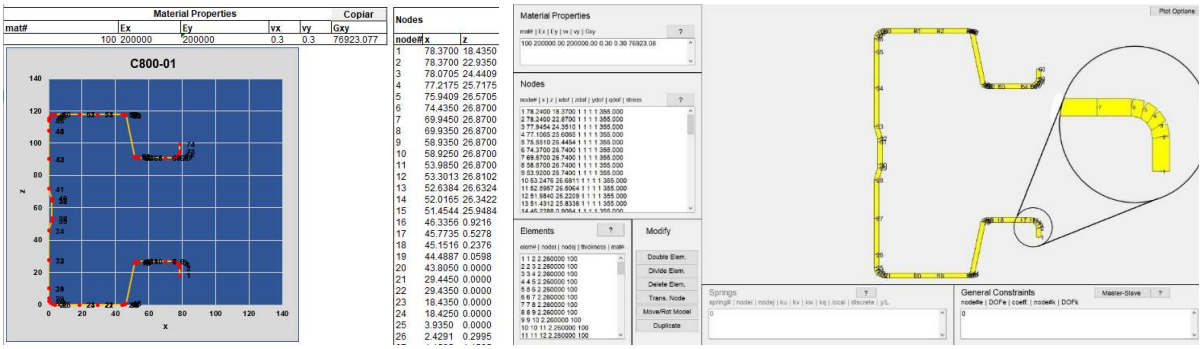
3.2 Força resistente teórica

As forças resistentes teóricas foram calculadas seguindo as seis opções apresentadas por Moen (2008), a metodologia apresentada trabalho de Casafont *et al*. (2013) e duas baseadas em Liu *et al*. (2021) descritas a seguir.

3.2.1 Análise de estabilidade elástica

Foram utilizados os programas CUFSM v5.01 ® (SCHAFER; ÁDANY, 2006) e CUTWP ® (SARAWIT; PEKÖZ, 2003) para análises de estabilidade elástica da seção e da coluna respectivamente. Foi elaborada uma planilha auxiliar no programa Microsoft Excel ® (MICROSOFT CORPORATION, 2016) para gerar a partir das dimensões de cada protótipo as coordenadas dos vértices das seções e das extremidades das perfurações (Figura 54). Os vértices arredondados dos perfis dos tipos B e C foram discretizados em 4 faixas finitas.

Figura 54 – Modelagem de uma seção no CUFSM v5.01 ® a partir de uma planilha auxiliar do Microsoft Excel ®.



Coordenadas geradas no Microsoft Excel ®

Coordenadas no CUFSM v5.01 ® com destaque para a discretização dos vértices

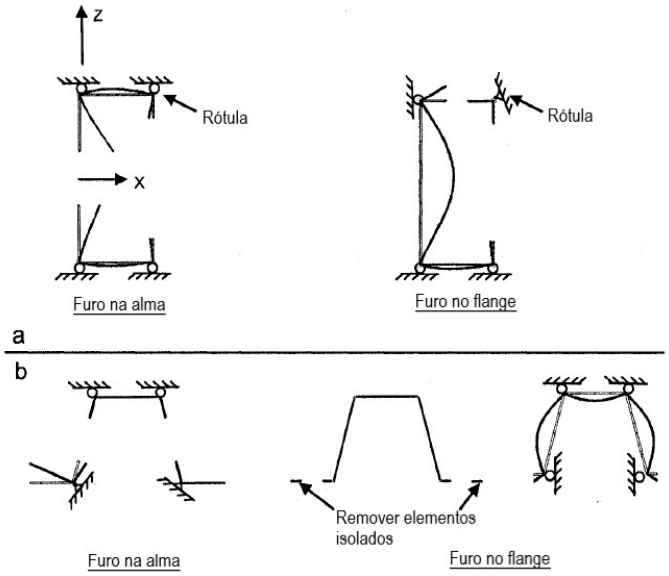
Fonte: elaborado pelo autor.

3.2.2 Adaptações do MRD propostas por Moen (2008)

Seguindo as propostas de Moen (2008), as forças axiais de flambagem local e distorcional elásticas foram calculadas pelo programa CUFSM v5.01 ®. Inicialmente, foram obtidos os valores das forças axiais de flambagem local e distorcional sem considerar a presença dos furos, utilizados na análise de estabilidade da seção bruta.

Para o cálculo da força axial de flambagem local considerando a presença das perfurações, a seção líquida foi modelada no CUFSM v5.01 ® com os vértices tendo o deslocamento restringido na direção z[6] para evitar os efeitos da flambagem distorcional (Figura 55). Nesse caso, a curva de assinatura apresenta apenas um valor mínimo local, correspondente ao mínimo de flambagem local. Caso o comprimento do furo na direção longitudinal seja menor que o comprimento de meia onda associado ao mínimo local, a força axial de flambagem local é tomada como sendo a correspondente ao comprimento do furo na curva de assinatura.

Figura 55 – Regras para modelagem da seção líquida de uma coluna no CUFSM v5.01 ® para a aplicação das adaptações de Moen (2008).



Fonte: (adaptado de MOEN, 2008).

[6] A direção z no CUFSM v5.01 ® equivale à direção y convencionada neste trabalho.

Para obter a força axial de flambagem distorcional a curva de flambagem elástica é gerada com a seção tendo a espessura da alma t_{web} reduzida de acordo com a Equação 56:

$$t_{web,hole} = \left(1 - \frac{L_{hole}}{L_{crd}}\right)^{\frac{1}{3}} t_{web} \qquad \textbf{Equação 56}$$

sendo:

- $t_{web,hole}$: espessura reduzida da alma;
- L_{hol} : comprimento longitudinal do furo;
- L_{crd}: comprimento correspondente ao mínimo local de flambagem distorcional da seção bruta;
- t_{web}: espessura da alma da seção bruta.

Assim como no caso da seção bruta, foi considerado para a força axial de flambagem distorcional o segundo mínimo local da curva de assinatura.

Quando o empenamento longitudinal do perfil é impedido nos apoios ($K_z = 0{,}5$), o comprimento de meia onda é diminuído, aumentando o valor da força axial de flambagem distorcional (MOEN, 2008). Nesses casos, o valor da força axial de flambagem foi aumentado pelo fator D_{boost} (AISI, 2020; MOEN, 2008):

$$D_{boost} = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{L_{crd}}{L}\right)^2 \qquad \textbf{Equação 57}$$

sendo:

- L_{crd}: comprimento correspondente ao mínimo local de flambagem distorcional da seção bruta;
- L: comprimento do perfil.

Para a força axial de flambagem global considerando a influência de furo(s), a seção deve ser modelada tendo a(s) espessura(s) na(s) região do(s) furo(s) reduzida(s) de acordo com a expressão:

$$t_{hole} = \frac{L - L_{HT}}{L} t$$ **Equação 58**

sendo:

- L: comprimento do perfil;
- L_{HT}: comprimento total perfurado na direção longitudinal ($L_{HT} = \sum L_H$);
- t: espessura do elemento perfurado.

O valor da força axial de flambagem global foi obtido através do programa CUTWP ®, que também lê as coordenadas geradas na planilha da Figura 54a. O programa obtém a força axial de flambagem de forma analítica, resolvendo a equação geral:

$$\begin{aligned}\left(P_{cre,y} - P\right)\left(P_{cre,x} - P\right)\left(P_{cre,\emptyset} - P\right) - \left(P_{cre,y} - P\right)\frac{P^2 x_0^2}{r_0^2} \\ + \left(P_{cre,x} - P\right)\frac{P^2 y_0^2}{r_0^2} = 0\end{aligned}$$ **Equação 59**

Os valores de resistência foram calculados utilizando as seis opções do trabalho de Moen (2008) mostradas no ANEXO A.

3.2.3 Método de Redução da Espessura (MRE)

A adaptação do MRD proposta por Casafont *et al.* (2012) envolve a redução fictícia de espessura dos elementos nas áreas perfuradas para posterior análise de estabilidade. As equações de redução associadas aos modos local, distorcional e global são mostradas respectivamente nas equações 60, 61 e 62.

$$t_{rl} = 0{,}61t\frac{D_{hh-a}b_{np}}{L_{hh}b_t} + 0{,}18t\frac{b_p}{L_h} + 0{,}11$$ **Equação 60**

$$t_{rd} = 0{,}9t\left(\frac{D_{hh}}{L_{hh}}\right)^{1/3}$$ **Equação 61**

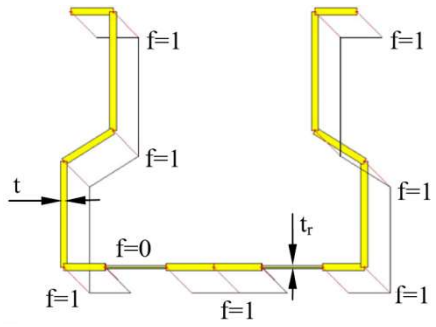
$$t_{re} = 0{,}7t\left(\frac{D_{hh}}{L_{hh}}\right)$$ **Equação 62**

sendo:

- t_{rl}: espessura da seção transversal na região do furo para análise da flambagem local;
- t_{rd}: espessura da seção transversal na região do furo para análise da flambagem distorcional;
- t_{re}: espessura da seção transversal na região do furo para análise da flambagem global;
- t: espessura da seção bruta;
- D_{hh}: distância longitudinal entre o fim de um furo e o início do próximo (D_{hh-a} para linhas de furos na alma; D_{hh-ea} para linhas de furos no enrijecedor de alma; D_{hh-fl} para linhas de furos nos flanges e D_{hh-} para linhas de furos nos flanges de ligação);
- b_{nh}: comprimento transversal não perfurado da alma;
- L_{hh}: comprimento longitudinal entre os centros dos furos (L_{hh-a} para linhas de furos na alma; L_{hh-ea} para linhas de furos no enrijecedor de alma; L_{hh-f} para linhas de furos nos flanges e L_{hh-f} para linhas de furos nos flanges de ligação);
- b_t: comprimento transversal do flange;
- b_h: comprimento total transversal perfurado;
- L_h: comprimento longitudinal do furo (L_{h-a} para furos na alma; L_{h-ea} para furos no enrijecedor de alma; L_{h-f} para furos nos flanges e L_{h-fl} para furos nos flanges de ligação).

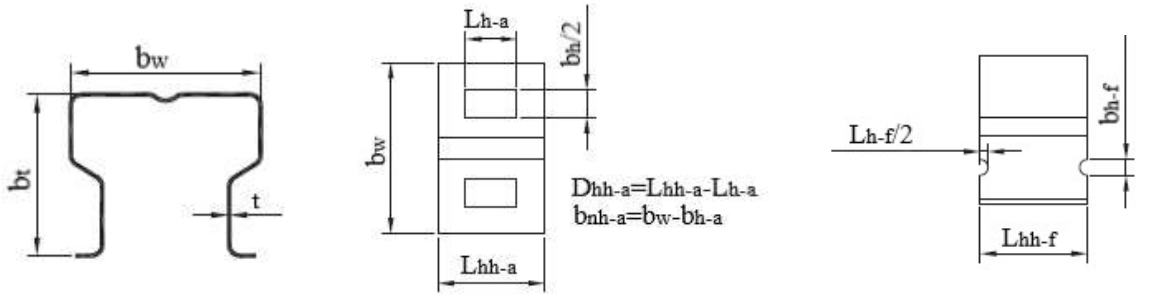
A Figura 56 e a Figura 57 mostram os parâmetros geométricos considerados nos cálculos de redução da espessura.

Figura 56 – Modelo do CUFSM de uma coluna perfurada com espessura reduzida. f é a tensão implementada no CUFSM, anulada nas regiões perfuradas.



Fonte: (adaptado de CASAFONT et al., 2013).

Figura 57 – Parâmetros geométricos principais do Método de Redução da Espessura.



Seção transversal Perfurações na alma Perfurações nos flanges

Fonte: (adaptado de CASAFONT et al., 2012).

As análises de estabilidade elástica necessárias ao método também foram realizadas via CUFSM v5.01 ® e CUTWP ®.

Para a aplicação do MRD considerando as perfurações, deve ser adotado para o cálculo da força de escoamento a menor área de seção líquida encontrada no perfil (A_{net}), assim sendo:

$$P_{ynet} = A_{net} f_y \qquad \textbf{Equação 63}$$

3.2.3.1 Proposta de Casafont *et al.* (2013) – MRE 1

Nesse trabalho, também foi utilizada a metodologia de Casafont *et al.* (2013), denominada MRE 1 a partir daqui. Casafont *et al.* (2013) reapresentam o método de redução da espessura de Casafont *et al.* (2012) com uma proposta de correção da

força axial de flambagem distorcional P_{crd}. Casafont *et al*. (2013) ressaltam que o modo tradicional de se obter a força axial de flambagem distorcional P_{crd} é conservador, por não considerar a influência das condições de contorno da peça.

Como já visto, Moen (2008) utiliza o fator D_{boost} para considerar o aumento no valor da força axial de flambagem. Já Casafont *et al*. (2013) indicam trocar o valor de P_{crd} por $P_{crd\ BC}$. $P_{crd\ BC}$ é encontrado ao gerar a curva de assinatura para a condição de contorno biengastada (*clamped-clamped* no CUFSM v5.01 ®), sendo ele o valor na curva correspondente ao comprimento da coluna. El-Kadi e Kiymaz (2015) aplicaram a metodologia de Casafont *et al*. (2013) nos perfis analisados experimentalmente por ele e obteve bons resultados ao considerar o valor de $P_{crd\ BC}$ para P_{crd}. O MRE 1, portanto, foi aplicado utilizando o valor de $P_{crd\ BC}$.

Casafont *et al*. (2013) apresentaram alguns limites dimensionais para os quais o método desenvolvido apresenta bons resultados, apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Limites para o MRE 1.

Parâmetros	Limites
b_w/t	24 a 88
b_t/t	26 a 83
b_t/b_w	0,48 a 1,87
L_{hh}	50 mm a 75 mm
b_h/L_h	≤ 1,6
b_{nh}/L_{hh}	0,33 a 0,62
b_{nh}/b_t	0,51 a 0,90
b_{h-f}/b_t	≤ 0,33
L_{h-f}/L_{hh-f}	≤ 0,35
$(b_{h-f}L_{h-f})/(b_tL_{hh-f})$	≤ 0,042

Fonte: (adaptado de CASAFONT et al., 2013).

3.2.3.2 Proposta de Liu *et al*. (2021) – MRE 2 e MRE 3

Além do método de Casafont *et al.* (2013), também foi utilizada a a versão do MRE apresentada por Liu *et al*. (2021). As equações de redução de espessura desenvolvidas pelos autores são mostradas na Equação 64 e na Equação 65.

$$t_{re} = t_{rl} = 0{,}6t\left(\frac{D_{hh}}{L_{hh}}\right) \quad \textbf{Equação 64}$$

$$t_{rd} = 0{,}8t\left(\frac{D_{hh}}{L_{hh}}\right)^{1/3} \quad \textbf{Equação 65}$$

Para a resistência às falhas global, local-global ou escoamento, agora denotada por P_{nlg}, o autor sugere utilizar a Equação 66 (baseada no conceito da área efetiva), considerando uma interação entre os modos local e global de flambagem no caso de $Q < 1$ (falha global sem flambagem local no caso de $Q = 1$):

$$P_{nlg} = P_{ne}\left[1 - (1 - Q)\left(\frac{P_{ne}}{P_{ynet\,g}}\right)^{\frac{Q}{1-Q}}\right] \quad \textbf{Equação 66}$$

com P_{ne} calculado via MRD considerando $A_{net\,g}$ na Equação 63 e Q obtido pela Equação 19.

Os autores também sugerem o cálculo da força nominal resistente à flambagem distorcional considerando a interação com o modo global pelo MRD:

$$P_{ndg} = \begin{cases} P_{ne}, & \text{para } \lambda_{dg} \leq 0{,}561 \\ \left[1 - 0{,}25\left(\frac{P_{crd}}{P_{ne}}\right)^{0{,}6}\right]\left(\frac{P_{crd}}{P_{ne}}\right)^{0{,}6}, & \text{para } \lambda_{dg} > 0{,}561 \end{cases} \quad \textbf{Equação 67}$$

com λ_{dg} sendo o índice de esbeltez associado à flambagem distorcional-global dado por:

$$\lambda_{dg} = \sqrt{\frac{P_{ne}}{P_{crd}}} \quad \textbf{Equação 68}$$

A força nominal resistente corresponde então ao menor valor entre P_{nlg} e P_{ndg}.

A força axial de flambagem local não é utilizada nessa adaptação, sendo a influência desse fenômeno, representada pelo Fator de Forma. Dessa forma, Liu *et al*. (2021) remetem também à necessidade de um ensaio experimental para avaliar a resistência de colunas de perfis rack, devido à falta de precisão do método proposto por Casafont *et al.* (2013) para a análise da falha local-global. A metodologia proposta por Liu *et al*. (2021) é apresentada como método de cálculo da resistência na norma ANSI MH16.1 (RMI, 2021a).

A norma ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) sugere utilizar as recomendações da AISI S100 (AISI, 2020) para se obter a força axial de flambagem distorcional. Portanto, para efeitos de comparação, as duas metodologias de cálculo da resistência baseadas no trabalho de Liu *et al*. (2021) utilizadas neste trabalho se diferenciam pelo modo de correção de P_{crd}: a metodologia denominada MRE 2 utilizou o procedimento indicado na norma AISI S100 (AISI, 2020) (que corrige o P_{crd} com o fator D_{boost}), enquanto a metodologia MRE 3 utilizou a sugestão de Casafont *et al*. (2013) (utilizar $P_{crd\,BC}$ no lugar de P_{crd}). Para o MRE 2 e o MRE 3 foram escolhidos no banco de dados apenas os protótipos que possuem dados de ensaios de colunas curtas que atendem as exigências das normas ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) e AISI S902 (AISI, 2017).

3.3 Erro de modelo

Foi calculado o erro de modelo (P) de cada protótipo. O erro de modelo é tratado a partir de cada agrupamento escolhido como uma variável aleatória. Utilizando o programa MINITAB 19 ® (MINITAB LLC, 2019), foi escolhida via teste de aderência de *Anderson-Darling* a distribuição de probabilidade que melhor se ajusta aos dados da variável erro de modelo. Foram realizados ajustes para todos os dados agrupados ou grupos separados de acordo com o modo de falha indicado pelas adaptações do MRD. As distribuições avaliadas foram: normal, lognormal, extremo tipo I de máximo (Gumbel) e extremo tipo III de mínimo (Weibull).

3.4 Índices de confiabilidade

A função estado limite estudada é mostrada na Equação 69, onde a solicitação foi considerada como composta por apenas ações permanentes e ações variáveis das unidades de armazenamento:

$$g = R - S = R_n(PMF) - (D + U) \qquad \textbf{Equação 69}$$

Considerando ações nominais, os projetos via Método dos Estados Limites a partir do LRFD, do LSD e da NBR 15524-2 (ABNT, 2007a) seguem a Equação 70. Para compressão simples: $R_n = P_n$ e $c_D = c_U = 1$.

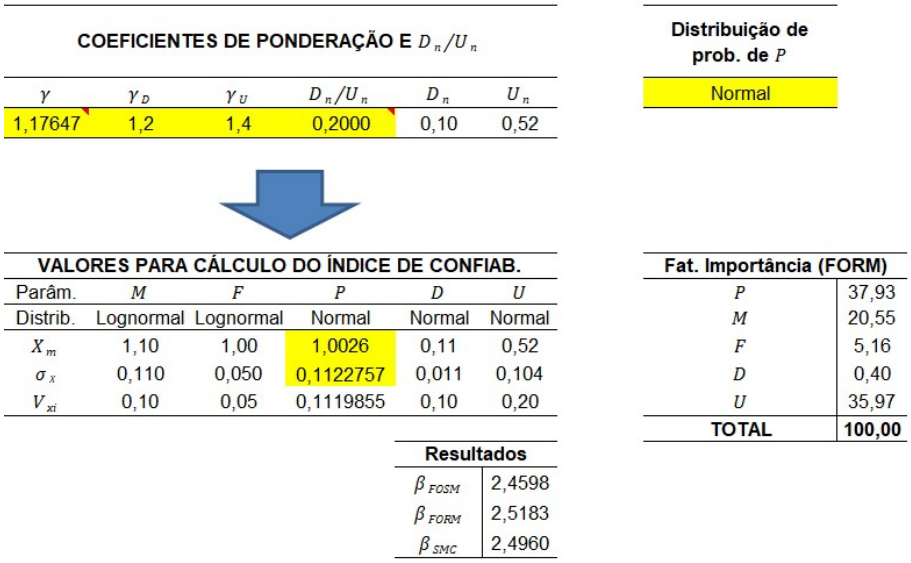
$$\frac{R_n}{\gamma} = \phi R_n \geq c_D \gamma_D D_n + c_U \gamma_U U_n \qquad \textbf{Equação 70}$$

sendo:

- γ_D: coeficiente de ponderação da ação permanente;
- γ_U: coeficiente de ponderação da ação variável das unidades de armazenamento.

Foram empregados o método FOSM, o FORM e a Simulação de Monte Carlo (SMC) para encontrar os índices de confiabilidade β e a probabilidade de falha P_f, considerando as combinações de ações dos métodos LRFD e LSD e da NBR 15524-2 (ABNT, 2007a). Os métodos de confiabilidade foram implementados em uma planilha criada no programa Microsoft Excel ® (MICROSOFT CORPORATION, 2016), onde os parâmetros de entrada são γ, γ_D, γ_U, D_n/U_n, e os parâmetros P_m e V_P do erro de modelo (Figura 58). No caso das normas que utilizam ϕ como coeficiente de ponderação da resistência, é introduzido no lugar de γ o valor de $1/\phi$.

Figura 58 – Interface da planilha de cálculo dos índices de confiabilidade.



COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO E D_n/U_n

γ	γ_D	γ_U	D_n/U_n	D_n	U_n
1,17647	1,2	1,4	0,2000	0,10	0,52

Distribuição de prob. de P: Normal

VALORES PARA CÁLCULO DO ÍNDICE DE CONFIAB.

Parâm.	M	F	P	D	U
Distrib.	Lognormal	Lognormal	Normal	Normal	Normal
X_m	1,10	1,00	1,0026	0,11	0,52
σ_X	0,110	0,050	0,1122757	0,011	0,104
V_{xi}	0,10	0,05	0,1119855	0,10	0,20

Resultados	
β_{FOSM}	2,4598
β_{FORM}	2,5183
β_{SMC}	2,4960

Fat. Importância (FORM)	
P	37,93
M	20,55
F	5,16
D	0,40
U	35,97
TOTAL	100,00

Fonte: elaborado pelo autor.

A Tabela 9 apresenta as combinações e os coeficientes de ponderação das ações do LRFD, do LSD e da NBR 15524-2 (ABNT, 2007a) para a Equação 70. Para o LSD, foi considerado $\gamma_U = \gamma_L = 1{,}5$ (AISI, 2020), já que não foram encontrados valores específicos de coeficientes para a ação variável das unidades de armazenamento.

Tabela 9 – Combinações de ações.

Norma	Combinação
ANSI MH16.1 - LRFD	$1{,}2D_n + 1{,}4U_n$
AISI S100 - LSD	$1{,}25D_n + 1{,}5U_n$
NBR 15524-2	$1{,}3D_n + 1{,}4U_n$

Fonte: (ABNT, 2007a; AISI, 2020; RMI, 2021a).

No caso de ações permanentes D e ações variáveis L atuantes, a norma AISI S100 (AISI, 2020) traz relações L_n/D_n utilizadas para calibração do LRFD e LSD; respectivamente de 5 e 3. Não foram encontradas pelo autor relações de calibração específicas do tipo U_n/D_n para as normas ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) e NBR 15524-2 (ABNT, 2007a). Sendo assim, as relações de 5 e 3 foram também consideradas para U_n/D_n para o LRFD e o LSD respectivamente. As normas NBR 15524-2 (ABNT,

2007a) e NBR 14762 (ABNT, 2010) não apresentam uma relações L_n/D_n ou U_n/D_n definidas para cálculos de índices de confiabilidade ou calibração de γ. Sendo assim, foram calculados índices de confiabilidade para as relações de 3 e 5.

Na Tabela 10 são apresentados os coeficientes de ponderação da resistência consultados nas normas AISI S100 (AISI, 2020), ANSI MH16.1 (RMI, 2021a), NBR 14762 (ABNT, 2010) e NBR 15524-2 (ABNT, 2007a). Não foi utilizado o coeficiente $\gamma = 1{,}0$ da norma NBR 15524-2 (ABNT, 2007a), por não corresponder ao cálculo da resistência via MRD. Para a combinação de ações desta norma, foi utilizado o coeficiente de ponderação $\gamma = 1{,}20$ que a NBR 14762 (ABNT, 2010) indica para o cálculo da resistência de colunas não perfuradas utilizando o MRD.

Tabela 10 – Coeficientes de ponderação da resistência para cada estado limite.

Modo de falha	AISI S100 - LRFD	AISI S100 - LSD	ANSI MH16.1 - LRFD	NBR 14762	NBR 15524-2
Flambagem global ou escoamento	$\phi = 0{,}85$	$\phi = 0{,}80$	$\phi = 0{,}85$	$\gamma = 1{,}20$	$\gamma = 1{,}00$
Flambagem local interagindo com a global ou escoamento	$\phi = 0{,}85$	$\phi = 0{,}80$			
Flambagem distorcional	$\phi = 0{,}85$	$\phi = 0{,}80$			

Fonte: (ABNT, 2007a, 2010; AISI, 2020; RMI, 2021a).

Como visto na Tabela 10, os valores dos coeficientes de ponderação da resistência da AISI S100 (AISI, 2020), podem ser diferentes de acordo com o modo de falha considerado, ainda que para os três modos o valor coincida para o LRFD ou LSD. No corpo principal da NBR 14762 (ABNT, 2010), o valor de γ é reafirmado para os modos global (com ou sem flambagem local em interação) e distorcional. No ANEXO C da norma, onde o MRD é apresentado, um valor universal de $\gamma = 1{,}20$ é apresentado para os modos global, local e distorcional. Já a ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) remete ao valor de $\phi = 0{,}85$ da AISI S100 (AISI, 2020) para todos os modos de falha de colunas. Dessa forma, os índices de confiabilidade serão calculados considerando todas as colunas ou agrupamentos por modos de falha.

Para o método FOSM, Ganesan (2010) explicitou a Equação 23 levando em conta as considerações para R e S mostradas na Seção 2.4.6 deste trabalho. Adaptando para combinações no padrão da Equação 70, tem-se a Equação 71 para o método FOSM, implementada na planilha da Figura 58.

$$\beta = \frac{\ln\left[\frac{\gamma P_m M_m F_m \left(\gamma_D \frac{D_n}{U_n} + \gamma_U\right)}{\frac{D_m}{D_n}\frac{D_n}{U_n} + \frac{U_m}{U_n}}\right]}{\sqrt{V_P^2 + V_M^2 + V_F^2 + \frac{\left(\frac{D_m}{D_n}\right)^2 \left(\frac{D_n}{U_n}\right)^2 V_D^2 + V_U^2}{\left(\frac{D_m}{D_n}\frac{D_n}{U_n} + \frac{U_m}{U_n}\right)^2}}} \qquad \textbf{Equação 71}$$

Já o FORM foi implementado seguindo o roteiro da Tabela 2 e utilizando o algoritmo de Low e Tang (2004) para conversão das variáveis em normais equivalentes estatisticamente independentes (ANEXO B) e o critério de convergência da Equação 72. Como as variáveis envolvidas foram consideradas independentes baseadas nos trabalhos apresentados na Seção 2.4, a matriz de correlação $\boldsymbol{\rho}$ implementada corresponde à matriz identidade. Os parâmetros de M e F seguiram a Tabela 4.

$$\frac{\|\boldsymbol{V}_{k+1}\| - \|\boldsymbol{V}_k\|}{\|\boldsymbol{V}_{k+1}\|} \leq 0{,}01\% \qquad \textbf{Equação 72}$$

A Simulação de Monte Carlo foi implementada na planilha de acordo com a Tabela 3. O número escolhido de simulações foi de 100.000 baseado em Capanema (2018) e Toledo (2019). A SMC também considerou as distribuições de probabilidade ajustadas a P, com suas respectivas funções inversas de distribuição acumulada.

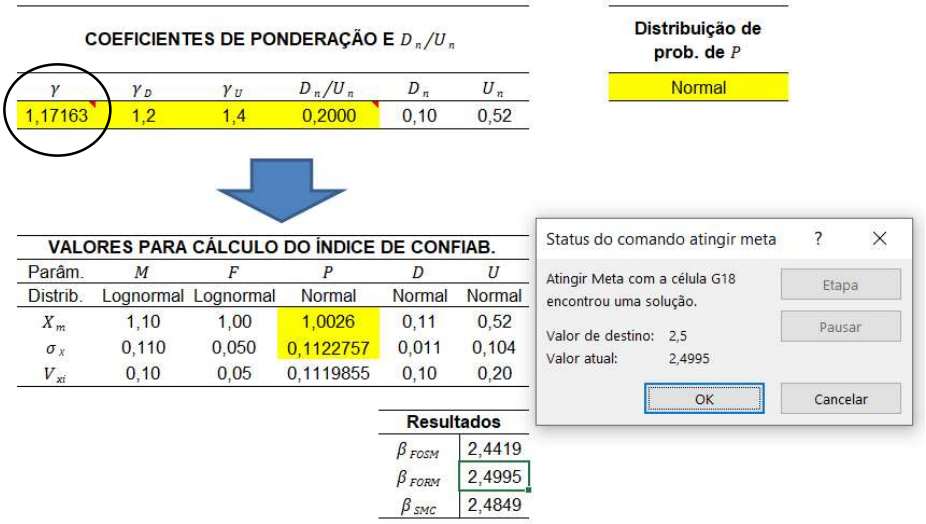
3.5 Coeficientes de ponderação da resistência

Os coeficientes de ponderação da resistência foram calibrados pelo método FOSM e pelo FORM para as adaptações do MRD estudadas e para as mesmas combinações de ações consideradas nos cálculos dos índices de confiabilidade. Foram considerados os índices de confiabilidade alvo $\beta_0 = 2{,}5$ para as combinação

de ações do LRFD da ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) e a combinação da NBR 15524-2 (ABNT, 2007a), e $\beta_0 = 3{,}0$ para o LSD. Os índices alvo foram consultados nas normas AISI S100 (AISI, 2020) e NBR 14762 (ABNT, 2010), já que a ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) e a NBR 15524-2 (ABNT, 2007a) não trazem valores de β_0 de forma explícita.

Para se obter coeficientes de ponderação da resistência γ correspondentes a cada β_0, foi utilizado o comando atingir meta do programa Microsoft Excel ® (MICROSOFT CORPORATION, 2016), que no caso da planilha da Figura 58, altera o valor de γ até que o alvo seja atingido, considerando uma tolerância de 0,001. A Figura 59 apresenta uma calibração para o alvo de $\beta_0 = 2{,}5$ utilizando o atingir meta.

Figura 59 – Calibração do coeficiente de ponderação da resistência pelo atingir meta.



Fonte: elaborado pelo autor.

Para se obter o coeficiente de ponderação da resistência na forma ϕ, basta realizar a divisão $\phi = 1/\gamma$. Os valores de γ que se apresentaram maiores que o valor normativo (ou valores de ϕ que se apresentaram menores) foram sugeridos como nova proposta de adoção. Os agrupamentos de dados foram os mesmos utilizados nos cálculos dos índices de confiabilidade, assim como os mesmos parâmetros estatísticos e distribuições de probabilidade do erro de modelo.

4 RESULTADOS

4.1 Força resistente teórica

A Tabela 11 traz a quantidade de colunas agrupadas por modo de falha previsto por cada uma das adaptações do Método da Resistência Direta (MRD). Poucos protótipos tiveram a falha prevista como global ou escoamento ou local-global para o MRE 2 e o MRE 3, devido à baixa quantidade de resultados experimentais de resistência de colunas longas. Os valores detalhados das resistências nominais (P_n) e experimentais (P_{exp}) à compressão são apresentados no APÊNDICE A de acordo com os códigos da Tabela 6.

Tabela 11 – Quantidade de colunas por modo de falha.

Método de Cálculo	Agrupamento			
	Todos	Global	Local-global	Distorcional
Opção 1	84	8	29	47
Opção 2	84	13	22	49
Opção 3	84	2	42	40
Opção 4	84	2	33	49
Opção 5	84	4	34	46
Opção 6	84	0	56	28
MRE 1	84	18	36	30
MRE 2	43	0	7	36
MRE 3	43	0	12	31

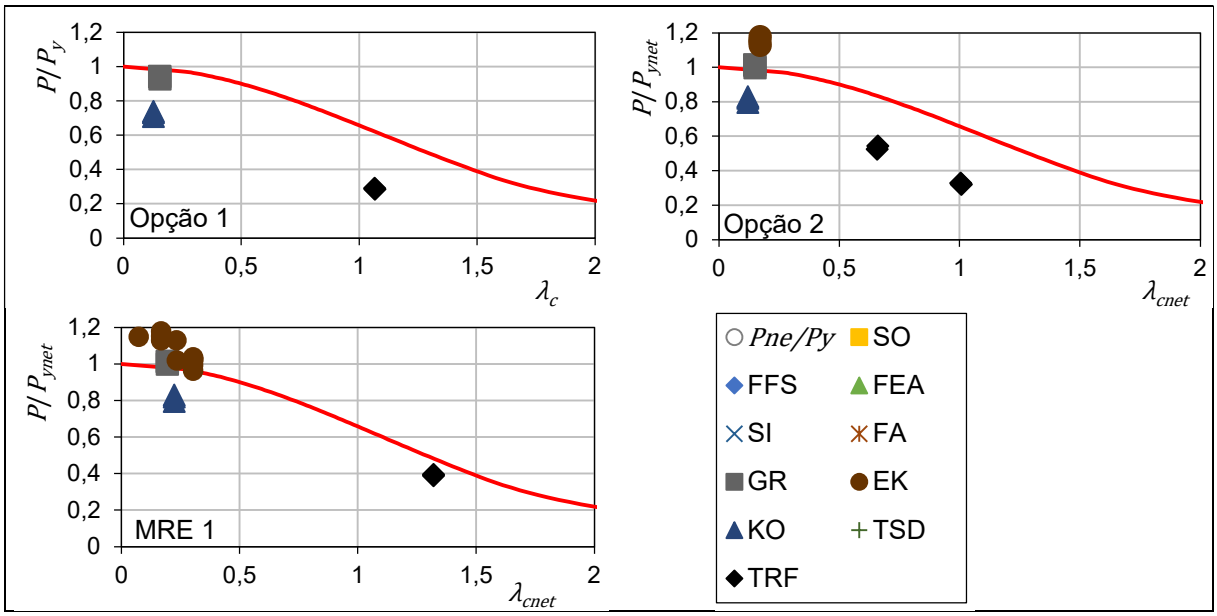
Fonte: elaborado pelo autor.

Serão mostrados a seguir os gráficos com as representações das forças resistentes experimentais comparadas às curvas do MRD. Os pontos no gráfico são as forças resistentes experimentais em que a adaptação do MRD acusou a falha pelo modo analisado no respectivo gráfico.

4.1.1 Falha global/escoamento

Segue na Figura 60 as forças resistentes últimas dos protótipos em que as adaptações indicaram falha por flambagem global ou escoamento, comparadas às curvas de resistência nominal. Foram selecionadas adaptações que indicaram falha de pelo menos 6 colunas.

Figura 60 – Comparação entre as resistências experimentais e previstas dos protótipos apresentaram falha global ou escoamento.



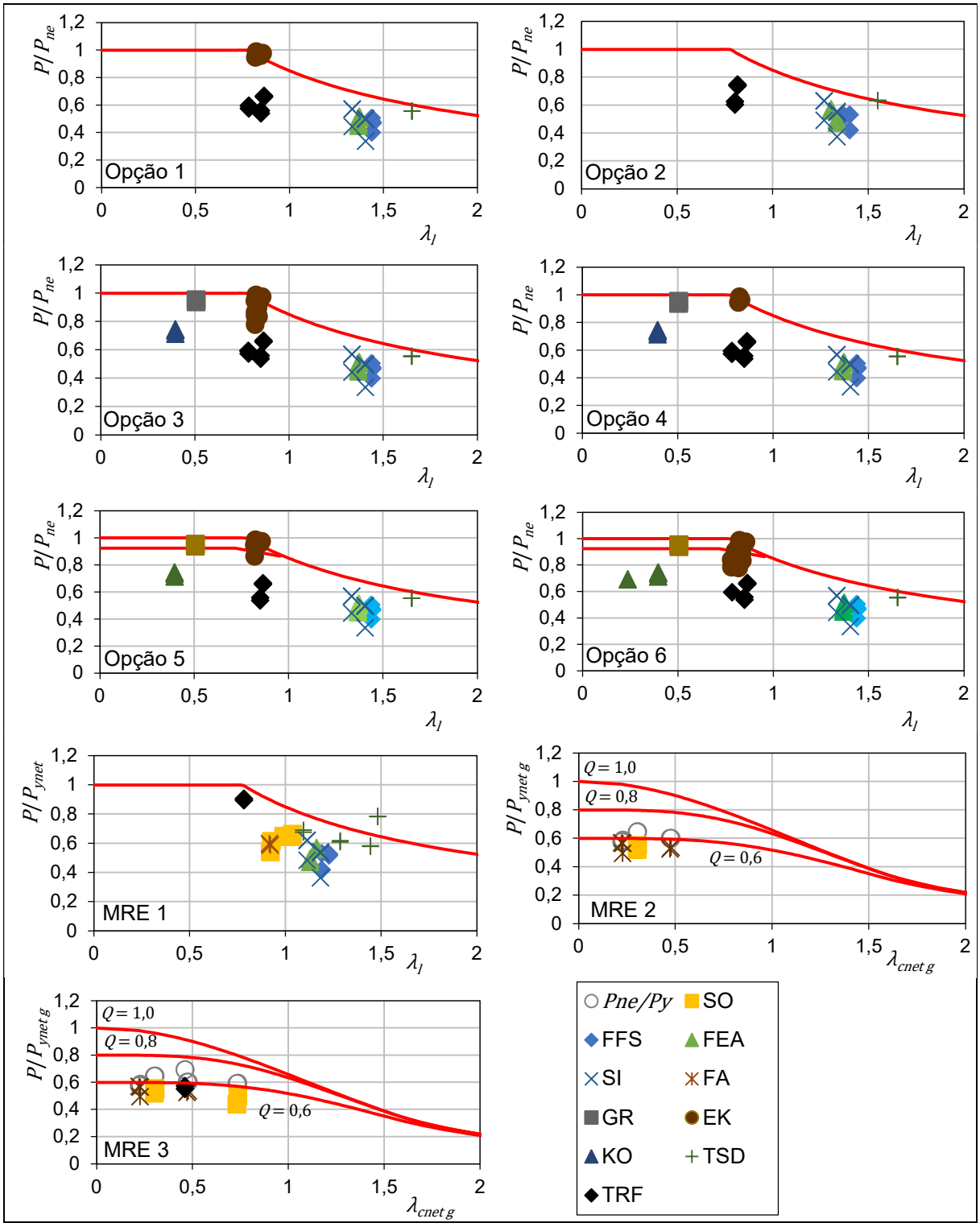
Fonte: elaborado pelo autor.

Para as opções 1 e 2, os resultados teóricos apresentaram o mesmo comportamento gráfico dos experimentais. Apesar disso, a curva dos resultados calculados via MRD está acima dos valores experimentais de resistência na maioria dos casos. Na Opção 2 e no MRE 1, a adaptação apresentou uma boa previsão de resistência para as colunas curtas EK e GR. As colunas curtas KO e médias e longas TRF apresentaram previsões de resistência contra a segurança para os três métodos.

4.1.2 Falha local-global

Na Figura 61 são mostradas as forças resistentes últimas (P_{exp}) dos protótipos comparadas às curvas de resistência nominal à flambagem local-global.

Figura 61 – Comparação entre as resistências experimentais e previstas dos protótipos que apresentaram flambagem local-global.



Fonte: elaborado pelo autor.

Para todas as metodologias propostas por Moen (2008), a previsão indicou que os protótipos FFS, FEA e SI apresentam flambagem local antes de atingir a força

resistente última (flambagem global ou escoamento). A Opção 6 é a que mais apresenta protótipos em que a falha local-global prevalece. Nas opções de Moen (2008), as resistências nominais são quase sempre maiores que as experimentais, com boas previsões apenas para as colunas GR e EK e TSD.

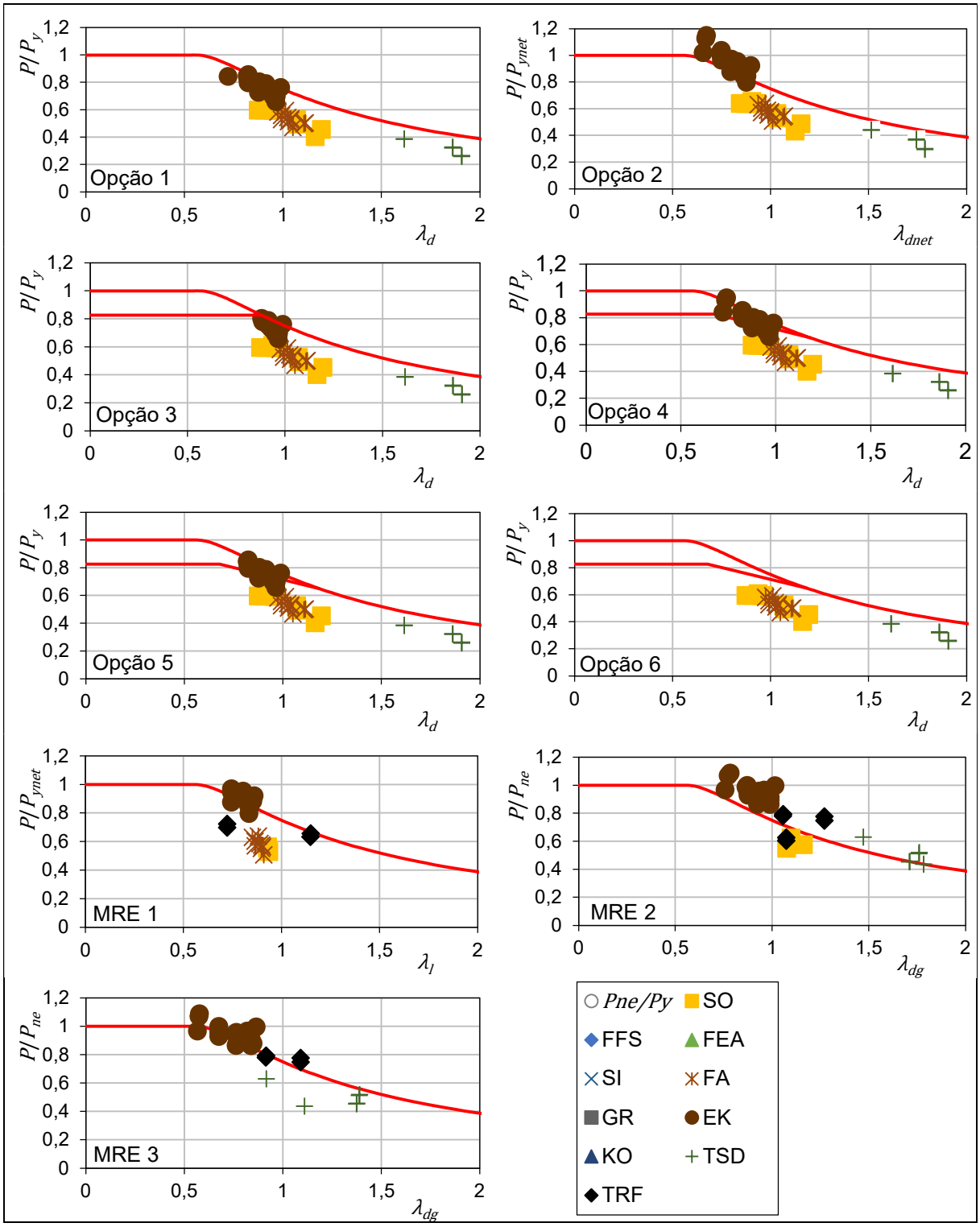
O MRE 1 apresentou previsões a favor da segurança para os protótipos EK, porém as demais colunas apresentaram valores inseguros para P_{nl}. MRE 2 e MRE 3 já apresentaram resultados de P_{nlg} mais próximos dos experimentais, ainda assim com algumas previsões superestimadas para os poucos resultados disponíveis. Para essas adaptações, foram representadas várias curvas de P_{nlg}/P_y, por dependerem do valor do Fator de Forma Q. Foram plotados nesses casos os valores individuais P_{nlg}/P_y, que confirmam a boa aproximação.

4.1.3 Falha distorcional

Na Figura 62, os resultados experimentais comparados as curvas de flambagem distorcional das adaptações do MRD. A falha distorcional foi o modo mais mais acusado pelas opções de Moen (2008), englobando os protótipos SO e FA e boa parte dos protótipos TSD e EK, com melhores previsões para este último. Os valores experimentais são próximos dos teóricos na transição entre o regime inelástico e o elástico. Porém, à medida que o índice de esbeltez distorcional avança pela parte elástica da curva, os valores experimentais vão se distanciando da curva do MRD, descrevendo uma curva mais inclinada abaixo da curva nominal. Alguns gráficos do trabalho de Neiva *et al*. (2018) também apresentaram esse comportamento.

As previsões do MRE 1 são boas para os protótipos EK e TRF, mas no caso dos protótipos SO e FA, as resistências experimentais são menores que as nominais. O MRE 2 e o MRE 3 ao considerarem a interação distorcional-global preveem de forma mais segura a resistência. Para o MRE 2, os valores de P_{ndg} para os protótipos EK são levemente conservadores. Para esses protótipos, o MRE 3 calcula uma resistência mais próxima da experimental.

Figura 62 – Comparação entre as resistências experimentais e previstas dos protótipos que apresentaram falha distorcional.

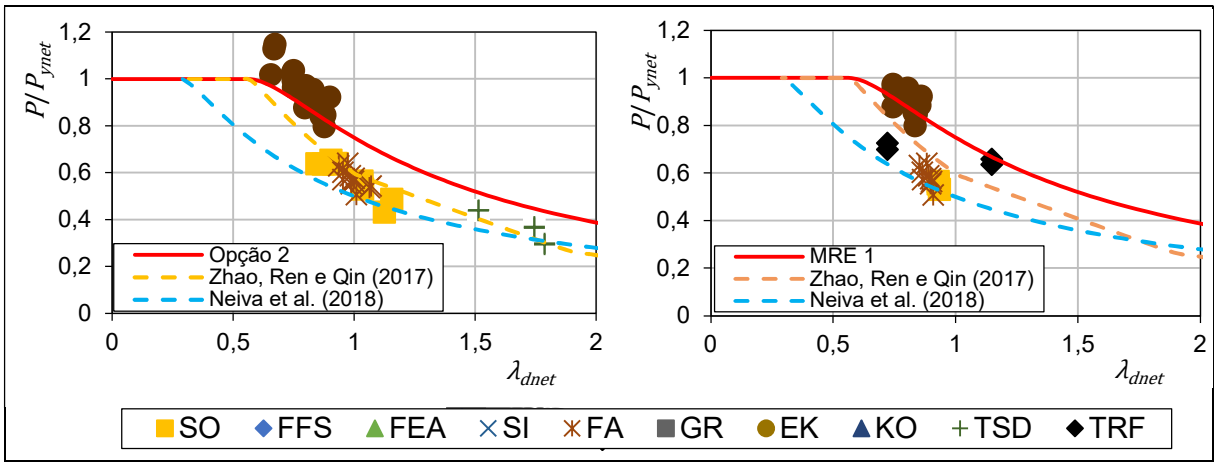


Fonte: elaborado pelo autor.

Para a Opção 2 e o MRE 1 é possível comparar as previsões de resistência com as equações propostas por Zhao, Ren e Qin (2017) e Neiva *et al*. (2018) por utilizarem

a área líquida no cálculo da força de escoamento. As duas propostas apresentam previsões mais seguras frente aos resultados experimentais, especialmente a de Neiva *et al*. (2018). Apesar de ser bastante conservadora quando comparada aos protótipos EK, a curva calibrada por Neiva *et al*. (2018) apresenta uma previsão segura para as colunas SO, FA, TSD e TRF.

Figura 63 – Comparação entre a Opção 2 e o MRE 1 com as propostas de Zhao, Ren e Qin (2017) e Neiva *et al*. (2018).

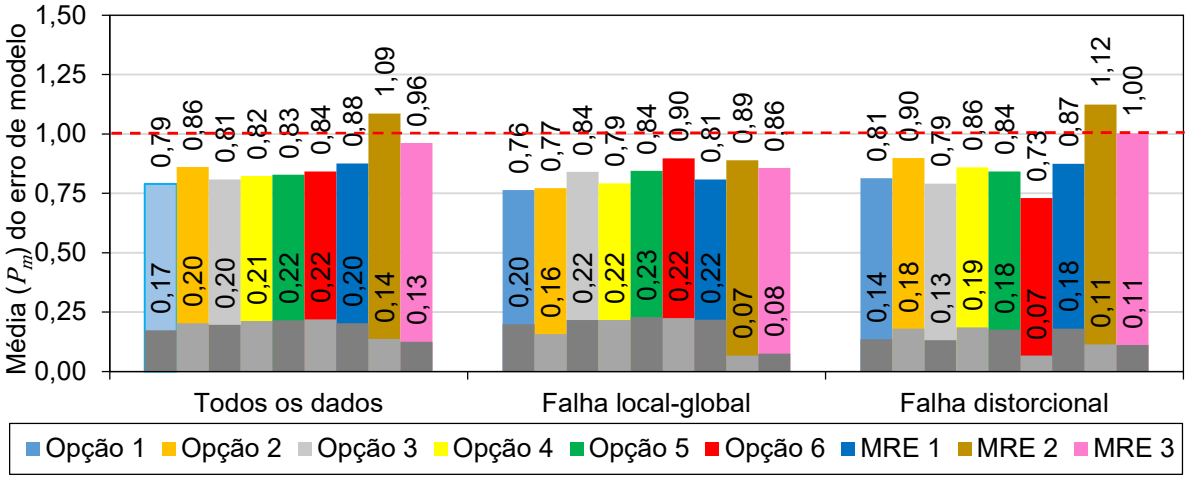


Fonte: elaborado pelo autor.

4.2 Erro de modelo

A Figura 64 apresenta os valores médios do erro de modelo P e seus coeficientes de variação V_P associados, considerando todos os protótipos e agrupamentos por modo de falha. Não houve cálculo para falha global nem o posterior ajuste de distribuição de probabilidade, devido à baixa quantidade de dados.

Figura 64 – Média e coeficientes de variação (em escala de cinza) dos dados de P.



Fonte: elaborado pelo autor.

Observa-se valores médios P_m do erro de modelo abaixo de 1 (contra a segurança) no caso das opções de Moen (2008), especialmente ao se considerar falha local-global. Para esse modo, a Opção 6 apresenta o melhor valor de P_m, enquanto a Opção 2 apresenta o melhor valor para a falha distorcional, ambos ainda abaixo de 1. Sobre as adaptações baseadas no Método de Redução da Espessura, o MRE 1 apresentou valores próximos aos das opções de Moen (2008) e contra a segurança, especialmente no caso da falha local-global, reforçando a imprecisão do método destacada por Casafont *et al.* (2013).

O MRE 2 e o MRE 3 apresentaram os valores mais seguros. Os valores para a falha local-global são melhores que os das opções de Moen (2008) devido aos baixos valores de V_P. Apesar disso, as médias do erro de modelo são ainda menores que 1. A diferença entre os valores de V_P do MRE 1 para o MRE 2 e o MRE 3 indicam que a incorporação do fator de forma Q na previsão da resistência à falha local-global proposta por Liu *et al*. (2021) pode ter melhorado a precisão do MRE 1.

No caso da falha distorcional, MRE 2 e MRE 3 são as adaptações mais seguras para o Método da Resistência Direta, com valores de P_m acima de 1. O MRE 2 apresenta para esse caso uma resistência experimental em média 12% maior que a prevista. O MRE 3 prevê a resistência de forma uma mais precisa que o MRE 2 ($P_m = 1{,}0$).

Os gráficos de probabilidade ajustados aos agrupamentos de erro de modelo são apresentados no APÊNDICE B. A Tabela 12 resume as distribuições de probabilidade ajustadas.

Tabela 12 – Ajustes de probabilidade de P para cada agrupamento.

Método de Cálculo	Agrupamento		
	Todos	**Local-global**	**Distorcional**
Opção 1	Lognormal	Gumbel	Lognormal
Opção 2	Gumbel	Lognormal	Gumbel
Opção 3	Normal	Lognormal	Gumbel
Opção 4	Gumbel	Gumbel	Gumbel
Opção 5	Gumbel	Gumbel	Gumbel
Opção 6	Gumbel	Weibull	Weibull
MRE 1	Gumbel	Gumbel	Normal
MRE 2	Normal	Gumbel	Normal
MRE 3	Normal	Gumbel	Normal

Fonte: elaborado pelo autor.

As distribuições normal e lognormal se ajustaram a poucos agrupamentos, apesar de serem comuns em problemas de engenharia. Uma variável aleatória X_i segue uma distribuição lognormal se $\ln(X_i)$ seguir uma distribuição normal, e é amplamente usada em análises de confiabilidade estrutural principalmente por representar variáveis aleatórias que não podem assumir valores negativos (HALDAR; MAHADEVAN, 2000; NOWAK; COLLINS, 2000).

A maior parte dos agrupamentos é melhor representada pela distribuição assimétrica de Gumbel. A distribuição de Gumbel (extremo tipo I de máximo) se ajustou melhor à maioria das opções de Moen (2008) ao se considerar todos os dados ou falha distorcional. Já a distribuição de Weibull (extremo tipo III de mínimo) dominou os agrupamentos da Opção 6. A distribuição de Weibull é muito comum a variáveis que possuem um limite inferior, e em análises de confiabilidade e descrição de resistências de materiais (HALDAR; MAHADEVAN, 2000; IBE, 2005).

4.3 Índices de confiabilidade

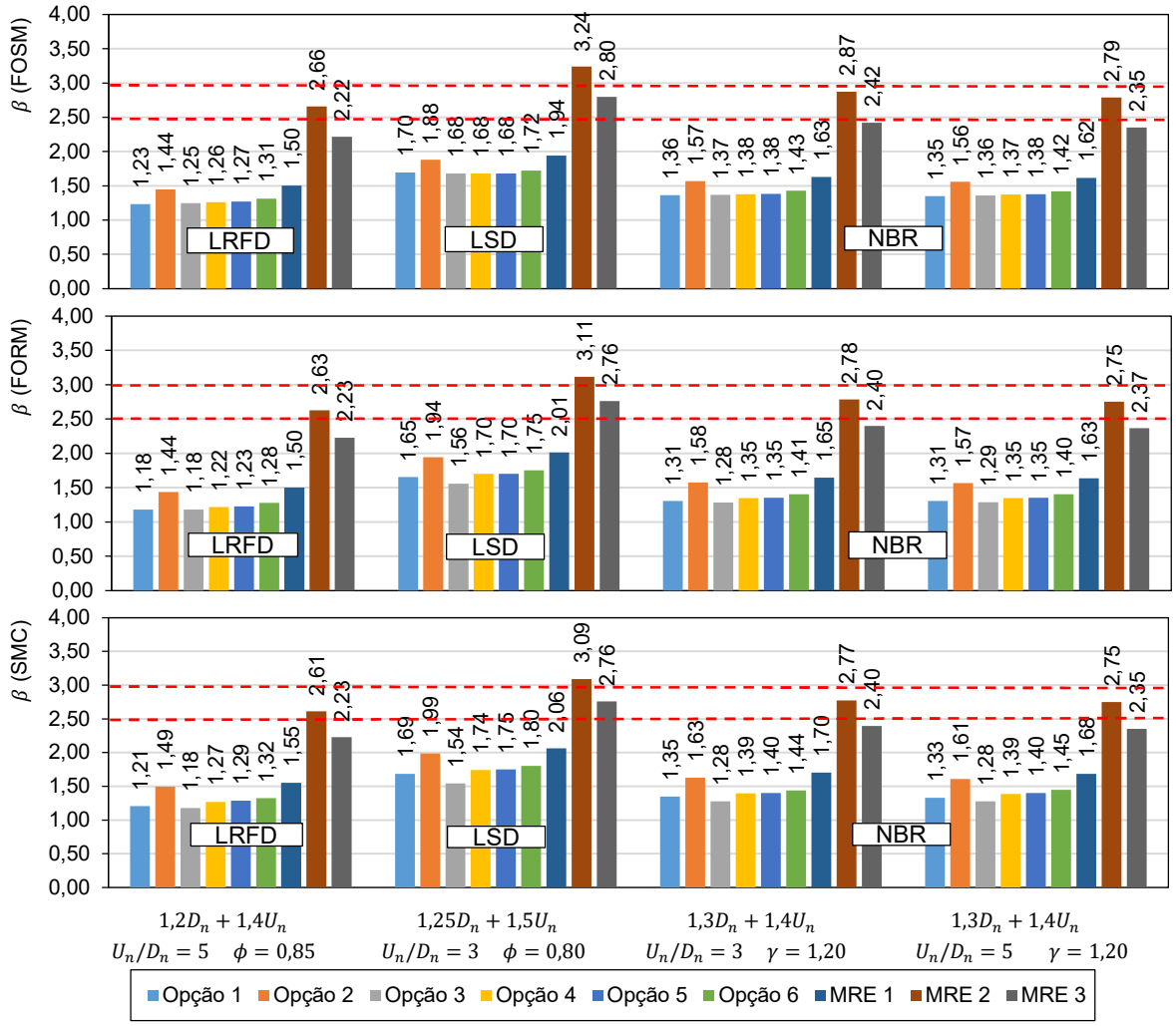
Os valores calculados dos índices de confiabilidade para as combinações de ações consideradas no trabalho são apresentados no APÊNDICE C de forma detalhada. Nos subtópicos a seguir, serão analisadas as combinações definidas para o LRFD, o LSD e a NBR 15524-2 (ABNT, 2007a) no Capítulo 0. Em geral, os índices de confiabilidade calculados pelos métodos foram próximos, mostrando boa convergência para o FORM.

4.3.1 Todos os dados

Na Figura 65 são mostrados os índices de confiabilidade para todos os dados, calculados pelos três métodos de confiabilidade adotados neste trabalho. No caso das opções 1 e 3 de Moen (2008), em que P se ajustou melhor à distribuição lognormal, os valores de β obtidos são próximos para os três métodos de confiabilidade. Para as últimas opções de Moen (2008) nas quais a distribuição de Gumbel foi ajustada para descrever P, os índices de confiabilidade obtidos via FOSM são maiores.

No caso das opções de Moen (2008), nenhum índice de confiabilidade atingiu o alvo de calibração das normas, seja ele 2,5 (LRFD e NBR) ou 3,0 (LSD). A Opção 2 apresentou os melhores resultados dentre elas, com valores próximos a 1,45 para o LRFD. As adaptações do MRD baseadas no trabalho de Liu *et al*. (2021) apresentaram melhores resultados que as opções de Moen (2008), concordando com seus melhores valores de P_m e V_P vistos na Seção 4.2. Apenas o MRE 2 atingiu os alvos de calibração do LRFD, do LSD e da NBR pelos três métodos de confiabilidade.

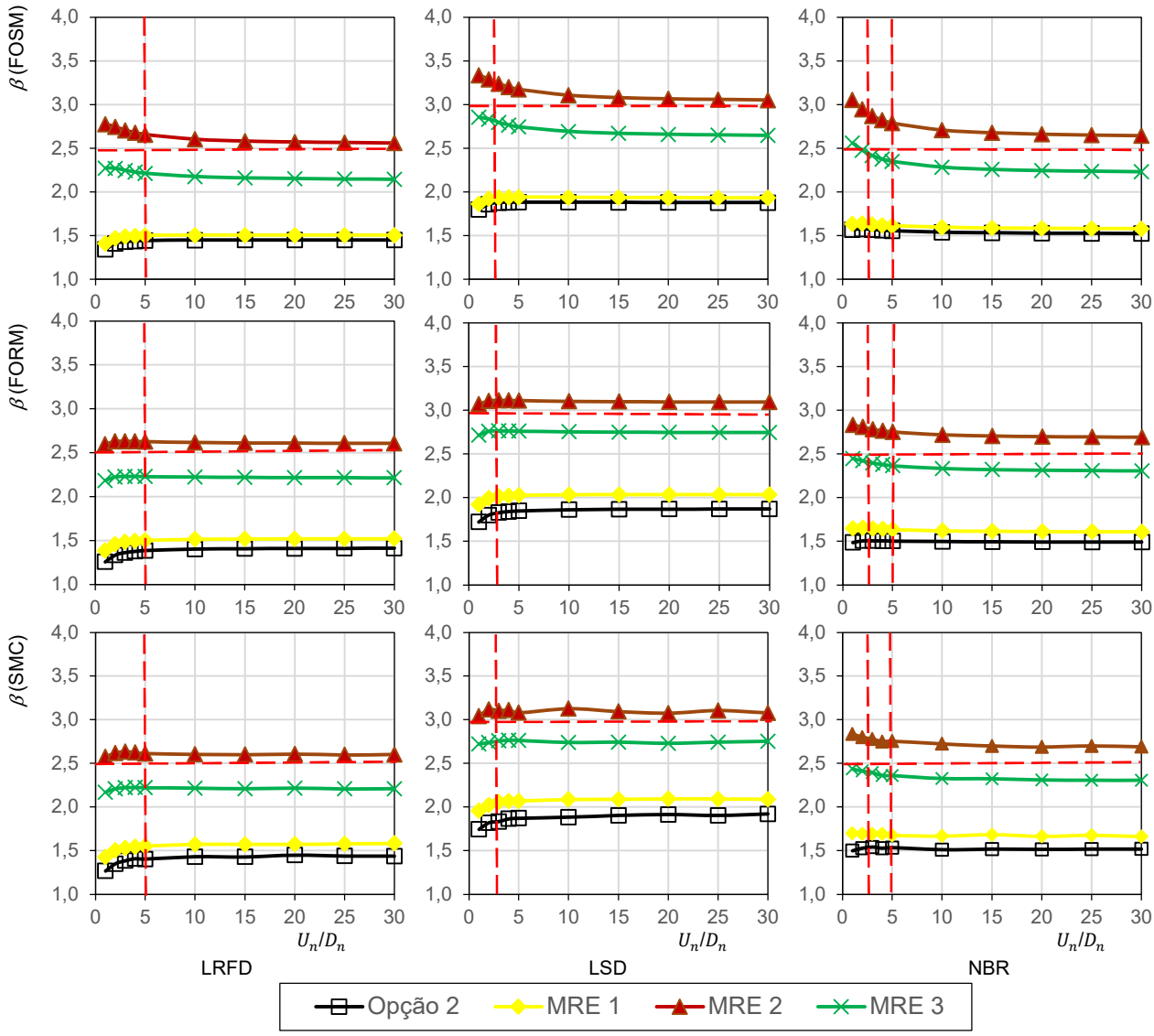
Figura 65 – Índices de confiabilidade considerando todos os dados.



Fonte: elaborado pelo autor.

Nos conjuntos de valores atribuídos à NBR 15524-2 (ABNT, 2007a), o aumento da relação U_n/D_n de 3 para 5 provocou a diminuição do índice de confiabilidade no caso das adaptações com maiores valores de β. Já nos casos em que os valores de β eram baixos para $U_n/D_n = 3$, o aumento da relação não alterou os valores de β de forma significativa. Esse comportamento pode ser visto com clareza na Figura 66, onde é mostrada a variação do índice de confiabilidade à medida em que se aumenta a relação U_n/D_n para a Opção 2, MRE 1, MRE 2 e MRE 3, que apresentaram os melhores índices de confiabilidade.

Figura 66 – Variação dos índices de confiabilidade com a relação U_n/D_n considerando todos os dados.



Fonte: elaborado pelo autor.

Os valores de β se alteram bastante no intervalo $1 \leq U_n/D_n \leq 5$. A partir de $U_n/D_n > 5$, parecem tender a um valor constante, ainda que $U_n/D_n > 5$ seja um intervalo comum de trabalho de sistemas de armazenagem (CARDOSO, 2016). O MRE 2 atende os alvos de calibração das normas em todo o intervalo $1 \leq U_n/D_n \leq 30$. Um outro comportamento que se destaca na Figura 66 é que adaptações do MRD com maiores valores iniciais de β (MRE 2 e MRE 3) apresentam uma diminuição na segurança à medida em que U_n/D_n aumenta em algumas combinações, o oposto do

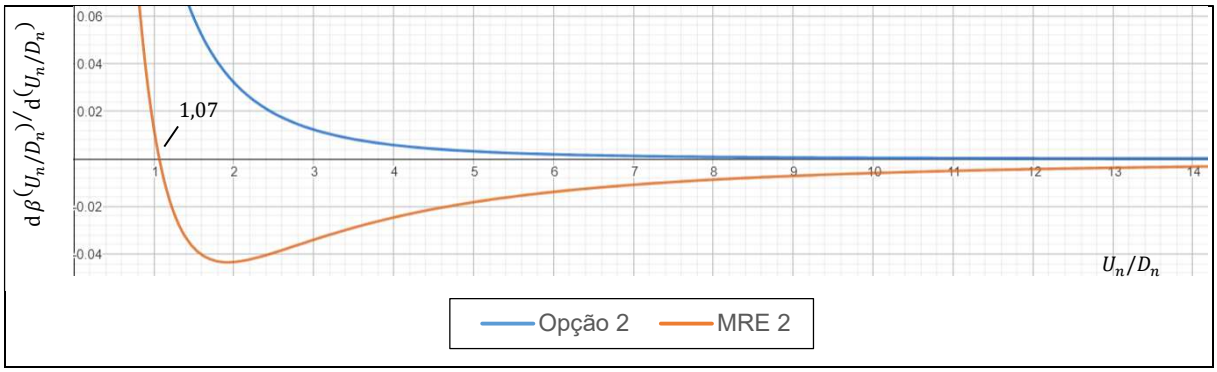
que é visto para as demais metodologias. Pelo método FOSM, esses comportamentos podem ser comprovados de forma analítica.

Manipulando a Equação 71 para que fique em função de U_n/D_n e substituindo $\phi = 0{,}85$, $\gamma_D = 1{,}2$, $\gamma_U = 1{,}4$ (combinação de ações do LRFD) e os parâmetros mostrados na Seção 2.4.6, tem-se:

$$\beta\left(P_m, V_P, \frac{U_n}{D_n}\right) = \frac{\ln\left[\frac{1{,}10P_m\left(1{,}2 + 1{,}4\frac{U_n}{D_n}\right)}{0{,}85\left(1{,}05 + \frac{U_n}{D_n}\right)}\right]}{\sqrt{0.0125 + V_P^2 + \frac{0.011025 + 0{,}04\left(\frac{U_n}{D_n}\right)^2}{\left(1{,}05 + \frac{U_n}{D_n}\right)^2}}} \qquad \textbf{Equação 73}$$

Para exemplificar, escolhendo-se os valores de P_m e V_P correspondentes a Opção 2 ($P_m = 0{,}86$ e $V_P = 0{,}20$) e ao MRE 2 ($P_m = 1{,}08$ e $V_P = 0{,}14$), as primeiras derivadas das funções $\beta(U_n/D_n)$ são mostradas na Figura 67.

Figura 67 – Derivadas de $\beta(U_n/D_n)$ para a Opção 2 e o MRE 2.



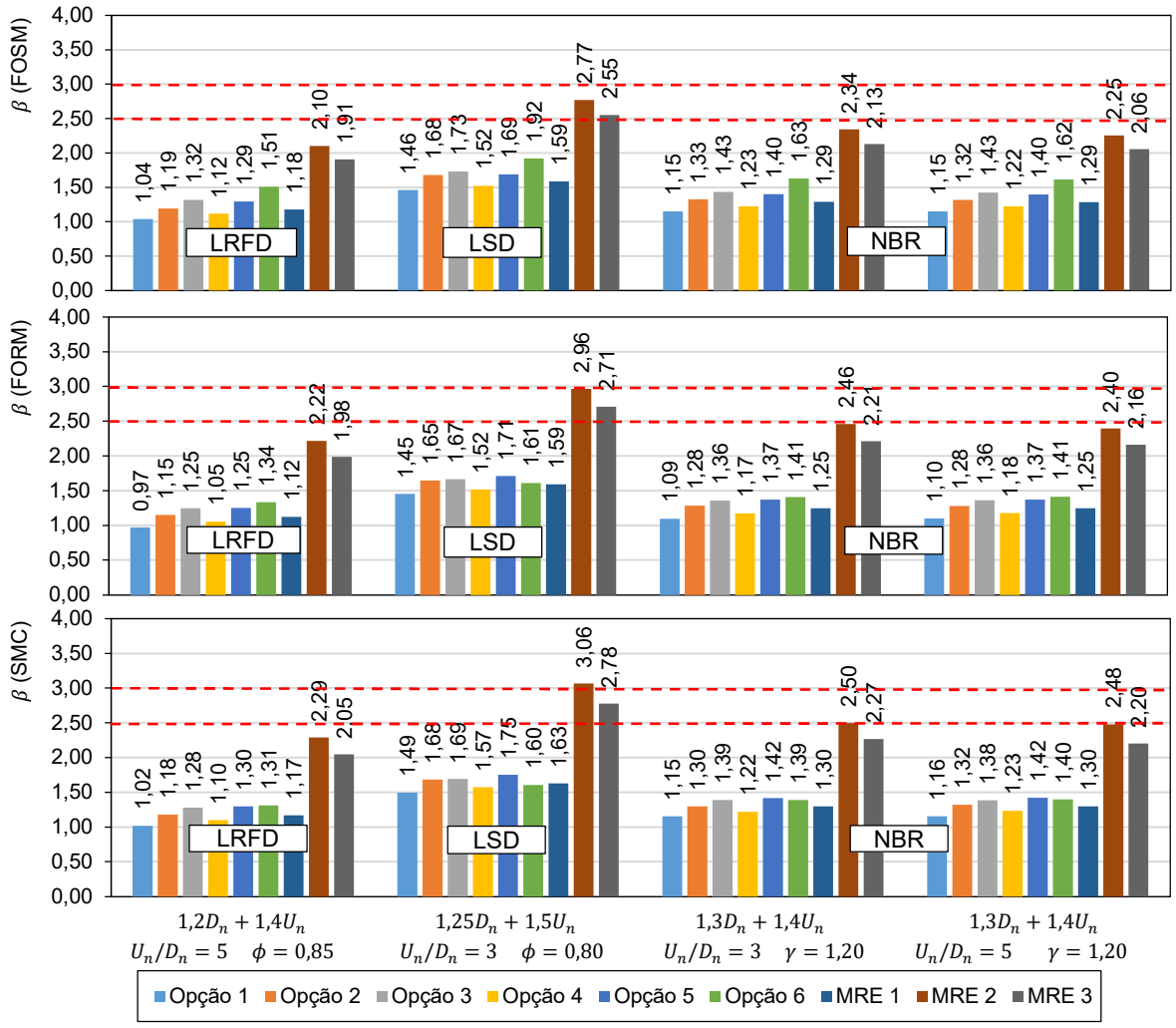
Fonte: elaborado pelo autor.

Os valores positivos de $\mathrm{d}\,\beta(U_n/D_n)/\mathrm{d}(U_n/D_n)$ para a Opção 2 e negativos para o MRE 2 no intervalo analisado demonstram os respectivos crescimentos e decréscimos da função β visualizados na Figura 66. De acordo com a Equação 71, os índices de confiabilidade para a Opção 2 e para o MRE 2 tendem aos valores de 1,45 e 2,54 quando U_n/D_n aumenta indefinidamente.

4.3.2 Falha local-global

Considerando apenas os protótipos em que as adaptações indicaram falha local-global, a Figura 68 traz os valores dos índices de confiabilidade.

Figura 68 – Índices de confiabilidade considerando apenas falha local-global.



Fonte: elaborado pelo autor.

Para as opções de Moen (2008), os valores calculados pelo FOSM são maiores nos casos em que a distribuição de Gumbel foi considerada para o erro de modelo nas análises de confiabilidade pelo FORM pela SMC. Refletindo os baixos valores de P_m, os índices de confiabilidade obtidos considerando falha local-global também são baixos, especialmente no caso das opções de Moen (2008). Dentre elas se destaca a Opção 6, o que índica que sua transição na curva do MRD deixa a previsão de P_{nl} um

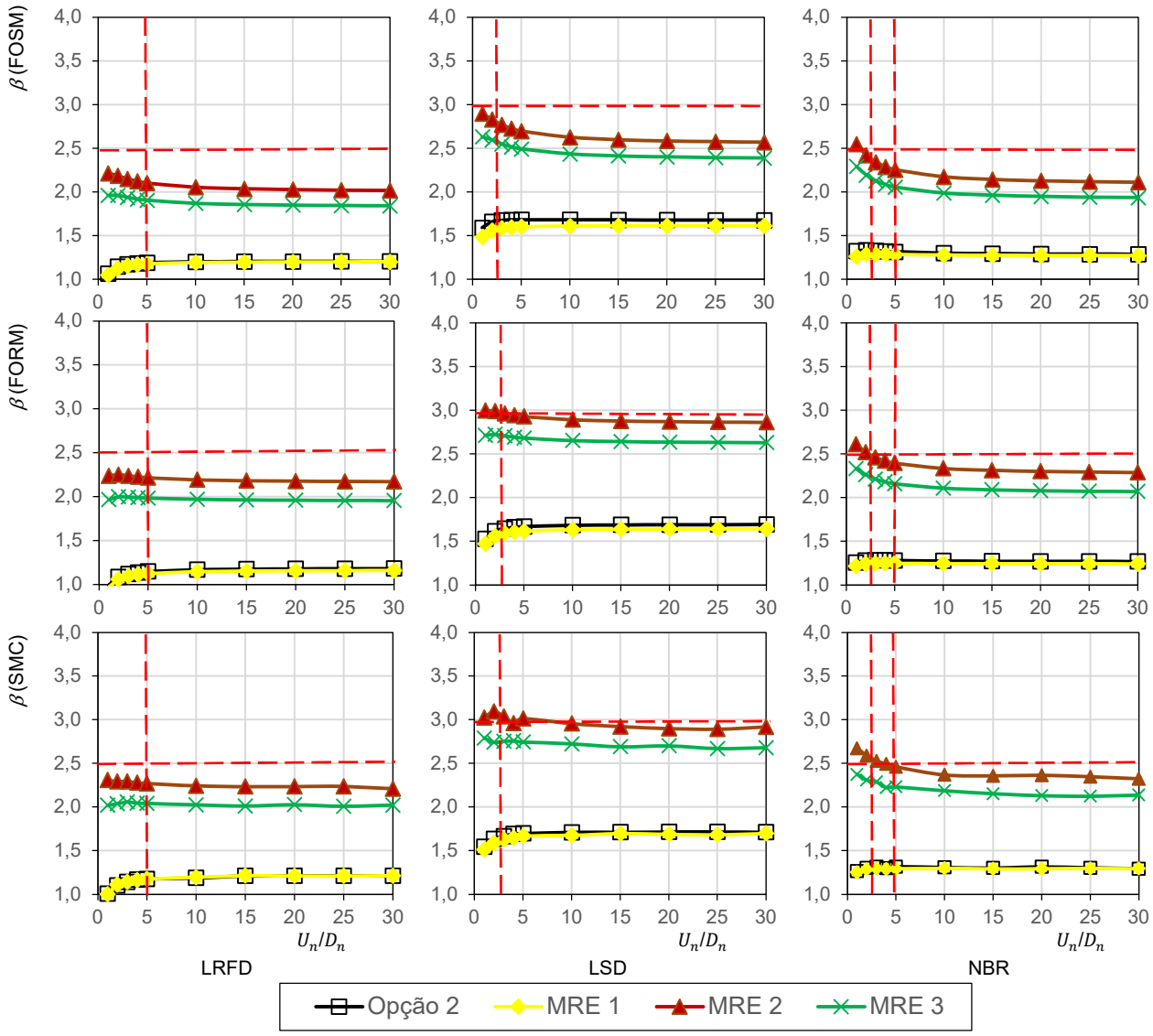
pouco mais segura frente às demais opções. O MRE 1 apresenta índices de confiabilidade baixos, também decorrentes dos baixos valores de erro de modelo médio.

Utilizando a combinação do LRFD, o alvo de $\beta_0 = 2{,}5$ não foi atingido em nenhum dos casos, apesar de os valores associados ao MRE 2 e ao MRE 3 serem próximos do alvo. O alvo do LSD foi atingido pela SMC no caso do MRE 2, e pelo FORM, o valor calculado é inferior, mas muito próximo de $\beta_0 = 3{,}0$. O MRE 2 também é o único a se aproximar do alvo quando o índice de confiabilidade é calculado pela combinação de ações da norma brasileira. Mesmo possuindo valores de P_m próximos aos do MRE 2 e do MRE 3, a Opção 6 apresenta índices de confiabilidade significativamente menores, devido aos seus altos valores de V_P.

A variação de β com a relação U_n/D_n agora considerando apenas falha local-global é mostrada na Figura 69. Apesar de apresentarem menores valores para β, o comportamento geral das adaptações do MRD já vistos na Figura 66, com apenas o MRE 2 e o MRE 3 apresentando diminuição de β ao passo que U_n/D_n aumenta se mantém. Esse comportamento pode ser demonstrado pelo FOSM como já visto na Figura 67.

Para o caso de U_n/D_n pequenos, os índices de confiabilidade para o MRE 2 e o MRE 3 são próximos do alvo $\beta_0 = 2{,}5$ para a combinação do LRFD, mas essa se trata de uma razão de ações incomum para sistemas de armazenagem industrial, nos quais as ações variáveis das unidades de armazenamento tendem a serem consideravelmente maiores que as ações permanentes. São notáveis os menores valores calculados pelo FOSM para esse caso, que não considera a distribuição ajustada ao erro de modelo do MRE 2 e do MRE 3. No caso do FOSM, o alvo da norma brasileira somente é atendido em baixas relações U_n/D_n, menores que as relações de calibração. Os índices de confiabilidade do MRE 2 e do MRE 3 tendem a valores menores que os alvos nas combinações do LSD e da NBR 15524-2 (ABNT, 2007a) à medida em que U_n/D_n aumenta.

Figura 69 – Variação dos índices de confiabilidade com a relação U_n/D_n considerando falha local-global.

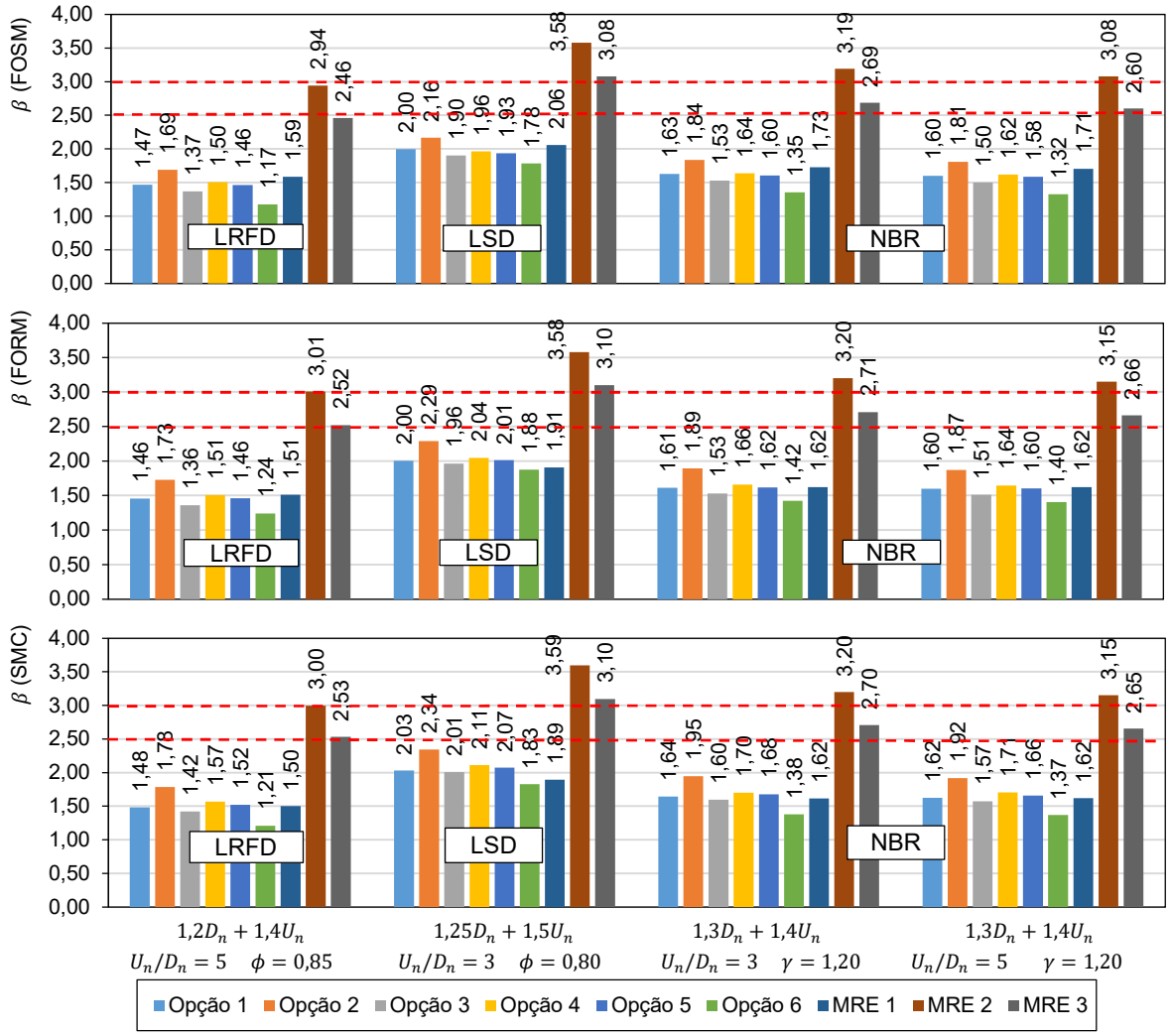


Fonte: elaborado pelo autor.

4.3.3 Falha distorcional

Agora, para os protótipos agrupados para falha por flambagem distorcional, a Figura 70 traz os valores obtidos para os índices de confiabilidade.

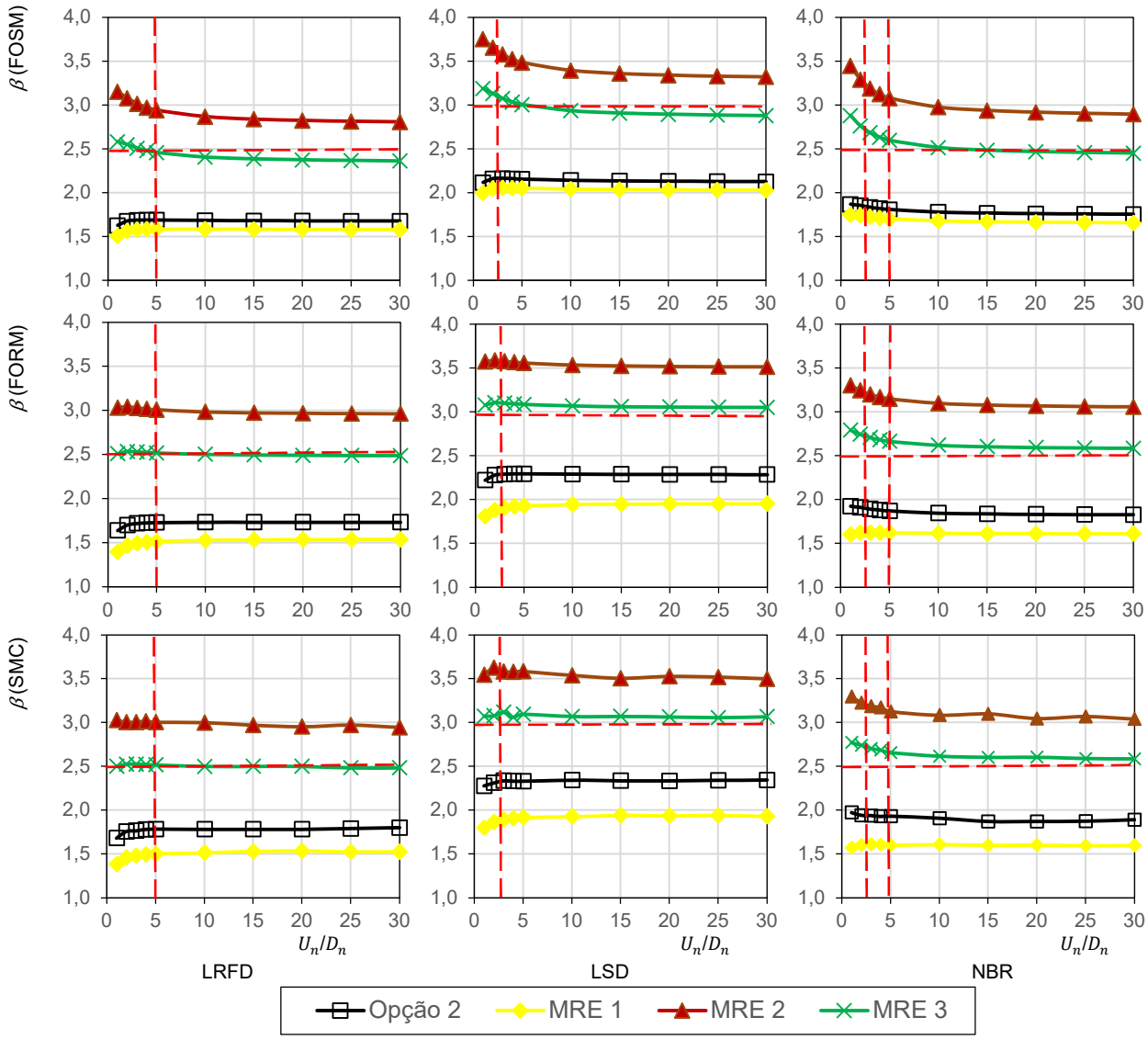
Figura 70 – Índices de confiabilidade considerando apenas falha distorcional.



Fonte: elaborado pelo autor.

Nesse último agrupamento, as opções de Moen (2008) apresentaram melhores resultados, especialmente a Opção 2 com índices maiores em quase todos os agrupamentos. Ainda assim, em nenhuma das combinações de ações os alvos de calibração foram atingidos. O MRE 2 e o MRE 3 atingiram os alvos de calibração, com uma alta margem de segurança no caso do MRE 2, indicando que os coeficientes de ponderação da resistência utilizados são conservadores para esse modo de falha. A Figura 71 traz a variação de β com a mudança da relação U_n/D_n para a falha distorcional.

Figura 71 – Variação dos índices de confiabilidade com a relação U_n/D_n considerando falha distorcional.



Fonte: elaborado pelo autor.

Também justificando os melhores valores de P_m e V_P, os gráficos apresentam maiores valores de β para esse último agrupamento. Nesse caso, os índices de confiabilidade obtidos para a Opção 2 apresentam um decréscimo com o aumento de U_n/D_n para a combinação de ações $1{,}3D_n + 1{,}4U_n$ e o método FOSM, diferente do que foi visto quando considerados todos os protótipos ou somente falha local-global. Ainda assim, os alvos do LRFD, do LSD e da NBR 14762 (ABNT, 2010) não foram atingidos pela Opção 2 para nenhuma relação U_n/D_n. Os valores de β associados ao

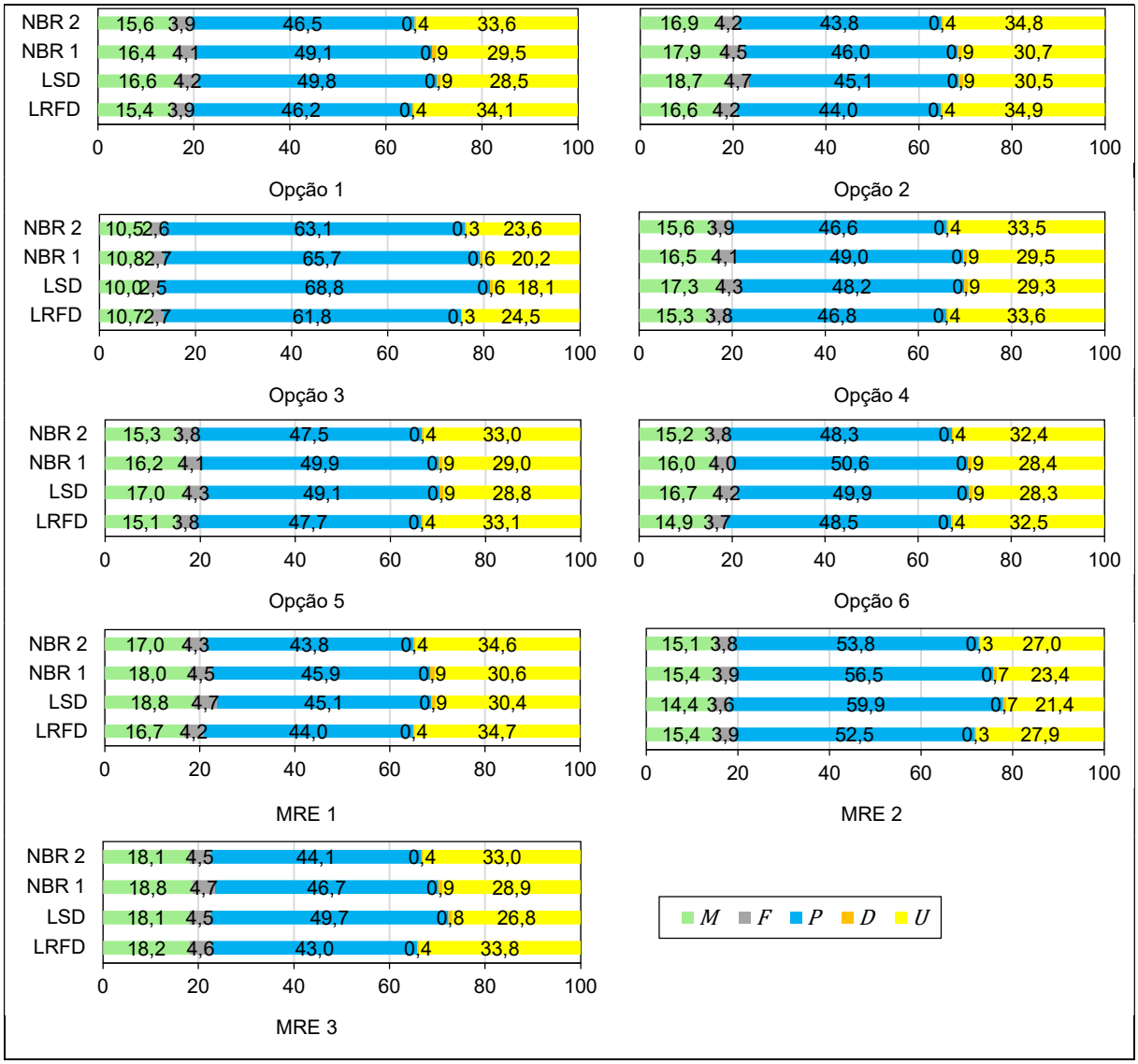
MRE 2 são maiores que os alvos de calibração em toda a faixa de valores de U_n/D_n analisada.

4.3.4 Fatores de importância

A partir do FORM, os fatores de importância foram calculados para todos os dados, falha local-global e falha distorcional. O erro de modelo e a ação variável representam por volta de 80% da influência total nos valores finais dos índices de confiabilidade. Caso as variáveis F e D fossem tratadas como determinísticas, os valores de β não sofreriam grandes alterações. Quando utilizada a relação $U_n/D_n = 5$, naturalmente os índices de confiabilidade calculados pela combinação de ações da NBR 15524-2 (ABNT, 2007a) apresentaram uma maior influência da ação U.

A Figura 72 traz os valores de importância calculados considerando todos os modos de falha. NBR 1 corresponde à combinação de ações da NBR 15524-2 (ABNT, 2007a) com a relação $U_n/D_n = 3$, e NBR 2 corresponde à mesma combinação com $U_n/D_n = 5$.

Figura 72 – Fatores de importância considerando todos os dados.

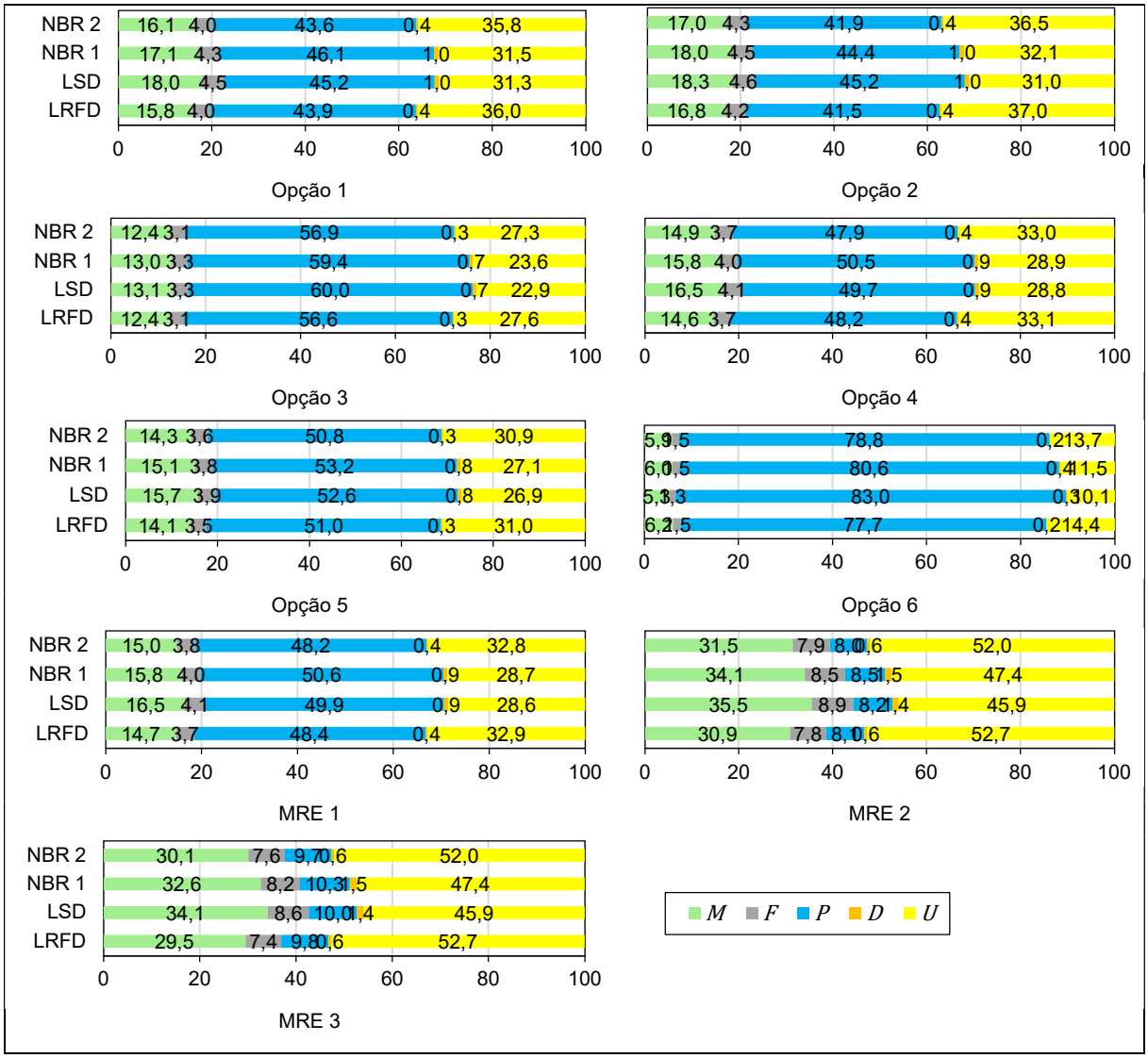


Fonte: elaborado pelo autor.

Ao serem considerados todos os dados, destacam-se os valores associados às variáveis U e P, com P representando por volta de 50% da influência total nos índices de confiabilidade. As influências de cada variável são similares em todos os métodos, não sendo visíveis grandes distinções no caso de todos os dados agrupados, exceto para a Opção 3 onde o erro de modelo excede 60% de influência.

A Figura 73 traz os fatores de importância considerando apenas a falha local-global.

Figura 73 – Fatores de importância considerando falha local-global.

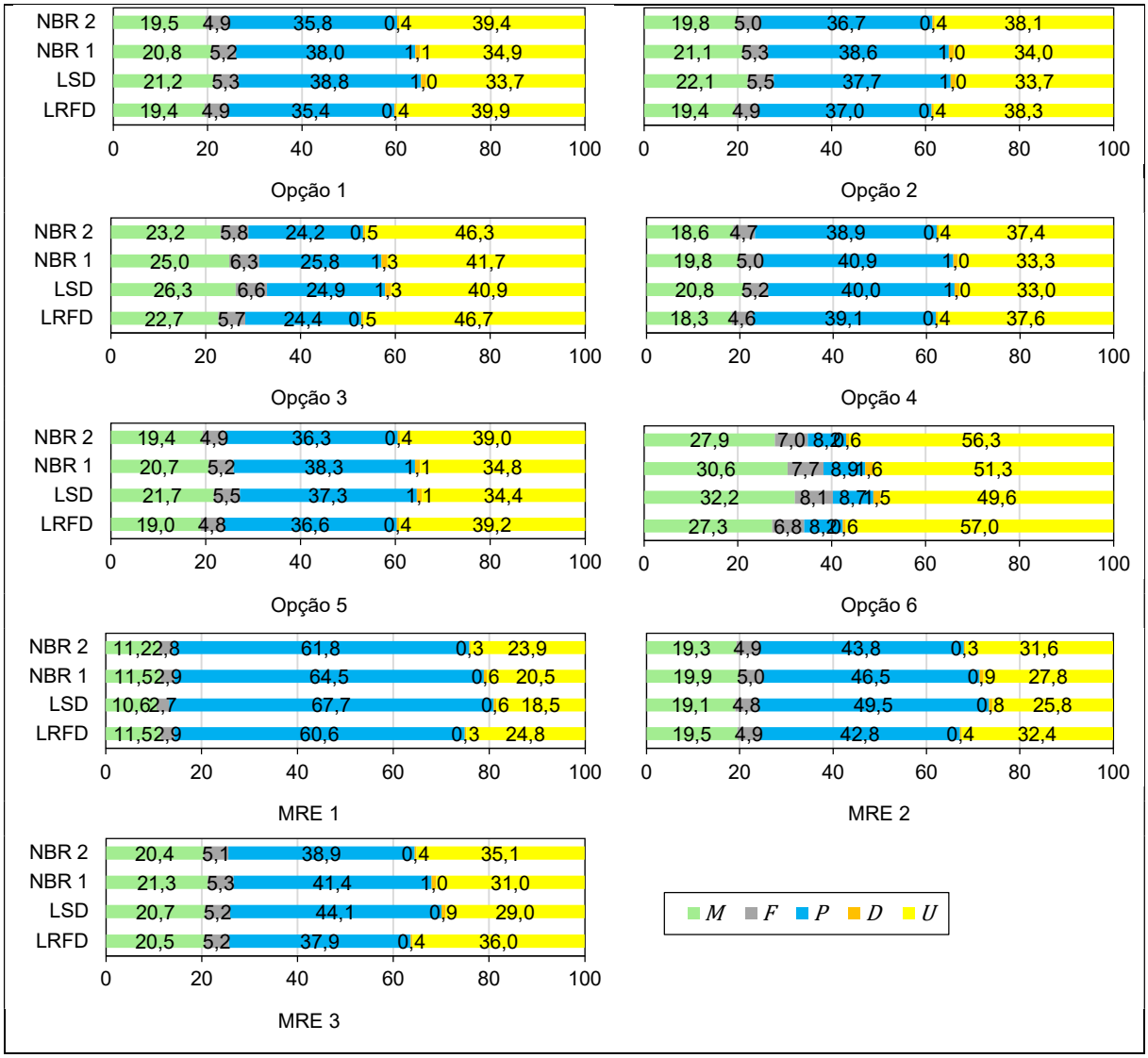


Fonte: elaborado pelo autor.

No caso da falha local-global, P demonstrou grande influência nos índices de confiabilidade associados às opções de Moen (2008), especialmente a opção 6 (por volta de 80%), devido à grande variabilidade representada pelos valores de V_P e os baixos valores de P_m. Mesmo com menores valores de P_m, o MRE 2 e o MRE 3 apresentam coeficientes de variação pequenos de 0,07 e 0,08 respectivamente, fazendo com que P represente por volta de 10% da importância.

Os fatores de importância para falha distorcional são mostrados na Figura 74.

Figura 74 – Fatores de importância considerando falha distorcional.



Fonte: elaborado pelo autor.

Ao se considerar a flambagem distorcional controlando a falha, a influência de P é levemente menor para as opções de Moen (2008), devido a valores de P_m maiores e menores coeficientes de variação. A Opção 6 quase não recebeu influência do erro de modelo, devido à baixa variabilidade de P para esse caso ($V_P = 0{,}07$). Comparados ao caso da falha local-global, os fatores de importância para o erro de modelo são maiores, devido aos maiores V_P ao se tratar do MRE 2. De qualquer forma, os valores de P_m próximos de 1 para esse caso conduziram a maiores índices de confiabilidade.

4.4 Coeficientes de ponderação da resistência

A Tabela 13 traz os coeficientes de ponderação da resistência calibrados apenas para as adaptações que apresentaram os maiores valores de índices de confiabilidade na Seção 4.3, os demais valores se encontram no APÊNDICE D. Na Tabela 13, NBR 1 corresponde à combinação de ações da NBR 15524-2 (ABNT, 2007a) com $U_n/D_n = 3$, e NBR 2 corresponde à mesma combinação com $U_n/D_n = 5$.

Tabela 13 – Coeficientes de ponderação da resistência calibrados.

Agrupamento	Adaptação do MRD	Método	Combinação			
			LRFD	LSD	NBR 1	NBR 2
Todos os dados	Opção 2	FOSM	$\phi = 0{,}63$	$\phi = 0{,}59$	$\gamma = 1{,}55$	$\gamma = 1{,}57$
		FORM	$\phi = 0{,}66$	$\phi = 0{,}63$	$\gamma = 1{,}48$	$\gamma = 1{,}50$
	MRE 1	FOSM	$\phi = 0{,}64$	$\phi = 0{,}60$	$\gamma = 1{,}53$	$\gamma = 1{,}54$
		FORM	$\phi = 0{,}67$	$\phi = 0{,}64$	$\gamma = 1{,}46$	$\gamma = 1{,}47$
	MRE 2	FOSM	$\phi = 0{,}88$	$\phi = 0{,}85$	$\gamma = 1{,}10$	$\gamma = 1{,}12$
		FORM	$\phi = 0{,}88$	$\phi = 0{,}82$	$\gamma = 1{,}12$	$\gamma = 1{,}13$
	MRE 3	FOSM	$\phi = 0{,}79$	$\phi = 0{,}76$	$\gamma = 1{,}22$	$\gamma = 1{,}24$
		FORM	$\phi = 0{,}80$	$\phi = 0{,}76$	$\gamma = 1{,}23$	$\gamma = 1{,}24$
Falha local-global	Opção 2	FOSM	$\phi = 0{,}61$	$\phi = 0{,}58$	$\gamma = 1{,}60$	$\gamma = 1{,}62$
		FORM	$\phi = 0{,}62$	$\phi = 0{,}59$	$\gamma = 1{,}59$	$\gamma = 1{,}60$
	MRE 1	FOSM	$\phi = 0{,}58$	$\phi = 0{,}53$	$\gamma = 1{,}70$	$\gamma = 1{,}72$
		FORM	$\phi = 0{,}60$	$\phi = 0{,}57$	$\gamma = 1{,}62$	$\gamma = 1{,}64$
	MRE 2	FOSM	$\phi = 0{,}78$	$\phi = 0{,}76$	$\gamma = 1{,}24$	$\gamma = 1{,}26$
		FORM	$\phi = 0{,}81$	$\phi = 0{,}80$	$\gamma = 1{,}21$	$\gamma = 1{,}22$
	MRE 3	FOSM	$\phi = 0{,}75$	$\phi = 0{,}73$	$\gamma = 1{,}29$	$\gamma = 1{,}32$
		FORM	$\phi = 0{,}77$	$\phi = 0{,}74$	$\gamma = 1{,}27$	$\gamma = 1{,}28$
Falha distorcional	Opção 2	FOSM	$\phi = 0{,}68$	$\phi = 0{,}64$	$\gamma = 1{,}43$	$\gamma = 1{,}45$
		FORM	$\phi = 0{,}72$	$\phi = 0{,}69$	$\gamma = 1{,}37$	$\gamma = 1{,}38$
	MRE 1	FOSM	$\phi = 0{,}66$	$\phi = 0{,}63$	$\gamma = 1{,}47$	$\gamma = 1{,}49$
		FORM	$\phi = 0{,}62$	$\phi = 0{,}55$	$\gamma = 1{,}58$	$\gamma = 1{,}59$
	MRE 2	FOSM	$\phi = 0{,}94$	$\phi = 0{,}91$	$\gamma = 1{,}03$	$\gamma = 1{,}05$
		FORM	$\phi = 0{,}95$	$\phi = 0{,}91$	$\gamma = 1{,}03$	$\gamma = 1{,}04$
	MRE 3	FOSM	$\phi = 0{,}84$	$\phi = 0{,}81$	$\gamma = 1{,}15$	$\gamma = 1{,}17$
		FORM	$\phi = 0{,}85$	$\phi = 0{,}82$	$\gamma = 1{,}15$	$\gamma = 1{,}16$

Fonte: elaborado pelo autor.

Mesmo se mostrando mais segura frente às demais opções de Moen (2008), o projeto de colunas a partir da Opção 2 demandaria uma alta redução no valor atual de ϕ para que os índices de confiabilidade alvo fossem atingidos. No caso do LSD ($\beta_0 = 3{,}0$), o valor de ϕ precisaria ser reduzido de 0,80 para próximo a 0,60. Para a norma brasileira, poderiam ser adotados $\gamma = 1{,}57$ ou $\gamma = 1{,}55$ (método FOSM) dependendo da escolha da relação U_n/D_n.

As adaptações baseadas no Método de Redução da Espessura exigem menos ajustes nos coeficientes de ponderação da resistência. O atual valor $\phi = 0{,}85$ do LRFD atende o projeto de colunas rack via MRE 2, presente na norma ANSI MH16.1 (RMI, 2021a), e poderia ser ajustado para $\phi = 0{,}88$. O coeficiente de ponderação atual do LSD também é seguro, considerando a combinação da norma AISI S100 (AISI, 2020). No caso de o MRE 2 também ser adotado pela NBR 15524-2 (ABNT, 2007a), o valor de $\gamma = 1{,}20$ utilizado para o MRD da norma NBR 14762 (ABNT, 2010) é adequado, seja para $U_n/D_n = 3$ ou $U_n/D_n = 5$. Há a possibilidade de um ajuste para $\gamma = 1{,}12$ (FORM) sem comprometer o requisito de segurança ($\beta_0 = 2{,}5$).

Levando em conta valores de ϕ diferentes para cada modo de falha, o valor do MRE 2 para o modo distorcional poderia ser adotado como 0,95 no caso do LRFD, ainda atendendo ao índice alvo de calibração. Para o MRE 3, o atual valor $\phi = 0{,}85$ é suficiente para o alvo $\beta_0 = 2{,}5$. Contudo, no caso da falha local-global, somente valores de 0,78 e 0,75 atenderiam o critério de segurança ao se calcular o índice de confiabilidade pelo FOSM, respectivamente para o MRE 2 e o MRE 3. No caso do LSD, o valor precisaria ser levemente reduzido para 0,76 (FOSM) para o MRE, sendo o valor atual adequado apenas ao estado limite de flambagem distorcional.

Para valores de γ diferentes por modo de falha, o valor 1,05 atende o alvo no caso da falha distorcional. Para a falha local-global, somente a partir de $\gamma = 1{,}26$ o índice alvo de calibração de 2,5 da NBR 14762 (ABNT, 2010) seria atingido pelo FOSM no caso de $U_n/D_n = 5$. Por mais que o valor atual de $\gamma = 1{,}20$ atenda o alvo quando considerados todos os dados, a adoção de um maior valor seria razoável no caso de um coeficiente único para todos os estados limites, devido à baixa quantidade de colunas utilizadas para a calibração do coeficiente para a falha local-global.

5 CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi avaliar a confiabilidade envolvida no dimensionamento de colunas rack por adaptações do Método da Resistência Direta (MRD). A partir de um banco de dados de ensaios experimentais de compressão, os resultados foram comparados aos nominais, seguido da análise de confiabilidade pelo método FOSM, pelo FORM e por Simulação de Monte Carlo (SMC). Novos coeficientes de ponderação da resistência foram calculados para os casos em que os valores normativos atuais são inadequados. As principais conclusões são descritas a seguir.

As adaptações propostas por Moen (2008) não se mostraram precisas no cálculo das forças resistentes nominais, especialmente na avaliação da falha local-global. A Opção 2, dentre elas, apresentou os resultados mais razoáveis, mas ainda assim com um erro de modelo médio (P_m) menor que 1. Para a flambagem distorcional, as curvas representariam melhor as resistências experimentais caso tivessem suas inclinações aumentadas no regime elástico, ou deslocadas para baixo como proposto por Zhao, Ren e Qin (2017) e Neiva *et al*. (2018). As curvas para falha local-global já precisariam de ajustes maiores, devido à grande imprecisão apresentada.

O MRE 1 de Casafont *et al*. (2013) apresenta previsões seguras de resistência para colunas do tipo B, mas superestima a resistência das colunas sem enrijecedores adicionais de borda (tipo A e tipo C). A imprecisão do método na avaliação da falha local-global reportada por Casafont *et al*. (2013) também foi verificada nesse trabalho, tanto no baixo valor da média do erro de modelo quanto nos baixos índices de confiabilidade obtidos.

O MRE 2 e o MRE 3 apresentaram resultados nominais de resistência mais próximos dos experimentais, em especial para a flambagem distorcional, que os métodos consideram em interação com o modo global. A incorporação do fator de forma Q para mensurar a influência da flambagem local na falha pode ter diminuído a imprecisão dos métodos anteriores na avaliação da falha local-global, com valores baixos de coeficientes de variação do erro de modelo. Ainda assim, os valores de P_m são menores que 1 para esse caso.

A correção da força axial de flambagem distorcional via $P_{crd\ BC}$ leva a resultados mais precisos de P_{nd} para as colunas do tipo B, enquanto a correção via D_{boost} utilizada pela norma AISI S100 (AISI, 2020) produz resultados mais seguros considerando todos os tipos de coluna avaliados. O MRE 2 utilizou o D_{boost} na correção e apresentou um erro de modelo médio maior que 1 ($P_m = 1{,}12$). A correção por $P_{crd\ BC}$ utilizada no MRE 3 levou a um resultado de P_m igual a 1.

Apenas os índices de confiabilidade calculados para o MRE 2 e o MRE 3 se aproximaram dos alvo de calibração do LRFD, do LSD e da NBR 14762 (ABNT, 2010), o que leva a menores correções nos coeficientes de ponderação da resistência nos casos em que o alvo não foi atingido. Na maioria das combinações, os alvos não foram atingidos por nenhuma das adaptações do MRD no caso de falha local-global. Nos casos em que os alvos foram atingidos para as relações U_n/D_n de calibração, há uma tendência de que sejam ultrapassados quando a relação U_n/D_n aumenta. Seria adequado para as normas a definição de pontos de calibração de coeficientes de ponderação da resistência com U_n/D_n maiores para projetos de sistemas de armazenagem industrial, onde as ações variáveis de armazenamento são notavelmente maiores que as permanentes como descrito por Cardoso (2016) e pela própria ANSI MH16.1 (RMI, 2021a).

O atual valor de $\phi = 0{,}85$ para o coeficiente de ponderação da resistência do LRFD, incluso nas normas AISI S100 (AISI, 2020) e ANSI MH16.1 (RMI, 2021a) é adequado ao se considerar o dimensionamento de colunas rack pelo MRE 2 (atual formulação da ANSI MH16.1). O valor poderia ser reajustado para próximo a $\phi = 0{,}95$ no caso de um valor específico para a falha distorcional. No entanto, no caso da falha local-global, somente um valor de $\phi = 0{,}78$ garantiria que o valor $\beta_0 = 2{,}5$ do índice de confiabilidade alvo fosse atingido pelo método FOSM ($\phi = 0{,}81$ pelo FORM).

No caso de o MRE 2 ser aplicado em conjunto com o LSD, o atual valor é adequado, e $\phi = 0{,}76$ poderia ser adotado no caso exclusivo de falha local-global. O uso do coeficiente de ponderação da resistência $\gamma = 1{,}20$ da norma NBR 14762 (ABNT, 2010) para o MRE 2 é adequado para o modo distorcional de falha de colunas rack, mas precisaria ser reajustado para $\gamma = 1{,}26$ ($U_n/D_n = 5$) para atender os critérios de segurança para falha local-global de acordo com o método FOSM.

Diante da diferença de valores calibrados para cada modo de falha, seria adequado para as normas a adoção de coeficientes de ponderação da resistência diferentes para cada modo, visto que os índices de confiabilidade alvo não foram atingidos para a falha local-global em alguns casos, enquanto o valor se mostrou seguro para o estado limite de flambagem distorcional pelo MRE 2. Conclusões mais sólidas sobre a segurança apresentada pelo MRE 2 e pelo MRE 3 na avaliação da falha local-global poderiam ser obtidas caso uma maior quantidade de colunas seja avaliada para esse modo de falha.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Algumas conclusões sobre o comportamento de colunas rack e o dimensionamento desses elementos pelo MRD ainda precisam de investigações mais detalhadas. Nesse contexto, seria interessante:

- avaliar mais colunas que falhem por flambagem global;
- avaliar mais colunas que falhem após ocorrida a flambagem local;
- executar estudos experimentais para contribuir com o banco de dados;
- avaliar as adaptações de Zhao, Ren e Qin (2017) e Neiva *et al*. (2018);
- realizar a mesma análise para outros métodos de cálculo da resistência;
- trabalhar de forma direta com a probabilidade de falha pelo SORM;
- propor novas adaptações ao MRD, apresentando equações ajustadas para o cálculo das resistências nominais;
- propor métodos baseados no MRD com curvas de resistência diferentes por tipo de coluna rack.

REFERÊNCIAS

ABDEL-RAHMAN, N.; FADEL, A.; EL-SADAAWY, M.; MOURAD, S. **Tests of Storage Rack Channel Columns with Rear Flanges**. 17th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures. Orlando, Estados Unidos.: ICCFSS, 2004.

ABNT. **NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro, Brasil: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003.

ABNT. **NBR 15524-2: Sistemas de armazenagem - Parte 2: Diretrizes para o uso de estruturas tipo porta-paletes seletivos**. Rio de Janeiro, Brasil: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2007a.

ABNT. **NBR 15524-1: Sistemas de armazenagem - Parte 1: Terminologia**. Rio de Janeiro, Brasil: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2007b.

ABNT. **NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, Brasil: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2008.

ABNT. **NBR 14762: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio**. Rio de Janeiro, Brasil: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2010.

ABNT. **NBR 6355: Perfis estruturais de aço formados a frio - Padronização**. Rio de Janeiro, Brasil: Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2012.

AGOSTINI, B. M. **Análise de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos com ligações semirrígidas**. Tese de doutorado. Ouro Preto, Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto, 2014.

ÁGUIA SISTEMAS DE ARMAZENAGEM S/A. **Autoportante para Empilhadeira**, 2023. Disponível em: <https://www.aguiasistemas.com.br/br/solucoes/estruturas/autoportante-para-empilhadeira>. Acesso em: 28 abr. 2023.

AISI. **LRFD Cold-formed Steel Design Manual**. Washington, Estados Unidos: American Iron And Steel Institute, 1991.

AISI. **AISI/COS/NASPEC: North American Specification for the Design of Cold-**

Formed Steel Structural Members. Washington, Estados Unidos: American Iron and Steel Institute, 2001.

AISI. **AISI/COS/NASPEC-SUP04: Supplement 2004 to the North American Specification for the Design of ColdFormed Steel Structural Members, 2001 Edition**. Washington, Estados UnidosAmerican Iron And Steel Institute, , 2004.

AISI. **AISI S100-2007: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**. Washington, Estados Unidos: American Iron And Steel Institute, 2007.

AISI. **AISI S100-16: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**. Washington, Estados Unidos: American Iron And Steel Institute, 2016.

AISI. **AISI S902: Test Standard for Determining the Effective Area of Cold-Formed Steel Compression Members**. Washington, Estados Unidos: American Iron and Steel Institute, 2017.

AISI. **AISI S100-16 (R2020): North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**. Washington, Estados UnidosAmerican Iron And Steel Institute, , 2020.

AISI. **AISI S100-16(R2020)/S3-22: Supplement 3 to the 2016 Edition (Reaffirmed 2020) of the North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Mem**. Washington, Estados Unidos: American Iron And Steel Institute, 2022.

ALVES, A. R. **Obtenção do índice de confiabilidade de ligações de perfis formados a frio com o emprego do método FORM**. Dissertação de mestrado. Ouro Preto, Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto, 2014.

ANDERSON BUILDING MATERIALS. **Designing Cantilever Rack Systems**, 2023. Disponível em: <http://www.abmrack.com/cantilever-rack/designing-cantilever-rack-systems/>. Acesso em: 28 abr. 2023.

ANG, A. H. S.; TANG, W. H. **Probability Concepts in Engineering Planning and Design: Vol. II-Decision, Risk and Reliability**. New York, NY: John Wiley & Sons, 1990. v. 2.

ASCE. **ASCE/SEI 7: Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures**. Reston, Estados Unidos: American Society of Civil Engineers, 2022.

AYYUB, B. M.; MCCUEN, R. H. **Probability, Statistics, and Reliability for Engineers**. Boca Raton, FL: CRC Press, 2011. v. 93.

BALDASSINO, N.; BERNUZZI, C.; GIOIA, A. DI; SIMONCELLI, M. An experimental investigation on solid and perforated steel storage racks uprights. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 155, p. 409–425, 2019.

BATISTA, E. DE M. Local-global buckling interaction procedures for the design of cold-formed columns: Effective width and direct method integrated approach. **Thin-Walled Structures**, v. 47, n. 11, p. 1218–1231, 2009.

BERNUZZI, C.; CHESI, C.; PARISI, M. A. **Seismic behavior and design of steel storage racks**. 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, Canadá: International Association for Earthquake Engineering, 2004.

BOLANDIM, E. A.; BECK, A. T.; MALITE, M. Bolted Connections in Cold-Formed Steel: Reliability Analysis for Rupture in Net Section. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, n. 5, p. 748–756, 2013.

BRANDÃO, A. L. R. **Segurança de estruturas em perfis formados a frio**. Dissertação de mestrado. Ouro Preto, Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto, 2007.

BRANDÃO, A. L. R. **Calibração do coeficiente de ponderação da resistência em barras e ligações de perfis formados a frio**. Tese de doutorado. Ouro Preto, Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto, 2012.

BRANDÃO, A. L. R.; VIEIRA, W. B.; AMARAL, T. A. F.; FREITAS, M. S. DA R. **Dimensionamento de colunas de aço em perfis formados a frio, de seção U enrijecido com borda adicional, pelo método da seção efetiva**. XIII Simpósio de Mecânica Computacional. Vitória, Brasil: Associação Brasileira de Métodos Computacionais em Engenharia, 2018.

BREITUNG, K. Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 110, n. 3, p. 357–366, 1984.

CAMPOS, R. S. DA S.; BRANDÃO, A. L. R.; FREITAS, M. S. DA R. **Reliability Analysis of Typical Cold-Formed Steel Beams Sections**. (S. M. Ávila, Ed.)XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computacional Methods in Engineering. Brasília, Brasil: Associação Brasileira de Métodos Computacionais em Engenharia, 2016.

CAPANEMA, D. C. DE O. **Análise da confiabilidade de barras em perfis formados a frio submetidas à força axial de compressão pelo método FORM**. Dissertação de mestrado. Ouro Preto, Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto, 2018.

CARDOSO, F. M. H. DE S. **System reliability-based criteria for designing cold-formed steel structures by advanced analysis**. Tese de doutorado. Sydney, Austrália, 2016.

CASAFONT, M.; PASTOR, M. M.; BONADA, J.; ROURE, F.; PEKÖZ, T. Linear buckling analysis of perforated steel storage rack columns with the Finite Strip Method. **Thin-Walled Structures**, v. 61, p. 71–85, 2012.

CASAFONT, M.; PASTOR, M. M.; ROURE, F.; BONADA, J.; PEKÖZ, T. Design of Steel Storage Rack Columns via the Direct Strength Method. **Journal of Structural Engineering**, v. 139, n. 5, p. 669–679, 2013.

CASTIGLIONI, C. A. **Seismic Behaviour of Steel Storage Racking Systems**. Cham, Suíça: Springer, 2016.

CASTIGLIONI, C. A.; KANYILMAZ, A.; BERNUZZI, C.; DREI, A.; DEGEE, H.; BRAHAM, C.; HOFFMEISTER, B.; HEINEMEYER, C.; VAYAS, I.; KONSTANTINOS, A.; SESANA, S.; ORSATTI, B.; HERMANEK, J.; FREDERIKS, J. W.; CUDINI, T.; ROVERE, L.; JEHIN, D.; KRAUS, O.; BAKALBASIS, D. **Seismic behaviour of steel storage racking systems (SEISRACKS2)**. Bruxelas, Bélgica: European Comission, 2014.

CEN. **EN 1993: Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1 - 3.: General rules - Supplementary rules for cold-formed members and sheeting**. Bruxelas, Bélgica: European Comitee for Standarization, 2006.

CHEUNG, Y. K. **Finite Strip Method in Structural Analysis**. Oxford, Reino Unido: Pergamon Press, 1976.

CHINA GOOD QUALITY INDUSTRUIAL STORAGE RACK SUPPLIER. **Multi Level**

Industrial Steel Storage Racks , Custom Size Metal Racking Systems, 2021. Disponível em: <http://www.industrial-storagerack.com/sale-8740659-multi-level-industrial-steel-storage-racks-custom-size-metal-racking-systems.html>. Acesso em: 16 maio. 2021.

CINTRA, P. **Detecção de Gás e os riscos em Silos e Processos Agrícolas**, 2015. Disponível em: <https://www.enesens.com.br/deteccao-de-gas-em-silos-e-processos-agricolas/>. Acesso em: 16 mar. 2021.

COBERTEC CONSTRUÇÕES METÁLICAS. **Coberturas Metálicas**, 2018. Disponível em: <https://www.cobertecengenharia.com.br/11/servico/coberturas-metalicas>. Acesso em: 16 set. 2020.

CORNELL, C. A. A Probability-Based Structural Code. **Journal of the American Concrete Institute**, v. 66, n. 12, p. 974–985, 1969.

DER KIUREGHIAN, A.; LIN, H.; HWANG, S. Second-Order Reliability Approximations. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 113, n. 8, p. 1208–1225, 1987.

DER KIUREGHIAN, A.; LIU, P. L. Structural reliability under incomplete probability information. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 112, n. 1, p. 85–104, 1986.

DINIS, P. B.; BATISTA, E. DE M.; CAMOTIM, D.; DOS SANTOS, E. S. Local-distortional-global interaction in lipped channel columns: Experimental results, numerical simulations and design considerations. **Thin-Walled Structures**, v. 61, p. 2–13, 2012.

DITLEVSEN, O.; MADSEN, H. O. **Structural Reliability Methods**. 2. ed. Lyngy, Dinamarca: Technical University of Denmark, 2005.

EL-KADI, B.; KIYMAZ, G. Behavior and design of perforated steel storage rack columns under axial compression. **Steel and Composite Structures**, v. 18, n. 5, p. 1259–1277, 2015.

ELIAS, G. C.; DE ALMEIDA NEIVA, L. H.; SARMANHO, A. M. C.; ALVES, V. N.; CASTRO, A. F. B. E. Ultimate load of steel storage systems uprights. **Engineering Structures**, v. 170, p. 53–62, 2018.

ELLINGWOOD, B.; GALAMBOS, T. V.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. **Development of a Probability Based Load Criterion for American National**

Standard A58. NBS Special Publication 577. Washington, Estados Unidos: U.S. Department of Commerce, 1980.

FARIA, V. DE O. **Analise de estabilidade de perfis formados a frio com perfurações**. Dissetação de mestrado. Ouro Preto, Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto, 2016.

FARIA, V. DE O.; FREITAS, A. M. S.; SOUZA, F. T. DE. **Análise de elementos estruturais em perfis formados a frio com perfurações - Sistemas "racks"**. XXXIV CILAMCE. Pirenópolis, Brasil: ABMEC, 2013.

FARIA, V. DE O.; SOUZA, F. T. DE; MIRANDA, S. A. DE; SARMANHO, A. M. C. Análise de perfis formados a frio com perfurações sob compressão centrada. **Revista da Estrutura de Aço**, v. 4, n. 3, p. 163–180, 2015.

FARIDMEHR, I.; OSMAN, M. H.; TAHIR, M. M.; RAZAVYKIA, A.; NEJAD, A. F. Effect of web holes and bearing stiffeners on flexural-shear interaction strength of steel cold-formed C-channel sections. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 13, n. 6, p. 1152–1166, 2016.

FREITAS, A. M. S.; FREITAS, M. S. DA R.; SOUZA, F. T. DE. Analysis of steel storage rack columns. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 61, n. 8, p. 1135–1146, 2005.

FREITAS, M. S. DA R.; BRANDÃO, A. L. R.; FREITAS, A. M. S. Resistance factor calibration for cold-formed steel compression members. **REM: Revista Escola de Minas**, v. 66, n. 2, p. 233–238, 2013.

GALAMBOS, T. V.; ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. Probability Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice. **Journal Of The Structural Division**, p. 1409–1426, 1982.

GALVAMINAS. **Lajes Steel Deck: Conheça alguns modelos**, 2018. Disponível em: <https://www.galvaminas.com.br/blog/lajes-steel-deck-conheca-alguns-modelos/>. Acesso em: 16 mar. 2021.

GANESAN, K. **Resistance factor for cold-formed steel compression members**. Dissertação de mestrado. Blacksburg, Estados Unidos: Virginia Polythecnic Institute and State University, 2010.

GANESAN, K.; MOEN, C. D. LRFD resistance factor for cold-formed steel compression members. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 72, p. 261–266, 2012.

GILBERT, B. P.; RASMUSSEN, K. J. R. **Experimental test on steel storage rack components - Research Report No R899**. Sydney, Austrália: The University of Sydney, 2009.

GOUVEIA, L. **Steel Frame – A construção inteligente**, 2019. Disponível em: <https://metalica.com.br/steel-frame-a-construcao-inteligente/>. Acesso em: 16 mar. 2021.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. **Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Desingn**. New York, NY: John Wiley & Sons, 2000.

HANCOCK, G. J. Distortional Buckling of Steel Storage Rack Columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 111, n. 12, p. 2770–2783, 1985.

HANCOCK, G. J.; MURRAY, T. M.; ELLIFRITT, D. S. **Cold-Formed Steel Structures to the AISI Specification**. 1. ed. New York, NY: Marcel Dekker, Inc., 2001.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. Exact and invariant first order reliability format. **Journal of Engineering Mechanics Diivision**, v. 100, p. 111–121, 1974.

HSIAO, L.-E.; YU, W.-W.; GALAMBOS, T. V. AISI LRFD Method for Cold-Formed Steel Structural Members. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, n. 2, p. 500–517, 1990.

HURTADO, J. E.; ALVAREZ, D. A. Classification Approach for Reliability Analysis with Stochastic Finite-Element Modeling. **Journal of Structural Engineering**, v. 129, n. 8, p. 1141–1149, 2003.

IBE, O. C. **Fundamentals of Applied Probability and Random Processes**. Amsterdam, Países Baixos: Elsevier Inc., 2005.

IMAN, R. L. Latin Hypercube Sampling. **Encyclopedia of Quantitative Risk Analysis and Assessment**, 2008.

INDIAMART. **Hydraulic Door Frame Roll Forming Machine**, 2021. Disponível em: <https://www.indiamart.com/proddetail/door-frame-roll-forming-machine-8615917362.html>. Acesso em: 25 maio. 2021.

JARDIM, R. L. F. **Confiabilidade de barras com perfurações em perfis formados a frio submetidas à força axial de compressão**. Ouro Preto, Brasil: Universidade Faderal de Ouro Preto, 2020.

JARDIM, R. L. F.; FREITAS, M. S. DA R.; BRANDÃO, A. L. R. Resistance factor calibration for perforated cold-formed steel compression members. **Revista Ingeniería de Construcción**, v. 37, n. 1, p. 35–46, 2022.

JAVARONI, C. E. **Estruturas de Aço: Dimensionamento de Perfis Formados a Frio**. Rio de Janeiro, Brasil: Elsevier Editora Ltda., 2015.

KOEN, D. **Structural capacity of light gauge steel storage rack uprights. Master thesis**. Sydney, Austrália: The University of Sydney, 2008.

KWON, Y. B.; KIM, B. S.; HANCOCK, G. J. Compression tests of high strength cold-formed steel channels with buckling interaction. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 65, n. 2, p. 278–289, 2009.

LEBRUN, R.; DUTFOY, A. An innovating analysis of the Nataf transformation from the copula viewpoint. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 24, n. 3, p. 312–320, 2009.

LIGHTNING LASER CUTTING. **Sheet Metal Fabrication - Sheet Metal Bending Services**, 2021. Disponível em: <https://www.lightninglaser.com.au/folding/>. Acesso em: 29 mar. 2023.

LINDFIELD, G. R.; PENNY, J. E. T. **Numerical Methods Using MATLAB®**. 3. ed. Oxford, Reino Unido: Elsevier Inc., 2012.

LIU, P. L.; DER KIUREGHIAN, A. Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 1, n. 2, p. 105–112, 1986.

LIU, S.-W.; PEKÖZ, T.; GAO, W. L.; ZIEMIAN, R. D.; CREWS, J. Frame analysis and design of industrial rack structures with perforated cold-formed steel columns. **Thin-Walled Structures**, v. 163, 2021.

LOW, B. K.; TANG, W. H. Reliability analysis using object-oriented constrained optimization. **Structural Safety**, v. 26, n. 1, p. 69–89, 2004.

MADSEN, H. O.; KRENK, S. E.; LIND, N. C. **Methods of Structural Safety**. New

Jersey, NJ: Prentience Hall, 1986.

MANGIR, A. **Strength and stability of thin walled steel columns in storage rack structures**. Istambul, Turquia: Istanbul Technical University, 2014.

MELCHERS, R. E. **Structural Reliability Analysis and Prediction**. Melbourne, Austrália: John Wiley & Sons, 1999.

MICROSOFT CORPORATION. **Microsoft Excel 2016**. , 2016.

MINITAB LLC. **MINITAB 19**. , 2019.

MOEN, C. D. **Direct Strength Design of Cold-Formed Steel Members with Perforations**. Tese de doutorado. Baltimore, Estados Unidos: Johns Hopkins University, 2008.

MOEN, C. D.; SCHAFER, B. W. Experiments on cold-formed steel columns with holes. **Thin-Walled Structures**, v. 46, n. 10, p. 1164–1182, 2008.

MOEN, C. D.; SCHAFER, B. W. Direct Strength Method for Design of Cold-Formed Steel Columns with Holes. **Journal of Structural Engineering**, v. 137, n. 5, p. 559–570, 2010.

MOEN, C. D.; SCHAFER, B. W. Direct Strength Method for Design of Cold-Formed Steel Columns with Holes. **Journal of Structural Engineering**, v. 137, n. 5, p. 559–570, 2011.

NATAF, A. Détermination des Distribution dont les Marges sont Données. **Comptes Rendus de l'Academie des Sciences**, v. 225, p. 42–43, 1962.

NEIVA, L. H. DE A.; SARMANHO, A. M. C.; FARIA, V. DE O.; SOUZA, F. T. DE; STARLINO, J. A. B. Numerical and experimental analysis of perforated rack members under compression. **Thin-Walled Structures**, v. 130, p. 176–193, 2018.

NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. **Reliability of Structures**. Boston, MA: McGraw-Hill, 2000.

NRCC. **National Building Code of Canada**. Ottawa, Canadá: National Research Council of Canada, 2020.

PEKÖZ, T.; WINTER, G. **Cold-Formed Steel Rack Structures**. 2nd International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures. St. Louis, Estados Unidos:

University of Missouri--Rolla, 1973.

PEKÖZ, T.; WINTER, G. Progress Report on Cold-Formed Steel Storage Rack Design. p. 823–836, 1975.

PEREZ, M. **Different Types of Pallet Racks for Warehouse Storage**, 2021. Disponível em: <https://www.tmhnc.com/blog/common-types-of-pallet-racking-to-increase-warehouse-storage>. Acesso em: 28 abr. 2023.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de aço: dimensionamento prático**. 8. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2009.

PRESS, W. H.; TEUKOLSY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical Recipes in C; The Art of Scientific Computing**. 2. ed. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press, 1992.

RACKWITZ, R. **Practical Probabilistic Approach to Design. Bulletin No. 112**. Paris, França: Comité European du Béton, 1976.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. **Note on Discrete Safety Checking When Using Non-Normal Stochastic Models for Basic Variables. Load Project Working Session**. Cambridge, Estados Unidos: Massachussets Institute of Technology, 1976.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. Structural reliability under combined random load sequences. **Computers and Structures**, v. 9, n. 5, p. 489–494, 1 nov. 1978.

RANG, T.-N.; GALAMBOS, T. V.; YU, W.-W. **First Progress Report: Load and Resistance Factor Design of Cold-Formed Steel: Studu of Design Formats and Safety Index Combined with Calibration of the AISI Formulas of Cold Work and Effective Design Width**. Rolla, Estados Unidos: University of Missouri-Rolla, 1979.

RAVINDRA, M. K.; GALAMBOS, T. V. Load and Resistance Factor Design for Steel. **Journal of The Structural Division**, v. 104, n. 9, p. 1337–1353, 1978.

RIBEIRO, F. S. **Análise teórico-experimental de colunas curtas em perfis formados a frio de seção transversal tipo rack**. Dissertação de mestrado. Vitória, Brasil: Universidade Federal do Espírito Santo, 2006.

RMI. **Specification for the Design, Testing, and Utilization of Industrial Steel Storage Racks**. Charlotte, Estados Unidos: Rack Manufacturers Institute, 1997.

RMI. **ANSI MH16.1: Specification for the Design, Testing and Utilization of Industrial Steel Storage Racks**. Charlotte, Estados Unidos: Rack Manufacturers Institute, 2012.

RMI. **ANSI MH16.3: Specification for the Design, Testing and Utilization of Industrial Steel Cantilevered Storage Racks**. Charlotte, Estados Unidos: Rack Manufacturers Institute, 2016.

RMI. **ANSI MH16.1: Design, Testing, and Utilization of Industrial Steel Storage Racks**. Charlotte, Estados Unidos: Rack Manufacturers Institute, 2021a.

RMI. **The "Dos And Don'ts" Of Pushback Rack**, 2021. Disponível em: <http://www.rmiracksafety.org/2021/07/20/the-dos-and-donts-of-pushback-rack/>. Acesso em: 28 abr. 2023b.

RMI. **The "Dos And Don'ts" Of Pallet Flow Rack**, 2021. Disponível em: <http://www.rmiracksafety.org/2021/05/10/the-dos-and-donts-of-pallet-flow-rack/>. Acesso em: 28 abr. 2023c.

RMI. **Planning Your Rack System – Part Two: Drilling Down Into Specific Rack Types To Understand What Works Best For Your Operations**, 2022. Disponível em: <http://www.rmiracksafety.org/2022/08/19/planning-your-rack-system-part-two-drilling-down-into-specific-rack-types-to-understand-what-works-best-for-your-operations/>. Acesso em: 28 abr. 2023.

SALES, A. E. C. A. **Análise da aplicação do Método da Resistência Direta a perfis formados a frio com perfurações submetiods à compressão**. Dissertação de mestrado. Ouro Preto, Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto, 2017.

SARAWIT, A.; PEKÖZ, T. **CUTWP**. Ithaca, Estados UnidosCornell University, , 2003.

SCHAFER, B. W. **Distortional Buckling of Cold-Formed Steel ColumnsAmerican Iron and Steel Institute**. Washington, Estados Unidos: American Iron and Steel Institute, 2000.

SCHAFER, B. W. Local, Distortional, and Euler Buckling of Thin-Walled Columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 128, n. 3, p. 289–299, 2002.

SCHAFER, B. W.; ÁDANY, S. **Bucking analysis of cold-formed steel members using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods**. Orlando,

Estados Unidos. Eighteen International Seciality Conference on Cold-Formed Steel Structures, 2006.

SELMI, M.; JULIEN, B.; MOUNIR, L.; HEDI, H.; FÉLIX, D. Reliability analyses of slope stability: Homogeneous slope with circular failure. **European Journal of Environmental and Civil Engineering**, v. 14, n. 10, p. 1227–1257, 2010.

SHANGAI CALIN LOGISTIC EQUIPMENT. **Pallet Rack For Warehouse Storage**, 2023. Disponível em: <https://www.calinrack.com/pallet-racking/pallet-rack-for-warehouse-storage.html>. Acesso em: 28 abr. 2023.

SHINOZUKA, M. Basic Analysis of Structural Safety. **Journal of Structural Engineering**, v. 109, n. 3, p. 721–740, 1983.

SILVA, G. G. DA. **Análise teórico-experimental de colunas curtas perfuradas**. Ouro Preto, Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto, 2011.

SILVA, L. S. DA; SIMÕES, R.; GERVÁSIO, H.; COUCHMAN, G. **Design of Steel Structures - U.K. Edition**. Mem Martins, Portugal: ECCS| Ernst & Sohn, 2014.

SILVA, E. L.; PIERIN, I.; SILVA, V. P. E. **Estruturas Compostas Por Perfis Formados a Frio - Dimensionamento pelo método das larguras efetivas e aplicação conforme ABNT NBR 14762:2010 e ABNT NBR 6355:2012**. Rio de Janeiro: Instituto Aço Brasil/CBCA, 2014.

SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D.; DINIS, P. B. Post-buckling behaviour and direct strength design of lipped channel columns experiencing local/distortional interaction. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 73, p. 12–30, 2012.

SOUZA, F. T. DE. **Análise teórico-experimental da estabilidade de colunas perfuradas em perfis de aço formados a frio de seções tipo rack**. Tese de doutorado. Ouro Preto, Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto, 2013.

SWANSON ANALISYS SYSTEMS INC. **ANSYS**. Houston, Estados Unidos, 2015.

SYSTEC GROUP. **Mobile Industrial Racks**, 2023. Disponível em: <https://www.systecgroup.com/mobile-industrial-racks-rolling-bulk-shelves-warehouse-storage/>. Acesso em: 28 abr. 2023.

TAHERI, E.; FIROUZIANHAJI, A.; USEFI, N.; MEHRABI, P.; RONAGH, H.; SAMALI, B. Investigation of a method for strengthening perforated cold-formed steel profiles

under compression loads. **Applied Sciences**, v. 9, n. 26, 2019.

TALIKOTI, R. S.; BAJORIA, K. M. New approach to improving distortional strength of intermediate length thin-walled open section columns. **Electronic Journal of Structural Engineering**, v. 5, p. 69–79, 2005.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E. **Mecânica dos sólidos: Volume II**. Rio de Janeiro, RJ: LTC - Livreos Técnicos e Científicos Editora LTDA., 1984.

TOLEDO, F. F. A. **Obtenção do índice de confiabilidade de barras de perfis formados a frio submetidas à flexão simples com o emprego do método FORM**. Dissertação de mestrado. Ouro Preto, Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto, 2019.

TOLEDO, F. F. A.; FREITAS, M. S. DA R.; BRANDÃO, A. L. R. Reliability assessment of cold-formed steel beams by the form method. **REM - International Engineering Journal**, v. 74, n. 2, p. 183–188, 2021.

TRAHAIR, N. S. **Flexural-Torsional Buckling of Structures**. Boca Raton, FL: Taylor & Francis, 1993.

TRAHAIR, N. S.; BRADFORD, M. A.; NETHERCOT, D. A.; GARDNER, L. **The behaviour and design of steel structures to EC3**. 4. ed. New York, NY: Taylor & Francis, 2008.

TROUNCER, A. N.; RASMUSSEN, K. J. R. Flexural-torsional buckling of ultra light-gauge steel storage rack uprights. **Thin-Walled Structures**, v. 81, p. 159–174, 2014.

TVEDT, L. Distribution of Quadratic Forms in Normal Space - Application to Structural Reliability. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 116, n. 6, p. 1183–1197, 1990.

VON KÁRMÁN, T.; SECHLER, E. E.; DONNELL, L. H. The Strength of Thin Plates in Compression. **Transactions - ASME**, v. 54, p. 53–57, 1932.

WINTER, G. Strength of thin steel compression members. **Transactions - ASCE**, v. 112, p. 527–576, 1947.

YANG, D.; HANCOCK, G. J. Compressive Behavior of Unconfined and Confined Clay Brick Masonry Compressive Behavior of Unconfined and Confined Clay. **Journal of Structural Engineering**, v. 130, n. 12, p. 1954–1963, 2004.

YAO, Z.; RASMUSSEN, K. J. R. Material and geometric nonlinear isoparametric spline finite strip analysis of perforated thin-walled steel structures - Analytical developments. **Thin-Walled Structures**, v. 49, p. 1359–1373, 2011a.

YAO, Z.; RASMUSSEN, K. J. R. Material and geometric nonlinear isoparametric spline finite strip analysis of perforated thin-walled steel structures - Numerical investigations. **Thin-Walled Structures**, v. 49, p. 1374–1391, 2011b.

YU, W.-W. **Cold-Formed Steel Design**. New York, NY: Wiley-Interscience, 1985.

YU, W.-W. **Cold-Formed Steel Design**. 3. ed. New York, NY: John Wiley & Sons, 2000.

ZHANG, H.; GILBERT, B. P.; RASMUSSEN, K. J. R. Drive-In Steel Storage Racks. II: Reliability-Based Design for Forklift Truck Impact. **Journal of Structural Engineering**, v. 138, n. 2, p. 148–156, 2012.

ZHAO, J.; SUN, K.; YU, C.; WANG, J. Tests and direct strength design on cold-formed steel channel beams with web holes. **Engineering Stcuctures**, v. 184, p. 434–446, 2019.

ZHAO, X.; REN, C.; QIN, R. An experimental investigation into perforated and non-perforated steel storage rack uprights. **Thin-Walled Structures**, v. 112, p. 159–172, 2017.

ZIEMIAN, R. D.; MAGUIRE, W.; LIU, S.-W. **MASTAN2**. , 2019.

APÊNDICE A – RESULTADOS DO MRD

Tabela 14 – Resultados de resistência nominal calculados pelas metodologias de adaptação do MRD (G: falha global. L: falha local-global. D: falha distorcional).

Dados			Resistência nominal															
			Opção 1		Opção 2		Opção 3		Opção 4		Opção 5		Opção 6		MRE 1		MRE 2		MRE 3	
Autor	Protótipo	P_{exp} (kN)	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha
SO	CC-F60-1	36,75	47,64	D	45,61	D	47,64	D	47,64	D	47,64	D	47,64	D	48.13	L	-	-	-	-
SO	CC-F60-2	37,00	47,89	D	45,85	D	47,89	D	47,89	D	47,89	D	47,89	D	48.43	L	-	-	-	-
SO	CC-F60-3	37,10	48,66	D	46,56	D	48,66	D	48,66	D	48,66	D	48,66	D	48.35	L	-	-	-	-
SO	CC-F80-1	37,89	51,51	D	49,30	D	51,51	D	51,51	D	51,51	D	51,51	D	48.55	L	-	-	-	-
SO	CC-F80-2	38,66	49,95	D	47,82	D	49,95	D	49,95	D	49,95	D	49,95	D	48.00	L	-	-	-	-
SO	CC-F80-3	38,07	52,87	D	50,56	D	52,87	D	52,87	D	52,87	D	52,87	D	48.45	L	-	-	-	-
SO	CM-F60-1	26,13	42,62	D	41,02	D	42,62	D	42,62	D	42,62	D	42,62	D	40.01	L	35.06	L	33.44	D
SO	CM-F60-3	29,28	41,41	D	39,89	D	41,41	D	41,41	D	41,41	D	41,41	D	39.44	L	34.99	L	32.50	D
SO	CM-F80-1	30,82	44,04	D	42,27	D	44,04	D	44,04	D	44,04	D	44,04	D	45.84	D	38.13	L	38.13	L
SO	CM-F80-2	32,81	44,16	D	42,40	D	44,16	D	44,16	D	44,16	D	44,16	D	46.07	D	38.13	L	37.50	D
SO	CM-F80-3	32,36	44,43	D	42,67	D	44,43	D	44,43	D	44,43	D	44,43	D	46.32	D	38.13	L	38.13	L
FFS	3F-1,8-CP1	105,00	174,44	L	168,98	L	174,44	L	174,44	L	174,44	L	174,44	L	188.54	L	-	-	-	-
FFS	3F-1,8-CP2	133,00	174,44	L	168,98	L	174,44	L	174,44	L	174,44	L	174,44	L	188.54	L	-	-	-	-
FFS	6F-1,8-CP1	123,00	174,06	L	163,08	L	174,06	L	174,06	L	174,06	L	174,06	L	175.34	L	-	-	-	-
FFS	6F-1,8-CP2	125,00	174,06	L	163,08	L	174,06	L	174,06	L	174,06	L	174,06	L	175.34	L	-	-	-	-
FEA	3F-1,5-CP1	65,00	94,63	L	91,66	L	94,63	L	94,63	L	94,63	L	94,63	L	102.51	L	-	-	-	-

Dados			Resistência nominal																	
			Opção 1		Opção 2		Opção 3		Opção 4		Opção 5		Opção 6		MRE 1		MRE 2		MRE 3	
Autor	Protótipo	P_{exp} (kN)	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha
FEA	3F-1,5-CP2	62,00	94,63	L	91,66	L	94,63	L	94,63	L	94,63	L	94,63	L	102.51	L	-	-	-	-
FEA	6F-1,5-CP1	71,00	94,44	L	88,44	L	94,44	L	94,44	L	94,44	L	94,44	L	95.50	L	-	-	-	-
FEA	6F-1,5-CP2	70,00	94,44	L	88,44	L	94,44	L	94,44	L	94,44	L	94,44	L	95.50	L	-	-	-	-
SI	2F-1,8-CP1	126,70	172,92	L	162,06	L	172,92	L	172,92	L	172,92	L	172,92	L	179.79	L	-	-	-	-
SI	2F-1,8-CP2	128,60	172,92	L	162,06	L	172,92	L	172,92	L	172,92	L	172,92	L	179.79	L	-	-	-	-
SI	2F-1,8-CP3	86,16	172,92	L	162,06	L	172,92	L	172,92	L	172,92	L	172,92	L	179.79	L	-	-	-	-
SI	2F-1,5-CP1	77,19	94,70	L	88,69	L	94,70	L	94,70	L	94,70	L	94,70	L	98.17	L	-	-	-	-
SI	2F-1,5-CP2	60,11	94,70	L	88,69	L	94,70	L	94,70	L	94,70	L	94,70	L	98.17	L	-	-	-	-
SI	2F-1,5-CP3	77,07	94,70	L	88,69	L	94,70	L	94,70	L	94,70	L	94,70	L	98.17	L	-	-	-	-
FA	CC-F60-CP1	41,50	59,29	D	56,48	D	59,29	D	59,29	D	59,29	D	59,29	D	60.62	D	-	-	-	-
FA	CC-F60-CP2	48,00	63,01	D	60,02	D	63,01	D	63,01	D	63,01	D	63,01	D	64.26	D	-	-	-	-
FA	CC-F60-CP3	44,80	60,62	D	57,78	D	60,62	D	60,62	D	60,62	D	60,62	D	62.11	D	-	-	-	-
FA	CC-F80-CP1	48,50	60,72	D	57,96	D	60,72	D	60,72	D	60,72	D	60,72	D	62.39	D	-	-	-	-
FA	CC-F80-CP2	42,10	58,76	D	56,09	D	58,76	D	58,76	D	58,76	D	58,76	D	60.53	D	-	-	-	-
FA	CC-F80-CP3	41,30	59,15	D	56,44	D	59,15	D	59,15	D	59,15	D	59,15	D	60.71	D	-	-	-	-
FA	CM-F60-CP2	39,40	53,65	D	51,28	D	53,65	D	53,65	D	53,65	D	53,65	D	57.41	L	44.30	L	44.30	L
FA	CM-F60-CP3	38,70	53,62	D	51,25	D	53,62	D	53,62	D	53,62	D	53,62	D	57.16	L	44.32	L	44.32	L
FA	CM-F80-CP1	42,20	57,53	D	54,89	D	57,53	D	57,53	D	57,53	D	57,53	D	59.53	D	43.94	L	43.94	L
FA	CM-F80-CP2	37,50	57,59	D	54,97	D	57,59	D	57,59	D	57,59	D	57,59	D	59.63	D	43.94	L	43.94	L
FA	CM-F80-CP3	43,50	58,91	D	56,21	D	58,91	D	58,91	D	58,91	D	58,91	D	60.66	D	43.95	L	43.95	L
GR	RF 12519-1	302,50	321,49	G	299,67	G	302,46	L	302,46	L	302,46	L	299,47	L	297.74	G	-	-	-	-

Dados			Resistência nominal															
			Opção 1		Opção 2		Opção 3		Opção 4		Opção 5		Opção 6		MRE 1		MRE 2		MRE 3	
Autor	Protótipo	P_{exp} (kN)	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha
GR	RF 12519-2	306,80	321,53	G	299,70	G	302,46	L	302,46	L	302,46	L	299,50	L	297.74	G	-	-	-	-
GR	RF 12519-3	307,30	321,52	G	299,70	G	302,46	L	302,46	L	302,46	L	299,50	L	297.74	G	-	-	-	-
EK	C360-01	255,51	249,07	L	214,04	G	216,65	L	216,65	L	208,46	L	206,26	L	214.08	G	-	-	-	-
EK	C360-02	244,50	242,07	L	209,46	G	212,01	L	212,01	L	203,61	L	201,50	L	209.49	G	-	-	-	-
EK	C360-03	247,96	253,32	L	216,79	G	219,43	L	219,43	L	211,38	L	209,12	L	216.82	G	-	-	-	-
EK	C500-01	226,91	223,58	L	193,65	D	200,84	L	196,04	D	191,45	L	187,80	L	196.28	G	211.61	D	190.31	D
EK	C500-02	225,54	216,93	L	188,71	D	196,17	L	191,11	D	186,61	L	183,13	L	195.72	G	206.70	D	184.46	D
EK	C500-03	220,10	243,42	D	209,47	D	215,72	L	211,86	D	207,00	L	202,79	L	210.81	G	227.12	D	206.47	D
EK	C650-01	194,67	210,84	D	184,48	D	201,77	L	189,39	D	189,39	D	185,40	L	194.09	G	200.87	D	173.30	D
EK	C650-02	203,53	214,11	D	187,29	D	204,56	L	192,19	D	192,19	D	188,15	L	196.77	G	203.65	D	176.03	D
EK	C650-03	211,36	212,78	D	186,18	D	203,63	L	191,14	D	191,14	D	187,23	L	195.88	G	202.73	D	175.52	D
EK	C650-04	211,69	216,78	D	189,52	D	206,43	L	194,31	D	194,31	D	189,99	L	198.56	G	205.48	D	178.77	D
EK	C800-01	199,10	204,51	D	180,06	D	204,51	D	187,20	D	187,20	D	183,96	L	187.66	D	187.48	D	164.19	D
EK	C800-02	195,77	207,12	D	182,27	D	206,43	L	189,30	D	189,30	D	185,75	L	189.37	D	189.39	D	166.67	D
EK	C800-03	181,46	207,12	D	182,27	D	206,43	L	189,30	D	189,30	D	185,75	L	189.37	D	189.39	D	166.67	D
EK	C800-04	191,80	201,89	D	177,85	D	201,89	D	185,10	D	185,10	D	182,17	L	185.34	D	185.63	D	162.94	D
EK	C950-01	197,41	200,83	D	177,39	D	200,83	D	185,95	D	185,95	D	180,76	L	181.11	D	176.77	D	157.85	D
EK	C950-02	188,85	200,83	D	177,39	D	200,83	D	185,95	D	185,95	D	180,76	L	181.11	D	176.77	D	157.85	D
EK	C950-03	185,48	196,98	D	174,10	D	196,98	D	182,83	D	182,83	D	178,15	L	178.05	D	174.71	D	154.90	D
EK	C1100-01	172,18	186,53	D	165,02	D	186,53	D	173,69	D	173,69	D	166,00	L	163.94	D	159.94	D	143.80	D
EK	C1100-02	171,08	191,52	D	169,69	D	191,52	D	179,50	D	179,50	D	171,71	L	173.23	D	164.43	D	147.48	D

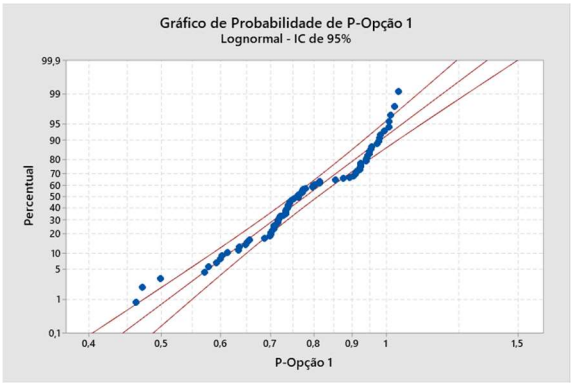
Dados			Resistência nominal																	
			Opção 1		Opção 2		Opção 3		Opção 4		Opção 5		Opção 6		MRE 1		MRE 2		MRE 3	
Autor	Protótipo	P_{exp} (kN)	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha
EK	C1100-03	173,63	190,62	D	168,90	D	190,62	D	178,66	D	178,66	D	170,87	L	172.13	D	164.59	D	146.11	D
EK	C1250-01	172,67	189,87	D	168,44	D	189,87	D	178,90	D	178,90	D	166,33	L	173.98	D	160.66	D	142.24	D
EK	C1250-02	179,47	177,99	D	158,17	D	177,99	D	168,91	D	168,91	D	158,28	L	163.16	D	150.38	D	133.19	D
EK	C1250-03	163,45	191,12	D	169,52	D	191,12	D	179,94	D	179,94	D	167,13	L	175.30	D	161.40	D	142.99	D
EK	C1250-04	175,71	192,38	D	170,59	D	192,38	D	180,97	D	180,97	D	167,94	L	176.54	D	162.49	D	144.42	D
KO	375_1	270,00	366,00	G	326,90	G	328,88	L	328,88	L	328,88	L	326,67	L	322.02	G	-	-	-	-
KO	375_2	273,00	365,99	G	326,90	G	328,88	L	328,88	L	328,88	L	326,66	L	322.02	G	-	-	-	-
KO	375_3	262,00	366,01	G	326,91	G	328,88	L	328,88	L	328,88	L	326,67	L	322.02	G	-	-	-	-
TSD	SD-S-300-1	88,53	95,88	L	88,25	L	95,88	L	95,88	L	95,88	L	95,88	L	73.03	L	-	-	-	-
TSD	SD-S-300-2	88,58	95,89	L	88,25	L	95,89	L	95,89	L	95,89	L	95,89	L	73.04	L	-	-	-	-
TSD	SD-S-300-3	88,49	95,88	L	88,25	L	95,88	L	95,88	L	95,88	L	95,88	L	73.04	L	-	-	-	-
TSD	SD-FT-625-1	62,51	77,92	D	72,99	D	77,92	D	77,92	D	77,92	D	77,92	D	69.28	L	77.17	D	62.19	D
TSD	SD-FT-625-2	62,14	77,96	D	73,02	D	77,96	D	77,96	D	77,96	D	77,96	D	69.26	L	77.24	D	62.23	D
TSD	SD-FT-1345-1	51,83	67,42	D	63,31	D	67,42	D	67,42	D	67,42	D	67,42	D	54.96	L	56.52	D	44.65	D
TSD	SD-FT-1345-2	52,55	67,43	D	63,32	D	67,43	D	67,43	D	67,43	D	67,43	D	55.05	L	56.51	D	44.68	D
TSD	SD-FT-1950-1	41,69	65,74	D	61,75	D	65,74	D	65,74	D	65,74	D	65,74	D	39.83	L	53.01	D	35.03	D
TSD	SD-FT-1950-2	42,54	65,74	D	61,75	D	65,74	D	65,74	D	65,74	D	65,74	D	39.83	L	66.69	D	42.40	D
TRF	RF-S-300-1	119,37	169,42	L	156,63	L	162,99	L	162,99	L	156,50	L	155,73	L	131.72	L	-	-	-	-
TRF	RF-S-300-2	119,76	169,41	L	156,63	L	162,99	L	162,99	L	156,50	L	155,72	L	131.71	L	-	-	-	-
TRF	RF-S-300-3	120,73	169,40	L	156,62	L	162,99	L	162,99	L	156,49	L	155,71	L	131.70	L	-	-	-	-
TRF	RF-FT-600-1	97,91	165,32	L	153,23	L	162,99	L	162,99	L	154,72	L	150,73	L	125.75	D	118.55	L	110.35	D

Dados			Resistência nominal															
			Opção 1		Opção 2		Opção 3		Opção 4		Opção 5		Opção 6		MRE 1		MRE 2		MRE 3	
Autor	Protótipo	P_{exp} (kN)	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha	P_n (kN)	Falha
TRF	RF-FT-600-2	94,31	165,32	L	153,23	L	162,99	L	162,99	L	154,72	L	150,73	L	125.75	D	118.55	L	110.35	D
TRF	RF-FT-1275-1	88,87	148,21	L	135,85	G	148,21	L	148,21	L	149,16	G	130,32	L	90.10	D	79.68	D	69.58	D
TRF	RF-FT-1275-2	85,77	148,31	L	135,97	G	148,31	L	148,31	L	149,31	G	130,43	L	90.16	D	79.83	D	69.69	D
TRF	RF-FT-1950-1	53,59	113,80	G	106,76	G	113,80	G	113,80	G	113,80	G	101,36	L	65.06	G	54.08	D	48.27	D
TRF	RF-FT-1950-2	52,51	113,63	G	106,62	G	113,63	G	113,63	G	113,63	G	101,21	L	65.06	G	54.01	D	48.18	D

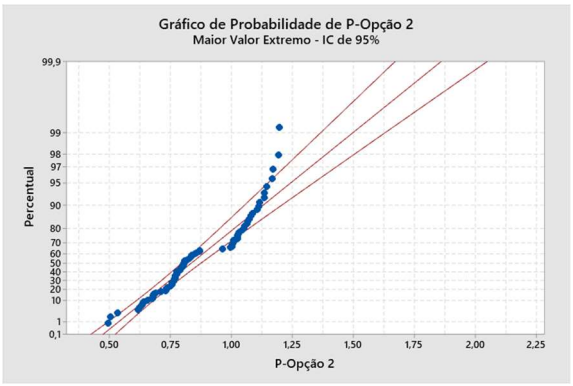
Fonte: elaborado pelo autor.

APÊNDICE B – AJUSTES DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES PARA OS AGRUPAMENTOS DO ERRO DE MODELO

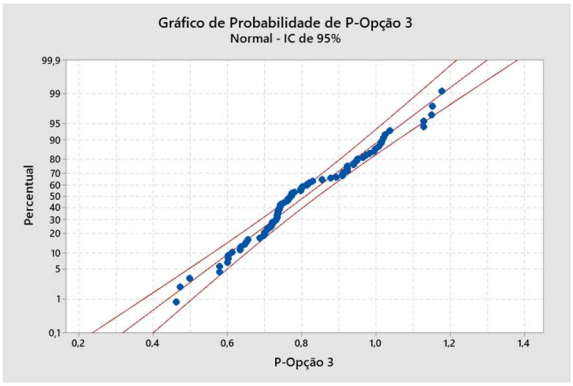
Figura 75 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo para todas as colunas utilizando as opções de Moen (elaborado através programa MINITAB 19 ®).



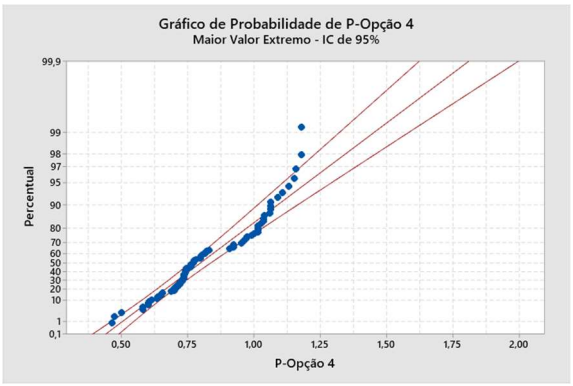
Opção 1



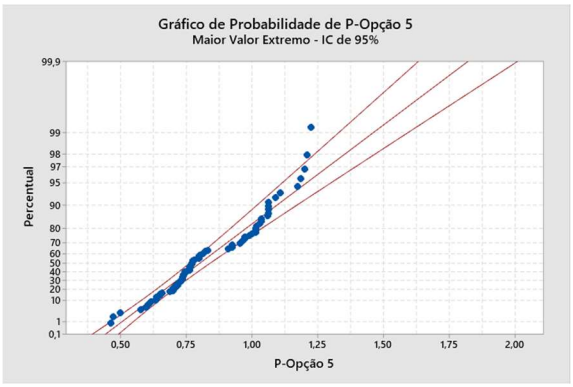
Opção 2



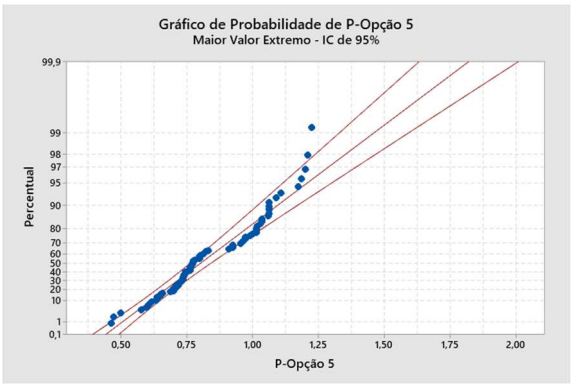
Opção 3



Opção 4



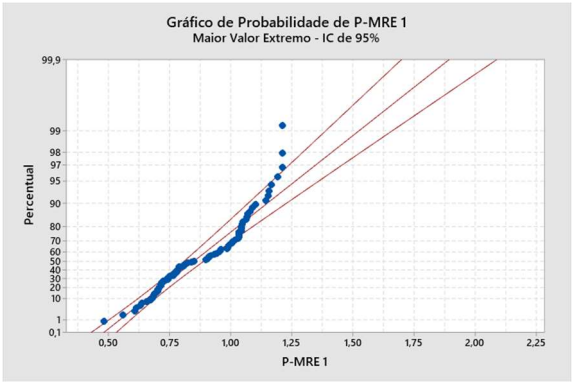
Opção 5



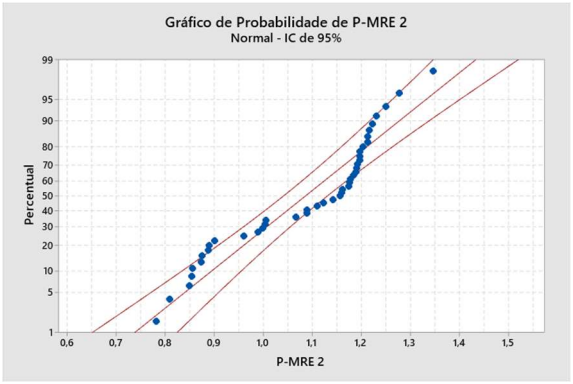
Opção 6

Fonte: elaborado pelo autor.

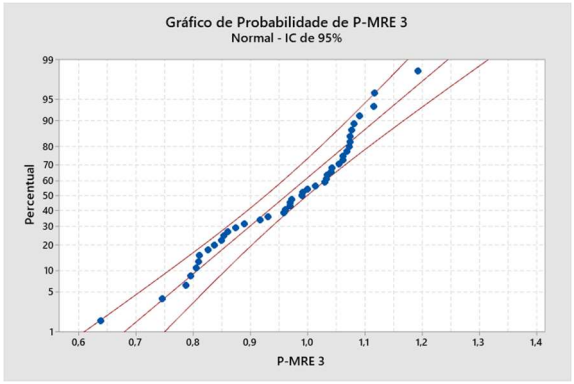
Figura 76 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo para todas as colunas utilizando as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®).



MRE 1



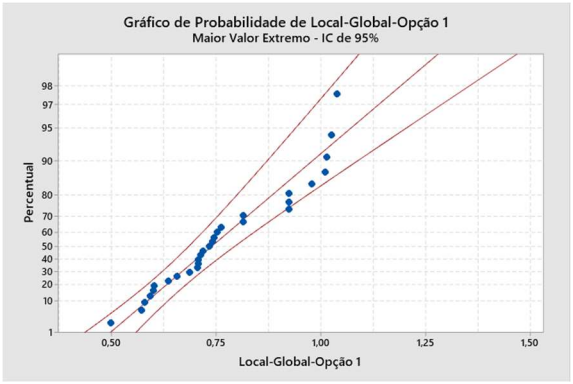
MRE 2



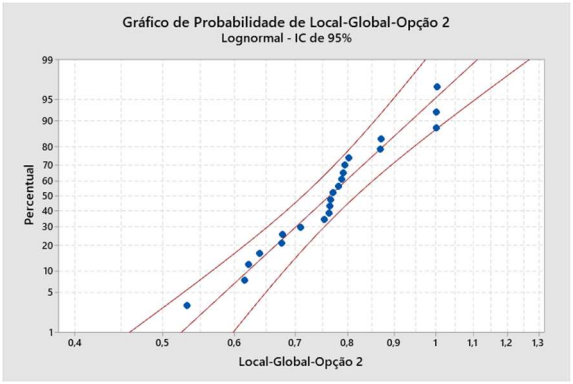
MRE 3

Fonte: elaborado pelo autor.

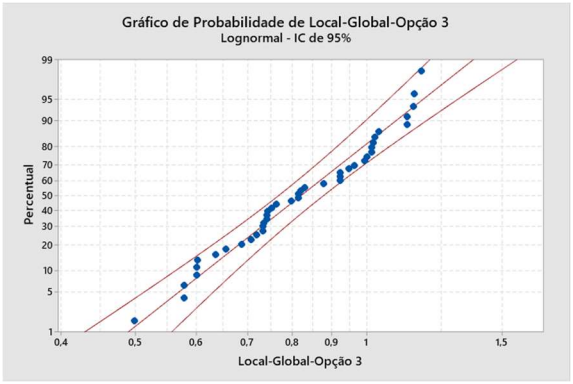
Figura 77 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha local-global de acordo com as opções de Moen (2008) (elaborado através do programa MINITAB 19 ®).



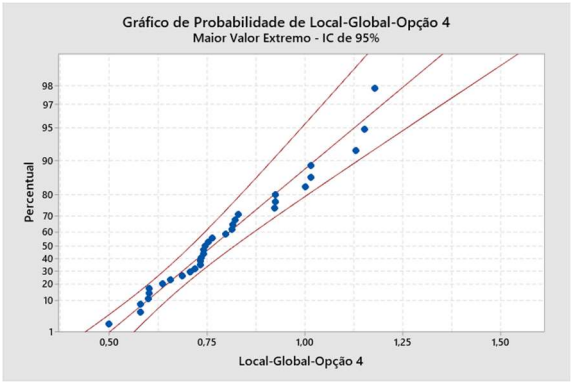
Opção 1



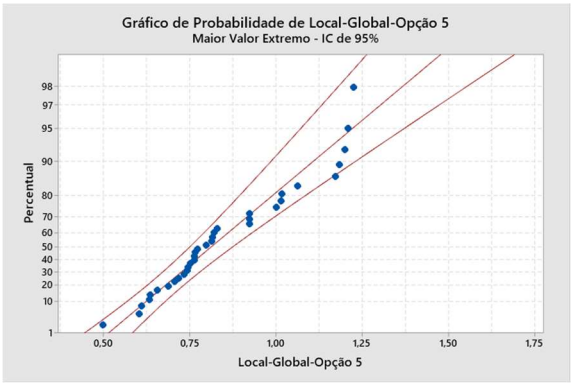
Opção 2



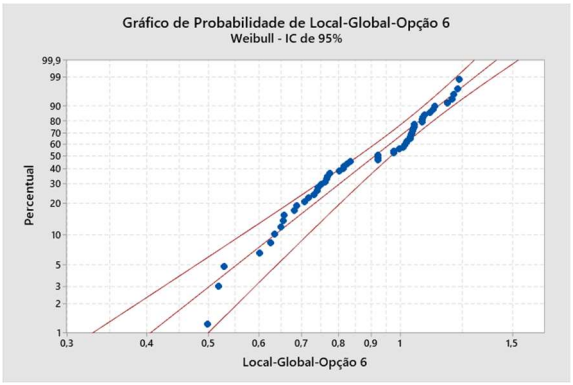
Opção 3



Opção 4



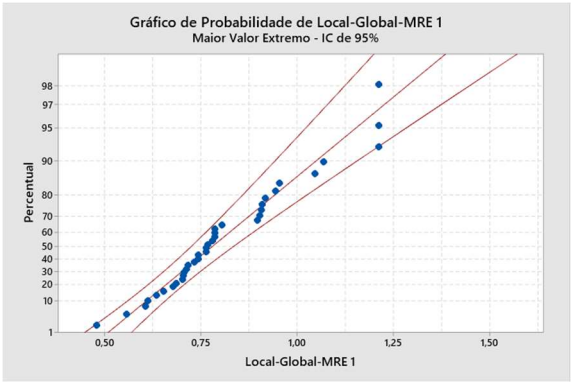
Opção 5



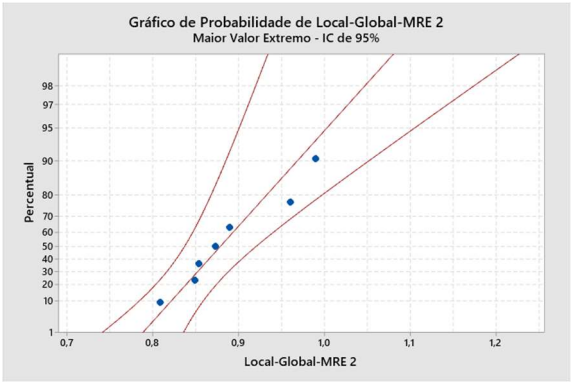
Opção 6

Fonte: elaborado pelo autor.

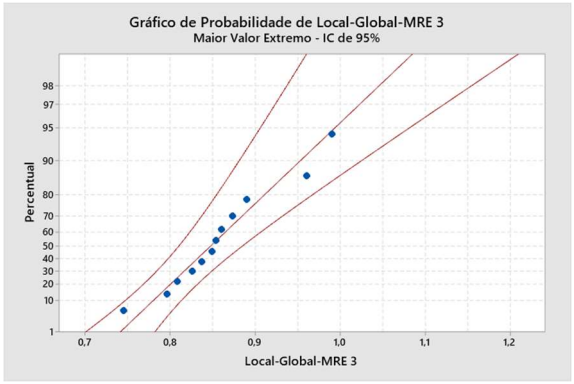
Figura 78 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha local-global de acordo com as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®).



MRE 1



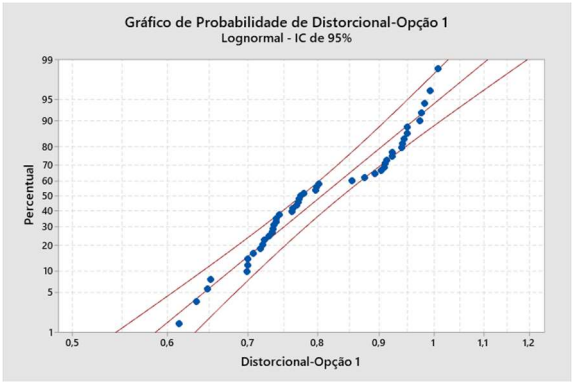
MRE 2



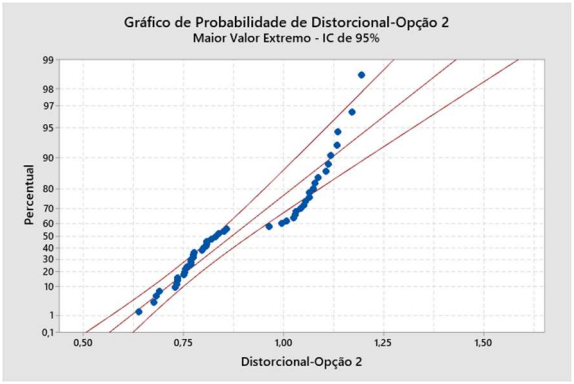
MRE 3

Fonte: elaborado pelo autor.

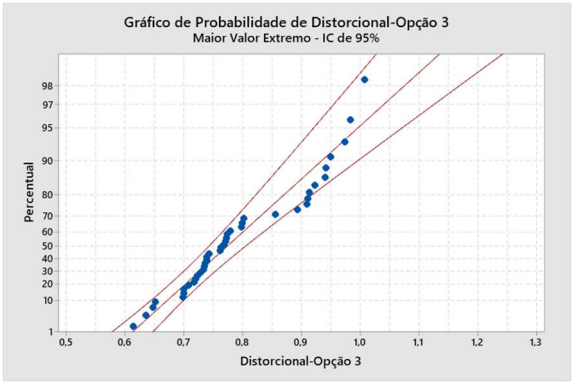
Figura 79 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha distorcional de acordo com as opções de Moen (2008) (elaborado através do programa MINITAB 19 ®).



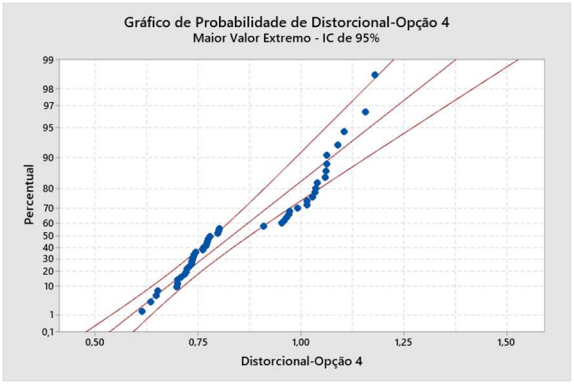
Opção 1



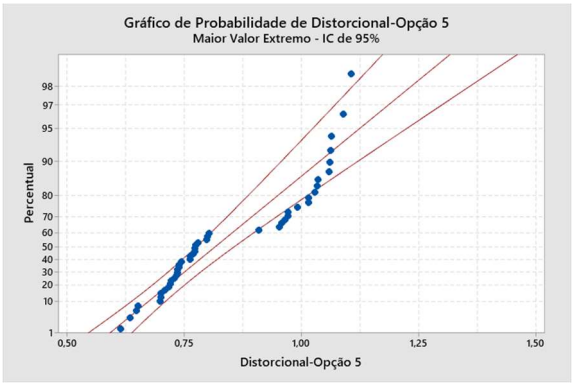
Opção 2



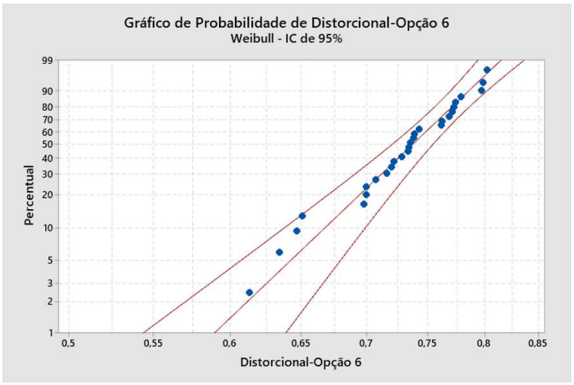
Opção 3



Opção 4



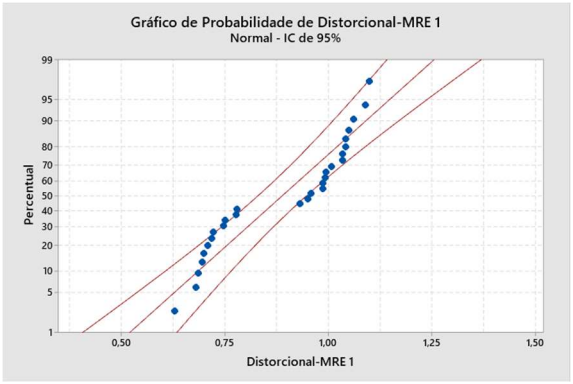
Opção 5



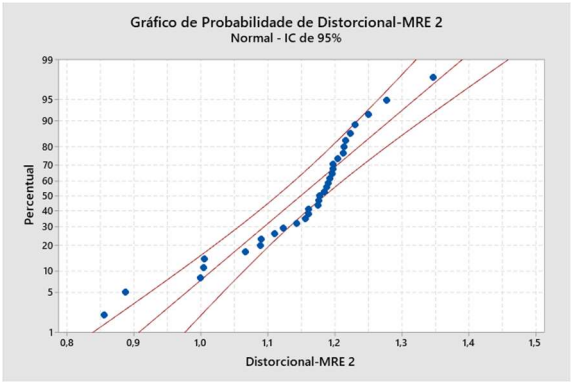
Opção 6

Fonte: elaborado pelo autor.

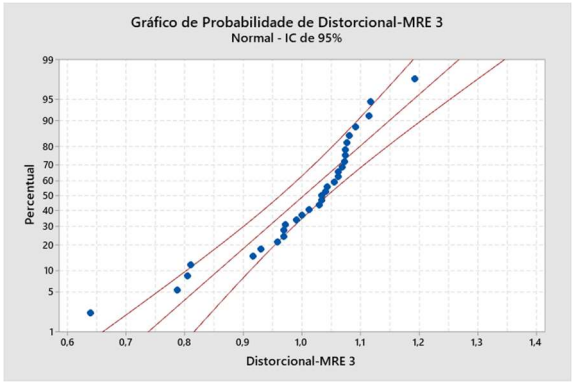
Figura 80 – Gráficos com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha distorcional de acordo com as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®).



MRE 1



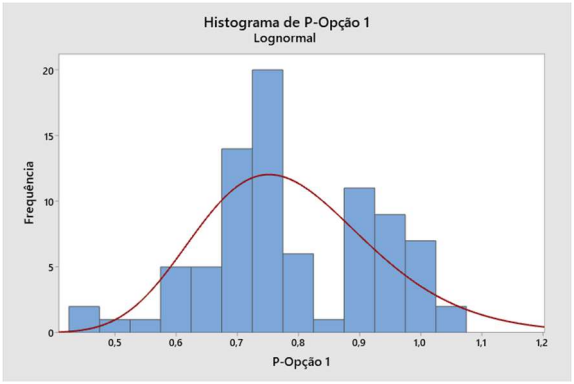
MRE 2



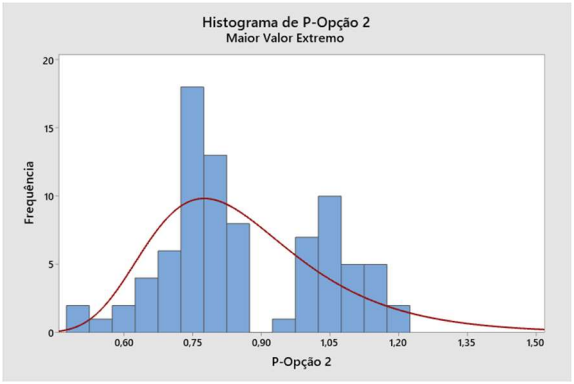
MRE 3

Fonte: elaborado pelo autor.

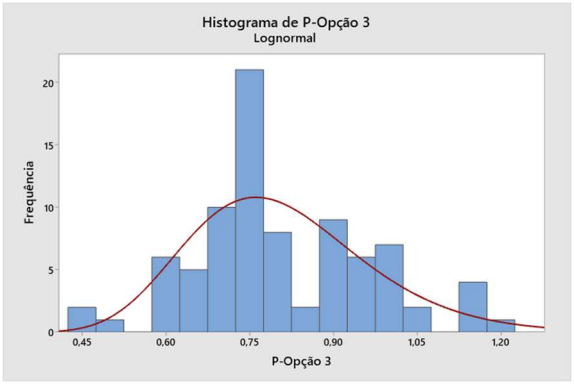
Figura 81 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo para todas as colunas utilizando as opções de Moen (elaborado através programa MINITAB 19 ®).



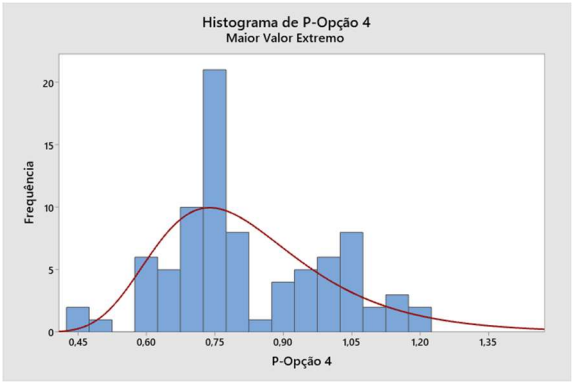
Opção 1



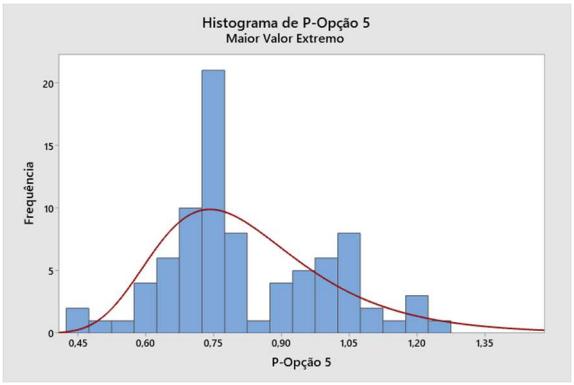
Opção 2



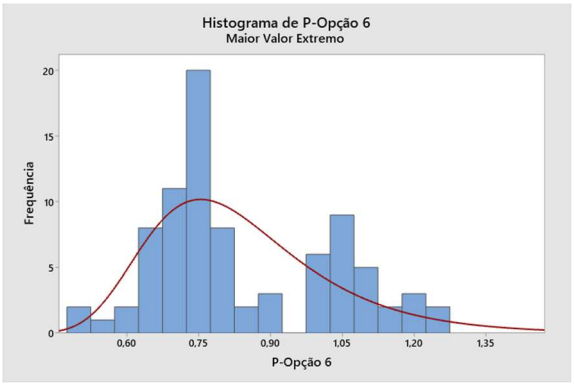
Opção 3



Opção 4



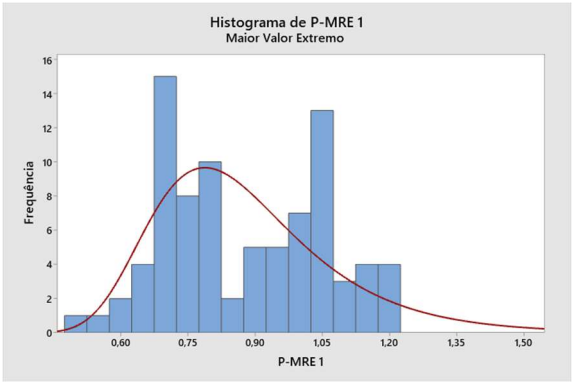
Opção 5



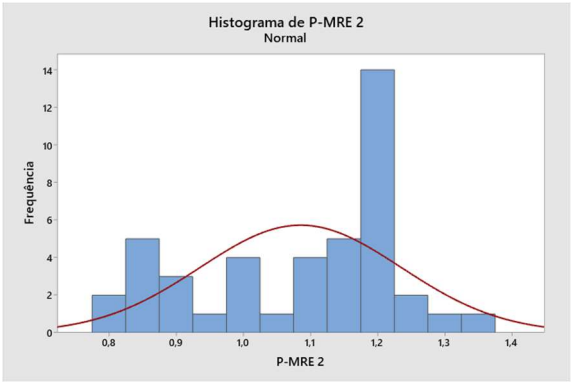
Opção 6

Fonte: elaborado pelo autor.

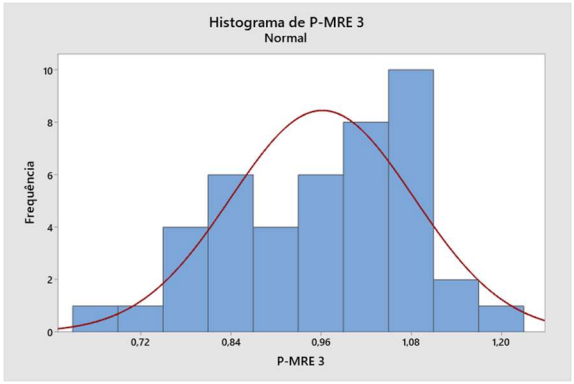
Figura 82 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo para todas as colunas utilizando as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®).



MRE 1



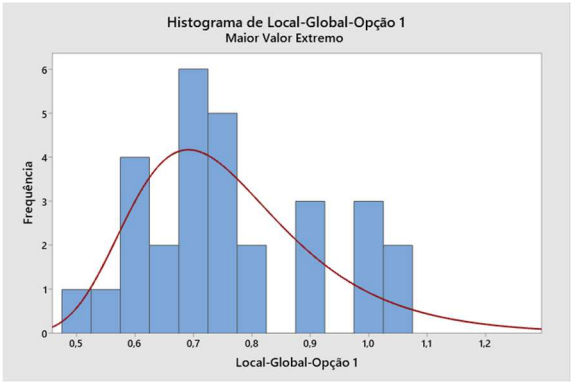
MRE 2



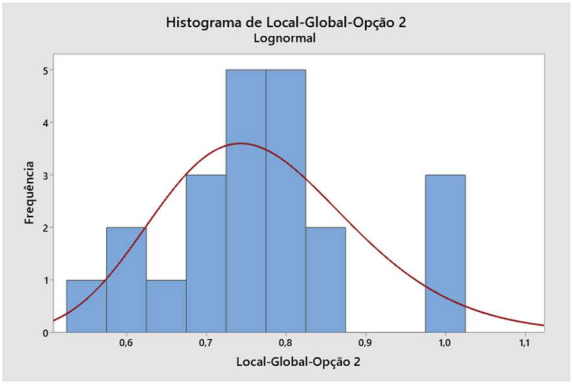
MRE 3

Fonte: elaborado pelo autor.

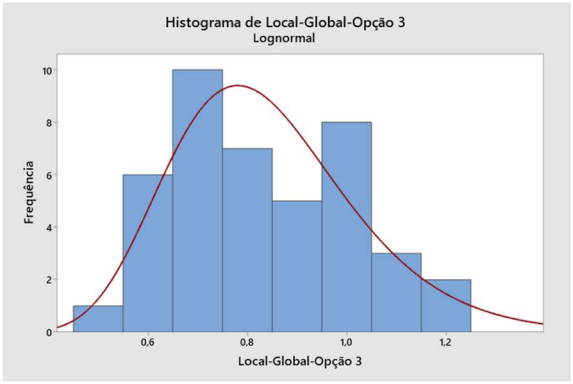
Figura 83 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha local-global de acordo com as opções de Moen (2008) (elaborado através do programa MINITAB 19 ®).



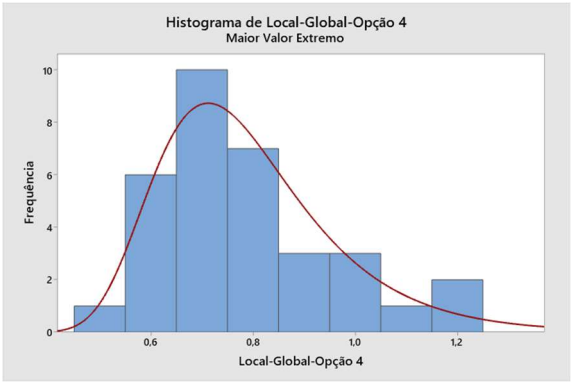
Opção 1



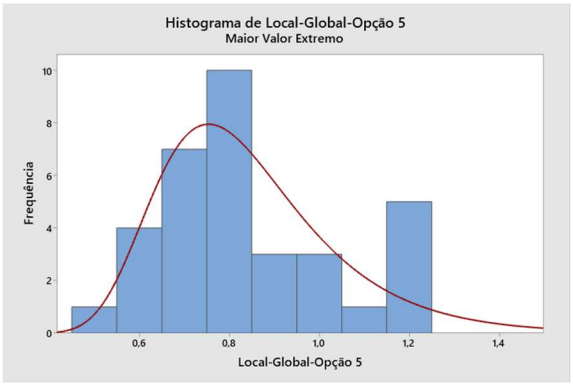
Opção 2



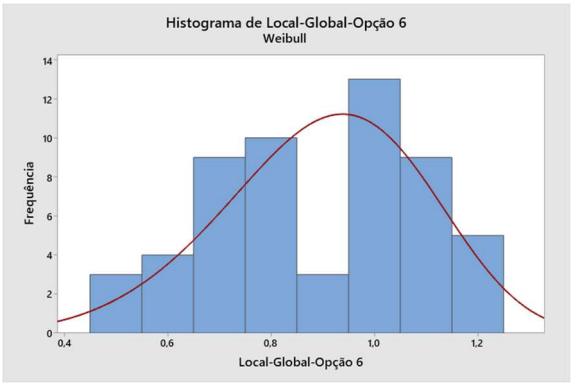
Opção 3



Opção 4



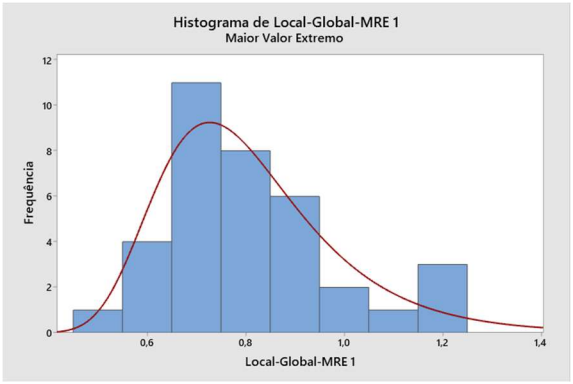
Opção 5



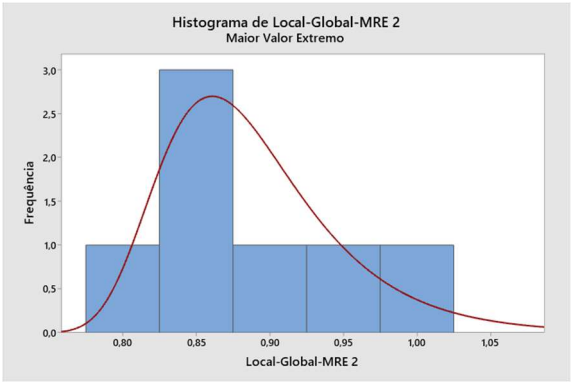
Opção 6

Fonte: elaborado pelo autor.

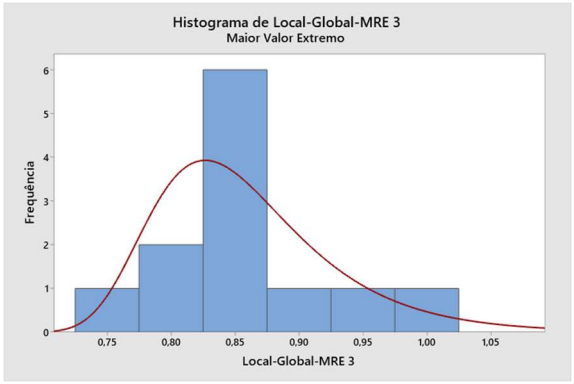
Figura 84 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha local-global de acordo com as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®).



MRE 1



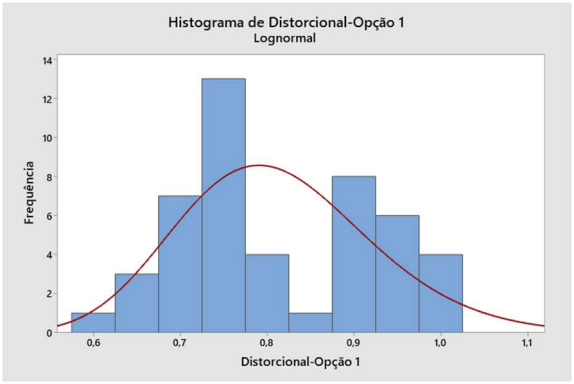
MRE 2



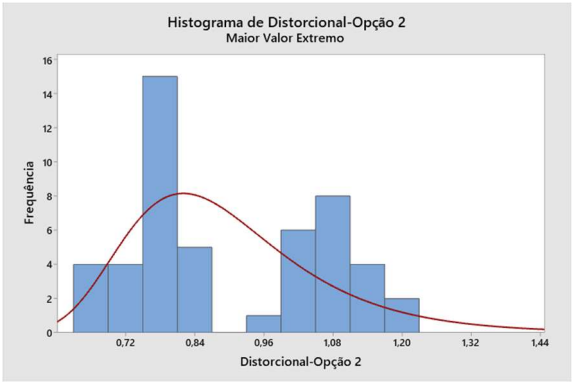
MRE 3

Fonte: elaborado pelo autor.

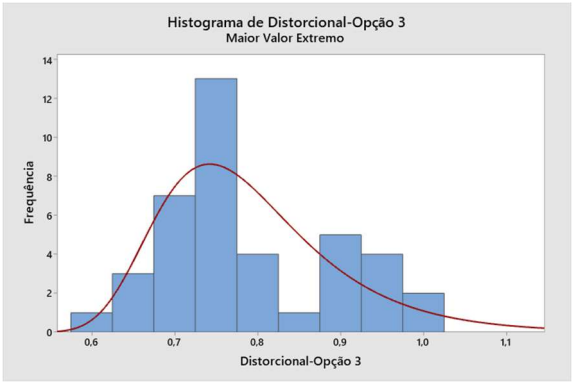
Figura 85 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha distorcional de acordo com as opções de Moen (2008) (elaborado através do programa MINITAB 19 ®).



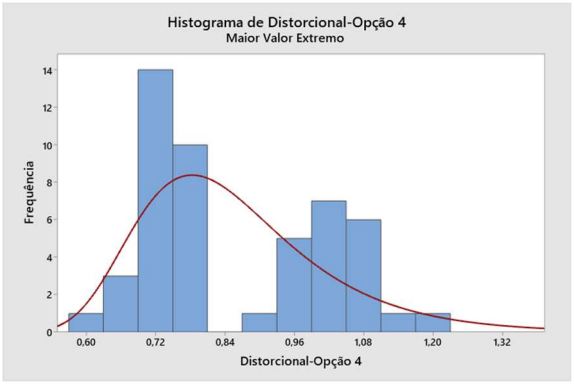
Opção 1



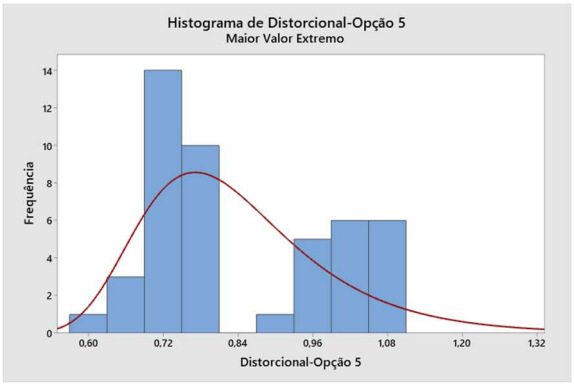
Opção 2



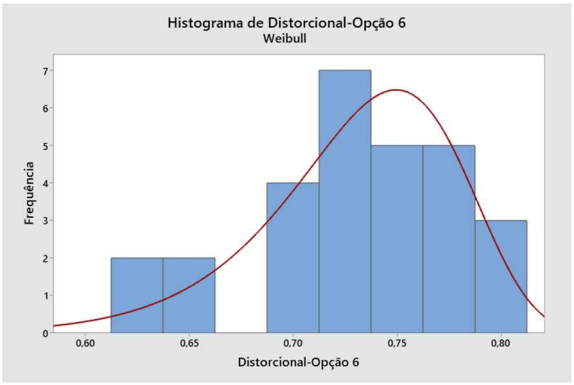
Opção 3



Opção 4



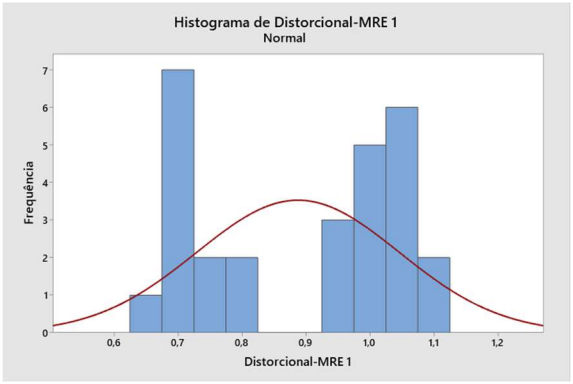
Opção 5



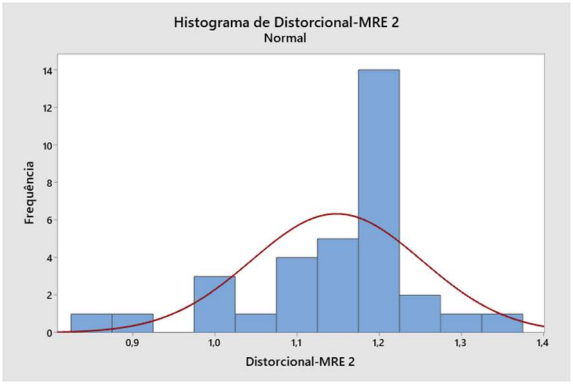
Opção 6

Fonte: elaborado pelo autor.

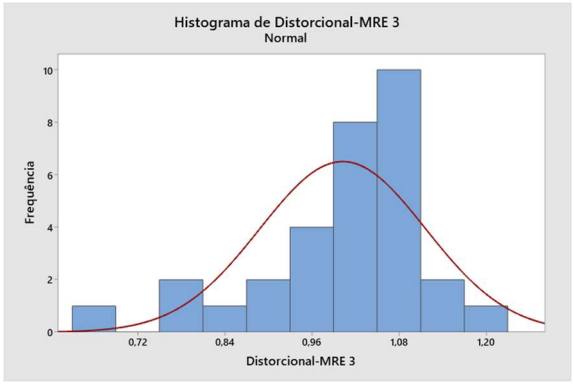
Figura 86 – Histogramas com as distribuições de probabilidade ajustadas ao erro de modelo considerando falha distorcional de acordo com as metodologias de redução da espessura (elaborado através do programa MINITAB 19 ®).



MRE 1



MRE 2



MRE 3

Fonte: elaborado pelo autor.

APÊNDICE C – RESULTADOS DOS ÍNDICES DE CONFIABILIDADE

Tabela 15 – Resultados dos índices de confiabilidade considerando todos os dados.

Adaptação do MRD	Método	Combinação de ações					
		$\phi = 0,85$ $1,2\ D_n + 1,4\ U_n$		$\phi = 0,80$ $1,25\ D_n + 1,5\ U_n$		$\gamma = 1,20$ $1,3\ D_n + 1,4\ U_n$	
		$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$	$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$	$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$
Opção 1	**FOSM**	1,21	1,23	1,70	1,70	1,36	1,35
	FORM	1,15	1,18	1,65	1,68	1,31	1,31
	SMC	1,17	1,21	1,69	1,70	1,35	1,33
Opção 2	**FOSM**	1,43	1,44	1,88	1,88	1,57	1,56
	FORM	1,42	1,44	1,94	1,96	1,58	1,57
	SMC	1,47	1,49	1,99	2,02	1,63	1,61
Opção 3	**FOSM**	1,23	1,25	1,68	1,69	1,37	1,36
	FORM	1,16	1,18	1,56	1,58	1,28	1,29
	SMC	1,14	1,18	1,54	1,59	1,28	1,28
Opção 4	**FOSM**	1,24	1,26	1,68	1,69	1,38	1,37
	FORM	1,19	1,22	1,70	1,72	1,35	1,35
	SMC	1,25	1,27	1,74	1,76	1,39	1,39
Opção 5	**FOSM**	1,25	1,27	1,68	1,69	1,38	1,38
	FORM	1,20	1,23	1,70	1,72	1,35	1,35
	SMC	1,25	1,29	1,75	1,76	1,40	1,40
Opção 6	**FOSM**	1,30	1,31	1,72	1,74	1,43	1,42
	FORM	1,25	1,28	1,75	1,77	1,41	1,40
	SMC	1,30	1,32	1,80	1,82	1,44	1,45
MRE 1	**FOSM**	1,49	1,50	1,94	1,94	1,63	1,62
	FORM	1,49	1,50	2,01	2,03	1,65	1,63
	SMC	1,54	1,55	2,06	2,09	1,70	1,68
MRE 2	**FOSM**	2,71	2,66	3,24	3,18	2,87	2,79
	FORM	2,63	2,63	3,11	3,11	2,78	2,75
	SMC	2,62	2,61	3,09	3,10	2,77	2,75
MRE 3	**FOSM**	2,25	2,22	2,80	2,75	2,42	2,35
	FORM	2,23	2,23	2,76	2,76	2,40	2,37
	SMC	2,22	2,23	2,76	2,75	2,40	2,35

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 16 – Resultados dos índices de confiabilidade considerando falha local-global.

Adaptação do MRD	Método	Combinação de ações					
		$\phi = 0,85$ $1,2\ D_n + 1,4\ U_n$		$\phi = 0,80$ $1,25\ D_n + 1,5\ U_n$		$\gamma = 1,20$ $1,3\ D_n + 1,4\ U_n$	
		$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$	$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$	$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$
Opção 1	**FOSM**	1,01	1,04	1,46	1,48	1,15	1,15
	FORM	0,94	0,97	1,45	1,48	1,09	1,10
	SMC	0,98	1,02	1,49	1,51	1,15	1,16
Opção 2	**FOSM**	1,17	1,19	1,68	1,68	1,33	1,32
	FORM	1,12	1,15	1,65	1,67	1,28	1,28
	SMC	1,15	1,18	1,68	1,70	1,30	1,32
Opção 3	**FOSM**	1,30	1,32	1,73	1,74	1,43	1,43
	FORM	1,22	1,25	1,67	1,69	1,36	1,36
	SMC	1,24	1,28	1,69	1,71	1,39	1,38
Opção 4	**FOSM**	1,09	1,12	1,52	1,54	1,23	1,22
	FORM	1,02	1,05	1,52	1,54	1,17	1,18
	SMC	1,08	1,10	1,57	1,60	1,22	1,23
Opção 5	**FOSM**	1,27	1,29	1,69	1,70	1,40	1,40
	FORM	1,22	1,25	1,71	1,73	1,37	1,37
	SMC	1,26	1,30	1,75	1,78	1,42	1,42
Opção 6	**FOSM**	1,50	1,51	1,92	1,93	1,63	1,62
	FORM	1,31	1,34	1,61	1,63	1,41	1,41
	SMC	1,30	1,31	1,60	1,63	1,39	1,40
MRE 1	**FOSM**	1,16	1,18	1,59	1,60	1,29	1,29
	FORM	1,10	1,12	1,59	1,62	1,25	1,25
	SMC	1,14	1,17	1,63	1,66	1,30	1,30
MRE 2	**FOSM**	2,15	2,10	2,77	2,70	2,34	2,25
	FORM	2,24	2,22	2,96	2,93	2,46	2,40
	SMC	2,31	2,29	3,06	2,99	2,50	2,48
MRE 3	**FOSM**	1,94	1,91	2,55	2,49	2,13	2,06
	FORM	2,00	1,98	2,71	2,68	2,21	2,16
	SMC	2,07	2,05	2,78	2,72	2,27	2,20

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 17 – Resultados dos índices de confiabilidade considerando falha distorcional.

Adaptação do MRD	Método	Combinação de ações					
		$\phi = 0,85$ $1,2\ D_n + 1,4\ U_n$		$\phi = 0,80$ $1,25\ D_n + 1,5\ U_n$		$\gamma = 1,20$ $1,3\ D_n + 1,4\ U_n$	
		$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$	$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$	$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$
Opção 1	**FOSM**	1,46	1,47	2,00	1,99	1,63	1,60
	FORM	1,44	1,46	2,00	2,01	1,61	1,60
	SMC	1,47	1,48	2,03	2,03	1,64	1,62
Opção 2	**FOSM**	1,69	1,69	2,16	2,16	1,84	1,81
	FORM	1,72	1,73	2,29	2,29	1,89	1,87
	SMC	1,77	1,78	2,34	2,33	1,95	1,92
Opção 3	**FOSM**	1,36	1,37	1,90	1,89	1,53	1,50
	FORM	1,34	1,36	1,96	1,97	1,53	1,51
	SMC	1,40	1,42	2,01	2,02	1,60	1,57
Opção 4	**FOSM**	1,49	1,50	1,96	1,96	1,64	1,62
	FORM	1,49	1,51	2,04	2,06	1,66	1,64
	SMC	1,54	1,57	2,11	2,12	1,70	1,71
Opção 5	**FOSM**	1,45	1,46	1,93	1,93	1,60	1,58
	FORM	1,44	1,46	2,01	2,02	1,62	1,60
	SMC	1,49	1,52	2,07	2,08	1,68	1,66
Opção 6	**FOSM**	1,16	1,17	1,78	1,77	1,35	1,32
	FORM	1,22	1,24	1,88	1,88	1,42	1,40
	SMC	1,16	1,21	1,83	1,83	1,38	1,37
MRE 1	**FOSM**	1,58	1,59	2,06	2,05	1,73	1,71
	FORM	1,49	1,51	1,91	1,93	1,62	1,62
	SMC	1,49	1,50	1,89	1,91	1,62	1,62
MRE 2	**FOSM**	3,02	2,94	3,58	3,49	3,19	3,08
	FORM	3,03	3,01	3,58	3,56	3,20	3,15
	SMC	3,03	3,00	3,59	3,55	3,20	3,15
MRE 3	**FOSM**	2,51	2,46	3,08	3,01	2,69	2,60
	FORM	2,53	2,52	3,10	3,09	2,71	2,66
	SMC	2,52	2,53	3,10	3,09	2,70	2,65

Fonte: elaborado pelo autor.

APÊNDICE D – RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO DOS COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO DA RESISTÊNCIA

Tabela 18 – Coeficientes de ponderação da resistência (ϕ) calibrados para todos os dados.

Adaptação do MRD	Método	Combinação de ações					
		$\beta_0 = 2,5$ $1,2\ D_n + 1,4\ U_n$		$\beta_0 = 3,0$ $1,25\ D_n + 1,5\ U_n$		$\beta_0 = 2,5$ $1,3\ D_n + 1,4\ U_n$	
		$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$	$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$	$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$
Opção 1	**FOSM**	0,61	0,61	0,57	0,57	0,62	0,61
	FORM	0,61	0,61	0,58	0,58	0,62	0,62
Opção 2	**FOSM**	0,63	0,63	0,59	0,58	0,64	0,64
	FORM	0,66	0,66	0,63	0,63	0,67	0,67
Opção 3	**FOSM**	0,60	0,60	0,56	0,55	0,61	0,61
	FORM	0,54	0,54	0,47	0,47	0,55	0,55
Opção 4	**FOSM**	0,60	0,59	0,55	0,55	0,61	0,60
	FORM	0,62	0,62	0,59	0,59	0,63	0,63
Opção 5	**FOSM**	0,59	0,59	0,55	0,54	0,61	0,60
	FORM	0,62	0,62	0,59	0,59	0,63	0,63
Opção 6	**FOSM**	0,60	0,60	0,55	0,55	0,61	0,60
	FORM	0,63	0,63	0,60	0,59	0,64	0,64
MRE 1	**FOSM**	0,64	0,64	0,60	0,59	0,66	0,65
	FORM	0,67	0,67	0,64	0,64	0,69	0,68
MRE 2	**FOSM**	0,89	0,88	0,85	0,83	0,91	0,89
	FORM	0,88	0,88	0,82	0,82	0,89	0,89
MRE 3	**FOSM**	0,80	0,79	0,76	0,75	0,82	0,80
	FORM	0,80	0,80	0,76	0,76	0,81	0,81

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 19 – Coeficientes de ponderação da resistência (ϕ) calibrados para falha local-global.

Adaptação do MRD	Método	Combinação de ações					
		$\beta_0 = 2,5$ $1,2\ D_n + 1,4\ U_n$		$\beta_0 = 3,0$ $1,25\ D_n + 1,5\ L_n$		$\beta_0 = 2,5$ $1,25\ D_n + 1,5\ L_n$	
		$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{L_n}{D_n} = 5$	$\frac{L_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$	$\frac{L_n}{D_n} = 3$	$\frac{L_n}{D_n} = 5$
Opção 1	**FOSM**	0,57	0,56	0,53	0,52	0,58	0,57
	FORM	0,59	0,59	0,57	0,56	0,60	0,60
Opção 2	**FOSM**	0,61	0,61	0,58	0,57	0,63	0,62
	FORM	0,62	0,62	0,59	0,58	0,63	0,62
Opção 3	**FOSM**	0,61	0,61	0,58	0,57	0,63	0,62
	FORM	0,62	0,62	0,59	0,58	0,63	0,62
Opção 4	**FOSM**	0,57	0,57	0,52	0,52	0,58	0,57
	FORM	0,59	0,59	0,56	0,56	0,61	0,60
Opção 5	**FOSM**	0,59	0,59	0,54	0,54	0,60	0,60
	FORM	0,62	0,62	0,58	0,58	0,63	0,63
Opção 6	**FOSM**	0,63	0,63	0,58	0,58	0,65	0,64
	FORM	0,48	0,49	0,38	0,38	0,49	0,49
MRE 1	**FOSM**	0,58	0,58	0,53	0,53	0,59	0,58
	FORM	0,60	0,60	0,57	0,57	0,62	0,61
MRE 2	**FOSM**	0,79	0,78	0,76	0,75	0,81	0,79
	FORM	0,81	0,81	0,80	0,79	0,83	0,82
MRE 3	**FOSM**	0,76	0,75	0,73	0,72	0,77	0,76
	FORM	0,77	0,77	0,74	0,74	0,79	0,78

Fonte: elaborado pelo autor.

Tabela 20 – Coeficientes de ponderação da resistência (ϕ) calibrados para falha distorcional.

Adaptação do MRD	Método	Combinação de ações					
		$\beta_0 = 2,5$ $1,2\ D_n + 1,4\ U_n$		$\beta_0 = 3,0$ $1,25\ D_n + 1,5\ L_n$		$\beta_0 = 2,5$ $1,25\ D_n + 1,5\ L_n$	
		$\frac{U_n}{D_n} = 3$	$\frac{L_n}{D_n} = 5$	$\frac{L_n}{D_n} = 3$	$\frac{U_n}{D_n} = 5$	$\frac{L_n}{D_n} = 3$	$\frac{L_n}{D_n} = 5$
Opção 1	**FOSM**	0,67	0,66	0,63	0,63	0,68	0,67
	FORM	0,68	0,67	0,65	0,64	0,69	0,68
Opção 2	**FOSM**	0,69	0,68	0,64	0,64	0,70	0,69
	FORM	0,72	0,72	0,69	0,69	0,73	0,73
Opção 3	**FOSM**	0,65	0,65	0,62	0,61	0,67	0,66
	FORM	0,68	0,67	0,66	0,65	0,69	0,68
Opção 4	**FOSM**	0,65	0,65	0,61	0,60	0,66	0,66
	FORM	0,68	0,68	0,65	0,65	0,69	0,69
Opção 5	**FOSM**	0,65	0,64	0,61	0,60	0,66	0,65
	FORM	0,68	0,68	0,65	0,65	0,69	0,68
Opção 6	**FOSM**	0,65	0,64	0,63	0,62	0,66	0,65
	FORM	0,67	0,66	0,64	0,64	0,68	0,67
MRE 1	**FOSM**	0,67	0,66	0,63	0,62	0,68	0,67
	FORM	0,62	0,62	0,55	0,55	0,63	0,63
MRE 2	**FOSM**	0,95	0,94	0,91	0,89	0,97	0,95
	FORM	0,95	0,95	0,91	0,91	0,97	0,96
MRE 3	**FOSM**	0,85	0,84	0,81	0,80	0,87	0,85
	FORM	0,86	0,85	0,82	0,82	0,87	0,86

Fonte: elaborado pelo autor.

ANEXO A – OPÇÕES DE DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE COLUNAS DE PERFIS FORMADOS A FRIO PERFURADAS

Opção 1: Incluir o(s) furo(s) nas determinações de P_{cr}, ignorar o furo nas outras determinações. Esse método, em apresentação, se mostra idêntico às atuais expressões disponíveis para o MRD (MOEN, 2008).

- **Flambagem por flexão ou flexo-torção**

A resistência axial nominal, P_{ne}, para flambagem por flexão ou flexo-torção é:

$$P_{ne} = \begin{cases} \left(0{,}658^{\lambda_c^2}\right)P_y, & \text{para } \lambda_c \leq 1{,}5 \\ \left(\frac{0{,}877}{\lambda_c^2}\right)P_y = 0{,}877P_{cre}, & \text{para } \lambda_c > 1{,}5 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_c = \sqrt{P_y/P_{cre}}$;
- $P_y = A_g f_y$;
- P_{cre}: força axial de flambagem global elástica (incluindo o(s) furo(s));
- A_g: área da seção bruta.

- **Flambagem local**

A resistência axial nominal, $\mathrm{P_{nl}}$, para flambagem local é:

$$P_{nl} = \begin{cases} P_{ne}, & \text{para } \lambda_l \leq 0{,}776 \\ \left[1 - 0{,}15\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0{,}4}\right]\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0{,}4} P_{ne}, & \text{para } \lambda_l > 0{,}776 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_l = \sqrt{P_{ne}/P_{crl}}$;
- P_{crl}: força axial de flambagem local elástica (incluindo o(s) furo(s));
- P_{ne}: definido acima.

- **Flambagem distorcional**

A resistência axial nominal, P_{nd}, para flambagem distorcional é:

$$P_{nd} = \begin{cases} P_y, & \text{para } \lambda_d \leq 0{,}561 \\ \left[1 - 0{,}25\left(\frac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0{,}6}\right]\left(\frac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0{,}6} P_y, & \text{para } \lambda_d > 0{,}561 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_d = \sqrt{P_y/P_{crd}}$;
- P_{crd}: força axial de flambagem distorcional elástica (incluindo o(s) furo(s)).

Opção 2: Incluir o(s) furo(s) nas determinações de P_{cr}, usar, P_{ynet} em todos os cálculos. A única mudança nesse método é trocar P_y por P_{ynet} (MOEN, 2008).

- **Flambagem por flexão ou flexo-torção**

A resistência axial nominal P_{ne}, para flambagem por flexão ou flexo-torção é:

$$P_{ne} = \begin{cases} \left(0{,}658^{\lambda_{cnet}^2}\right)P_{ynet}, & \text{para } \lambda_{cnet} \leq 1{,}5 \\ \left(\frac{0{,}877}{\lambda_{cnet}^2}\right)P_{ynet} == 0{,}877P_{cre}, & \text{para } \lambda_{cnet} > 1{,}5 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_{cnet} = \sqrt{P_{ynet}/P_{cre}}$;
- $P_{ynet} = A_{net}f_y$;
- P_{cre}: força axial de flambagem global elástica (incluindo o(s) furo(s));
- A_{net}: área da seção líquida.

- **Flambagem local**

A resistência axial nominal P_{nl}, para flambagem local é:

$$P_{nl} = \begin{cases} P_{ne}, & \text{para } \lambda_l \leq 0{,}776 \\ \left[1 - 0{,}15\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0{,}4}\right]\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0{,}4} P_{ne}, & \text{para } \lambda_l > 0{,}776 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_l = \sqrt{P_{ne}/P_{crl}}$;
- P_{crl}: força axial de flambagem local elástica (incluindo o(s) furo(s));
- P_{ne}: definido acima.

- **Flambagem distorcional**

A resistência axial nominal P_{nd}, para flambagem distorcional é:

$$P_{nd} = \begin{cases} P_{ynet}, & \text{para } \lambda_{dnet} \leq 0{,}561 \\ \left[1 - 0{,}25\left(\frac{P_{crd}}{P_{ynet}}\right)^{0{,}6}\right]\left(\frac{P_{crd}}{P_{ynet}}\right)^{0{,}6} P_y, & \text{para } \lambda_{dnet} > 0{,}561 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_{dnet} = \sqrt{P_{ynet}/P_{crd}}$;
- P_{crd}: força axial de flambagem distorcional elástica (incluindo o(s) furo(s)).

Opção 3: Limitar P_{nl} e P_{nd}, caso contrário não haverá mudança na resistência, incluir furos em P_{cr}. Esse método estabelece limites e assume uma interação entre as flambagens local e global em P_{ne} (MOEN, 2008).

- **Flambagem por flexão ou flexo-torção**

A resistência axial nominal, P_{ne}, para flambagem por flexão ou flexo-torção é:

$$P_{ne} = \begin{cases} \left(0{,}658^{\lambda_c^2}\right)P_y, & \text{para } \lambda_c \leq 1{,}5 \\ \left(\frac{0{,}877}{\lambda_c^2}\right) P_y = 0{,}877 P_{cre}, & \text{para } \lambda_c > 1{,}5 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_c = \sqrt{P_y/P_{cre}}$;
- $P_y = A_g f_y$;

- P_{cre}: força axial de flambagem global elástica (incluindo o(s) furo(s));
- A_g: área da seção bruta.

- **Flambagem local**

A resistência axial nominal P_{nl}, para flambagem local é:

$$P_{nl} = \begin{cases} P_{ne} \leq P_{ynet} & \text{para } \lambda_l \leq 0{,}776 \\ \left[1 - 0{,}15\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0{,}4}\right]\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0{,}4} P_{ne} \leq P_{ynet}, & \text{para } \lambda_l > 0{,}776 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_l = \sqrt{P_{ne}/P_{crl}}$;
- P_{crl}: força axial de flambagem local elástica (incluindo o(s) furo(s));
- P_{ne}: definido acima;
- $P_{ynet} = A_{net} f_y$;
- $\mathrm{A_{net}}$: Área da seção líquida.

- **Flambagem distorcional**

A resistência axial nominal, P_{nd}, para flambagem distorcional é:

$$P_{nd} = \begin{cases} P_y \leq P_{ynet}, & \text{para } \lambda_d \leq 0{,}561 \\ \left[1 - 0{,}25\left(\frac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0{,}6}\right]\left(\frac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0{,}6} P_y \leq P_{ynet}, & \text{para } \lambda_d > 0{,}561 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_d = \sqrt{P_y/P_{crd}}$;
- P_{crd}: força axial de flambagem distorcional elástica (incluindo o(s) furo(s)).

Opção 4: Limitar P_{nl}, transição em P_{nd}, incluir furo(s) nas determinações de P_{cr}. Esse método estabelece limites e transição, assume uma interação entre as flambagens local e global em P_{ne} (MOEN, 2008).

- **Flambagem por flexão ou flexo-torção**

A resistência axial nominal, P_{ne}, para flambagem por flexão ou flexo-torção é:

$$P_{ne} = \begin{cases} \left(0{,}658^{\lambda_c^2}\right)P_y, & \text{para } \lambda_c \leq 1{,}5 \\ \left(\frac{0{,}877}{\lambda_c^2}\right)P_y \ = 0{,}877P_{cre}, & \text{para } \lambda_c > 1{,}5 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_c = \sqrt{P_y/P_{cre}}$;
- $P_y = A_g f_y$;
- P_{cre}: força axial de flambagem global elástica (incluindo o(s) furo(s));
- A_g: área da seção bruta.

- **Flambagem local**

A resistência axial nominal P_{nl}, para flambagem local é:

$$P_{nl} = \begin{cases} P_{ne} \leq P_{ynet} & \text{para } \lambda_l \leq 0{,}776 \\ \left[1 - 0{,}15\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0{,}4}\right]\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0{,}4} P_{ne} \leq P_{ynet}, & \text{para } \lambda_l > 0{,}776 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_l = \sqrt{P_{ne}/P_{crl}}$;
- P_{crl}: força axial de flambagem local elástica (incluindo o(s) furo(s));
- P_{ne}: definido acima;
- $P_{ynet} = A_{net} f_y$;
- $\mathrm{A_{net}}$: Área da seção líquida.

- **Flambagem distorcional**

A resistência axial nominal, P_{nd}, para flambagem distorcional é:

$$P_{nd} = \begin{cases} P_{ynet}, & \text{para } \lambda_d \leq \lambda_{d1} \\ P_{ynet} - \left(\dfrac{P_{ynet} - P_{d2}}{\lambda_{d2} - \lambda_{d1}}\right)(\lambda_d - \lambda_{d1}), & \text{para } \lambda_{d1} < \lambda_d \leq \lambda_{d2} \\ \left[1 - 0{,}25\left(\dfrac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0,6}\right]\left(\dfrac{P_{crd}}{P_y}\right)^{0,6} P_y, & \text{para } \lambda_d > \lambda_{d2} \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_d = \sqrt{P_y/P_{crd}}$;
- $\lambda_{d1} = 0{,}561(P_{ynet}/P_y)$;
- $\lambda_{d2} = 0{,}561(14(P_{ynet}/P_y)^{-0,4} - 13)$;
- $P_{d2} = (1 - 0{,}25(1/\lambda_{d2})^{1,2})(1/\lambda_{d2})^{1,2} P_y$;
- $P_{ynet} = F_y A_{net} \geq 0{,}6P_y$
- A_{net}: área da seção transversal na localização do(s) furo(s);
- P_{crd}: força axial de flambagem distorcional elástica (incluindo o(s) furo(s)).

Opção 5: Transição em P_{nl} (Opção de transição A), transição em P_{nd}, incluir furo(s) nas determinações de P_{cr}. Esse método estabelece limites e transição, assume uma interação entre as flambagens local e global em P_{ne} (MOEN, 2008).

- **Flambagem por flexão ou flexo-torção**

A resistência axial nominal, P_{ne}, para flambagem por flexão ou flexo-torção é:

$$P_{ne} = \begin{cases} \left(0{,}658^{\lambda_c^2}\right)P_y, & \text{para } \lambda_c \leq 1{,}5 \\ \left(\dfrac{0{,}877}{\lambda_c^2}\right)P_y = 0{,}877P_{cre}, & \text{para } \lambda_c > 1{,}5 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_c = \sqrt{P_y/P_{cre}}$;
- $P_y = A_g f_y$;
- P_{cre}: força axial de flambagem global elástica (incluindo o(s) furo(s));
- A_g: área da seção bruta.

- **Flambagem local**

A resistência axial nominal, $\mathrm{P_{nl}}$, para flambagem local deve ser calculada como segue:

$$P_{nl} = \begin{cases} P_{ne} \leq P_{ynet}, & \text{para } \lambda_l \leq \lambda_{l1} \\ P_{ynet} - \left(\frac{P_{ynet} - P_{l2}}{\lambda_{l2} - \lambda_{l1}}\right)(\lambda_l - \lambda_{l1}), & \text{para } \lambda_{l1} < \lambda_l \leq \lambda_{l2} \\ \left[1 - 0{,}15\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0{,}4}\right]\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0{,}4} P_{ne}, & \text{para } \lambda_l > \lambda_{l2} \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_l = \sqrt{P_{ne}/P_{crl}}$;
- $\lambda_{l1} = 0{,}776(P_{ynet}/P_{ne}) \leq 0{,}776$;
- $\lambda_{l2} = \begin{cases} 0{,}776(1{,}7(P_{ynet}/P_{ne})^{-1{,}6} - 0{,}7), & \text{para } P_{ynet}/P_{ne} \leq 1 \\ 0{,}776, & \text{para } P_{ynet}/P_{ne} > 1 \end{cases}$;
- $P_{l2} = [1 - 0{,}15(1/\lambda_{l2})^{0{,}8}](1/\lambda_{l2})^{0{,}8} P_{ne}$;
- $P_{ynet} = f_y A_{net} \geq 0{,}6P_y$ (redução da seção líquida limitada a $0{,}6P_y$);
- A_{net}: área da seção transversal na localização do(s) furo(s);
- P_{crl}: força axial de flambagem local elástica (incluindo o(s) furo(s)).

- **Flambagem distorcional**

Mesmo da Opção 4.

Opção 6: Transição em P_{nl} (Opção de transição B), transição em P_{nd}, incluir furo(s) nas determinações de P_{cr}. Esse método estabelece limites e transição, assume uma interação entre as flambagens local e global em P_{ne} (MOEN, 2008).

- **Flambagem por flexão ou flexo-torção**

A resistência axial nominal, P_{ne}, para flambagem por flexão ou flexo-torção é:

$$P_{ne} = \begin{cases} \left(0{,}658^{\lambda_c^2}\right)P_y, & \text{para } \lambda_c \leq 1{,}5 \\ \left(\frac{0{,}877}{\lambda_c^2}\right)P_y = 0{,}877P_{cre}, & \text{para } \lambda_c > 1{,}5 \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_c = \sqrt{P_y/P_{cre}}$;
- $P_y = A_g f_y$;
- P_{cre}: força axial de flambagem global elástica (incluindo o(s) furo(s));
- A_g: área da seção bruta.

- **Flambagem local**

A resistência axial nominal P_{nl}, para flambagem local deve ser calculada como segue:

$$P_{nl} = \begin{cases} P_{ynet}(P_{ne}/P_y), & \text{para } \lambda_l \leq \lambda_{l1} \\ P_{ynet}\left(\frac{P_{ne}}{P_y}\right) - \left[\frac{P_{ynet}(P_{ne}/P_y) - P_{l2}}{\lambda_{l2} - \lambda_{l1}}\right](\lambda_l - \lambda_{l1}), & \text{para } \lambda_{l1} < \lambda_l \leq \lambda_{l2} \\ \left[1 - 0{,}15\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0,4}\right]\left(\frac{P_{crl}}{P_{ne}}\right)^{0,4} P_{ne}, & \text{para } \lambda_l > \lambda_{l2} \end{cases}$$

sendo:

- $\lambda_l = \sqrt{P_{ne}/P_{crl}}$;
- $\lambda_{l1} = 0{,}776(P_{ynet}/P_{ne})$
- $\lambda_{l2} = 0{,}776(1{,}7(P_{ynet}/P_{ne})^{-1,6} - 0{,}7)$;
- $P_{l2} = [1 - 0{,}15(1/\lambda_{l2})^{0,8}](1/\lambda_{l2})^{0,8} P_{ne}$;
- $P_{ynet} = f_y A_{net} \geq 0{,}6P_y$ (redução da seção líquida limitada a $0{,}6P_y$);
- A_{net}: área da seção transversal na localização do(s) furo(s);
- P_{crl}: força axial de flambagem local elástica (incluindo o(s) furo(s)).

- **Flambagem distorcional**

Mesmo da Opção 4.

ANEXO B – ALGORITMO DE TRANSFORMAÇÃO DE VARIÁVEIS EM NORMAIS PADRÃO EQUIVALENTES

Algoritmo em VBA para transformação de variáveis em normais padrão equivalentes (LOW; TANG, 2004):

```
Function EqvN(DistributionName, paralist, x, code)
del = 0.0001
para1 = paralist(1): para2 = paralist(2): para3 = paralist(3): para4 = paralist(4)
Select Case UCase(Trim(DistributionName))  'trim leading/trailing spaces & convert to uppercase
Case "NORMAL":      If code = 1 Then EqvN = para1
                    If code = 2 Then EqvN = para2
Case "LOGNORMAL":   If x < del Then x = del
                    lamda = Log(para1) - 0.5 * Log(1 + (para2 / para1) ^ 2)
                    If code = 1 Then EqvN = x * (1 - Log(x) + lamda)
                    If code = 2 Then EqvN = x * Sqr(Log(1 + (para2 / para1) ^ 2))
Case "EXTVALUE1":   alfa = 1.2825498302 / para2:  u = para1 - 0.57722 / alfa
                    CDF = Exp(-Exp(-alfa * (x - u))):  pdf = alfa * Exp(-alfa * (x - u)) * CDF
                    EqvN = EqvTransform(x, CDF, pdf, code)
Case "EXPONENTIAL": b = para1:  If x < del Then x = del
                    CDF = 1 - Exp(-x / b):   pdf = 1 / b * Exp(-x / b)
                    EqvN = EqvTransform(x, CDF, pdf, code)
Case "UNIFORM":     min = para1:  max = para2
                    If x <= min Then x = min + del
                    If x >= max Then x = max - del
                    CDF = (x - min) / (max - min):  pdf = 1 / (max - min)
                    EqvN = EqvTransform(x, CDF, pdf, code)
Case "GAMMA":       If x < del Then x = del
                    CDF = Application.GammaDist(x, para1, para2, True)
                    pdf = Application.GammaDist(x, para1, para2, False)
                    EqvN = EqvTransform(x, CDF, pdf, code)
Case "WEIBULL":     If x < del Then x = del
                    CDF = Application.Weibull(x, para1, para2, True)
                    pdf = Application.Weibull(x, para1, para2, False)
                    EqvN = EqvTransform(x, CDF, pdf, code)
Case "TRIANGULAR":  a = para1:  Mode = para2:  c = para3
                    If x <= a Then x = a + del
                    If x >= c Then x = c - del
```

```
            If x < Mode Then CDF = (x - a) ^ 2 / (Mode - a) / (c - a)
            If x < Mode Then pdf = 2 * (x - a) / (Mode - a) / (c - a)
            If x >= Mode Then CDF = 1 - (c - x) ^ 2 / (c - a) / (c - Mode)
            If x >= Mode Then pdf = 2 * (c - x) / (c - a) / (c - Mode)
            EqvN = EqvTransform(x, CDF, pdf, code)
Case "BETADIST":    a1 = para1:  a2 = para2:  min = para3:  max = para4
            If x <= min Then x = min + del
            If x >= max Then x = max - del
            CDF = Application.BetaDist(x, a1, a2, min, max):  pdf = betapdf(x, a1, a2, min, max)
            EqvN = EqvTransform(x, CDF, pdf, code)
Case "PERTDIST":    a = para1: Mode = para2: c = para3
            If x <= a Then x = a + del
            If x >= c Then x = c - del
            mean = (a + 4 * Mode + c) / 6
            If Mode = mean Then f = 6 Else f = (2 * Mode - a - c) / (Mode - mean)
            a1 = (mean - a) * f / (c - a):   a2 = a1 * (c - mean) / (mean - a)
            CDF = Application.BetaDist(x, a1, a2, a, c):  pdf = betapdf(x, a1, a2, a, c)
            EqvN = EqvTransform(x, CDF, pdf, code)
End Select
End Function

Function EqvTransform(x, CDF, pdf, code)
delta = 10 ^ (-16) 'For Excel 2002, use 10^(-16); for Excel 2000, use 0.00000035
If CDF < delta Then CDF = delta
If CDF > 1 - delta Then CDF = 1 - delta
EqvSigma = Application.NormDist(Application.NormSInv(CDF), 0, 1, False) / pdf
If code = 1 Then EqvTransform = x - EqvSigma * (Application.NormSInv(CDF))
If code = 2 Then EqvTransform = EqvSigma
End Function

Function betapdf(x, a1, a2, min, max)
   With Application.WorksheetFunction
      BetaFunc = Exp(.GammaLn(a1) + .GammaLn(a2) - .GammaLn(a1 + a2)):    End With
   betapdf = 1 / BetaFunc * (x - min) ^ (a1 - 1) * (max - x) ^ (a2 - 1) / (max - min) ^ (a1 + a2 - 1)
End Function
```