UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - UFOP
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS - ICEB
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PPGEDMAT

/

SHEILA DE JESUS COSTA SOARES

AL-BANNA: LEVANTANDO O VÉU SOBRE AS POSSÍVEIS POTENCIALIDADES DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS DE UM MANUSCRITO ISLÂMICO MEDIEVAL PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Ouro Preto – MG

2023

SHEILA DE JESUS COSTA SOARES

AL-BANNA: LEVANTANDO O VÉU SOBRE AS POSSÍVEIS POTENCIALIDADES DIDÁTICO-PEDAGÓGICAS DE UM MANUSCRITO ISLÂMICO MEDIEVAL PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Davidson Paulo Azevedo Oliveira

Ouro Preto – MG

2023

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

S676a Soares, Sheila de Jesus Costa.
Al-Banna [manuscrito]: levantando o véu sobre as possíveis potencialidades didático-pedagógicas de um manuscrito islâmico medieval para o ensino da matemática. / Sheila de Jesus Costa Soares. - 2023.
141 f.

Orientador: Prof. Dr. Davidson Paulo Azevedo Oliveira.
Dissertação (Mestrado Acadêmico). Universidade Federal de Ouro Preto. Departamento de Educação Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.
Área de Concentração: Educação Matemática.

1. Matemática - Educação e ensino. 2. Ibn al-Banna, Ahmad ibn Muhammad (1256 – 1321). 3. Eurocentrismo. I. Oliveira, Davidson Paulo Azevedo. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 510:37

Bibliotecário(a) Responsável: Michelle Karina Assuncao Costa - SIAPE: 1.894.964

FOLHA DE APROVAÇÃO

Sheila de Jesus Costa Soares

Al Banna: levantando o véu sobre as possíveis potencialidades didático-pedagógicas de um manuscrito islâmico medieval para o Ensino de Matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática

Aprovada em 23 de fevereiro de 2023.

Membros da banca

Prof. Dr. Davidson Paulo Azevedo Oliveira - Orientador - Universidade Federal de Ouro Preto/ Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Profa. Dra. Roseli Alves de Moura - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Prof. Dr. André Augusto Deodato - Universidade Federal de Ouro Preto

Prof. Dr. Davidson Paulo Azevedo Oliveira, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito no Repositório Institucional da UFOP em 04/05/2023.

Dedico esse trabalho ao Altíssimo, Soberano e Eterno Deus.
Porque D´Ele, e por Ele, e para Ele são todas as coisas; gloria, pois a Ele pelos séculos dos séculos. Amém! (Romanos 11:36)

AGRADECIMENTOS

"Pois, quem é que te faz destacar? E o que tens que não tenhas recebido?" (1 Coríntios 4;7).

"Não devemos nos orgulhar de nada, pois nada é nosso".

(São Cipriano de Cartago).

Com essas palavras do Apóstolo de Jesus Cristo, Paulo de Tarso e do Santo medieval cristão, Cipriano de Cartago, que inicio esses agradecimentos, entendendo que a Deus devo, primeiramente, todo e qualquer gratidão, pois foi Dele que recebi a benção da vida, a saúde física, mental, emocional e intelectual para chegar até aqui, e sem Ele eu nada poderia fazer.

Iniciei essa pesquisa em um momento atípico, não só para Brasil, mas para o mundo, que foi a pandemia do COVID 19, que, infelizmente ceifou milhões de vidas. Foi em meio a momentos de dores e incertezas que durantes meses, em encontros remotos, dividindo com professores e colegas nossas expectativas e angustias por uma "bolinha redonda" do *Meet*.

Meus agradecimentos também são direcionados ao meu esposo, Silvio Cezar. Meu grande companheiro, que sempre apoiou minhas escolhas de forma compreensiva, altruísta e carinhosa. Agradeço também às minhas filhas, Sofia Lorena e Olívia Letícia, duas joias na minha vida, que de forma madura souberam entender minha ausência mesmo estando presente.

Gratidão ao meu querido Professor e Orientador, Dr. Davidson Paulo, que com muita paciência, ética e profissionalismo soube conduzir minhas dúvidas e incertezas, de forma que no fim tudo cooperasse para o melhor andamento e conclusão da pesquisa.

Agradeço aos queridos professores, membros da banca examinadora, Profa. Dra. Roseli de Moura e Prof Dr. André Deodato, que com muita competência e sensibilidade trouxeram grandes contribuições para essa pesquisa.

Agradeço também aos meus colegas de mestrado, em que compartilhamos juntos das mesmas dúvidas e trocamos conhecimentos. Mesmo de modo virtual, entrelaçamos amizades e companheirismo. Cito em particular meu grande amigo João Batista (o JB), que dividimos momentos de muitas conversas, risadas e boa música pela Rodovia dos Inconfidentes, rumo à Ouro Preto; cito também a querida amiga Kelly Cristina, que juntas dividimos trabalhos de forma amistosa e respeitosa e, por fim, cito a querida amiga Tatiana Aquilar, pelas longas conversas, troca de experiência e consolos mútuos em momentos difíceis.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)- Código de Financiamento 001, por financiar os meus estudos, à Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, por me acolher e ao corpo docente do PPGMAT pelas aulas ministradas, a competência na coordenação do curso.

Meu muito obrigada!

RESUMO

A Cultura Islâmica Medieval é dona de uma construção científica importante, especialmente, quando nos reportamos à construção do pensamento matemático, que concebeu nomes como o de al-Banna (1256-1321), um estudioso magrebino, que escreveu o tratado Rafc al-Hijab (O levantamento do véu nas operações de cálculos), que se encarrega de discutir, com argumentos poéticos, filosóficos e teológicos, aspectos desde as operações de cálculos básicos aos mais sofisticados. A despeito disso, a produção científica dessa civilização, em especial no tocante à academia brasileira, ainda se mantém bastante tímida e com uma lacuna considerável sobre esta temática. Sendo assim, a presente dissertação tem por intuito "levantar o véu" sobre a obra desse sábio islâmico medieval, bem como as contribuições dele para o cenário científico da sua região de origem, o Magrebe Medieval e, sobretudo, as implicações pedagógicas que sua obra pode trazer ao cenário do ensino de matemática na educação brasileira atual. Essa pesquisa, de cunho bibliográfico e documental, de natureza qualitativa, traz em seu desenvolvimento as possíveis contribuições didático-pedagógicas da obra, com uma visão deliberadamente crítica. Diante disso, temos como suporte teórico a proposta de Luiz Radford (1997), que apresenta uma concepção epistemológica sociocultural, na qual propõe uma alternativa de intercessão entre história, epistemologia e educação matemática, e da proposta de Michael Fried (2001), que discute a possível coexistência entre educação matemática e história da matemática. Consideramos de suma importância apresentar uma história da matemática sob os pressupostos de uma perspectiva historiográfica atualizada, não eurocêntrica e que auxilie na desconstrução de preconceitos e mitos. Para tanto, articularemos o documento principal, ou seja, o Rafc al-Hijab com as fontes secundárias de historiadores que pesquisam a história da matemática islâmica medieval, dentre eles estão alguns nomes como os de Djebbar (1995; 2016), Berggren (2013) e Aissani (1995). No bojo desse aparato histórico, também procuramos apresentar alguns conceitos fundamentais para uma pesquisa de cunho histórico, como: o Anacronismo Histórico, o Whigguismo e o Presentismo Pedagógico, conceitos apresentados por Barros (2017), Prestes (2015) e Fendler (2009), respectivamente. Esses conceitos nos auxiliam para que a narrativa seja apresentada de forma mais equilibrada possível. Desse modo, consideramos que o tratado de al-Banna reúne os principais requisitos para romper com a narrativa eurocêntrica e desconstruir mitos e preconceitos, pois, para além de uma abordagem pedagógica da matemática, ele também apresenta aspectos históricos, sociais e políticos de uma cultura pouco retratada e uma região ainda não historiografada pelas pesquisas em história da matemática no cenário acadêmico brasileiro.

Palavras-chave: História da Matemática; História e Ensino de Matemática; Matemática Islâmica Medieval; al-Banna; Eurocentrismo.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 LEVANTANDO O VÉU DA DUALIDADE DA PESQUISADORA

Sou casada com os números, mas amante das letras. Essa relação só não é trocada porque a descobri tarde demais[1]. Descobri que amava as letras quando já estava casada com os números. Eu sempre as amei. Só não sabia. Até pensei em pedir o divórcio, mas preferi ser uma "adúltera" assumida e incorrigível. Tenho as duas em meus braços. Sempre quando expresso meu fascínio pela literatura, ainda mais no meio que transito, das ciências exatas, vejo os olhares surpresos dos meus amigos: "Como assim? O pessoal de exatas não gosta de ler! Gosta de fazer conta!". Eu gosto dos dois, oras! É possível ter dois amores, sabia?

Sinto-me um patinho feio. Sou uma professora de matemática dividida entre as letras e os números. Amo os dois, mas não me peça para escolher. Deve ser por isso que me inclinei para a história da matemática. Ela coloca-me nos dois mundos. Mostra-me pessoas por de trás das fórmulas e teoremas, que surgiram a partir da necessidade e curiosidade humana. Pronto! Aí está: Eu gosto de gente! De vida humana.

Mas, por que literatura? Eu não apenas a estudo, nem tampouco a vejo como disciplina. Eu vivo a literatura, pois ela me explica eu explico-me através dela. Já me li em tantos livros. Eles me dão vocabulário para nomear meus dilemas existenciais. Enriquece-me o imaginário com um mundo de possibilidades que jamais teria. Faz-me viver mil vidas, que jamais viveria. Provo da morte e da vida, da tristeza e da alegria, da traição e do perdão, da inveja e da abnegação, sem vivê-los de fato. A literatura revela a condição humana universal, independente do tempo ou espaço. Tentaram reduzi-la a gêneros e movimentos, mas ela segue brava e triunfante. Ela é grande demais. Poderosa

---

[1] Escolhi fazer o curso de Matemática em um movimento de ímpeto, sem muitas reflexões sobre minhas habilidades e inclinações. No decorrer do curso fui amadurecendo intelectual e emocionalmente. Foi então que percebi minha inclinação também para as Letras. Porém, já estava concluindo a graduação. Nessa altura, trocar já não fazia mais sentido. Conciliar seria mais viável.

demais para ficar presa a moldes modernos institucionais. Por isso, fiz de mim mulher dos números, optei por seguir o caminho dos teoremas e axiomas e a partir disso, subsistir, mas da literatura nunca utilizei, ela que utiliza a mim. Ela não me serve, eu que sou serva dela.

Eu escolhi o número. A letra me escolheu!

Mas, e então? Como faremos? É possível conviver com dois amores e ter harmonia entre eles? Como um bom muçulmano que era, al-Banna, mesmo tendo vivido de 1256 a 1321, diria, ainda hoje, que os ensinamentos de Allá prevalecem. Oras, desde que trate bem ambos, como foi dito no Alcorão Sagrado: “E, se temeis não ser equitativos para com os órfãos, esposai as que vos aprazam das mulheres: sejam duas, três ou quatro. E se temeis não ser justos, esposai uma só.” (Sagrado Alcorão 4:3)

Permita-me extrapolar o Hadiths[2]? Não só é possível conviver em harmonia entre dois amores, como é possível que eles se colaborem mutuamente.

Posso trazer algumas reflexões:

Será que a matemática, pura e simples, não é suficiente por si mesma, para trazer um ensino com encanto? Talvez sim. Em qualquer esquina, se você perguntar, do mais douto ao mais leigo, o porquê de estudá-la, as primeiras razões são as mais óbvias: A matemática está muito presente nas nossas vidas; os números estão em todas as partes, desde os dados em jornais para serem interpretados, até as inúmeras estatísticas que invadiram diferentes áreas do conhecimento – medicina, biologia, jornalismo e outros.

---

[2] Conjuntos de tradições relativas às palavras de Maomé. Para um muçulmano, o hadiths é a maior fonte de autoridade depois do Alcorão. Um hadith, pois, é um registro de uma ação ou de dizeres do Profeta. Pode também ser aplicado às ações ou aos dizeres de qualquer dos "Companheiros de Maomé e Sucessores destes". Num hadith apenas o sentido é encarado como inspirado (KAIUCA, 2012, p. 29).

Assim como está no nosso cotidiano, a matemática também está nos cálculos para descobrir os momentos das orações diárias de um fiel muçulmano dos quais, conforme afirmam Morey, Oliveira e Nascimento (2021), compõem a base dos cinco pilares do islamismo, nas partilhas de heranças estipuladas pelo Alcorão Sagrado até nos cálculos para descobrir a posição geográfica de Meca, para onde se dirige o fiel ao fazer oração.

Portanto, é inegável o encanto que a matemática traz em si e por si. Já diria Galileu Galilei (1564-1642): "A matemática é o alfabeto no qual Deus escreveu o universo" (PONTES e PONTES, 2019, p. 4).

Sem dúvidas, os sábios islâmicos concordariam com essa afirmação, afinal, para eles as construções científicas caminham com os preceitos da fé, conforme lembra-nos Katz (2009), ao dizer que a ciência islâmica se desenvolveu intrinsecamente ligada à religião.

Pois bem! Poderia ficar falando da utilidade e da aplicabilidade da matemática e, por mais que falasse, não conseguiria esgotá-la tamanha a sua riqueza. Contudo, embora sabendo de todas essas singularidades que fazem da matemática ser o que ela é, existem razões mais profundas para além da utilidade e da aplicabilidade e é bom que pensemos nelas. Pois, penso que antes de a matemática ser uma disciplina da razão, ela é uma linguagem[3], e, sendo assim, ela está contida em uma estrutura, que como toda linguagem, é viva, mutável e diversificada.

[3] Azerêdo e Rêgo (2016, p. 159) defendem o ponto de vista de que a "Matemática possui uma linguagem específica, cujos termos nem sempre guardam relação direta com seu significado da língua materna. E essa linguagem específica, característica da Matemática, para ser apreendida, exige processos cognitivos de assimilação e compreensão diferentes daqueles usados na aquisição da língua materna".

Al-Banna usa uma linguagem retórica em seu manuscrito assim como era a episteme da época, mas com passar do tempo foi modificando para a linguagem simbólica contemporânea, que utiliza letras.

Em contrapartida, a ordem, a beleza e a verdade da matemática podem impactar o mais tenro aluno na sua estrutura interior, trazendo os benefícios do raciocínio, ou seja, a matemática pode ensinar a pensar melhor, a enxergar padrões lógicos, a estabelecer conexões seguras de causa e consequência e a argumentar melhor. Porém, penso eu que, apesar de ela se justificar, ela precisa ser articulada a com outras ciências para que se possa formar um indivíduo na sua integralidade.

Os fins e as possibilidades no ensino da matemática podem ser diversos. Porém, assim como tendemos reduzir a literatura a gêneros e movimentos literários, também tendemos colocar a matemática em caixinhas institucionais de método único.

Porém, é necessário ressaltar que ensinar matemática com encanto e poesia, e permitir que o ensino seja uma "aventura", não significa defender um ensino sem planejamento e formalidade.

Explico com um exemplo prático: Os alunos aprendem um método para resolver um determinado problema e com isso, são impelidos a só utilizarem aquele método ou procedimento. Sim, é importante ter meta, método e tempo do procedimento, mas, em busca de certa eficiência no ensino, essas metas, esses métodos e esses procedimentos acabaram por sufocar ou até mesmo "podar" a criatividade do aluno. Ao ter o contato com diferentes métodos, tem-se a possibilidade de que aluno não veja o ensino como algo mecânico, procedimental e estático, mas como algo que o convida para o exercício do raciocínio e a aventura da descoberta.

Permita-me fazer uma analogia com o admirável livro “O Menino do Dedo Verde", de Maurice Druon (1918 - 2009), que se tornou um clássico da literatura infanto-juvenil em todo o mundo e permanece atual há décadas.

Antes, peço licença para abrir um parêntese e contar como conheci essa obra: Certa feita estava na fila de espera de uma agência bancária, quando entrou uma senhorinha bastante exótica, bem miúda, estilo *hippie*, com roupas coloridas, muitos brincos e colares, maquiagem e cabelos coloridos. Durante um tempo, ela ficou na máquina tentando tirar uma senha, mas não saía nada. De repente, veio um segurança grande e muito sério e apertou um botãozinho e “Puft”, saiu a senha. A senhorinha olhou para mim e disse, de forma agradável e doce: “É o menino do dedo verde”. Olhei pra ela e assenti com a cabeça, mas sem entender. Ela percebeu que não entendi e me perguntou: “Conhece o menino do dedo verde?”. Eu não conhecia. Ela me contou a história. É claro que, como amante da Literatura, saí dali e já fui procurar a primeira livraria.

Fechando o parêntese, volto à analogia. O personagem principal do livro chama-se Tistu, um menino bem diferente, que tinha um polegar verde. Com ajuda do velho jardineiro, Bigode, Tistu descobre que poderia fazer proezas com seu dedinho mágico. Aonde ele tocava com o polegar, florescia.

A descoberta dessa habilidade permitiu a Tistu exercer a ação criativa e deu a ele diversas possibilidades para resolução de problemas que o atormentavam. “No qual Tistu é mandado a escola, onde não fica”, e não fica porque não gostava, pois a escola o fazia dormir. Ela não lhe atraía a atenção “a monótona corrente dos três-vezes-três, dos cinco-vezes-cinco, dos sete-vezes-sete”. (DRUON, 2018, p. 20). Ele gostava mesmo era de descobrir, de explorar as possibilidades e até de criar suas próprias em direção à resolução.

Druon (2018, p. 10) explica que seu personagem, "Tistu, é um menino dessa espécie, que não admite que os adultos lhe expliquem o mundo com suas ideias preconcebidas", ou seja, partindo desse pressuposto, quando privamos o aluno de criar, de inventar e ter que justificar a solução que ele encontrou, estamos, em última instância, dificultando que o processo da matemática aconteça na sua integralidade.

Em suma, se quisermos ajudar na construção do raciocínio no aluno, deveríamos prezar pela ação criativa, e essa ação só vai se desenvolver se esse aluno tiver contato com vários métodos distintos e a exploração de possibilidades. Para além do desenvolvimento do raciocínio, também poderemos ajudar o aluno a desenvolver a capacidade de argumentar, de explicar e de se justificar.

O ensino pode reservar ao aluno um período de descoberta, que o permite testar e explorar as diferentes possibilidades por si mesmo, só então apresenta as demonstrações algébricas e geométricas. Fazer o contrário é como um músico que não tem fluência musical, não conhece as notas, as melodias e a partitura, mas só aprendeu a tocar uma música de forma mecânica. Ele até posiciona os dedos nas teclas, segue uma sequência de movimentos com os dedos e até consegue tocar uma música, mas não sabe improvisar e não sabe criar.

Assim acontece com o ensino sem criatividade, o aluno só reproduz mecanicamente e replica, mais ou menos de forma imperfeita, aquela "música" que foi praticada durante o bimestre.

O segundo argumento que gostaria de apresentar é o fato de a matemática ter surgido a partir das necessidades humanas. Deixe-me explicar: as grandes descobertas e construções matemáticas surgiram de necessidades e curiosidades humanas. Em contrapartida, a literatura explica a vida e narra os dramas humanos. Portanto, de alguma forma, ambas se encontram na história, com a diferença que a literatura, por vezes, narra histórias fictícias, portanto, diante dela, há de se lançar mão da s*uspense of disbeliver* (suspensão da descrença[4]) já a matemática são histórias reais de construção da humanidade.

Ao termos contato com os dramas de outras pessoas, sejam eles reais ou fictícios, podemos desenvolver no nosso imaginário um conjunto de possibilidades que nos ajudam a enfrentar os nossos próprios dramas.

Quem lê, por exemplo, Anna Karenina, de Tolstói (1828-1910) ou Madame Bovary de Gustave Flaubert (1821-1880), talvez, assim como eu, consegue saber qual o sentimento de alguém que foi rejeitado, que foi traído ou mal compreendido, portanto, se vier passar por tais dramas, poderia reconhecer e nomear seu dilema a partir da narrativa do autor por intermédio de seu personagem.

Podemos trazer essa mesma analogia para a matemática e sua história: Quando o aluno tem contato com a história de algum conhecimento específico e sabe de quais circunstâncias aquele conhecimento se fez necessário, mesmo que aquele problema não faça parte de sua vida diretamente, ao se deparar com ele, talvez saiba como reagir diante dele a partir das experiências vividas por outros tempos.

Se meus argumentos ainda não foram suficientes, caro leitor, resta-me apelar para al-Banna, como o último recurso para sustentar minha argumentação. Ele nos apresenta um tratado matemático permeado por formulações de argumentos poéticos, filosóficos, retóricos e linguísticos, para defender-se das críticas, das quais justificam as razões que motivaram a escrita de seu manuscrito.

[4] Esse um termo cunhado primeiramente por Coleridge (1817), que segundo apresentado pelo autor propõe uma suspensão do nosso habitual e racional processo de incredulidade em relação a qualquer criação ficcional. Estabelecer a suspensão da descrença é aceitar a verossimilhança do universo ficcional, entendendo-o como um sistema particular que - independente do quanto procure refletir o mundo real - funciona sob suas próprias regras. (LIMA, 2018, p. 33).

A maneira com que o estudioso apresenta as formulações matemáticas em sua defesa, misturando elementos religiosos, filosóficos e poéticos de forma elegante e sensível leva-nos a perceber que, assim como era no período de al-Banna, a matemática pode, ainda hoje, perfeitamente articular-se a outras ciências.

É importante atentarmos, também, que essa não era uma particularidade de al-Banna. Diversos outros estudiosos usaram artifícios retóricos, filosóficos e poéticos para expressar seus argumentos. Igualmente é importante ressaltar que essa divisão entre disciplinas nem sempre foi algo fragmentado como concebemos hoje. Diversos sábios, estudiosos e pensadores construíram as bases do pensamento da humanidade atuando em outros campos de conhecimento, tal como al-Banna que atuava na astronomia e astrologia.

Assim como o estudo da literatura, por meio da análise das grandes obras de prosas e poesias, humaniza e aproxima os dramas humanos, através das narrativas dos personagens, que servem como espelho para a realidade, também o estudo de textos matemáticos tem o potencial de humanizar a matemática.

Enquanto lemos Skakespeare podemos aprender inúmeras coisas sobre a cultura elisabetabana, ou lemos Machado de Assis aprendemos sobre a sociedade do Brasil Império, ao lermos Nelson Rodrigues aprendemos sobre os costumes da sociedade carioca da década de 1940. Igualmente, através de um texto matemático de al-Banna, por meio da *Acomodação Radical*[5] descrita por Fried (2001) invariavelmente, leva-nos a reconsiderar como se estrutura a sociedade da qual tal texto foi concebido.

Esse também pode ser o papel da história da matemática no ensino: Apontar o papel da Epistemologia, que é tão óbvia na literatura, nos textos matemáticos, da qual

---

[5] No capítulo 6 (seis) detalharemos sobre esse conceito abordado por Michael Fried (2001)

evidencia que a matemática não estava empenhada apenas em desenvolver e resolver cálculos frios, mas em conhecer profundamente a atividade humana.

1 INTRODUÇÃO

Grande parte da história da matemática é composta por estudiosos anônimos ou até mesmo pessoas comuns, que sequer chegaram ao nosso conhecimento a sua participação. O que conhecemos dessa história é parte de uma ínfima e fragmentada narrativa, que foi negligenciada, distorcida ou escondida por questões de poder e/ou domínio político, religioso e etc. Com isso, fomos levados a concluir, de modo precipitado, que o conhecimento se deu, quase que de forma exclusiva, por determinados povos em detrimento da contribuição de outros.

Toda a construção científica, da forma que concebemos hoje, não foi construída individualmente por heróis, mas sim, como tijolos de uma construção, cujo início é imensurável e o fim é imprevisível. Contudo, algumas pessoas e civilizações, mediante perspectivas epistemológicas, interesses e contextos, tiveram papéis fundamentais nessa construção e o legado historiográfico registrou alguns dos nomes e a trajetória delas nessa construção inesgotável.

Quanto a isso, Nobre (2004) afirma que, a história da matemática, da forma que conhecemos atualmente, foi alicerçada sobre mitos e até mesmo inverdades, em decorrência de uma narrativa predominantemente eurocêntrica, que omite fatos e nomes.

Esse eurocentrismo permeia não só a história da matemática, mas se alastra por toda história da ciência; e o reflexo dessa problemática pode ser encontrado nos livros, nas publicações e nas ementas dos cursos de licenciaturas em matemática, que são vinculados a uma historiografia parcial.

Conforme Silva (2020), os livros que têm servido de referências bibliográficas nos cursos de formação de professores apresentam uma visão um tanto quanto limitada, para não dizer equivocada, pois, esses omitem a participação de diversas civilizações na construção do conhecimento e dão ênfase desproporcional a outras.

Morey, Oliveira e Nascimento (2021) apontam que, a narrativa histórica apresentada, por exemplo, em narrativas de cunho biográfico, não se afasta muito da estrutura: Egito e Mesopotâmia, Grécia, Idade Média Europeia, Idade Moderna Europeia e Matemática Moderna. Com isso, as contribuições de outras civilizações acabam sendo diminuídas ou até submergidas em meio aos relatos, que privilegiam uma história enviesada.

Dentre essas civilizações, que tiveram sua participação minimizada, está a civilização islâmica medieval. O pouco que sabemos dessa civilização é que ela foi uma das responsáveis pela ordem do nosso sistema de numeração decimal e algumas traduções, que ajudaram preservar a tradição grega. Fora isso, geralmente, quando ouvimos falar em islamismo, imediatamente somos levados a associá-lo a terrorismo, opressão e fundamentalismo religioso.

Porém, o que sabemos tão pouco é que essa civilização foi responsável por uma parcela importante na construção do conhecimento no decorrer da história da humanidade, teve um intercâmbio cultural e uma tecnologia de ponta para a época.

O professor, Lennart Berggren (2013), um dos principais expoentes das pesquisas voltadas à história da matemática da civilização islâmica medieval, afirma que os estudiosos islâmicos não apenas dominaram a herança científica deixada pelos gregos, mas também se apropriaram dela e deram-na conotações bastante originais em conformidade com sua cultura.

Morey, Oliveira e Nascimento (2021) ainda afirmam que o Império Islâmico Medieval ficou conhecido por ser o século da tradução, por assimilar o patrimônio cultural, tanto grego quanto oriental e por desenvolver uma vasta cultura matemática peculiar. Esses autores também complementam dizendo que:

> A apropriação islâmica da filosofia natural helenística, das ciências e da matemática, da medicina e dos ensinamentos filosóficos foi um evento notável na história do aprendizado, o que provoca indagações sobre como se tornou possível que em tão poucas gerações o mundo islâmico alcançasse um tão alto grau de refinamento (MOREY, OLIVEIRA e NASCIMENTO, 2021, p. 42).

Essas afirmações ajudam-nos a olhar para a civilização islâmica com um olhar mais amplo e cuidadoso e não resumi-la a conotações jocosas ou preconceituosas, que muitas vezes acabam, ainda que de modo involuntário, sendo fomentadas por uma historiografia tradicional, que pauta sua perspectiva em uma história limitada e que privilegia nomes, datas e fatos, sem uma devida contextualização histórica, social e epistemológica.

Ao levantar alguns problemas historiográficos no que tange a narrativa apresentada nos livros voltados à história da matemática, Radford (2011) aponta que os pesquisadores da educação matemática frequentemente se dão conta de que uma abordagem histórica da matemática que narra uma sequência de eventos não necessariamente consegue responder questões epistemológicas.

Entretanto, o autor ressalta que o desenvolvimento de um conhecimento matemático visto a partir de uma perspectiva contextual e epistemológica pode atribuir significados socioculturais.

Sendo assim, a escolha por apresentar a história da matemática islâmica medieval justifica-se pela necessidade de romper com uma narrativa linear, reducionista eurocêntrica nas produções e pesquisas, e, consequentemente, no ambiente de ensino da sala de aula.

Nesse sentido, entendemos que apresentar a história da matemática sob uma perspectiva da historiografia atualizada pode, de certa forma, contribuir para a desconstrução desses mitos e preconceitos, uma vez que essa propõe uma narrativa mais contextualizada, contemplando diferentes esferas historiográficas e considerando a episteme da época em diálogo com o tempo presente.

Corroboramos com Radford (2011, p. 78) quando ele afirma que devemos "olhar para o passado a fim de entendê-lo a partir de processo dialógico no qual dois horizontes (o passado e o presente) se fundem".

Todavia, para que esse diálogo entre passado e presente seja feito de modo que os erros cronológicos sejam amenizados e de maneira que comprometa a análise na menor medida possível, é necessário que consideremos os conceitos de Anacronismo Histórico dissertado por Barros (2017) e suas ramificações, o Whiggismo discutido por Prestes (2010) e o Presentismo Pedagógico apresentado por Fendler (2009), conceitos esses que serão discutidos mais detalhadamente no capítulo sete.

Ao estabelecermos esse diálogo com o tempo presente, consideramos fundamental expandi-lo para além das pesquisas e produção, mas também tocar o ambiente da sala de aula; pois, temos por entendimento de que uma pesquisa em educação precisa, naturalmente, considerar o aspecto pedagógico de ensino.

Diante disso, apresentaremos parte das contribuições da civilização islâmica medieval por meio de um dos seus sábios, o estudioso al-Banna (1256- 1321) e sua obra, que tem por título: Rafc al-Hijab (O levantamento do véu nas Operações de Cálculo).

Seguindo os pressupostos da Historiografia Atualizada e suas três esferas de análise, quais sejam, Epistemológica, Historiográfica e Contextual, não apresentaremos a referida obra resumindo-a meramente em seu teor matemático, antes, porém, apresentaremos todo o contexto no qual essa obra está inserida, isto é, quais as influências, de diferentes ordens, giravam no entorno de al-Banna quando ele escreveu seu tratado.

Aissani (2019) comenta que, uma das principais motivações que levaram al-Banna a escrever o Rafc al-Hijab, foi o fato de que precisava responder críticas tecidas pelos seus contemporâneos sobre discussões anteriores que ele teria publicado.

Portanto, como podemos perceber, o Rafc não nasceu necessariamente por descobertas e inquietações matemáticas do próprio al-Banna, mas em respostas a essas críticas tecidas quanto as formulações feitas pelo autor em seu documento anterior, ou seja, o livro apresentado foi um compilado de argumentos sobre cálculos básicos, que nasceu da necessidade de explicar outro documento mais amplo, o Talkis.

Muitas dessas formulações feitas, abarcavam diversas questões cotidianas magrebinas, ambiente esse no qual al-Banna se ascendeu como um estudioso, foi professor no principal centro de estudos da cidade de Fez e lá adquiriu ampla formação, não apenas no pensamento matemático, mas também em vários campos científicos que hoje denomina-se como, linguística, astronomia, retórica, astrologia, gramática e lógica.

Segundo Aissani (2019), Lbn al-Banna teria contribuído com questões relacionadas com uma grande variedade de situações cotidianas magrebina. Seus tratados também contêm respostas matemáticas precisas e perguntas numa grande variedade de áreas da vida diária, tais como de um verso do Alcorão relativo à herança, à explicação das fraudes relacionadas com os instrumentos de medição, à contagem do cálculo exato do imposto legal para um pagamento diferido deste imposto, etc.

Frente ao exposto, decidimos também levantar as possíveis potencialidades da obra desse estudioso islâmico para o ensino de matemática na educação básica. Junte-se a isso, também apresentaremos as possíveis limitações que identificamos de levar uma obra de outro tempo e outra cultura para o ambiente da sala de aula da educação básica. Dessa forma, buscamos com esse trabalho responder a seguinte questão de pesquisa:

Quais as possibilidades e as limitações didático-pedagógicas decorrentes do uso de um tratado islâmico medieval, como de al-Banna, Rafc al-Hijab (O levantamento do véu nas Operações de Cálculo) podem acarretar para o ensino de Matemática na Educação Básica?

Em diálogo com a questão de investigação, levantamos o objetivo geral que busca investigar as possibilidades e limitações didático-pedagógicas no manuscrito matemático Rafc al-Hijab (O levantamento do véu nas Operações de Cálculo) escrito por lbn al-Banna (1256-1321) para o ensino de matemática na educação básica.

Na busca de que o objetivo geral seja alcançado, temos o auxílio dos objetivos específicos que se seguem: i) Caracterizar o contexto histórico, político, social e científico das ideias matemáticas em torno do tratado matemático de al-Banna; ii) Compreender o processo de construção do conhecimento matemático na região do Magrebe e as contribuições de lbn al-Banna nesse contexto e, iii) Identificar e analisar quais conhecimentos matemáticos abordados no tratado de al-Banna têm potencial de serem trabalhados no ensino de matemática da educação básica, de modo a discutir com estudantes tanto o conteúdo matemático quanto o contexto do conhecimento não eurocêntrico.

Motivados em responder a essa questão de investigação e atingir os objetivos traçados, estruturamos esta dissertação em sete capítulos, sendo a introdução o primeiro deles, seguido das referências bibliográficas e dos apêndices e anexos.

No segundo capítulo apresentaremos o referencial teórico-metodológico, que se encontra baseado nos pressupostos da Historiográfica Atualizada, que se apoia sob os pilares das três esferas de análise textual: Epistemológica, Historiográfica e Contextual.

Nossa lente teórica também será caminho metodológico, tendo em vista que referencial encontra-se hospedado dentro das três esferas de análise. Para tanto, além do documento principal, O Rafc al-Hijab de lbn al-Banna, articulamos uma rede de diálogo entre diferentes teóricos que pesquisam a cultura islâmica e em especial, a construção do conhecimento matemático islâmico medieval como: Djebbar (1995; 2016), Aissani (1995; 2019) e Berggren (2013). Além disso, trouxemos também o referencial teórico para fundamentar os aspectos didático-pedagógicos, quais sejam: Michael Fried (2001; 2007) e Luiz Radford (1997).

No quarto capítulo apresentaremos a formação no mundo islâmico medieval, que abarcam seus contextos políticos, social e religioso, seguidos do início das atividades científicas dessa civilização. Em seguida apresentamos o contexto geral da região do Magrebe Islâmico Medieval, região onde al-Banna teria estabelecido seu legado intelectual, bem como as contribuições desse sábio para a construção do conhecimento matemático local.

No quinto capítulo, apresentamos a estrutura do tratado de al-Banna, Rafc al-Hijab, as circunstâncias e as motivações das quais fizeram com que esse documento ganhasse notoriedade na região.

No sexto capítulo, apresentamos as contribuições de alguns autores que debatem temas e conceitos fundamentais a quem se propõe a fazer uma pesquisa de cunho histórico. Conceitos esses, tais como: Anacronismo Histórico, Presentismo Pedagógico e Whigguismo.

No sétimo capítulo, apresentamos as possíveis potencialidades e limitações didático-pedagógicas do tratado de al-Banna para o ensino, tendo como fundamentação teórica as concepções de Luís Radford (1997) e Michael Fried (2001; 2007). Dos quais sugerem a articulação epistemológica sociocultural e a possível coexistência entre educação matemática e história da matemática, respectivamente.

No oitavo capítulo, apresentamos as nossas considerações, onde retomamos a questão de investigação, apresentamos uma síntese da trajetória da pesquisa e refletimos sobre o desenvolvimento da pesquisa.

3 REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

A partir dos objetivos expostos, traçaremos o percurso metodológico de investigação, que irá se basear em tendências historiográficas atualizadas da história da ciência e da matemática. Nesse sentido, a lente teórica que direcionará nossos trabalhos também será o caminho metodológico que vamos delinear no percurso dessa pesquisa.

Para tanto, serão consideradas, para uma análise mais concisa dessa obra, os pressupostos de uma perspectiva Historiográfica Atualizada – ou contemporânea –, que se apoia sob o pilar das três esferas de análises, a saber: a Epistemológica, a Historiográfica e a Contextual.

Essas três esferas serão articuladas tendo por foco os documentos de historiadores, que se organizam em rede, de modo a contextualizar o documento principal, ou seja, neste caso, o manuscrito de al-Banna, do qual falaremos posteriormente com mais detalhes, no capítulo seis.

Por pressupostos historiográficos entende-se, um estudo crítico da escrita de uma história, e história é a narrativa por si mesma, isto é, toda narrativa histórica escolhida e contada está orientada historiograficamente. Portanto, essa narrativa depende dos propósitos e interesses desse historiador que narra a história e da época em que essa história é escrita.

Quanto a isso, Kaiuca (2012) explica que:

> A historiografia, de maneira restrita, é a maneira pela qual a história foi escrita. Em um sentido mais amplo, a historiografia refere-se à metodologia e às práticas da escrita da história. Em um sentido mais específico, refere-se a escrever sobre a história em si (KAIUCA, 2012, p. 25).

Em relação à Historiografia Atualizada, Dias e Saito (2013) salientam que essa concepção prima pela necessidade de se entender como os fatores externos à matemática teriam influenciado na sua construção e funciona tentando compreender a partir dos seus contextos de elaboração, como é que esses conhecimentos foram elaborados, transformados e transmitidos em diferentes épocas e culturas; em contraste com a Historiografia Tradicional, que reduz a história a "biografias ou a conteúdos matemáticos dispostos linearmente, dando ênfase ao caráter heurístico dos objetos da matemática, o que acaba por transmitir a ideia de conhecimento acabado e verdadeiro". (DIAS E SAITO, 2013, p. 91). Isso quer dizer que a Historiografia Tradicional em essência é Presentista[6], uma vez que ela aborda a ciência do passado a partir do ponto de vista do que é ciência hoje, ou seja, ela olha para o passado com os "óculos" do presente.

Ao referirmo-nos ao pilar das três esferas de análise textual, contidas dentro da historiografia atualizada – Historiográfica, Epistemológica e Contextual –, apropriamo-nos da conceituação apresentada por Moura (2017):

---

[6] Discorremos mais à frente sobre esse conceito de modo mais detalhado.

i) Por Esfera Historiográfica entende-se um estudo crítico das várias formas pelas quais já se analisou o mesmo documento. Essa esfera busca analisar e evidenciar os critérios da escrita da história pautando-se em diferentes fontes (primárias e secundárias) de estudos de modo a evitar, em maior medida, o anacronismo histórico, isto é, utilizar os conceitos e ideias de uma época para analisar os fatos de outra época;

ii) Seguindo para a Esfera Epistemológica, entende-se por essa, o conjunto de conhecimentos e ações compartilhados pelos contemporâneos do documento analisado, ou seja, é o estudo crítico dos princípios, das hipóteses e dos resultados da dimensão interna desse documento. Essa esfera sugere um diálogo entre uma rede de outros diversos documentos dos mais variados temas;

iii) Por último, a Esfera Contextual, que por ela entende-se um estudo do contexto histórico propriamente dito, lançando luz sob as circunstâncias nas quais foi elaborado o documento que está em análise, ou seja, são relações de diferentes ordens (política, social, filosófica e religiosa) das quais permearam o ambiente em que o documento nasceu.

Vale dizer que esses três momentos não ocorrem, obrigatoriamente, de forma sequencial e linear. Ou seja, eles dependem da interação com o ambiente e do contexto. Além disso, esses momentos não são excludentes entre si, isto é, a construção desenvolve-se passando por todos de maneira simultânea e intrínseca.

Junte-se a isso, procuramos também abordar os conceitos de Anacronismo Histórico, Presentismo Pedagógico e Whigguismo de modo que, ao levarmos um documento histórico islâmico medieval para a sala de aula, estejamos atentos quanto às armadilhas e as formas de conduzir situações inevitáveis por vias mais apropriadas e evitar as vias menos precisas, que é o caso do Anacronismo, como uma ação, por vezes inevitável, conduzido para o Presentismo Pedagógico, que é uma ação pedagogicamente deliberada e propositada e evitar o Whigguismo, como uma ação que pode macular os resultados.

Em posses do documento principal, isto é, a tradução francesa do manuscrito Rafc al-Hijab de al-Banna, fomos à busca de historiadores e teóricos que pesquisam a construção do conhecimento matemático dessa cultura e época, procurando articular os contextos culturais, epistemológicos e científicos do referido documento ao texto normativo da educação básica, isto é, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC.

Logo em seguida, partimos para a primeira leitura do documento, com objetivo de conhecermos a estrutura e o conteúdo geral do manuscrito e, finalmente, partimos em busca de fontes secundárias, de modo a articular esses documentos ao documento principal.

4 A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO ISLÂMICO E AS CONTRIBUIÇÕES DE AL-BANNA

Nessa seção, apresentaremos um breve relato histórico sobre a formação do mundo islâmico nos contextos social, político e religioso; das primeiras construções científicas locais; dos estudiosos que contribuíram para a construção do pensamento matemático; o contexto histórico, político e científico da região do Magrebe islâmico e por fim, lançaremos luz sobre o estudioso medieval islâmico magrebino, Hassan Ahmed Abdel Rahman Muhammed al-Banna, ou simplesmente, al-Banna (1256-1321).

4.1 O contexto social, político e religioso islâmico.

Antes de adentrarmos, propriamente, no contexto da formação do Império Islâmico, torna-se imprescindível apresentar alguns conceitos básicos e introdutórios, sobre a compreensão precisa dos termos árabe, muçulmano e islâmico, uma vez que esses não são equivalentes entre si.

Segundo Araújo (2019) a palavra *árabe* refere-se à etnia árabe, ou seja, somente os descendentes das tribos habitantes da Península Arábica no século VIII podem ser chamados de árabes. Já o termo *muçulmano* refere-se aquele que segue a crença fundada por Maomé, ou seja, traz consigo uma conotação religiosa.

Com isso, o termo não está diretamente ligado à questão étnica. Pode, por exemplo, um brasileiro ou russo tornar-se muçulmano através de um ato de conversão; por fim, o termo *islâmico*, que significa submissão (à vontade de Alá). Esse termo, em princípio, traz consigo aspectos religiosos, que surgiram por volta do século VII EC[7], na Península Arábica, fundada por Maomé – da qual falaremos um pouco mais adiante (ARAÚJO, 2019).

Ainda na identificação dos conceitos, Mubarak (2014, p. 7) adverte que não convém confundir os termos árabe e muçulmano, pois, "nem todo árabe é muçulmano e nem todo muçulmano é árabe. Existem árabes católicos, russos, maronitas, ortodoxos, entre outros". Esse autor ainda afirma que "atualmente, as nações árabes são 23 países. Egito, Líbia, Marrocos, Jordânia, Líbano, Síria, são alguns exemplos, mas a maioria muçulmana se encontra em países não árabes".

Araújo (2019) ainda enfatiza que:

> À medida que o islã se consolidava como religião também se consolidava como sistema político e social, levando a criar de uma sociedade na qual a crença

[7] Em consonância com a Historiografia Atualizada, tem-se usado "Antes da Era comum" em lugar de "antes de Cristo" e "Era Comum" em lugar de “depois de Cristo” com fim de neutralizar conotações religiosas. O objetivo dessa designação não tem a ver com “remover Cristo da história”, mas sim, trazer precisão ao lidar com eventos históricos e incluir pessoas de todas as religiões – ou sem religiões – nas discussões históricas.

> religiosa, o sistema de governo, o sistema jurídico, a moral, os costumes, tudo era permeado pela religião islâmica. Pode-se falar então de sociedade islâmica, leis islâmicas, crença islâmica (ARAÚJO, 2019, p. 120).

Sendo assim, o termo islâmico pode ou não trazer conotação religiosa, a depender do contexto, uma vez que esse carrega consigo um uso que pode indicar relação com a sociedade e as leis islâmicas.

O argeliano, que vive e trabalha na França, Ahmed Djebbar (1995), é um dos principais historiadores, que pesquisa história da matemática islâmica, com ênfase nos estudiosos da Espanha e do Norte da África, caracteriza o pensamento matemático islâmico sob três aspectos:

O primeiro aspecto refere-se aos problemas de ordem transacionais, ou seja, as transações administrativas e contratuais, que, geralmente, envolvem questões familiares, como distribuições de heranças ou de lucros, pagamento de saldos ou salários. Em suma, esse aspecto buscava soluções para problemas como esses mencionados e essas buscas impulsionaram uma grande variedade de escritos matemáticos.

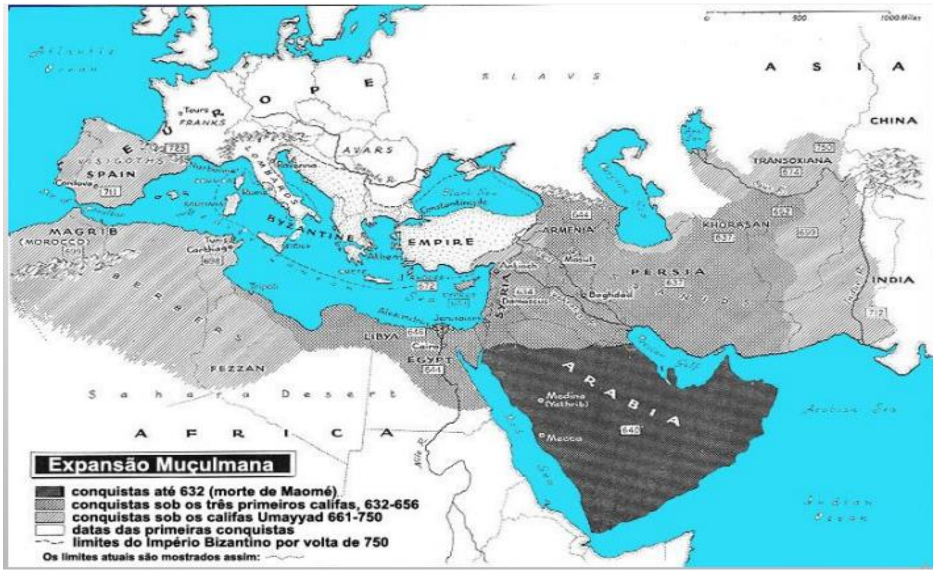
O segundo aspecto refere-se a uma busca mais desinteressada, ou seja, uma demanda sem fins utilitaristas. A busca era feita por estudiosos do pensamento matemático pertencentes à comunidade científica. Por fim, o terceiro aspecto surge relacionado aos conteúdos e as práticas matemáticas, ou seja, esse aspecto aponta para as ferramentas, os métodos e seus fundamentos (MOREY, 2021).

Como dito, segundo Fasi (2010) a formação do mundo islâmico[8] aconteceu na Península Arábica, na primeira metade do século VII, especificamente em 622[9], sob a

[8] O Império Islâmico é composto por dois polos, o Oriente e o Ocidente. Focaremos nesse trabalho particularmente no Ocidente muçulmano, que abrange do leste ao oeste Trípoli, Tunísia, Argélia o extremo Magrebe a Andaluz.

direção de Maomé e norteados pelos princípios de uma nova religião, o Islã, quando os árabes expandiram o território da Umma, a comunidade dos crentes, levando a unificação da Península Arábica. Como podemos observar no mapa a seguir (Figura 1):

FIGURA 1: Mapa da Expansão da Cultura Islâmica



FONTE: Wikimedia commons (2012)

Antes desse acontecimento, Morey, Oliveira e Nascimento (2021, p. 19) explicam que essa região do Oriente Médio “era dividida, principalmente, em duas religiões monoteístas: o Cristianismo (por parte do Império Bizantino) e o Zoroastrismo (por parte da Pérsia). Existia outra religião monoteísta, o Judaísmo, mas não como força militar”. Esses autores explicam que, nessa época, essa região era dominada por duas grandes forças, que estavam em constantes guerras entre si: o Império Persa e o Império Romano do Oriente (ou Império Bizantino).

---

[9] Essa interpretação muda a depender da fonte: Para alguns historiadores o início do Islamismo se deu em 622, pela Hégira, que é a fuga de Maomé para Medina, mas para os muçulmanos se deu com Abraão. Não entraremos no mérito da questão por não ser o foco de nosso trabalho.

Segundo Fasi (2010, p. 5) "uma das razões principais dos sucessos radiantes alcançados pelos muçulmanos foi o estado de esgotamento financeiro e militar em que se encontravam os dois impérios, após longos e sucessivos conflitos".

Esse autor ainda afirma que somente o Império Bizantino podia almejar dar prosseguimento a tradição greco-romana. Porém, as árduas batalhas esgotaram financeiramente seu exército, ao ponto de torná-lo incapaz de resistir às investidas que sucederam, um pouco mais tarde, pela nova força dinâmica, os árabes muçulmanos.

Fasi (2010) notabiliza ainda que, em princípio, os islâmicos foram inspirados por ensinamentos religiosos. Porém, eles não esperavam que os povos dos territórios conquistados se convertessem à sua comunidade religiosa. Inclusive, era lhes permitido conservar suas próprias crenças e tradições. Dava-se assim pelo fato de o Império Islâmico ter sido edificado por um exército de guerreiros nômades, que tinha à sua frente mercadores já familiarizados com as culturas dos territórios ocupados.

Todavia, com o passar de algumas gerações, a maior parte da população desses territórios foi se convertendo e até mesmo os não-convertidos foram, gradualmente, adotando a língua árabe, o que permitiu que o Estado árabe se transformasse em um verdadeiro império com uma rapidez raramente igualada na história. (FASI, 2010)

Conforme narra Fasi (2010), com pouco mais de um século os islâmicos eram os senhores de um território consideravelmente grande.

> (...) estendido dos Pirineus, na fronteira com a França, ao Pamir, na Ásia Central. A Espanha, a África do Norte, o Egito, o antigo Império Bizantino, ao Sul das montanhas de Toros, e o Império Persa, ao Leste, estavam desde então ligados a um mesmo reino imperial, tão vasto quanto fora o Império Romano em seu apogeu (FASI, 2010, p. 3).

Corroborando com essa afirmação, Caixeta (2019, p. 4) explica que, após a morte de Maomé, em 632 EC, os árabes rapidamente dominaram toda a Península Arábica e com pouco tempo o domínio do califado[10] árabe já se estendia pela Síria, Palestina, Egito e Líbia, atingindo no fim do século VII toda a África do Norte. Um dos principais fatores facilitadores que favoreceu todo esse domínio no entorno da região da Península Ibérica foi a crise política e religiosa da monarquia visigoda.

Um dos motivos pelo qual o islamismo conquistou vários territórios de forma abrupta é o fato de que, para o fiel muçulmano, uma das metas é levar a sua fé a todas as partes do mundo, ou seja, construir aquilo que eles chamam de Mundo Islâmico. Essa constituição histórica parte de uma mentalidade que não está restrita somente a vida como uma questão privada, mas uma fé que abrange todas as áreas da sociedade como, política, economia, científica, judiciária, social, etc.

Assim sendo, o território conquistado pelos primeiros árabes foi cedendo lugar ao mundo muçulmano da Idade Média, pois, fora fundado em uma fé comum, muito mais que sobre laços étnicos. Antes disso, Fasi (2010, p. 41) assegura que "a religião dos árabes pré-islâmicos era em geral de essência tradicionalista e o seu culto endereçava-se a deuses ou espíritos que habitavam, acreditava-se, blocos de pedra, rochedos, árvores ou poços".

Nesse contexto que nasce Maomé, no século VI, em 579 EC, na cidade de Meca. Pertencente a um clã de comerciantes, que aproveitavam das peregrinações para fazer negócios na cidade. Aos 40 anos, "começa a pregar em Meca para seus primeiros seguidores que eram pobres, pessoas de clãs fracos, imigrantes ou indivíduos de clãs

[10]Título atribuído ao líder religioso da comunidade islâmica, isto é, o califa, que seria um sucessor legítimo do profeta.

fortes, mas que eram irrelevantes dentro deles” (MOREY, OLIVEIRA E NASCIMENTO, 2021, p. 19).

Após ser perseguido por tribos árabes politeístas, que contentavam a ideia pregada de um único Deus, Maomé foge de Meca para Medina, onde começa com a ascensão da Cultura Muçulmana em 622 EC.

De acordo com Kaiuca (2012, p. 27) esse momento ficou marcado como “o ano da Hégira, quando Maomé fugiu de Meca e se refugiou em Medina, marcando o ano de origem do calendário muçulmano" [11] concretizando assim as conquistas do território pelos povos islâmicos.

Katz (2009) afirma que a nova religião monoteísta do Islã rapidamente atraiu a fidelidade dos habitantes da Península Arábica. Em menos de um século após a captura de Meca por Maomé, os exércitos islâmicos conquistaram um imenso território enquanto propagavam a nova religião, primeiro entre as tribos anteriormente politeístas do Oriente Médio e depois entre os adeptos de outras religiões. Esse autor ainda complementa:

---

[11]O calendário islâmico é um calendário lunar, baseado no movimento da Lua (ao passo que o calendário gregoriano é solar, baseado no movimento da Terra ao redor do Sol). O ano civil islâmico é mais curto, possui apenas 354 ou 355 dias, (ao passo que que o calendário gregoriano possui 365 ou 366 dias). No calendário islâmico, os meses variam entre 29 e 30 dias. (ao passo que no calendário gregoriano, os meses variam entre 30 e 31 dias, com exceção de fevereiro). Essa diferença de aproximadamente 11 dias faz com que o calendário muçulmano não esteja sincronizado com o início das estações no ano. Assim, a diferença entre as datas não se mantém fixa em 622 anos. Por exemplo, a data de 3 de outubro de 2020 corresponde a 15 do mês Safar do ano 1442, ou seja, 578 anos de diferença. (MOREY, OLIVEIRA E NASCIMENTO, 2021).

> A Síria e depois o Egito foram arrancados do império bizantino. A Pérsia foi conquistada em 642, e logo os exércitos vitoriosos chegaram até a Índia e partes da Ásia central. No oeste, o norte da África foi rapidamente invadido e, em 711, as forças islâmicas entraram na Espanha. Seu progresso foi finalmente interrompido em Tours pelo exército de Carlos Martel em 732. Entretanto, os problemas da conquista já estavam sendo substituídos pelos novos problemas de governar o imenso novo império. Os sucessores de Maomé, os califas, originalmente estabeleceram sua capital em Damasco, mas após cerca de cem anos de guerras, incluindo grandes vitórias, mas também algumas derrotas substanciais, o califado se dividiu em várias partes (KATZ, 2009, p. 266).

Assim, logo após as conquistas territoriais, o islã começou a construir seu império, fomentando muitas transformações nas tribos da Península Arábica, com implicações diretas de sua fé e cultura. Dentre essas implicações surgiram os aspectos da prática religiosa, e tal prática encontra-se baseada em princípios, que são conhecidos como os cinco pilares.

Esses pilares são considerados a base, as medidas e as ações, aos quais todos os membros da comunidade Islâmica devem aderir na sua conversão e praticar no seu dia a dia, que são eles: o *shahadah*[12], ou o testemunho de fé, que consiste em repetir em voz alta a declaração “Alá é o único Deus e Mohammed é seu profeta”; o *al-salat*, ou as orações diárias em horários definidos; a *Zakat*, ou a caridade, que consiste em doar 2,5% do seu salário aos necessitados; o *Jejum de Ramadã*, que é um jejum feito durante o nono mês do calendário lunar e por último, o *Hajj*, que prescreve que todo muçulmano que tiver condições financeira e físicas deve ir a Meca pelo menos uma vez na vida (MUBARAK, 2014, p. 25).

---

[12] Ressaltamos que estamos usando a transliteração do árabe, que em suma, significa pegar os caracteres árabes e trazê-los para os caracteres latinos. Diferentes da tradução, que transpõe a fonética e escrita, a transliteração só transpõem a grafia, sem interferir no som.

Morey, Oliveira e Nascimento (2021) explicam que:

> Os cinco pilares foram derivados de precedentes árabes, cristãos e judeus e eram rituais públicos que, quando realizados coletivamente, reforçavam a consciência coletiva da comunidade muçulmana e a consciência de seus membros de um destino especial (MOREY, OLIVEIRA E NASCIMENTO, 2021, p. 21).

Nesse escopo, Morey, Oliveira e Nascimento (2021) ainda ressaltam que, Maomé começou a trabalhar no sentido de criar uma comunidade baseada em crenças religiosas, cerimoniais, ética e leis compartilhadas. Porém, essas crenças não se restringiam aos aspectos religiosos, antes, porém, viriam a impactar o desenvolvimento político, social, cultural e científico.

Após o domínio árabe na região da Península Ibérica, Morey, Oliveira e Nascimento (2021) elucidam que as regras e normas da nova comunidade foram definidas pelo Alcorão, do qual trazia em seus preceitos: direito da família, divisão de heranças, transação de negócios como compra e venda de bens bem como a formação da estrutura familiar ancorada no sistema patriarcal, isto é, o membro mais velho ou o chefe da família que vinha diretamente na linha masculina.

Após a morte de Maomé, a liderança religiosa exercida por ele foi sucedida pelo califado. Esse é um título atribuído ao líder religioso da comunidade islâmica, isto é, o califa, que seria um sucessor legítimo do profeta.

Araújo (2019, p. 26) explica "que o primeiro califado árabe foi o Ortodoxo, que se iniciou logo após a morte de Maomé, em 632 e durou até 661. Nesse período, o califa era escolhido por uma assembleia de membros importantes entre os muçulmanos".

Segundo explica Fasi (2010) os quatro primeiros califas, denominados pelos muçulmanos como "inspirados", eram parentes diretos de Maomé e membros da cabila dos Kuraysh, a mesma tribo de onde descendeu o profeta. Foi durante essa gestão inicial que explodiram conflitos, resultando na divisão e origens a diversas seitas, com concepções divergentes, tanto no campo teórico quanto no plano prático.

O estopim desses conflitos foi a morte de um dos califas, conforme afirma Fasi (2010):

> Quando o terceiro califa, Uthman, foi assassinado por um grupo de muçulmanos revoltados em razão de algumas das suas medidas políticas, Ali ibn Abi Talib foi eleito em Medina, à época a capital, para lhe suceder. Porém, esta designação não foi aceita por alguns companheiros, especialmente por Muawiya, governador da Síria. Eclodiu a guerra civil entre os partidários de Ali e os de Muawiya (FASI, 2010, p. 53).

Desse movimento surgiram duas vertentes, que agregavam essas muitas ramificações: Os Xiitas, que acreditavam que o califado deveria ficar na família do profeta e os Sunitas, que defendiam que o califa deveria ser eleito pelos próprios muçulmanos. Ainda hoje, os Xiitas e os Sunitas disputam espaços no oriente Médio, porém, os Sunitas representam hoje mais de 90% da população muçulmana do mundo. (FASI, 2010).

Contudo, mesmo com essas divisões, o Império Islâmico se expandia e se fortalecia nas esferas militar, política e científica, fazendo com que essa civilização promovesse um intercâmbio cultural e uma tecnologia de ponta para a época.

Araújo (2019, p. 32) lembra que, durante a alta Idade Média, que vai do século V ao X, a Europa Ocidental viveu um tempo em que a produção científica passava por uma fase de considerável regressão, ao passo que o mundo islâmico estava vivendo seus tempos áureos, com uma acentuada produção de conhecimento científico e filosófico.

Para essa autora, "os árabes se voltaram para as contribuições deixadas pelos gregos e pelos conhecimentos que vieram à tona na Índia e na China. As caravanas de comerciantes árabes tomaram um papel importante nesse processo de tornar possível o acesso a tais conhecimentos".

Uma das conquistas científicas da civilização islâmica foi a criação da *Bayt al-Hikma* (Casa da Sabedoria[13]) localizada em Bagdá, que pode ser considerado o primeiro centro de estudos acadêmicos islâmico.

A respeito do fundador desse grande centro de estudos, Araújo (2019) ressalta que há diferentes relatos e estudos que apontam para três possíveis fundadores sendo eles; Abu Jafar al-Mansur (754 – 775 EC), Harun al-Rashid (786 - 809) ou Al-Mamun (813- 833).

Em contrapartida, Katz (2009) afirma que foi o sucessor de Harun, o califa al-Mamun (813-833), quem estabeleceu um instituto de pesquisa, a Bayt al-Hikma (Casa da Sabedoria), que duraria mais de 200 anos. Para este instituto foram convidados estudiosos de todas as partes do califado para traduzir obras gregas e indianas, bem como realizar pesquisas originais. "No final do século IX, muitas das principais obras de Euclides, Arquimedes, Apolônio, Diofanto, Ptolomeu e outros matemáticos gregos haviam sido traduzidos para o árabe e estavam disponíveis para estudo dos estudiosos reunidos em Bagdá" (KATZ, 2009, p. 267, tradução nossa) [14].

Independente de quem teria sido seus criadores, o que temos por certo e consensual entre os historiadores é que esse foi "o primeiro centro de estudos científicos

---

[13] Existiram outras casas da Sabedoria, mas essa, da qual referimos, é a de Bagdá. Provavelmente uma das primeiras a ser criada.

[14] By the end of the ninth century, many of the principal works of Euclid, Archimedes, Apollonius, Diophantus, Ptolemy, and other Greek mathematicians had been translated into Arabic and were available for study to the scholars gathered in Baghdad (KATZ, 2009, p. 267).

que atraiam cientistas, tradutores e interessados em pesquisa, podendo ser considerada a primeira universidade[15] islâmica" (MOREY, OLIVEIRA e PEREIRA, 2021, p. 35).

Porém, Katz (2009) ressalta que não foi somente na "fonte" grega que os estudiosos islâmicos "beberam", eles também absorveram as antigas tradições matemáticas dos escribas babilônicos, ainda evidentemente disponíveis no vale do Tigre-Eufrates.

Foi seguindo esse interesse científico e cultural, que foi possível propiciar muitas contribuições na construção do conhecimento desenvolvido pelos islâmicos nas ciências e de modo geral e, mais particularmente, no pensamento matemático.

4.2 A formação do pensamento matemático islâmico medieval

Após toda essa sucessão de fatos e conquistas, começa a se desenvolver o pensamento científico islâmico, intrinsecamente ligado à religião. Como afirma Katz (2009), os estudiosos islâmicos infundiram seu pensamento matemático com o que sentiram ser inspiração divina. Os estudiosos criativos do passado conduziram investigações muito além dos ditames da necessidade imediata, mas na cultura islâmica muitos achavam que isso era uma exigência de Deus.

Porém, os estudiosos islâmicos não criaram dicotomia entre o "santo e profano" ou "sagrado e secular", como aconteceu com a ciência da Idade Média ocidental. Quanto a isso, Katz (2009) explica:

> A cultura islâmica em geral considerava o "conhecimento secular" não como um conflito com o "conhecimento sagrado", mas como um caminho para isso. O aprendizado era, portanto, incentivado, e aqueles que demonstravam

---

[15] Importante salientar que não são universidades no modelo que temos hoje. Portanto, a expressão mais adequada seria *Centro de Estudos.*

> faíscas de criatividade eram frequentemente apoiados pelos governantes (geralmente autoridades seculares e religiosas) para que pudessem perseguir suas ideias o máximo possível (KATZ, 2009, p. 268. Tradução nossa[16]).

Esse autor ainda comenta que os estudiosos costumavam invocar o nome de Deus no início e final de suas obras e até ocasionalmente referindo-se à assistência divina ao longo dos textos – como veremos mais a frente no texto de al-Banna.

Nesse mesmo sentido, Radford (2011, p. 252) enfatiza que muitos dos estudiosos muçulmanos colocaram seus esforços a serviço da religião "elaborando incansavelmente horários de preces, o tempo para jejum, assim como determinando a posição correta do crente na direção de Meca".

Djebbar (1995) também destaca que os estudos matemáticos islâmicos abrangem uma grande variedade de áreas da vida diária, tais como de um verso do Alcorão relativo à herança, à determinação do tempo da terceira oração diária e à enumeração de orações atrasadas, que deve ser dito em uma ordem precisa.

Dessa premissa podemos considerar como um ponto epistemológico fundamental o fato de que problemas de prática social podem levar a investigação científica, e que a teoria científica pode ser aplicada na prática.

A referência feita por Djebbar (1995) pode ser encontrada em uma passagem do capítulo (SURA) quatro do versículo (AYAT) um do Alcorão, que praticantes do Islã, atribuem ser uma revelação de Alá ao profeta Maomé:

> Deus vos prescreve acerca da herança de vossos filhos: Dai ao varão a parte de duas filhas; se apenas houver filhas, e estas forem mais de duas,

---

[16] Islamic culture in general regarded “secular knowledge” not as in conflict with “holy knowledge,” but as a way to it. Learning was therefore encouraged, and those who had demonstrated sparks of creativity were often supported by the rulers (usually both secular and religious authorities) so that they could pursue their ideas as far as possible. (KATZ, 2009, p. 268)

> corresponder-lhes-á dois terços do legado e, se houver apenas uma, esta receberá a metade. Quanto aos pais do falecido, a cada um caberá à sexta parte do legado, se ele deixar um filho; porém, se não deixar, prole e a seus pais corresponder a herança, à mãe caberá um terço; mas se o falecido tiver irmãos, corresponderá à mãe um sexto, depois de pagas as doações e dívidas. É certo que vós ignorais quais sejam os que estão mais próximos de vós, quanto ao benefício, quer sejam vossos pais ou vossos filhos. Isto é uma prescrição de Deus, porque Ele é sapiente, prudentíssimo (ALCORÃO 4:1, p. 81).

Com base nessa citação, podemos perceber o teor matemático, que era assimilado e difundido, não só nas questões religiosas, mas em toda vida prática da cultura, o que nos permite concluir que os grandes tratados científicos islâmicos espelhavam a vida prática cotidiana formando uma relação intrínseca entre matemática e cultura.

Em relação a isso, Katz (2009) assegura que os estudiosos islâmicos, ao contrário de seus predecessores gregos, visaram não apenas a teoria, mas também as aplicações práticas, seguindo as demandas dos governantes islâmicos, que estavam naturalmente interessados nas necessidades da vida cotidiana.

Portanto, para os estudiosos islâmicos, o desenvolvimento do pensamento matemático carregava um aspecto a mais, para além da teoria e isso impôs certo desafio, uma vez que a referência que eles tinham era de uma matemática teórica. Então, o desafio era transpor a matemática herdada para uma tradição que atendesse melhor as necessidades locais, a exemplo da Aritmética.

Berggren (2013) denota que, quando sucedeu a Era Islâmica, no início do século VII, essa civilização não era versada em aritmética e nem conhecia as noções matemáticas de seus vizinhos. Foi só no século IX, que alguns de seus descendentes, juntamente com os convertidos ou conquistados, iniciaram a exploração da matemática antiga que começaram a construir as bases de uma tradição matemática islâmica medieval.

Na aritmética, Shuriye e Daoud (2011) explicam que um dos primeiros estudiosos muçulmanos a dar sua contribuição foi al- Khawarizmi, um estudioso ativo em Bagdá em 773, durante a Era do reinado de al- Mamun. A versão árabe da aritmética de al-Khawarizmi não está disponível e acredita-se que tenha perdido, mas a tradução para o latim, posterior está disponível[17].

Sobre as muitas contribuições do estudioso al-Khwarizmi em diferentes áreas tais como, sistema numérico, à aritmética, à álgebra, à trigonometria e à geometria, Araújo (2011, p. 43) denota que ele "desempenhou um papel importante na expansão do conhecimento do mundo islâmico medieval. Ele recebeu a responsabilidade de chefiar o Departamento de Pesquisa de Astronomia na Casa da Sabedoria."

Além da aritmética, outra área que cresceu muito dentro do pensamento matemático islâmico foi certamente a álgebra[18]. Shuriye e Daoud (2011) afirmam que, os números e mais particularmente, os números usados na álgebra, fascinaram os estudiosos islâmicos de forma particular. Se formos comparar a Matemática islâmica com o pensamento matemático da antiguidade, seria, sem dúvidas na álgebra onde sua originalidade e profundidade são mais claramente evidentes.

Foram muitos estudiosos que contribuíram para o desenvolvimento da álgebra no cenário islâmico, porém, citamos um nome que, de acordo com Shuriye e Daoud

---

[17] Dentre os mais conhecidos tradutores de obras islâmicas podemos ser citar Gerard de Cremona, responsável por inúmeras traduções de obras originais islâmicas, inclusive, das obras de al-Khawarizmi.

[18] Temos a ciência quanto às implicações anacrônicas de usar o termo "álgebra" nesse contexto, pois, não podemos garantir que o termo já era usado na época. É bem provável que o termo não tenha o mesmo sentido que vemos hoje. Araújo (2019) explica que o termo foi utilizado por al khwarizm e que, provavelmente tenha derivado do termo *al jabr* , que significa *Restauração.*

(2011), tornou-se muito familiar no mundo anglófono através de sua tradução Ruba'iyat ou Quartrains, o estudioso Omar Khayyam (1048- 1131).

Shuriye e Daoud (2011) ainda afirmam que:

> Outro interesse de Omar estava na teoria da razão e proporção. Omar substituiu a definição de Euclides aplicando seu primeiro princípio e definindo proporções iguais pelo que pode ser descrito como algo como um limite processo: as razões são iguais quando podem ser expressas pela razão de números inteiros com o mesmo grau de precisão conforme necessário. A prova de Omar estava em estabelecer a equivalência das definições de igualdade e desigualdades em razões comensuráveis e incomensuráveis (SHURIYE E DAOUD, 2011, p. 57. Tradução nossa) [19].

Contudo, as contribuições de Omar Khayyam não ficaram restritas à álgebra, mas se expandiram também para a geometria e muito mais. Além de pesquisar e comentar as obras de estudiosos do pensamento matemático gregos, de Euclides e Arquimedes, em particular.

Cabe salientar que a ciência islâmica "bebeu" muito nas fontes da ciência grega. Uma parte das obras conhecidas de estudiosos pré-islâmicos são traduções de estudiosos gregos, incluindo escritores sobre harmônicos, astronomia, matemática e tecnologia matemática.

Sendo assim, a tradição islâmica medieval produziu muitos sábios, que contribuíram, não só para a construção do pensamento matemático islâmico, como para

[19] Another interest of Umar was in the theory of ratio and proportions. Umar replaced Euclid's definition by applying his first principle and defined equal ratios by what might be described as something like a limit process: the ratios are equal when they can be expressed by the ratio of integer numbers with as great a degree of accuracy as required. Umar's proof lay in establishing the equivalence of the definitions of equality and inequalities in both commensurable and incommensurable ratios. (SHURIYE E DAOUD, 2011, p. 57).

a construção científica de toda humanidade, como é o caso do já citado, Al-Khwarizmi (780-850), que foi um dos primeiros estudioso, que se têm registros, a usar e a escrever o sistema decimal dos hindus; al-Uqlidisi (952-EC.), que desenvolveu as frações decimais; Al-Kashi (1380-1429), que explicou as frações de forma mais simples para qualquer cálculo; Abu Kamil (940-998), que escreveu comentários sobre a álgebra de al-Khwarismi da qual o matemático europeu Fibonacci (1170-1250) teve conhecimento e a difundiu pela Europa; Al-Biruni (973-1048), que trouxe grandes contribuições nas áreas de aritmética, álgebra e geometria, dando a matemática um caráter experimental e utilitarista; o também citado, Omar Khayyam (1048-1131), que discutiu o triângulo aritmético, equações lineares e quadráticas, equações cúbicas, razão e proporção, dentre outros; Sharaf al-Tusi (1135-1213), Nasir al-Tusi (1202-1274), que fez comentários sobre diversas obras, dentre elas estão a *"Data"* e *"Ótica"* de Euclides e al-Banna (1256-1321), que trouxe sua contribuição para a construção do pensamento matemático islâmico como um todo e, especificamente, para a construção do conhecimento da região do Magrebe islâmico medieval.

Lançaremos luz sobre a região do Magrebe Oriental, tendo em vista que foi a região onde al-Banna ascendeu como estudioso do pensamento matemático e local onde foi difundido parte do seu legado. Sendo assim, essa é a localidade onde concentrou maior parte das influências que ajudou a formar as concepções desse sábio.

4.3 O contexto histórico, político e científico do Magrebe Islâmico Medieval.

Limitado ao Noroeste do continente africano, na regionalização da África do Norte e banhado pelo Mediterrâneo, fica o Magrebe, que significa, *onde o sol se põe*. Quando falamos em África do Norte, podemos associar a um território islâmico ou árabe, onde se tem fortemente a presença da etnia Árabe.

Os países atuais que compõem o Magrebe são: Líbia, Tunísia, Argélia, Marrocos, Saara Ocidental e Mauritânia, como podemos observar no mapa (FIGURA 2).

FIGURA 2: Mapa da região do Magrebe Islâmico

FONTE: Wikimedia commons (2012)

Quando analisamos as questões religiosas do Magrebe, observamos que nessa região também existe majoritariamente a prática do Islamismo. Porém, muitas batalhas religiosas aconteceram até que se atingisse essa predominância.

Conforme explica Saidi (2010), foi sob o domínio Almoádas[20], nos meados do século XII até o século XIII, que se deu a unificação da região do Magrebe, bem como de todo ocidente islâmico. As circunstâncias das quais se deram essa unificação em que "teve como ponto de partida uma reforma religiosa encabeçada pelo Mahdi[21] dos

[20] "Os Almóadas (al -Muwahhidūn, que significa crentes da unicidade de Deus) pregavam um misticismo marcado pela influência de al-Ghazzālī; tratava-se, com efeito, de um retorno às fontes do Islã como reação aos Almorávidas, mais ligados à jurisprudência e ao estudo dos textos que à busca de uma lei despojada" (SAIDI, 2-10, p. 24).

[21] Na tradição islâmica, Mahdi significa "o guia".

Almóadas, Ibn Tumart[22]. Apoiando-se numa comunidade solidamente organizada, essa reforma desenvolveu-se e adquiriu as dimensões de um empreendimento político global". (SAIDI, 2010, p. 17).

Antes do domínio do império Almoádas, a região era controlada pelos Almorávidas, uma associação religiosa de berberes islâmicos, que fundaram a dinastia no século XI, que construíram a cidade de Marraquexe em 1062, controlaram a região do Saara Ocidental e parte do Oeste da Argélia. Posteriormente, conquistaram também o império de Ganna, após derrotarem os exércitos cristãos na Espanha Muçulmana, sob domínio do Rei Afonso VI, na batalha de Zalaca. Essa dinastia governou em um tempo curto, pois, em 1086, seu rei foi assassinado em uma batalha com os Almoádas, que assumiram o controle da região (RIBEIRO, 2020).

Após assumirem o controle de Marraquexe, Ribeiro (2020) descreve que os Almoádas dominaram também toda a região de Marrocos, Tunísia, Líbia, Mauritânia e Andalus. Após esse episódio, as batalhas seguiram outros rumos, para além de domínios territoriais.

Saidi (2010) ainda afirma que essas batalhas continuaram, mas agora em decorrência da busca de unificação, que desencadeou por diferentes caminhos, trazendo certa indefinição doutrinal, que foi desde a purificação ascética, a sistematização jurídica e o aprofundamento e aperfeiçoamento das proposições teológicas da síntese asharita.

[22] Filho de um nobre, que ostentava o título de amghar, que, no sul do Marrocos, designava o chefe de aldeia ou de cabila. Ibn Tūmart, foi sucessivamente o censor de costumes, o teólogo que se impôs em Marrakexe, o chefe de uma nova escola em Aghmāt e finalmente o chefe de um partido-comunidade – e candidato ao poder – solidamente protegido pelos muros de Tinmallal, em plena montanha (SAIDI, 2010, p. 22).

Por causa dessas indefinições e múltiplas disseminações doutrinais, o islamismo encontrou certa dificuldade de se firmar na região, como afirma Saidi (2010):

> O Islã encontrou no Magrebe grandes dificuldades para estabelecer sua dominação e fundar sua unidade: teve, aí, de enfrentar obstinada e duradoura resistência, rapidamente corporificada na "heresia" caridjita – mistura de anarquismo e igualitarismo – que seduziu particularmente os meios nômades e as sociedades rurais (SAIDI, 2010, p. 19).

Pregar a negação do princípio da hereditariedade ao califado fazia parte dessa heresia, se for considerado que esse princípio era majoritariamente aceito dentro do Islamismo. Logo, negá-lo estaria incorrendo em subversão. Por essas e outras questões, o caridjismo – conceituado na citação acima – encontrou no Magrebe um ambiente propício e frutífero, que serviu igualmente de fachada ideológica a toda sorte de oposição e subversão (SAIDI, 2010, p. 20).

Segundo Saidi (2010), outras dinastias tentaram concorrer pela dominação da região, como os Omíadas da Espanha, os Idrísidas e mesmo os Fatímidas – essa última fundada por um descendente de Fátima, filha do profeta Maomé. Porém, nenhuma delas obteve êxito enquanto os Almoádas exerceram dominação no local.

A despeito de todos esses conflitos religiosos, Saidi (2010) ainda acrescenta que o Almoáda foi um califado que não teve apenas finalidades religiosas e políticas:

> Seu desenrolar seguiu igualmente considerações, imperativos e necessidades de ordem econômica, cujos dois elementos essenciais residiam, por um lado, no controle das principais rotas do comércio transaariano – ou pelo menos das suas saídas setentrionais –, e por outro, na integração dos diversos polos de desenvolvimento econômico do Magrebe e do ocidente muçulmano através da ampliação dos antigos domínios Almorávidas no Magrebe (SAIDI, 2010, p. 17).

Em suma, baseados nessa afirmação, podemos dizer que as pretensões desse movimento para o desenvolvimento local incluíram, para além das questões religiosas, expansões políticas e econômicas, o que contribuiu para alavancar as atividades econômicas da região.

Djebbar (1995) ressalta que antes mesmo da unificação Almoáda, a região já havia dado sinais bem precoces no desenvolvimento de atividades científicas, ainda durante o Século IX. Nessa época, laços econômicos, políticos e culturais muito estreitos foram forjados entre o Magrebe e a Espanha muçulmana durante toda a Idade Média, dada a quantidade, a qualidade e a importância da transmissão da produção científica de cada uma destas duas regiões para a outra.

Contudo, Saidi (2010) assegura que foi mesmo durante a era Almoáda que o desenvolvimento viveu seu auge, sobretudo, científico. Após uma sucessão de conflitos de ordens religiosas e jurídicas, tentativas de reformas (em matéria moral, dogmática, teológica e legislativa) proposta por Ibn Tumart, a organização do movimento Almoáda em um partido de propaganda, de doutrinação e de combate, enfim, a unificação do Magrebe pelos califas almoádas se solidificou de fato.

A despeito de todo emaranhado político, disputa de poder, conflitos de várias ordens, a região do Magrebe seguia em ascensão, com a fundação do império (1133-1163), após a morte de Ibn Tumart e a ascensão de Abd al-Mumin ao poder; a conquista de Marrocos e o período de estabilidade e equilíbrio Abu Yusuf Yakub (1163-1184), tempo em que expansão da civilização magrebina viveu seu apogeu, trazendo seus impactos sobre a civilização ocidental (SAIDI, 2010).

Niane (2010) certifica que, juntamente com a região de Andaluz[23], o Magrebe torna-se, a partir de então, centro de difusão cultural, principalmente da ciência e da filosofia, absorvidas pela Europa. Ambos participam ativamente na preparação de um renascimento científico e cultural na Europa. Magrebe tornou-se o centro civilizacional do Império Islâmico e trouxe seus impactos nas mais diversas áreas.

Segundo narra Saidi (2010, p. 67), a arte viveu seu esplendor sob o domínio Almoáda, que soube aprimorar todo o trabalho iniciado pelos Almoávidas, alçando a arte ao patamar de "apogeu da arte muçulmana do Ocidente, pela majestade das proporções, equilíbrio dos volumes e riqueza da decoração, acrescentou-lhe nobreza e graça".

Nas letras e nas línguas, o período também guarda suas contribuições na construção do conhecimento literário, conforme explica Saidi (2010):

> A reserva inicial dos Almorávidas e dos Almoádas em relação aos poetas e às obras profanas em geral logo se dissolveu sob o sol quente da Espanha. Levando adiante a tradição segundo a qual os soberanos árabes eram mecenas interessados e ilustrados, os príncipes das duas dinastias favoreceram a cultura e protegeram os homens de letras (SAIDI, 2010, p. 68).

Sendo assim, as questões religiosas não frearam o desenvolvimento da literatura, mesmo que essas fossem, antes, consideradas profanas. Porém, a liberdade poética foi protegida e recebeu apoio de nobres da corte.

O pensamento filosófico recebeu status de grandeza. Saidi (2010, p. 70) afirma que o século dos Almoádas foi principalmente o século da filosofia, representada por

---

[23] Convém esclarecer que a região de al-Andaluz, não pode ser confundida com a região de Andaluzia, que fica localizada na Costa Sul da Espanha, que tem por sua capital a cidade de Sevilha.

grande número de nomes ilustres: "Ibn Badjdja (Avempace, morto em 1139), Abu Bakr, também conhecido como Ibn Tufayl ou al-AndalusI (Abubacer, morto em 1185), Ibn Rushd (Averróis, 1126-1198) e o judeu andaluz Ibn Maymun (Moisés Maimônides, 1135-1204)".

Dentre esses, um dos que ganhou mais notoriedade foi Averróis, que além de filósofo, foi também especialista em lei religiosa ou jurista, fez observações de astronomia e escreveu uma obra voltada para medicina. Porém, apesar de todo apoio que recebeu do califado, foi ostracizado, condenado pelos teólogos, viu suas obras serem queimadas, sobrando apenas uma parte delas, em árabe (SAIDI, 2010).

As traduções de obras magrebinas trouxeram grandes impactos ao mundo islâmico contrariando a narrativa de que a Idade Média tenha sido de obscurantismo como um todo. Antes, porém, a transmissão científica e o intercâmbio cultural já se consolidavam no oriente, deixando seu legado e sua herança. Como afirma Saidi (2010):

> Embora a corrente de transmissão direta nunca tenha sido interrompida, é certo que a Idade Média cristã só pôde descobrir, apreciar e compreender realmente a herança do pensamento antigo através das obras dos filósofos árabe-muçulmanos, entre os quais os andaluzes e magrebinos ocupam lugar de honra (SAIDI, 2010, p. 82).

Nessa corrente de transmissão, outra área que também foi de suma importância para garantir a veracidade das informações foi a história. Nesse sentido, o papel do historiador guardava sua notoriedade e seu valor.

Dentre os muitos nomes que contribuíram para o conhecimento, o nome do magrebino Ibn Khaldun (1332–1406) se destaca por ser considerado o precursor das ciências sociais, da filosofia e da história (SENKO e GUIMARÃES, 2009).

A difusão do pensamento matemático e astronômico também não foi menos importante. Tratados matemáticos e astronômicos foram traduzidos e discutidos por diversos estudiosos magrebinos, a exemplo de lbn Munim (?-1228) que foi um estudioso, nascido em Andaluz, mas que viveu e ensinou em Marraquexe, onde era conhecido como um dos melhores estudiosos em geometria e teoria dos números. A ligação direta entre este meio científico excepcional e o período de Ibn al-Banna é ilustrado pelo estudioso Ibn Munim. De fato, um dos seus discípulos, Al-Qadi ash-Sharif, faz um elo entre os dois estudiosos de Marraquexe. Pois, mais tarde, ele será o professor de Ibn al-Banna e que influenciará a sua contribuição no campo da análise combinatória e número figurado (AISSANI, 1995).

Porém, Djebbar (1995) afirma que as atividades matemáticas no Magrebe são pouco conhecidas. Pouco daquilo que foi produzido e ensinado naquela época chegou até nós. Os biógrafos mantiveram apenas alguns nomes de pessoas que se deram a conhecer por sua atividade em matemática ou por seus interesses em outras disciplinas.

O que temos como certo, no que diz respeito às atividades científicas desta região, são os testemunhos que chegaram aos especialistas sobre estas atividades entre os séculos IX e XI, os quais permitiram concluir que o primórdio da Matemática a presença da construção do conhecimento nessa região da África.

Djebbar (2016) ainda enfatiza que mesmo com a pouca escrita matemática produzida no Magrebe durante este período tenha chegado até nós, sabemos, a partir das fontes históricas que os califas desta dinastia incentivaram atividades científicas e até mesmo as financiaram, como fez, por exemplo, o califa al-Mucizz (953 - 975), um entusiasta da ciência e, mais particularmente da astronomia.

Aissani (2019) ainda assegura que o início das atividades científicas no Magrebe, deu-se em Kairouan, local onde pode ser considerado como o primeiro centro intelectual da região, a partir do final do século IX. Foi esta cidade que recebeu os primeiros exemplares de traduções de textos gregos: os Elementos de Euclides, o Almagest de Ptolomeu, assim como as primeiras obras muçulmanas, a exemplo do livro sobre aritmética indiana de al-Khawarizmi (falecido em 850), e foi também nesta cidade que uma grande escola de medicina foi criada no século X.

Conforme explica Aissani (2019, p. 20), entre os primeiros estudiosos matemáticos deste período estava Shuqran Ibn Ali, um especialista em ciência do cálculo. "No entanto, o cientista mais notável de Kairouan é Ibn Abi Ridjal (1034), tutor do Zirid amir al-Muizz, que era um astrólogo e astrónomo de renome, conhecido na Europa como Albohazen (ou Aben Rajel)". Diz-se que ele esteve presente nas observações astronômicas feitas em Bagdá em 989.

Corroborando com essa afirmação, Djebbar (1995) também confirma a importância desse estudioso na construção do pensamento matemático de Magrebe. Esse autor ainda afirma que Abi Ridjal (1034) publicou obras em matemática, que não chegaram até nós, e que esse também era interessado em astronomia, inclusive, graças a essa última citada que o levou a ser conhecido na Europa do século XII, com seu livro al-Brifak-man-nujm (*O livro Brilhante sobre os julgamentos das estrelas*), que foi traduzido, do árabe para o latim, por Constantino.

Porém, poucas obras islâmicas medievais foram traduzidas para outros idiomas. Quanto a isso, Morey (2017, p. 6) afirma que "alguns períodos da história da matemática não são muito bem historiados devido à escassez de documentos". Consequentemente, as contribuições dos estudiosos dessa época e civilização não foram tão difundidas no ocidente, como foi o caso das contribuições de al-Banna.

Al-Banna teria sido um dos últimos estudiosos do pensamento matemático do Magrebe. Seu trabalho começou a ganhar notoriedade quando a civilização magrebina estaria em processo de enfraquecimento e perdendo seu poderio econômico e militar. (SAIDI, 2010; DJEBBAR, 1995)

Nas últimas décadas do século XVI, após viver seu esplendor militar, político, religioso e científico, intercâmbio material e cultural, Magrebe começou a cair em letargia e decadência. Cidades e aldeias começaram a desaparecer ou se despovoar e estima-se que sua população reduziu para um terço.

Esse era o contexto geral e principalmente científico que estava inserido lbn al-Banna. Contexto do qual ele se ascendeu, como estudioso, principalmente do pensamento matemático e seu pensamento foi difundido por meio de seus alunos.

4.4 As contribuições de al-Banna para a construção do pensamento matemático islâmico.

Hassan Ahmed Abdel Rahman Muhammed al-Banna, mais conhecido por Ibn al-Banna (1256-1321), um nome que significa filho de um arquiteto. Proveniente de uma família burguesa de Marraquexe, que se beneficiou de uma educação muito completa com Sheikhs e Ulama[24], solidificou-se como um estudioso do pensamento matemático do Magrebe, mais especificamente na cidade de Fez, a convite do Sultão, local esse em que forma a maioria de seus alunos e que figura entre um dos mais importantes centros culturais e científicos de sua época.

Não está claro se al-Banna nasceu especificamente na cidade de Marraquexe ou se foi nos entornos da região de Marrocos, que foi chamada assim pelos europeus. Há uma alegação de que al-Banna nasceu em Granada, na Espanha, e se mudou para o norte da África para sua educação. O certo é que ele passou a maior parte de sua vida no Marrocos (AISSANI, 2019).

[24] Refere-se a um teólogo ou sábio, versado em leis e religião, entre os muçulmanos.

O que podemos conjecturar é que Marrocos foi certamente o local em que al-Banna foi educado, aprendendo as principais habilidades matemáticas do período. Segundo Vernet (1951), ele estudou geometria em geral, e os *Elementos* de Euclides em particular, também estudou números fracionários e aprendeu muito das contribuições que os árabes fizeram para o conhecimento matemático nos 400 anos anteriores. Além disso, estudou a língua árabe, gramática, o *Qurān*, *Ḥadith* (comentários do profeta), e também, Astronomia e Medicina, mas sua fama local se deve ao seu conhecimento de matemática.

Dentre muitos objetos de estudos de al-Banna, três deles apontaram para aspectos especiais de sua contribuição para o pensamento matemático atraindo a atenção de estudiosos em história da ciência da época: A álgebra, a teoria de conjuntos com análise combinatória a as aplicações da matemática (astronomia, topografia e problemas de heranças).

Samsó (2007) explica que Ibn al-Banna foi, no início de sua vida intelectual, provavelmente um astrólogo praticante a serviço do sultão Marinid Abu Saíd (reinou: 1309-1331), e diz-se que ele previu as circunstâncias exatas da morte desse governante, que ocorreu cerca de 10 anos após a sua. Ele era dedicado ao seu ensino, que acontecia tanto na grande mesquita de Marraquexe, quanto em sua própria casa, e tinha pelo menos oito discípulos. Contudo, mais tarde, na maturidade da sua vida intelectual, ele aparentemente escreveu um trabalho dirigido contra a prática, apesar do fato de que ele escreveu uma série de tratados astrológicos em seus primeiros anos.

A astrologia era uma prática cultural da época, não só no Magrebe, mas na cultura medieval islâmica como um todo. Essa tradição foi herdada dos antigos. Os islâmicos medievais se concentraram basicamente em três principais preocupações da astrologia natal, todas elas retiradas da antiga tradição grega: Eles desenvolveram algoritmos aritméticos ou trigonométricos específicos, compuseram tabelas para fins astrológicos e conceberam placas de astrolábio especiais com funções astrológicas (CASULLERAS, 2013).

Para além da variedade de métodos desenvolvidos para cada uma das práticas mencionadas, Casulleras (2013) ainda ressalta que, os estudiosos matemáticos e astrônomos medievais da área islâmica, responsáveis pelo fornecimento das ferramentas computacionais, trataram as questões da astrologia local de três maneiras gerais. Essa característica da técnica astrológica revelou-se especialmente relevante na história da matemática relacionada às práticas nos tempos antigos e medievais.

Segundo afirma Aissani (2019), foi durante os séculos XIII a XIV, que o conteúdo da construção científica e pedagógica do Magrebe, sob a influência decisiva da escola de Marraquexe, em Fez, com a sua frente, o estudioso Ibn al-Banna ascendeu e que será, posteriormente, retransmitida por seus alunos, depois por seus comentadores.

Além de professor, al-Banna também, durante quarenta anos, teria ocupado o cargo de grand cadi[25] em várias cidades do Magrebe, como Bougie, Oran, Salé, Marrakexe e Tlemcen.

Os magrebinos tinham uma forte cultura de aprendizagem. No centro de estudos de Fez, Al-Banna ensinou todos os ramos da matemática, que na época incluíam aritmética, álgebra, geometria e astronomia. Fez também era uma cidade próspera com um novo espaço sendo construído para abrigar o palácio real e a grande mesquita adjacente. Muitos alunos estudaram com al-Banna nesta próspera comunidade acadêmica (VERNET, 1951).

[25] Esse era um cargo que corresponde hoje a um cargo similar ao de Ministro da Justiça, ou seja, juiz supremo do império, também atua como consultor jurídico do califa.

Aissani (2019, p. 25), ainda assegura que “Abu l’Abbas Ahmed, um descendente direto dos príncipes Hamaditas foi discípulo direto de al-Banna. O *Idjaza* (diploma) que lhe emitiu pelo seu mestre foi encontrado na cópia do Talkhis, na coleção de manuscrito da Escorial (Espanha)”. O Talkhis (*Resumo das Operações de Cálculo*), escrito por al-Banna, foi um dos manuscritos de ciências mais famosos do Magrebe. Ele é um curso de quarenta páginas ditado aos seus alunos relativo às operações de cálculo. Ele desempenhou um papel fundamental no ensino, como evidenciado por muitos de seus comentários.

Na verdade, al-Banna vai iniciar a tradição científica na academia de Fez, baseado no *Sharh* (comentários) e no *Ikhtisar* (abreviado). Houve mais de quinze *Sharh* dedicados à explicação ou ao desenvolvimento e, às vezes, até mesmo a crítica do Talkhis. O principal comentário dos Talkhis é o Rafc al-Hijab *(O levantamento do véu nas operações de cálculo*) de autoria do próprio Ibn al-Banna por volta de 1302 (AISSANI, 2019).

Conforme Sidoli e Brummelen (2013) um dos *Sharh* em relação à obra de al-Banna foi feito pelo estudioso magrebino d'Ibn Qunfudh (1339- 1409), que escreveu um documento chamado Hatt an-niqab an ungib amal al-hisab (*Abaixamento do véu sobre as formas das operações de cálculo*). Os comentários se concentraram em ferramentas aritméticas, como o método da falsa posição e algoritmos de cálculo, e em aplicações a um campo jurídico, a ciência da herança.

Outro estudioso, segundo Mellak e Amara (2017) que, provavelmente impulsionou al-Banna a escrever o Rafc, por ter feito Sharh em relação ao Talkis, foi lbn Al Uqbani[26] (? - 1320). O objetivo dele seria tornar o conteúdo do poema de

---

[26] Seu nome completo é Abu 'Utmän Sa'id b. Mohammad b. Muḥammad al-'Uqbānī a Tilimsānī, que pertencia a uma famosa família erudita de Tlemcen de origem andaluza. Ele nasceu na capital do

pensamento algébrico acessível aos alunos. Ao explicar palavras e termos, ele queria abrir espaço ao conhecimento matemático nos círculos educacionais. Seus comentários eram estruturados da mesma forma: O início da explicação passa assim pela menção da *al-qaida* (regra), depois a *masala (*pergunta), depois o exemplo *mital* (exemplo) e finalmente a *al-burhan* (demonstração).

Segundo Djebbar (1995) ao nível das grandes orientações da atividade matemática durante a Idade Média, Ibn al-Banna surge como o ponto de partida de toda uma tradição que se estende às diversas regiões do Norte de África e até ao Egito, e que se manteve na Espanha muçulmana. Esta tradição é a dos comentários. Foram assim mais de quinze trabalhos relativamente importantes dedicados à explicação ou ao desenvolvimento, e às vezes até à crítica, do seu pequeno manual em Talkhis.

Além do, já citado, comentarista magrebino Ibn Qunfudh, Djebbar (1995) ainda cita outros nomes de estudiosos do extremo Magrebe, que comentaram a obra de al-Banna:

> Os comentários de al-Misrati (século XIV), al Muwahidi (século XIV), Ibn Haydür e de Ibn Ghazi. Um comentário foi escrito por um andaluz, Ibn Zakariya, e alguns foram escritos por Matemática[27] do Magrebe Central, como al-cuqbani (d. 1408), al-Habbak (d. 1463) e Ibn Qunfudh, ou por aqueles de Ifriqiya, como al-Qalasadi, ou por egípcios, como Ibn al-Majdi (d. 1447) e Ibn al-Haim (d. 1412) (DJEBBAR, 1995, p. 22).

Magrebe central e estudou lá sob a direção dos irmãos Ibn al-Imām, Abu Zayd 'Abd al Rahmän (d. 743/1342) e Abü Müsä Isä (d. 749 /1347), e especialmente de Abu 'Abd Allah al-Abili (d. 757/1355).

[27] Nosso entendimento sobre o termo ”matemático" caminha em um sentido diferente do autor. Entendemos que usá-lo poderia incorrer em anacronismo histórico, uma vez que naquela época talvez não existisse matemático e que as áreas de estudos não eram fragmentadas, da forma que concebemos hoje. Preferimos usar "estudiosos do pensamento matemático".

Para Djebbar (1995), al-Banna teria sido o último estudioso de Magrebe que foi ativo na investigação, na medida em que resolveu problemas que eram novos para a época e que lhes trouxeram soluções originais ou que ele apresente novas ideias.

Porém, apesar das suas qualidades excepcionais, mencionadas por todos os biógrafos, a importância e o prestígio de Ibn al-Banna não provêm unicamente das suas obras com conteúdos matemáticos. De fato, esse estudioso distingue-se dos seus predecessores magrebinos pela riqueza e diversidade da sua produção (DJEBBAR, 1995).

Conforme afirma Djebbar (1995), são estimados mais de 100 títulos que foram atribuídos a al-Banna, dos quais 32 dizem respeito à matemática e astronomia e os outros, sendo dedicados a outras áreas como linguística, retórica, astrologia, gramática e lógica. Dentre essas diversas obras, encontra-se o Rafc al-Hijab.

Sendo assim, como pudemos perceber, al-Banna teve uma forte influência no contexto da construção científica do Magrebe. Portanto, faz-se necessário conhecer um pouco mais sobre a obra desse estudioso medieval e suas implicações para o ensino da matemática na educação básica.

5 UM OLHAR PARA O RIGOR METODOLÓGICO NA ABORDAGEM DE AL-BANNA EM SALA DE AULA

Antes de adentrarmos, propriamente, nas possíveis implicações pedagógicas que o tratado de al-Banna pode possibilitar para o ensino na sala de aula da educação básica, consideramos um tanto quanto profícuo explanarmos um pouco sobre alguns conceitos que são levantados dentro da historiografia – Anacronismo Histórico, Presentismo Pedagógico e Whigguismo Histórico – para que, assim, possamos construir uma interface entre o tratado escrito na cultura islâmica medieval e o ensino na sala de aula.

Antes, porém, permita-nos abrir um pequeno parêntese para uma breve explicação de Dias e Saito (2013) sobre o que venha ser a interface, na qual podemos entender como:

> Um conjunto de ações e de produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático com vistas a elaborar outras tantas ações (didáticas e/ou pedagógicas) que busquem articular história e ensino de matemática (DIAS E SAITO, 2013, p 3).

Partindo desse pressuposto, podemos entender que essa articulação entre história da matemática e ensino da matemática faz-se necessária, uma vez que pode auxiliar no direcionamento de ações e intervenções pedagógicas a partir do contexto, ou seja, entender que o papel da matemática na história pode, em alguma medida, auxiliar os processos de ensino e aprendizagem de professor e aluno, respectivamente.

5.1 Anacronismo Histórico x Presentismo Pedagógico x Whiggismo Histórico

Para que a história da matemática possa auxiliar com eficiência as ações pedagógicas no ensino de matemática há de se ter a devida cautela de não cairmos naquilo historiografia apresenta como sendo o Anacronismo Histórico.

Ao adentrarmos em determinados assuntos é interessante, antes de mais nada, definirmos certos conceitos. Portanto, parece-nos justo esquadrinharmos, no sentido de delimitar o horizonte de ação do nosso diálogo, sobre o conceito em questão que está sendo colocado, a saber, o Anacronismo Histórico.

Para tanto, assumimos o conceito apresentado por Barros (2017, p. 158), em que determina que "a expressão “anacronismo”, ou “anacrônico” – “fora do tempo” ou ainda “contra o tempo” – é empregada quando ocorre a utilização estranha ou inadequada de algo, quando importado de um para o outro tempo".

Diante disso, essa relação entre a história e o tempo, isto é, o passado, o presente e o futuro na escrita da história ou regimes de historicidade, nos faz perceber que a história pode ser considerada um modo de percepção da realidade, da identidade de um povo e de uma época, consequentemente, possibilita a compreensão dos processos históricos (BARROS, 2017).

A importância de se atentar a essa concepção é fato consolidado entre os historiadores, os quais defendem a noção que, se as ideias são atemporais e podem ser aplicadas no tempo e no espaço sem as devidas contextualizações, então por consequência, pode colocar em risco a leitura da história, deixando-a vulnerável a arbitrariedades.

Entretanto, precisamos ser flexíveis quando tratamos do tema, para não exigirmos um rigor excessivo, que possa vir a limitar o trabalho do historiador, ao cobrar dele que se desvincule completamente do presente, para que esse não seja comprometido por uma perspectiva do passado. Quanto a isso, Barros (2017, p. 157) explica que, "pode-se dizer que o historiador está como que suspenso entre duas épocas. Ele alternadamente sobe a uma e desce à outra, com a rapidez da escrita".

Há algumas vertentes que assumem o posicionamento de que é impossível não sermos anacrônicos, em alguma medida, pois o olhar dos agentes do passado é diferente do olhar dos agentes do presente, como aponta Cruz (2019) ao dizer:

> (...) autores como Ana Maria Monteiro, Nicole Lorreaux, Jacques Rancière e Hilário Franco Jr, que observam o anacronismo como um elemento descritivo que se mostra como algo que é por si só inevitável, ao passo que o próprio historiador sendo um indivíduo que vive em um recorte temporal diferente daquele em que vive, acaba por sua vez praticando este mesmo “pecado

> mortal" mesmo que inconscientemente, ao passo que se apresenta como algo inevitável ser totalmente fiel a uma temporalidade distinta daquela na qual está inserido (CRUZ, 2019, p. 119).

Portanto, é lícito pensarmos que, ao fazer esse movimento de transcorrer entre uma época e outra, é quase que inevitável ao historiador não permitir que o presente entre na sua análise e leitura da história, uma vez que ele não consegue ir para outra época e permanecer lá, ou seja, o historiador não consegue se desvincular de seu tempo, pois é nele que estão as suas estruturas – sociais, culturais, filosóficas e religiosas – o que o torna um agente do tempo presente e faz com que seu olhar seja condicionado pelo que ele é hoje.

Sendo assim, há uma porção do Anacronismo Histórico que é inescapável, pois quando o historiador vai para o passado, ele o faz levando consigo uma carga de valores, de referências e de questionamentos do seu momento, além de que, a sua cosmovisão não é anulada.

É ingenuidade supor que exista neutralidade na leitura da história, conforme afirma Martins (2010, p. 7), quando diz que "não é possível uma narrativa histórica neutra; mas pode-se deixar explícito para o leitor, que se trata de um resumo de uma história mais complexa". Isso quer dizer que, não é nenhum pecado mortal que o historiador introduza alguma percepção de seu tempo em uma narrativa histórica, desde que isso seja reconhecido.

Para exemplificar essa questão, trouxemos um exemplo, relatado por Sérgio Buarque de Holanda (2011), que deixa bem fulgente o Anacronismo na prática, do qual esse intitula como um *problema de visão.*

Em um estudo publicado em 1973, citando um dos textos de Sérgio Buarque, o historiador responsável apresentou uma interpretação muito particular de uma frase, tendo como base o vocabulário contemporâneo. No estudo, o trecho (...) "das colônias do Brasil, a mais frequentada de gente policiada", foi interpretado à luz do tempo do historiador trazendo a palavra *policiada* como sinônimo de polícia ou gente armada. Porém, o significado da palavra, pela visão do tempo em que ela foi escrita, trazia o sentido de "cultivada", "refinada" ou "civilizada", ou seja, quase que o oposto daquilo que o historiador atribuiu e do que é conhecido hoje.

Segundo Holanda (2011, p. 425) (...) o que cegou, provavelmente, [o historiador] foi a convicção inabalável de que uma só e a mesma palavra só pode ter um só e o mesmo significado".

Holanda (2011) ainda explica que:

> A linguagem é radicalmente impotente para defender-se dos fatores que deslocam, a todo o momento, no espaço e no tempo, as relações do significado com o significante, em consequência da arbitrariedade do signo. (...) apesar de pesquisas novas terem mostrado que a relação mutável e ao mesmo tempo imutável não é apropriado entre o significante e o significado, mas entre o significado e o objeto, é, em suma, a motivação objetiva da designação, submissa, como tal, a ação de diversos fatores históricos (HOLANDA, 2011, p. 423).

Em suma, o que esse autor defende é que as palavras, os conceitos, uma definição e seus significados se deslocam no decorrer do tempo. Um termo que tinha um significado no contexto da Grécia antiga, hoje, na Era pós-moderna, tem outro, e o historiador precisa estar atento a isso.

Barros (2017) explica que o anacronismo pode apresentar-se de duas formas distintas e inversas entre si, quais sejam: i) de ontem para hoje. ii) de hoje para ontem. Segundo o autor:

> No primeiro caso, o que ocorre quando lemos um texto de outra época e, de modo inaceitável, atribuímos a certa palavra um sentido que ela não tem hoje,

> comprometendo toda a interpretação do texto. Em outro caso, pode ocorrer o anacronismo “de hoje para ontem”. É o que se verifica quando, ao tentar analisar um texto ou processo histórico do passado, ou ao tentar descrever cenas e acontecimentos históricos, utilizo uma palavra de hoje (que não existia naquela época) e o resultado é catastrófico, produzindo incontornáveis estranhamentos e drásticas deformações (BARROS, 2017, p. 158).

O exemplo de Holanda (2011), citado anteriormente, no qual palavra *policiada* aparece como sinônimo de polícia ou gente armada ilustra o primeiro caso – de ontem para hoje –, quando foi atribuído ao termo um sentido que ela não tem hoje, sendo o completo oposto.

Para explicar o segundo caso – de hoje para ontem – poderíamos usar o conceito de "Fake News", termo que ganhou abrangência com as redes sociais, que tem sido bastante debatido nos meios especializados e fora deles. O termo nasceu nos meios de comunicações americanos e quer dizer notícias falsas, que são disseminadas pela internet.

Filho (2018), explica que essa prática não é algo necessariamente novo a despeito do que o termo possa sugerir. A mentira não é uma particularidade da modernidade, mas um mal que permeia a história. Porém, seria estranho falar em Fake News na Idade Média já que esse termo carrega consigo uma circunstância de instrumentos modernos de disseminação de informações.

Contudo, Barros (2017) adverte que nem toda palavra moderna é potencialmente anacrônica pelo simples fato de não existir no passado. Há termos modernos que podem perfeitamente servir para descrever eventos e fenômenos de um passado histórico. Segundo ele, "o uso de uma palavra de hoje para analisar o passado não produz necessariamente anacronismo. Pode produzir, mas pode também não produzir" (BARROS, 2017, p. 158).

Diante disso, como então podemos evitar arbitrariedade no uso dos termos? Barros (2017, p. 159) responde que não há receita para isso. "O historiador precisa desenvolver um *feeling* para o correto uso de palavras de um tempo em outro".

Essa situação levantada, que gira em torno das palavras, Barros (2017) chama de Anacronismos Conceituais, que se manifestam, sobretudo nos textos historiográficos, e essa situação pode surgir em dois sentidos diferentes: do mundo das fontes para o mundo do historiador, e do mundo do historiador para o mundo das fontes.

O primeiro sentido diz respeito ao historiador, que durante seus esforços para compreender determinada época, lança mão de uma expressão ou termo, de sua época e que não existia na época em questão, para explicar certos processos da época analisada; o segundo é quando acontece o inverso, um termo estranho a nosso tempo, que pode ou não se encaixar na situação em questão em que o termo está sendo aplicado.

Conforme resume Barros (2017):

> Anacronismo, conforme assinalámos, não ocorre apenas quando utilizamos conceitos de hoje que se mostram inadequados para analisar problemas históricos e sociedades de ontem. Existe também o movimento inverso: a importação ingênua dos conceitos e palavras de ontem para hoje, sem considerar as eventuais possibilidades de variações históricas nos seus significados (BARROS, 2017, p. 174).

A isso também respondem Dias e Saito (2013) ao dizerem que os conteúdos e outros elementos ligados em outros tempos, muitas vezes, tornam-se “irreconhecíveis (e até problemáticos do ponto de vista formal), uma vez que a linguagem, a definição, a notação, os métodos de demonstração, os algoritmos, entre outros, não têm relação direta com a matemática moderna”.

Muitas vezes, sobretudo no ambiente de ensino, esses processos são inevitáveis. Resta, então, ao educador, conduzi-lo por vias estratégicas, ou seja, apropriar-se do Presentismo Pedagógico, uma ramificação intencional e deliberada do Anacronismo.

Em seu texto sobre o tema, Fendler (2009) afirma que o Presentismo é geralmente considerado um mal necessário na historiografia, porém, a autora apresenta o lado positivo dessa, segundo ela, inevitabilidade e classifica como Presentismo Pedagógico.

Fendler (2009, p. 4) explica que os relatos históricos estrategicamente presentistas incorporam uma orientação, que usa deliberadamente as lentes e perspectivas do presente para trazer suposições e perspectivas em foco, ou seja, ao contrário do Anacronismo, o Presentismo Pedagógico admite que visões, conceitos e valores do presente sejam projetados na leitura da história do passado ou que essa leitura seja orientada tendo as perspectivas atuais como foco principal.

Fendler (2009) ainda defende que um dos pontos positivos de uma visão presentista pode ser a oportunidade de gerar uma compreensão crítica de nossas circunstâncias presentes. Porém, a autora salienta que essa compressão crítica não deve ser confundida com um projeto normativo revisionista radical de resolver problemas atuais.

Cabe salientar que Fendler (2009) não defende uma visão Presentista por si só. O que queremos dizer é que a autora não defende um Presentismo por parte de historiadores, mas a ênfase está no Presentismo Pedagógico, ou seja, um Presentismo para professores, em sala de aula,

Portanto, o Presentismo Pedagógico pode ser incorporado, em momentos viáveis em sala de aula, na análise de uma produção científica histórica em um contexto de ação e implicação pedagógica. O que queremos dizer é que um tratado matemático, como de al-Banna, que remete a um tempo histórico passado, mesmo com conceitos, linguagem, notações e definições diferentes, pode, em alguma medida, auxiliar nos processos de ensino e aprendizagem no sentido de que, ao ser apresentado, como contexto histórico, em uma visão deliberada da perspectiva presente, possa auxiliar na compreensão crítica do aluno.

Outra ramificação do Anacronismo Histórico é o Whigguismo Histórico, que pode ser considerado sinônimo de Presentismo no seu sentido amplo. Porém, o conceito do Presentismo Pedagógico apresentado por Fendler (2009) carrega consigo mais estrategicamente pedagógico, ao contrário do conceito apresentado por Herbert Butterfield (1900-1979), um historiador e filósofo da história, que trouxe o conceito para a história da ciência, e que o considera um processo de caráter turvo e que deve ser evitado.

Há também uma sútil diferença entre Anacronismo e Whigguismo. Enquanto este tem um relato centrado no presente, fazendo uma espécie de glorificação do presente em detrimento do relato propriamente histórico, aquele lê o passado com os óculos do presente, não porque o glorifica, mas como uma cosmovisão intrínseca e quase que involuntária, de modo que é possível evitar o Whigguismo, mas, em alguma medida, não é possível evitar o Anacronismo de forma total e radical. Em suma, podemos dizer que o Whigguismo é uma forma de Anacronismo, porém, voluntária e intencional.

O termo, ao contrário do que se pode supor, não nasceu, necessariamente, por princípios científicos, pelos historiadores da ciência, mas era aplicado em contextos políticos, advindos de partidos políticos progressistas com fortes tendências positivistas. Prestes (2010, p. 2) explica que "o termo provém do antigo partido político inglês, dos

Whigs, que se contrapunha, desde o final do século XVII, ao rival, Tories. Em termos gerais, os Whigs defendiam uma monarquia constitucional em oposição ao absolutismo monárquico, defendido pelos Tories", como explana o autor:

> Na época do ensaio de Butterfield, o termo era aplicado para as histórias que celebravam não o progresso em geral, mas especificamente o triunfo progressista das instituições representativas inglesas e liberdades condicionais. Esse tipo de história era criticado por seu anacronismo resultante da suposição de uma tradição histórica inglesa contínua culminando na forma do então governo parlamentar (PRESTES, 2010, p. 3).

Foi apenas nos anos de 1970 e 1980 que o termo adentrou os ambientes acadêmicos e ganhou notoriedade entres os historiadores da ciência. Eles começaram a usar o termo para descrever uma narrativa da qual chamam de *revolução científica*, que significava uma busca de uma visão geral e abreviada da história.

Essa narrativa é aquilo que Fendler (2009) adverte, quando diz que o Presentismo não deve ser confundido com um revisionismo radical de resolver problemas atuais, ou seja, negar a história passada e recontá-la à luz da modernidade.

Sendo assim, quando propõe-se um texto histórico pedagógico e sistematicamente presentista, a proposta não é recontar a história, mas adaptá-la de um modo a torná-la mais viável no contexto do ensino da sala de aula.

Assim sendo, quando se trata de contexto pedagógico, todos esses conceitos devem ficar claros, para que se tenha a exata noção na hora de operá-los, e que se evite aquilo que pode – e deve ser evitada – e se aproprie, com consciência, dos processos como uma ferramenta de ensino.

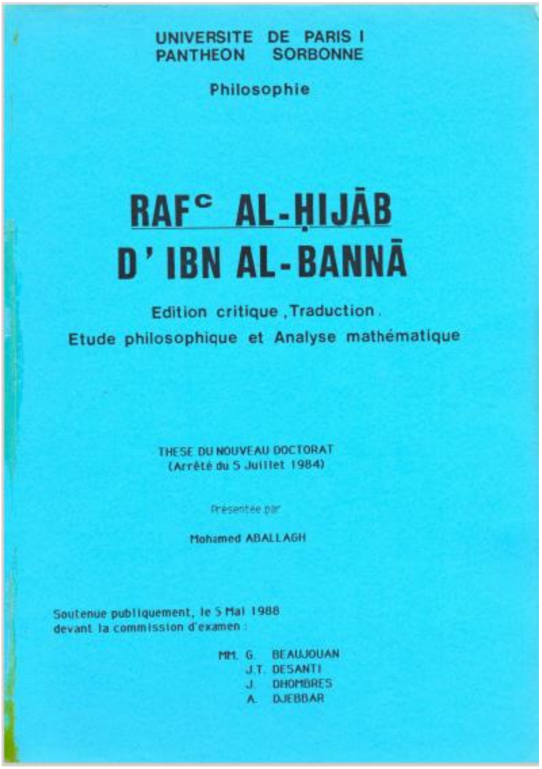
Em posse desses conceitos e tendo-os como suporte teórico, podemos transitar entre as idiossincrasias e as peculiaridades de um texto histórico, como o Rafc al-Hijab de Ibn al-Banna, podemos tê-los como farol iluminando o caminho da análise para que essa seja o mais equilibrada, na medida do possível, como faremos a seguir.

6 LEVANTANDO O VÉU SOBRE O TRATADO DE AL-BANNA.

Para a análise textual do documento de lbn al-Banna, utilizamos uma versão traduzida, do árabe para o francês em 1988, por Mohamed Aballagh, em tradução da Edição Crítica e Estudo Filosófico e Análise Matemática, para sua tese de doutorado pela Universidade de Paris- I-Pantheon-Sorbonne-Paris.

O documento analisado (Figura 3) encontra-se em formato digital, que foi gentilmente enviado, via e-mail, pelo Professor Ahmed Djebbar, o qual orientou a tese de doutorado de Mohamed Abalagh, a quem deixamos aqui registrado nossos agradecimentos.

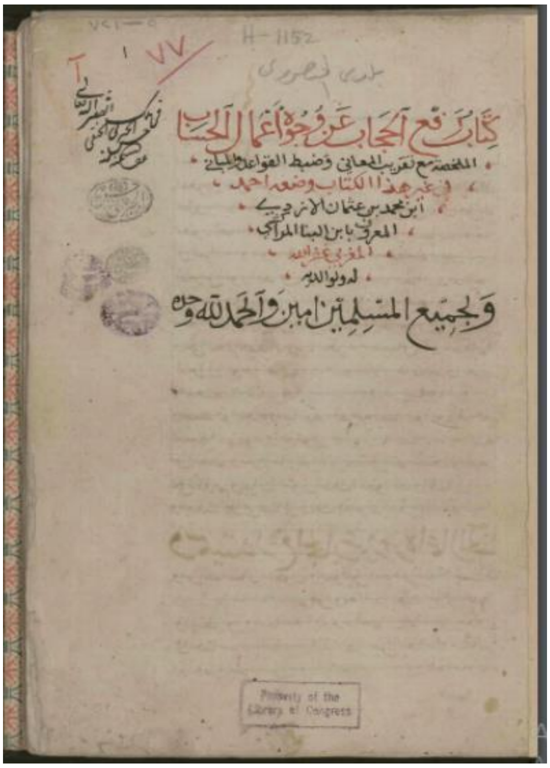
FIGURA 3: Capa do Rafc al-Hijab - Mohamed Aballagh.



Fonte: Aballagh (1988)

Na figura 4, visualizamos uma página da versão original do manuscrito Rafc al-Hijab (O levantamento do véu nas operações de cálculo), escrito em árabe, pelo próprio al-Banna por volta de 1302, no Oriente Médio e Norte da África em Marrocos (região conhecida hoje como Sul da Espanha), cujas descrições físicas desse se apresentam com 54 folhas (25 linhas), encadernadas: papel de 25 x 14 centímetros, papelão moderno coberto com tecido; lombada de couro. Escrita *naskhi* (uma escrita menor e redonda de caligrafia islâmica) com títulos de capítulos em *Thuluth* (variante da caligrafia islâmica).

FIGURA 4: Página do Tratado Rafc al-Hijab - al-Banna.



FONTE: Bibliothèque Marocaine (2014)

No que diz respeito às origens e formato do documento (sendo uma tradução escrita no original em árabe magrebino) do qual iremos trabalhar, ressaltamos a ciência que temos dos riscos de tal formato. Bem como, igualmente, sabemos da importância de se atentar para a tradução na pesquisa em história da matemática.

Quanto a isso, concordamos com Oliveira e Barbosa (2018, p. 5) quando afirmam que "uma das dificuldades de se fazer uma pesquisa em história da matemática é o acesso às fontes históricas". Esses autores afirmam que, com o auxílio das bibliotecas digitais e as bolsas de fomento a pesquisas, que possibilitam que pesquisadores viagem até os locais em que se encontram as obras originais.

Ademais, atualmente, a internet e os diversos bancos de dados também auxiliam nessa tarefa e têm diminuído significativamente essas dificuldades. Contudo, essas ainda são bastante acentuadas tendo em vista que, muitos pesquisadores dependem de obras que não estão em sua língua materna ou de obras mais antigas cuja língua que pode estar morta.

Portanto, estando o original do manuscrito em árabe e a tradução em francês, ou seja, nenhuma das duas versões se encontra na língua materna da pesquisadora, temos a consciência de que, essa questão, pode, em alguma medida, trazer algumas limitações para a qualidade do trabalho.

Contudo, afirmamos nosso compromisso com a qualidade a despeito das dificuldades da pesquisadora com idiomas diferentes. A propósito, consideramos que essas dificuldades, em maior ou menor medida, são forças impulsoras para o desenvolvimento enquanto pesquisadora da história da matemática.

Isso posto, permita-nos uma breve digressão do tema principal para explicar um pouco sobre o símbolo do véu em diferentes culturas, a fim de elucidar sobre o porquê o Tratado de al-Banna é apresentado pelo título, Rafc al-Hijab (O levantamento do véu nas operações de cálculo).

O símbolo do véu assume, basicamente, significados aproximados em várias culturas, desde a antiguidade até o mundo medieval: Proteger ou esconder algo de valor de olhos nus.

Para Burghartz (2018), desde os primórdios da humanidade, o véu carrega consigo, para além das controversas [28], muitos simbolismos históricos culturais, religiosos ligados à dignidade. Antes do nascimento do islamismo, o véu já fazia parte do vestuário das mulheres egípcias, gregas, hebraicas, judaicas e cristãs.

O uso do véu é retratado até mesmo na mitologia grega com os *Sete véus de Salomé*, na qual e dançarina vai dançando e aos poucos vai se revelando ao despedir-se de um a um dos véus que a cobrem.

Quando apontamos especificamente para a cultura islâmica, Mernissi (2003) afirma que o hijab apresenta-se sob três dimensões: i) ocultar algo da visão. ii) separar, marcar a diferença, definir a entrada ou acesso, isto é, uma questão espacial. iii) marcar o campo do proibido, ou seja, questões que se referem à ética e à moral.

Para concluir essa breve digressão, sumarizamos que, o véu determina uma fronteira de proteção e/ou uma fronteira simbólica que separa o que deve e o que não deve ser visto e até onde deve ser visto, ou seja, conjecturamos que, talvez, essa expressão tenha sido usada por al-Banna no sentido de desvendar conceitos matemáticos que talvez não estivessem tão claros no manuscrito anterior, o Talkis, o qual gerou o Rafc al Hijab.

[28] A autora apresenta os debates que circundam o uso do véu pelas mulheres em diversas culturas sobre a égide da dignidade em contraste com uma cultura fundamentalista e antimoderna que se opõe a liberdade e emancipação. Ela apresenta os dois pontos de vista, inclusive, das próprias mulheres. Porém, não é de nosso intuito aprofundar nesse debate tendo em vista que esse se afasta do nosso foco principal.

Posto isso, passamos para apresentação do texto, propriamente. O documento não apresenta um sumário. Porém, criamos o quadro a seguir a fim de organizar, de modo que facilite a localização, assim como trazer uma visão mais global do texto.

QUADRO 1 – Sumário do Tratado Rafc al-Hijab de lbn al-Banna

INTRODUÇÃO		
LIVROS	**PARTES**	**CAPÍTULOS**
LIVRO I	**PARTE I** – Em números inteiros	Capítulo I - Da descrição do número e suas ordens Capítulo II - A Adição Capítulo III - A Subtração Capítulo IV - O Produto Capítulo V - A Divisão
	PARTE II	Capítulo I – Sobre as Frações
	PARTE III –	Capítulo I – Nas raízes
LIVRO II	**PARTE I**	Capítulo I – Sobre as Relações
	PARTE II – Em Álgebra	Capítulo I – Sobre processo algébrico Capítulo II – Sobre Adição e Subtração em Álgebra Capítulo III – Sobre Produto em Álgebra. Capítulo IV – Sobre a Divisão em Álgebra.

FONTE: Elaborado pelos autores (2022)

Conforme aponta o quadro, o documento está dividido em dois livros, sendo esses divididos em partes, capítulos e seções. Neles, al-Banna retoma os vários resultados declarados no Talkis, demonstra-os de modo detalhado e atesta uma cultura filosófica, teológica e retórica.

O Livro I, que possui 175 páginas, trata, propriamente, do número e suas classificações. Nele Ibn al-Banna disseca sobre as regras de cálculos dos números inteiros, frações e raízes e as diferentes representações que o número pode assumir tais como racionais e irracionais. A partir disso, o sábio detalha as formas como se dá a articulação dessas com as quatro operações básicas, isto é, a soma, a diferença, o produto e a razão entre essas representações.

Já o Livro II, que possui 54 páginas, trata, propriamente, dos processos algébricos e as diferentes formas que esses processos podem ser articulados dentro do escopo das quatro operações básicas, isto é, a soma, a diferença, o produto e a razão de equações.

Al-Banna inicia seu tratado fazendo uma oração de agradecimento. Essa menção, conforme falamos no capítulo anterior, permite-nos afirmar que a construção científica islâmica poderia estar, em alguma medida, essencialmente ligada a preceitos religiosos, como podemos observar nas palavras do próprio estudioso:

> Glória a Deus, a verdade resplandecente, aquele que nos deu uma razão com a ajuda da qual aprendemos e entendemos; e que fez o cálculo, o instrumento que permite acesso às quantidades de suas criaturas, e às maravilhas de suas produções, nas quais se fundamentam muitas questões relacionadas à religião, e que ele glorificou relatando-as a ele, desde o Mais alto diz: "Somos suficientes como calculadora" (ABALLAGH, 1988. p. 3. Tradução nossa) [29].

Não obstante, conforme algumas obras apresentadas por Morey, Oliveira e Nascimento (2021), ao que tudo indica, essa ligação religiosa não é uma particularidade de al-Banna, mas diversas obras de outros estudiosos islâmicos iniciam com uma menção à religião.

---

[29] Gloire à Dieu luis la vérité éclatante, celui qui nous a donné une raison à l'aide de laquelle nous apprenons et nous apprenons et nous comprenons; et qui a fait du calcul l'instrument permettant d'accéder aux quantités de ses créatures, et aux merveilles de ses productions sur lequel sont fondées de nombreuses questions relatives à la religion, et qu'il a glorifié en le rapportant à lui, puisque le Très Haut dit: "Nous suffisons comme calculateur.

Ainda na introdução, identificamos, de acordo com al-Banna, que seu manuscrito foi escrito para suprir necessidades do cotidiano de sua época e cultura:

> Os dois livros indicados na obra são utilizados nas heranças, nas transações e noutros campos, visto que as heranças têm fundamentos estabelecidos por lei, e que as transações têm fundamentos estabelecidos de que tratam os habitantes da cidade, alicerces de onde extrai a arte do número. E é esse tratamento que se chama cálculo. (ABALLAGH, 1988, p. 5. Tradução nossa) [30].

Nesse sentido, a introdução do tratado de al-Banna sugere não só uma influência religiosa na construção científica do Magrebe, mas também indícios que apontam para uma Etnomatemática[31].

Quanto a isso, Djebbar (2016, p. 3) afirma que:

> Havia uma tradição matemática escrita na região, mas os dados da Etnomatemática conhecida sugerem que havia um conjunto de habilidades envolvidas nas atividades diárias que utilizavam construções geométricas (como decoração de parede ou de cerâmica e tapeçarias), números e procedimentos de cálculo (no contexto das transações comerciais) (DJEBBAR, 2016, p. 3. Tradução nossa) [32].

---

[30] L'art du nombre est en deux parties, et ce sont les deux livres indiqués dans l'ouvrage on s'en sert dans les héritages, dans les transactions et dans d'autres domaines, puisque les héritages ont des fondements établis par le que les transactions ont des fondements établis traite par les citadins, fondements dont traite l'art du nombre Et c'est ce traitement qui est appelé calcul.

[31] Segundo Ubiratan D' Ambrósio (2002), um dos pioneiros nas pesquisas sobre Etnomatemática, o conceito aponta para um conjunto de formas de Matemática que são próprias de grupos culturais, ou seja, a matemática usada por um grupo cultural definido na solução de problemas e atividades do dia a dia, inerentes a sua cultura local.

[32] Les données ethnomathématiques connues laissent à penser qu’il y avait un ensemble de savoir-faire intervenant dans les activités quotidiennes qui utilisaient des constructions géométriques (comme la décoration murale ou celle des poteries et des tapisseries), des numérations et des procédures de calcul (dans le cadre des transactions commerciales).

Dessa forma, podemos então perceber que o conhecimento matemático produzido e praticado na região não guardava aspectos estritamente científicos, mas se expandiam para as questões cotidianas. Existia, então, uma forma bem específica de se fazer matemática, que atendia as necessidades regionais.

Em relação a isso, Radford (201, p. 250), ao falar sobre a relação entre matemática e cultura na sociedade islâmica, elucida que o conhecimento matemático era um tipo de prática natural, que "trazia à tona as relações sociais e uma estrutura de produção que carregava em seu bojo formas culturais de conhecer e usar a matemática".

Em relação às motivações de al-Banna na escrita do Rafc al-Hjab, Aissani (2019, p. 25), explica que essas não se deram, necessariamente, por inquietações matemáticas, mas sim, uma necessidade de trazer respostas a críticas tecidas pelos seus contemporâneos do documento anterior, o que é característica e faz parte do aspecto usual nas obras medievais – o uso da retórica.

Quanto a esse formato do texto, Hebert, Aissani, Boufrioua, (1995) afirmam que:

> Nenhum dos textos de lbn al-Banna – dos que tivemos acesso, e mais amplamente desse que temos em posse - contém simbolismo aritmético ou algébrico. Na ausência de notações, o acesso ao significado requer de nossa parte um esforço intelectual extremamente mais intenso (HEBERT, AISSANI, BOUFRIOUA, 1995, p. 22. Tradução nossa) [33].

[33] Aucun des textes d'Ibn al-Banna' que nous étudions ici, et plus largement que nous avons en notre possession, ne comporte de symbolisme arithmétique ou algébrique. En l'absence de notations, l'accès au sens demande de notre part un effort intellectuel extrêmement intense. (HEBERT, AISSANI, BOUFRIOUA, 1995, p. 22).

Além da ausência das notações matemáticas conhecidas da atualidade, o texto também é caracterizado pela ausência de recurso à linguagem geométrica e por uma concepção puramente algébrica dos conceitos de número e operações, isto é, todos os problemas formulados e as resoluções propostas, apresentavam uma abordagem puramente algébrica. Como podemos observar no exemplo a seguir da resolução de uma equação composta, que al-Banna discute na segunda parte do livro II, sobre processos algébricos:

> Você multiplica um dos dois pelo outro, <e eles serão> quadrados, aos quais você adiciona o quadrado da metade da diferença deles, isso <da> o quadrado da metade da soma deles. Você tira sua raiz e será a metade deles soma e estas são coisas que você guarda. Então, você considera metade da soma deles: será com um quadrado mais metade das coisas que ele, porque o número é igual ao quadrado mais as coisas; se for adicionado ao quadrado, serão dois quadrados mais as coisas, e metade disso é um quadrado mais a metade das coisas. Você compara com o <resultado> preservado, restam coisas que são iguais a um quadrado, que é o primeiro tipo. Se você quiser, você adiciona ao <resultado> guardado metade das coisas que vai dar: coisas é igual ao número e cria o terceiro tipo. (ABALLAGH, 1988, p. 678-679. Tradução nossa) [34].

Ibn al-Banna anuncia uma regra geral para resolver os tipos de equações listadas por ele usando uma das identidades deduzidas do produto por quadratura. Ele propõe alguns métodos de resolução e esses métodos diferem pelos tipos da equação, apresentando detalhadas aplicações para os resultados demonstrados, tudo isso

---

[34] Tu multiplies l'un des deux par l'autre, cet ce sera > des carrés, auxquels tu ajoutes le carré de la moitié de leur différence, cela < donne > le carre de la moitié de leur somme .Tu prends sa racine et ce sera la moitié de leur som me. et ce sont des choses , que tu conserves. Puis, tu consideres la moitié de leur somme: ce sont sera avec un carré plus la moitié des choses qui lui, parce que le nombre est égal au carré plus les choses; si on l'ajoute au carré ce sera deux carrés plus les choses, et la moitié de cela est un carré plus la moi tié des choses. Tu le compares au résultat>conser vé, il reste des choses égales à un carré,qui est le premier type. Si tu veux, tu ajoutes au < résultat> conservé la moitié des choses ce qui donnera : des choses égale le nombre et creat le troisième type. (ABALLAGH, 1988, p. 678-679).

mantendo uma estrutura que classificamos como filosófica, como no exemplo a seguir, que al-Banna descreve, na primeira parte do Livro I, sobre a descrição do número e suas ordens:

> Saiba que a descrição do número que aí se dá é apenas um lembrete do que está na alma, que <é> feito de acidente e diferença. Alguns acreditam que é definível, e que a sua definição é uma multiplicidade composta por uma ou mais unidades. <Mas> sua crença não é correta, porque a multiplicidade é o próprio número e não é como o gênero para o número (ABALLAGH, 1988, p. 477. Tradução nossa) [35].

A descrição a que Ibn al-Banna alude é aquela dada por Avicena seguindo Aristóteles, na qual discute longamente no Livro das Definições[36] sobre o que uma definição deve ser e as armadilhas a serem evitadas, ou seja, o número é o que se compõe com as unidades. Mas, por que uma descrição onde esperamos uma definição? Na visão dele, o que é nobre, o que deve ser buscado, isto é, a definição.

Após o introdução, al-Banna inicia o seu primeiro livro, que foi separado em três partes, porque, segundo ele, os números são objetos de três considerações (ou ordens) [37], que são elas: Inteiros, frações e raízes. E, é seguindo essa lógica que o estudioso começa

---

[35] Sache que la description du nombre qui y est donné n'est qu'un rappel de ce qui est dans l'âme, qui est < fait d'>accident et de différence. Certains ont cru qu'il était définissable, et que sa définition <est> une multiplicité composées d'uns ou d'unités".<Mais> leur croyance n'est pas exacte, parce que la multiplicité est le nombre lui-même et elle n'est pas comme le genre pour le nombre. (ABALLAGH, 1988, p. 477).

[36] No livro Kitab al-nafs, o Livro sobre a alma de Avicena, obra na qual são investigadas a alma, suas faculdades e as atividades próprias de cada uma delas, com a discussão acerca do que é a alma e quais são as suas definições em vista da sua natureza. (SOUSA, 2016. p. 1)

[37] Quando Ibn al-Banna usa o termo "ordens" ou "considerações" ele está se referindo as diferentes representações que um número pode assumir como, frações, raízes, decimais, porcentual, etc. Portanto, daqui em diante, em todo decorrer desse capítulo, entendem-se esses três termos como sinônimos entre si.

o primeiro capítulo, discutindo sobre a definição de número e suas ordens – neste que vem a ser um dos capítulos com mais argumentos filosóficos.

Inicialmente, é definido o conceito de número como sendo uma quantidade discreta tendo uma ordem, definida por parte, ou por divisão ou por igualdade. Em seguida, al-Banna parte para uma explicação mais aprofundada e já de início responde a uma das críticas de seus comentadores em relação ao fato de alguns deles acreditarem que o número é definível, e que a sua definição é uma multiplicidade composta por uma ou mais unidades, mas, segundo o sábio, essa não é uma crença correta, porque a multiplicidade é o próprio número e não é como o gênero do número. Em relação à ordem, al-Banna explica que a ordem só pode ser entendida depois que se entende o número.

Logo após apresentar as definições de número, al-Banna começa a discutir sobre o número um. Segundo ele:

> "O um, se considerado como composto de unidades - como quando se diz que quinze resultam do produto de cinco por três - então cada unidade de três é cinco e cada unidade de cinco é três. E, como cada número é um único número. Um é, portanto composto de unidades e deste ponto de vista é um número. Com isto, a ordem das unidades consiste em nove números e não oito, e os nomes simples dos números são doze e não onze. E, se for considerada do ponto de vista da sua unicidade e singularidade, sem que haja consideração de qualquer outra natureza, então é a própria unidade que é o princípio do número, ou seja, aquela que é tal que, se outra unidade, a sua soma torna-se um número e, neste caso, o um não é um número Assim, qualquer número é um, mas um nem sempre é um número" (ABALLAGH, 1988, p. 9. Tradução nossa) [38].

---

[38] Le un, s'il est considéré en tant qu'il est compo- sé d'unités - comme lorsqu'on dit de quinze qu'il résulte du produit de cinq par trois -, <alors> chaque unité de trois est cing. et chaque unité de cinq est trois. Et, comme chaque nombre est un nomb- re unique. Le un est donc composé d'unités et, de ce point de vue c'est un nombre. Avec cela, l'ordre des unités est constitué de

Al-Banna suscita o conceito grego do Um ou Uno. Conforme discutido por Martineau (2014), esse conceito carrega consigo o questionamento da unidade *versus* multiplicidade (problema do um e muitos). A unidade como sendo aquilo oposto da multiplicidade e do qual é indivisível. Segundo esse autor, o Uno é o limite de todas as coisas: o primeiro antes do princípio e o molde que dá formas a muitos.

Usando argumentos retóricos e filosóficos, ele discorre detalhadamente sobre o conceito de unidade, depois retoma ao conceito de números para então articular ambos os conceitos.

O segundo capítulo inicia a sequência de exposição as diferentes formas com que o número e suas ordens assumidas podem ser articulados e esse, em particular, é dedicado à discussão sobre a adição. Assim como no capítulo anterior, al-Banna inicia conceituando o processo como sendo seu resultado o ganho de uma posição oriundo de somas e, cada uma dessas somas é explicada em decorrência do desconhecimento da anterior.

Após apresentar o conceito, ele explica sobre os diferentes tipos de somas: Soma desconhecida, de duas extremidades, de suas extremidades desconhecidas, soma dos incrementos, de sequência de dois números, de números impares sucessivos, de números pares sucessivos, soma de inteiros, de inteiros sucessivos, dos quadrados sucessivos, soma dos cubos inteiros sucessivos, de cubos pares e de cubos ímpares.

---

neuf nombres et non de huit, et les noms simples des nombres sont au nombre de douze et non de onze . Et, s'il est considéré du point de vue de son uni- cité et de sa singularité sans qu'il y ait, là, considération d'une autre nature, il est alors l'unité même qui est le principe du nombre c'est-à-dire celle qui est telle que si on lui ajoute une autre <unité), leur somme devient un nombre ; et, dans ce cas, le un n'est pas un nombre . <Ainsi, tout nombre est un mais un n'est pas toujours un nombre (ABALLAGH, 1988, p. 9).

O terceiro capítulo é dedicado à subtração de ordens do número, al-Banna segue a mesma estrutura de iniciar pelo conceito, segundo o autor, o resultado da subtração é a perda de uma posição. Porque se você adicionar as duas posições, o resultado só pode crescer e passar para a próxima posição e nada mais.

O sábio explica que se subtrair uma posição de outra posição, pode ser que não seja possível, então subtrai-se dessa posição e da posição depois dela, porém, pode não haver um número restante na posição depois dela. Nesse caso, perde-se uma posição e isto é o oposto de uma adição. Subtraindo um número de outro número, então o resto de um terceiro número é equivalente a subtrair da soma dos dois extremos seu valor médio.

O quarto capítulo resulta da descrição do produto que é descrito como sendo o número de cópias de um dos fatores contidos no resultado é igual ao número de unidades contidas no segundo fator. A proporção do resultado dos produtos para um dos dois fatores é, portanto, igual à proporção do segundo fator para a unidade.

Nesse capítulo, al-Banna explica algumas das propriedades da multiplicação como a multiplicação de um número por um, que resulta nele mesmo e, diz que "segue-se também que o produto de um primeiro < número por um segundo > número é igual ao produto do segundo número pelo primeiro" (ABALLAGH, 1988, p. 92. Tradução nossa)[39].

O capítulo cinco, que fecha a primeira parte do Livro I, é dedicado ao problema da divisão, como sendo a decomposição do dividido, onde é permitido dividi-lo depois decompor-se. Como o número dividido possui posições e é dividido por uma única posição ou por posições em números menores que a sua, sua divisão só é feita de forma

[39] Il en découle également/ que le produit d'un premier> nombre par un csecond> nombre est égal au produit du second nombre par le premier (ABALLAGH, 1988, p. 92).

decomposta, de acordo com o número de suas posições. Nesse capítulo, al-Banna formula alguns problemas e dá exemplos de como resolvê-los.

De modo geral, identificamos que a primeira parte do Livro I, que corresponde mais da metade do documento, apresenta conceitos, exemplos e resoluções da articulação das diferentes representações com cada uma das quatro operações básicas além das discussões iniciais sobre o que é o número e sobre o número um.

A segunda parte do Livro I do Rafc al Hijab, composta por um único capítulo, é dedicada aos problemas das frações. Nesse capítulo, al-Banna, explica que "as frações foram consideradas plurais e definidas como singulares, porque a relação que existe entre um número e outro número pode ter vários nomes" (ABALLAGH, 1988, p. 129. Tradução nossa) [40].

As operações desta parte são as do número, quando contém a razão chamada fração. As operações em frações são, sem dúvida, as operações em inteiros, mas com a condição de que contenham uma relação. Essa relação da qual fala o estudioso al-Banna é a regra de valores "em cima da cadeira e abaixo da cadeira" [41], ou seja, o que denominamos atualmente de numerador e denominador.

A terceira parte do Livro I é dedicada às raízes quadradas e aos cálculos radicais. Nessa parte, al-Banna define números exprimíveis e inexprimíveis[42] e afirma que os números irracionais são de dois tipos: os expressos com mais de uma raiz e os que são expressos por uma única raiz. Ele demostra interesse em particular pelos quadrados

---

[40] Les et le fractions ont été considérées au pluriel, ont été définies au singulier, parce que le rapport qui existe entre un nombre, et un autre nombre peut avoir plusieurs noms.

[41] Analogia usada por al-Banna para descrever a posição dos termos de uma fração.

[42] Ibn al-Banna define exprimível como tudo aquilo tem relação com o conhecido, com o que pode ser expresso ou enunciado, ao passo que o inexprimível á quilo que não conhecemos, que não podemos enunciar.

perfeitos e fornece alguns métodos de extração de raiz quadrada e obtenção de valores aproximados de raízes quadradas de números inteiros bem como critérios de congruência para determinar se os números são ou não quadrados perfeitos.

De modo geral, no Livro I, al-Banna descreveu sobre o número, suas partes, união, separação, as relações entre si e suas semelhanças entre linhas e superfícies e fechando assim as definições e explicações do conceito geral e particular do número, processos esses que serão relacionados com o Livro II de maneira mais detalhada.

Quando nos reportamos para o Livro II, percebemos na sua primeira parte em um capítulo único em que o autor fala inicialmente das relações do cálculo, que podem ter várias afinidades entre si, o que ele chama de relatório – termo no qual ele intitula o capítulo, ou seja, as diferentes relações que um número pode assumir.

A primeira é a razão geométrica, a segunda é a razão aritmética, a terceira é a razão harmônica, a quarta é a razão de igualdade, a quinta é a razão composta. Conforme al-Banna esses têm fundamentos da "ciência do cálculo[43] e sua base”. (ABALLAGH, 1988, p. 177. Tradução nossa).

A partir dessas relações, al-Banna começa a detalhar esses diferentes processos algébricos que os números podem assumir partindo dos detalhamentos relacionados as operações básicas discutidas no livro anterior.

A segunda parte do Livro II é dedicada a discutir sobre a restauração dos processos algébricos, introduzindo, no primeiro capítulo, o conceito geral de equação como sendo uma igualdade entre duas expressões algébricas, em que, termos podem ser removidos ou adicionados.

[43] O cálculo no qual al-Banna se refere não pode ser confundido com o cálculo enquanto campo de estudo (cálculo infinitesimal, também conhecido como diferencial), mas sim a simples operação feita para achar o resultados de combinações diversas.

Segundo Ibn al-Banna a restauração dos termos removidos em termos adicionados sempre ocorre em ambos os lados da equação, portanto, se você restaurar o membro excedendo o que foi removido dele em um único membro, terá alcançado a restauração devolvendo esse membro.

A regra da Restauração em que al-Banna se refere é a mesma classificada por Al-Khwarizm como sendo o *al-jabr*, que significa *reunião das partes quebradas*. Assim, al-Banna alude que, com ajuda do *al-jabr* podemos transpor uma quantidade subtraída de um dos lados de uma equação para outro lado. Ele lembra que a restauração dos termos subtraídos em termos adicionados sempre ocorre nos dois membros da equação, ou seja, o processo precisa ser feito em ambos os lados da equação.

O capítulo dois trata da adição e subtração, nas regras da restauração, ou seja, dentro dos processos algébricos. O autor explica que, quando o processo das relações coordenadas da adição acontece entre tipos diferentes, esse é feito usando a conjunção coordenativa “e”, se analisados pelos valores semânticos e discursivos dos termos, ou seja, a intenção é exprimir uma ideia de acréscimo tal como acontece na análise sintática da língua portuguesa com as conjunções coordenativas aditivas, que ligam duas orações.

Em relação à subtração, dois números diferentes um do outro são equivalentes à subtração deles após ter adicionado a cada um deles, ou subtraído de cada um deles, o mesmo membro. O mesmo acontece para os dois números de uma equação, porque, se adicionarmos dois termos iguais, os resultados depois disso serão iguais.

O capítulo três apresenta o produto da restauração. A operação de subtração e adição em dois fatores de um produto. Cada um dos dois termos adicionados é então dividido em duas partes: O substituto e o subtraído, no qual o produto é o resultado dessa operação.

Ibn al-Banna explica que a soma das potências de dois termos multiplicada é igual a potência do produto, pois o número que está na primeira posição não tem potência.

O capítulo quatro apresenta a divisão em álgebra, como a operação inversa do produto. Al-Banna explica que “das duas espécies que é inferior em confiança não pode ser dividido pelo que é superior, depois de eliminar o que é comum subtraindo da potência de cada uma das duas a potência de duas espécies, que é a menor potência" (ABALLAGH, 1988, p. 221. Tradução nossa) [44].

Em síntese, nesse segundo livro, Ibn al-Banna trata basicamente das equações algébricas além das definições de números racionais e irracionais, das condições suficientes para que um número seja ou não um quadrado perfeito.

Além dessa estrutura retórica, três aspectos de sua contribuição matemática chamam atenção no referido escrito: a álgebra, a teoria dos números em conexão com a análise combinatória e as aplicações da matemática (astronomia, filosofia, partilha de herança).

Esses três assuntos são recorrentes em todo o decorrer da obra em momentos e exemplos diversos relacionados à adição, subtração, divisão e produto, frações, raízes e processos algébricos além de uma reflexão moderada e filosófica em torno da definição do número.

---

[44] Celle des deux espèces qui est inférieurecen puis sance ne peut pas être divisée par celle qui est supérieure, après éliminatior de ce qui est commun ,en soustrayant de la puissance de chocune des deux la puissance de celle des deux espèces qui est la plus petite puissance.

Para al-Banna,"não podemos nos opor a nada que tenha sido dado para definir número, exceto para dizer que algumas definições são mais claras, próximas, ou mais adequadas do que outras" (ABALLAGH, 1988, p. 678. Tradução nossa) [45].

Na citação acima, observamos um argumento retórico bem construído. Ibn al-Banna especifica sua posição em relação às diferentes definições do número; tudo é bom para tomar na tentativa de definição, mas há expressões mais felizes do que outras.

Enfim, a despeito de toda complexidade do documento e da profundidade retórica e filosófica, Ibn al-Banna mostra, com inúmeros exemplos comerciais e religiosos, da vida diária magrebina, que as manifestações matemáticas são práticas e que suas primeiras noções podem e devem ser justificadas pela física, filosofia ou até mesmo, pela teologia.

Essa complexidade tem sido um dos entraves ao estudar um texto antigo. A consciência dessa limitação é a principal aliada do pesquisador nesse momento. Portanto, se alguns dos problemas colocados por Ibn al-Banna neste livro parecem-nos de grande abstração e dificilmente falam ao nosso espírito humano do século XXI, outros podem gerar uma fecunda reflexão, sobre as quais vislumbramos possibilidades pedagógicas com estudantes da educação básica.

Al-Banna conclui seu trabalho com uma breve oração de agradecimentos a Deus e datando-o com os seguintes dizeres:

> Que Deus conceda Sua Misericórdia foi concluído na quarta-feira, quarto dia do mês de Rabi al- Awwal do ano oitocentos e oitenta e nove, <da Hégira>. Que Deus estenda Sua misericórdia àquele que o copiou e perdoe a ele e a

---

[45] On ne peut donc s'opposer à rien de ce qui a été don né pour définir le nombre si ce n'est pour dire que certaines définitions sont plus claires, plus proches, ou plus adéquates que d'autres (ABALLAGH, 1988, p. 678).

> seus pais, e a todos os muçulmanos. Glória a Deus. Mestre dos mundos. Fim (ABALLAGH, 1988, p. 692. Tradução nossa) [46].

Retomando o que foi dito no capítulo anterior, o referido ano oitocentos e oitenta e nove do calendário muçulmano corresponde ao ano de mil quatrocentos e oitenta e quatro do calendário gregoriano, uma vez que para os muçulmanos o calendário começa a partir da Hégira, 622 EC, o evento da história islâmica que marca a migração dos muçulmanos de Meca para Medina.

O Rafc al-Hijab, a fim de trazer à tona as razões que motivaram a escrita contendo respostas a críticas do Talkis, apresentou a explicação de alguns conceitos matemáticos, como número, operações básicas, raízes, frações; uma justificativa das formulações utilizadas pelo autor na definição desses conceitos; e, finalmente, uma defesa das escolhas matemáticas de Ibn al-Banna em um contexto filosófico e teológico específico de sua época.

Nesse sentido, veremos a seguir que, a partir da intercessão entre história da matemática, epistemologia e educação matemática, é possível encontrarmos possibilidades e limites de utilização desse manuscrito em sala de aula com finalidades para além do seu teor matemático, que se propõe apresentar uma manifestação matemática em uma cultura e um tempo distinto, bem como uma leitura atualizada da história da matemática que traz uma visão não-eurocêntrica, na qual possa quebrar mitos e preconceitos construídos por uma perspectiva baseada em informações distorcidas ou ocultas.

---

[46] que Dieu lui accorde sa miséricorde, a été achevée, le mercredi, quatri ème jour du mois de Rabi al-Avval de l'année huit cent quatre vingt neuf < de l'hégire > . Que Dieu ac corde sa miséricorde à celui qui l'a copié et qu'il lui pardonne, ainsi qu'à ses parents ,et à l'ensemble des musulmans Gloire à Dieu, Maître des mondes. Fin (ABALLAGH .1988, p. 692).

7 POSSÍVEIS POTENCIALIDADES: CONCEPÇÃO TEÓRICA E DIDÁTICO-PEDAGÓGICA.

Sendo o Rafc al-Hijab um texto histórico islâmico medieval, apresentá-lo com suas possíveis possibilidades didática-pedagógicas, apoiados nas propostas de Radford (1997) e Michel Fried (2001), que o coloca dentro de uma perspectiva que concebe o conhecimento dentro da concepção epistemológica sociocultural e a possível coexistência entre educação matemática e história da matemática, respectivamente. É o que apresentaremos nessa seção.

7.1 As propostas de Luís Radford e Michel Fried como suporte teórico

A compreensão da construção do conhecimento matemático em sua relação intrínseca com as práticas culturais, situadas local e historicamente dentro dos processos de ensino e aprendizagem, possibilita o acesso às especificidades peculiares das formas de produção dos saberes, da análise dos conceitos e da construção do conhecimento a partir do contexto das práticas culturais. Esses processos estão contidos dentro da concepção epistemológica.

De acordo com Miguel (1997), a concepção epistemológica sociocultural de Radford (1997) surgiu como uma proposta de trazer uma alternativa de intersecção entre História, Epistemologia e Educação Matemática, que juntas trazem ao ensino um diferente modo de pensar o processo de ensino-aprendizagem a partir de uma abordagem histórico-cultural.

Ao abordar um texto histórico de uma cultura e de um tempo distante ao contexto e circunstância do estudante, abrem-se oportunidades para explorar questões que vão além do teor matemático e histórico, mas perpassam também teores sociais e culturais, que podem ajudar a expandir o horizonte de consciência desse estudante com fins a promover nele um senso de criticidade.

Ao falar no uso da história da matemática como uma ferramenta de ensino, Radford (1997) sintetiza que:

> O uso educacional da História da Matemática muda radicalmente quando se olha para a história da matemática como uma espécie de laboratório epistemológico no qual se pode explorar o desenvolvimento do conhecimento matemático. Entre outras coisas, isto exige que tenhamos um certo ponto de vista teórico que justifique a ligação entre o desenvolvimento histórico e o desenvolvimento conceitual na atualidade (RADFORD, 1997, p. 26. Tradução nossa) [47].

Diante disso, entendemos que para além de levar a história da matemática para a sala de aula, é necessário que essa interseção seja justificada por um processo deliberado e estrategicamente pensado, e não de forma arbitrária, que apresente a história como a salvadora do ensino ou com fim em si mesma.

Radford, Furinghetti e Katz (2007) ponderam que as ações dos estudantes são apenas uma parte do conhecimento matemático adquirido em sala de aula, pois, a própria possibilidade de aprendizagem reside na capacidade de mergulhar, de forma idiossincrática, crítica e reflexiva, nas riquezas históricas conceituais depositadas nas práticas sociais e continuamente modificadas por elas. Sendo assim, esses atos e ações são condições necessárias para a obtenção do conhecimento, mas não são suficientes. É

---

[47] The aforementioned educational use of the history of mathematics changes radically when one sees the history of mathematics as a kind of epistemological laboratory in which to explore the development of mathematical knowl edge. Among other things, this requires us to take a certain theoretical point of view justifying the link between historical and modern conceptual developments (RADFORD, 1997, p 26).

necessário, também, que a intrínseca relação entre presente e passado aconteça sob a luz da epistemologia.

Radford (1997, p. 25) ainda defende que o conhecimento traz consigo um "caráter por processos de criação de significados culturais que moldam um certo tipo de racionalidade e a partir da qual são colocados tipos específicos de questões e problemas matemáticos". Porém, ele adverte para o risco de reduzir os estudos do conhecimento a fatores meramente sociais, políticos ou econômicos.

Observar todas essas variáveis não é uma tarefa fácil quando procuramos fazer essa conexão entre história e epistemologia. Há de se atentar para o fato principal de que os conhecimentos também são produzidos historicamente. Ao fazer tais conexões, a prudência é sempre a melhor companheira na hora de unir a cultura e a cosmovisão.

Para evitar equívocos, Radford (1997) aconselha fazer ligação entre cultura e cognição de modo mais sutil; não reduzir o estudo do desenvolvimento histórico da matemática à sociologia do conhecimento e por fim, não apresentar o estudo apenas por meio da análise textual, mas lembrando de que os sedimentos das atividades humanas são sociais e simbólicos.

Portanto, a abordagem sociocultural defende que os textos matemáticos de outras culturas devem ser investigados tendo simultaneamente em conta as culturas que tais textos foram incorporados. Essa postura permite ao pesquisador escrutinar a forma como os conceitos foram construídos e fugir das armadilhas de pensar que o conhecimento foi produzido por um determinado herói ou grupo em vez de uma construção coletiva que perpassou por diversas épocas, povos e culturas.

A partir dessa construção de conhecimento, advindo da apresentação de culturas diversas, pode-se trabalhar questões que possibilitem desconstruir preconceitos e mitos envoltos da cultura islâmica, dos quais resumem-se a terrorismo e fundamentalismo religioso, antes, porém, pode-se apresentar as inúmeras contribuições que essa civilização trouxe para a humanidade como, o conhecimento de ponta que foi produzido para a época assim como o intercâmbio cultural, por exemplo.

Assim, levar um texto histórico, como o Rafc al- Hijab, em conexão com a proposta de Radford (1997) para a sala de aula da educação básica, podem desencadeiar ao professor possibilidades didático-pedagógicas de fomentar discussões que perpassam o teor meramente técnico e instrumental, atingindo uma consciência crítica, que venha através da contemplação de aspectos epistemológicos, que auxiliam olhar para outra cultura respeitando suas especificidades, mas sem abrir mão do espírito do tempo presente.

De acordo com Silva (2020, p. 146), diversos autores defendem a importância do uso da história da matemática na sala de aula de matemática ao longo de cerca de "40 anos de reflexões, discussões, propostas e muitas publicações. Contudo, o impacto em quase todos os países tem sido muito reduzido". Dentre esses autores, Michael Fried (2001), se posiciona dizendo que pouco foi feito nas escolas quanto à inserção da história como ferramenta para o ensino da matemática.

A concepção de Fried (2001; 2007) busca questionar sobre a possível coexistência entre história da matemática e educação matemática, quando ambas se encontram na sala de aula considerando seus aprofundados elementos que permeiam essa relação.

Fried (2001) apresenta essa discussão em três partes:

i) algumas das justificativas comuns para a importância da história da matemática dentro da educação matemática e alguns modos com que os educadores sugerem para introduzi-las na sala de aula. ii) os dilemas que podem surgir em qualquer abordagem histórica da educação matemática devido ao compromisso inevitável com a matemática moderna e suas técnicas. iii) consideração pertinente sobre duas possíveis soluções apresentadas.

Essas etapas apresentadas pelo autor são entrelaçadas em um processo de idas e vindas, o que apontam para o quão complexa é a proposta dessa articulação entre história e ensino. Pois, se por um lado abundam razões para a inserção da história no processo de ensino, por outro, muitas limitações se apresentam.

Para Fried (2001), as principais razões pelas quais os educadores sugerem o ensino da matemática em conjunto com sua história em sala de aula são que: a primeira razão é que a história humaniza a matemática, ou seja, quando os estudantes se deparam com a história por de trás das fórmulas e dos axiomas, eles percebem que aquele conhecimento foi construído a partir de uma necessidade humana real.

A segunda razão é que a história da matemática torna a Matemática mais compreensível e mais acessível, isto é, essa razão está diretamente ligada à razão anterior, uma vez que, ao perceber que a matemática não se resume apenas a processos mecânicos e pragmáticos.

A terceira razão é que, ao ter contato com o conhecimento a partir de sua construção histórica, oferece ao estudante uma visão mais ampla dos conceitos, problemas e resoluções de problemas inerentes aquele conhecimento.

A segunda razão exposta por Fried (2001) converge com o que Radford, Furinghetti e Katz (2007, p. 212) defendem no que diz respeito ao rompimento com o teor meramente mecânico da matemática. Pois, para esses autores, as "teorias educacionais que adotam uma postura meramente pragmática, empírica e realista, a formação do conhecimento limita-se à experiência real e, nesse contexto, a importância epistêmica da historicidade do conhecimento se torna irrelevante".

As consequências dessas teorias educacionais conferem aos estudantes uma visão um tanto quanto caricata da história, por considerá-la não como uma construção coletiva do conhecimento, mas como meros desenvolvimentos individuais, lineares e acumulativos, que se formaram a partir de induções, observações e experimentos.

Diante disso, o conhecimento epistemológico e contextual torna-se irrelevante em vistas daquilo que o currículo sugere que deva ser ensinado.

Fried (2001, p. 395) ainda aponta que existe diferença entre estudar e usar a história da matemática. Para o autor, "quando a história é usada para justificar, elevar, explicar e encorajar distintos temas modernos e suas práticas, inevitavelmente torna-se o que é chamado “anacrônico” ou "história Whigg".

Nesse sentido, Fried (2001) entra na problemática do anacronismo dentro da abordagem histórica, que ele associa ao whigguismo, concepção da qual permite apenas um tipo de matemática, a visão advinda da matemática moderna. Para o autor, diante dessa situação, cabe ao professor escolher entre duas posturas:

> (1) permanecer fiel ao seu compromisso com a matemática moderna e as técnicas modernas e arriscar-se a ser Whiggish, ou seja, sem história na sua abordagem, ou, na melhor das hipóteses, trivializando a história, ou (2) adaptar uma abordagem genuinamente histórica da História da Matemática e do risco de gastar tempo em coisas irrelevantes para aquilo que a Matemática *tem de* ensinar (FRIED, 2001, p. 397-398. Tradução nossa) [48].

As contraposições descritas por Fried (2001) caminham nas vias de que o professor tem, necessariamente, que optar por permanecer com o ensino moderno, do

---

[48] (1) remain true to one’s commitment to modern mathematics and modern techniques and risk being Whiggishi e unhistorical in one’s approach, or, at best, trivializing history, or (2) take a genuinely historical approach to the history of mathematics and risk spending time on things irrelevant to the mathematics one has to teach.(FRIED, 2001, p. 397-398).

qual se apoia na abordagem historiográfica, que aponta a história passada como sucessões de tentativas obscuras para um presente vitorioso; ou se arriscar em uma abordagem historicamente equilibrada em detrimento do conteúdo exigido pelo currículo, correndo assim o risco de deixar de lado aquilo que o sistema julga ser relevante.

Contudo, entendemos que essas duas posturas citadas por Fried (2001) não são as únicas que podem ser adotadas pelo professor para fugir das armadilhas do Anacronismo. Além disso, o professor também pode optar por uma postura de abordagem pedagogicamente presentista, da qual lança mão de visões, conceitos e valores do presente projetados na leitura da história do passado, como propõe Fendler (2009).

Fried (2001) ainda ressalta que existe uma diferença entre a importância da história da matemática para os professores e para alunos. Para os professores, a aprendizagem de algum conteúdo específico de matemática segue um caminho paralelo à história da disciplina, ao passo que para os alunos, a história sugere abordagens alternativas para a solução de problemas, mostrando relação das ideias, definições e aplicações através do contexto.

Porém, conforme lembra Radford (1997), é necessário que esse contexto histórico repouse sobre os pressupostos epistemológicos, que muitas vezes são despercebidos nas aulas de história. Para o autor, seguir esse caminho, desde o presente até o passado, tendo como direção apenas um ponto de vista presente, sem considerar o ponto de vista do passado – que somente a lente da epistemologia é capaz de mostrar – é o caminho do inercio que não sabe para onde vai.

Dentre os vários modos de introduzir a história da matemática no programa escolar, Fried (2001) define duas estratégias básicas, das quais ele terce algumas críticas: a primeira, que ele chama de *Estratégia da Adição*, uma vez que por ela não altera um currículo a não ser alargando-o. Em suma, essa estratégia envolve a introdução de anedotas históricas, biografias curtas, problemas isolados, etc.

A segunda estratégia, que o autor denomina de *Estratégia de Acomodação.* Essa forma muda efetivamente como o material é apresentado de forma a adaptá-lo ou organizá-lo de acordo com as circunstâncias históricas, em vez do inverso. Além disso, também o desenvolvimento histórico é usado na aplicação de uma técnica ou ideia e os assuntos organizados de acordo com um esquema histórico.

Katz (1993) aponta a diferença entre a estratégia de adição e a Estratégia de Acomodação:

> Por uma abordagem histórica do cálculo, não me refiro simplesmente a dar o fundo histórico para cada tópico separado ou a dar um esboço biográfico dos criadores de várias ideias. Refiro-me à organização dos tópicos essencialmente na sua ordem histórica de desenvolvimento, bem como à discussão das motivações históricas para o desenvolvimento de cada um destes tópicos, tanto os da matemática como os de outros campos científicos (KATZ, 1993, p. 243. Tradução nossa) [49].

A descrição acima feita da Estratégia de Acomodação, o autor tem o cuidado de apontar em que ela se difere da estratégia de Adição, isto é, em vez de acomodar a história dentro da ordem do currículo, o currículo que se modifica para se adequar à ordem histórica, ao passo que a adição não modifica o currículo.

Ainda dentro das abordagens históricas feitas pela educação matemática, Fried (2001) apresenta alguns dilemas enfrentados, quando são considerados fatores como: o

---

[49] By an historical approach to calculus, I do not mean simply giving the historical background for each separate topic or giving a biographical sketch of the developers of various ideas. I do mean the organization of the topics in essentially their historical order of development as well as the discussion of the historical motivations for the development of each of these topics, both those within mathematics and those from other scientific fields. (KATZ, 1993, p. 243).

tempo, uma vez que os currículos matemáticos dispõem de poucos espaços para conteúdos adicionais ou discussões externas sobre material existente e o grande número de tópicos que os professores – apesar de reconhecer os benefícios –, precisam contemplar em um espaço de tempo muito curto, o que faz com que os professores sejam resistentes em relação um programa histórico de matemática.

A solução proposta para esse problema muda a depender das estratégias, anteriormente definidas por Fried (2001). Na *Estratégia da Adição*, a sugestão seria que, nenhum tempo extra é necessário em um currículo já sobrecarregado, basta fornecer um problema histórico, diretamente relacionado ao tópico tratado, diga de onde veio tal problema e deixe que os estudantes guiem-se sozinhos.

Porém, Fried (2001) faz uma crítica a essa estratégia, no sentido de que, ela não oferece uma solução plausível, pois apenas remove o problema da falta de tempo do professor e passa-o aos estudantes.

Em contrapartida, na *Estratégia de Acomodação*, a proposta seria diferente. Segundo Fried (2001, p. 394. Tradução nossa) [50], ela sugere que o professor, em vez de acrescentar tópicos adicionais, ensina os antigos de uma nova forma, ou seja, ela pode funcionar dentro de limite do tempo. "Nesse caso, portanto, o professor não é forçado a encontrar tempo extra num programa tão sobrecarregado, e os estudantes não são forçados a encontrar tempo extra para trabalhos de casa extra".

Para além das questões relacionadas ao currículo, também é necessário refletir sobre a relevância de apresentar o contexto histórico e, nesse ponto, Fried (2001) afirma

---

[50] Such programs do not require that the teacher take on additional subjects but only teach the old ones in a new way. In this case, therefore, the teacher is not forced to find extra time for extra material in an already overloaded program, and students are not forced to find extra time for extra homework (Fried, 2001, p. 394).

que para o núcleo físico do currículo da matemática, a sua história pode ser um ponto a favor para o melhor entendimento da disciplina.

O principal ponto de relevância apontado pelo autor é que algumas abordagens de problemas históricos não apenas enriquecem o ensino como também mostram caminhos que são educacionalmente melhores do que os modernos, ou seja, a história tira a matemática da visão meramente mecânica e instrumental, apontando aquilo que Fried (2001) já havia pontuado em relação à humanização da disciplina.

A despeito das críticas aos métodos modernos, amarrados pelos currículos, o autor também apresenta diferentes pontos de vistas. Fried (2001) ressalta pontos positivos, que podem contribuir para que o entendimento seja mais viável, ao se referir a um texto matemático antigo, ele pontua:

> (...) pode ser escrito numa língua estranha ou apresentado de forma incômoda com sinais ou termos estranhos, mas se todas estas coisas forem despojadas, continuará a haver um núcleo matemático inteligível para qualquer matemático competente. E se o texto for profundo, então as ideias matemáticas por ele contidas, uma vez reveladas, assumirão o seu lugar-chave dentro do sistema de ideias familiar ao matemático. Por esta razão, o uso da notação moderna não faz grande violência ao texto e, de fato, pode ajudar a revelar a lógica interior do texto (ou seja, a lógica matemática desprovida de roupagem) (FRIED, 2001, p. 7. Tradução nossa) [51].

---

[51] in what I am calling the working mathematician's view, is something to be disrobed. It may be written in a strange language or presented in cumbersome way with odd signs or terms, but if all these things are stripped away there will remain a mathematical kernel intelligible to any competent mathematician. And if the text is deep, then the mathematical ideas contained by it, once they are revealed, will assume their key place within the system of ideas familiar to the mathematician. For this reason, the use of modern notation does no great violence to the text and, in fact, may help reveal the text's inner (i.e. disrobed mathematical) logic (FRIED, 2001, p. 7).

Em suma, o autor defende que quando vamos para um texto histórico é necessário levar conosco a cosmovisão moderna, pois ela que nos permitirá entender parte do texto que a nós é estranho. Tal como o texto de al-Banna, com sua linguagem corrente, termos da época e um campo epistemológico de outrem.

Porém, se há vantagens, também há desvantagens. Fried (2001) aponta que uma dessas desvantagens, o que ele chama de *Mediação contínua da relevância*, que em suma é, o risco de transformar o autor de uma abordagem histórica matemática em uma espécie de editor da história, aceitando o que é relevante e descartando o que ele julga não ser, a esse processo.

A saída proposta por Fried (2001) para esse problema é uma ação reflexiva da história pelo autoconhecimento:

> Esta noção de "história como o auto-conhecimento da mente", deve ser enfatizada, resolve imediatamente o problema do anacronismo e o problema da relevância, ou seja, mostra como a história pode ser verdadeira para o passado e ainda assim abordar o presente (FRIED, 2001, p. 19. Tradução nossa) [52].

O que o autor faz não é simplesmente propor soluções, mas nos fazer refletir sobre as dificuldades, uma vez que, cientes delas possamos desenvolver intervenções pedagógicas para além do rigor curricular. O que ele faz é propor um movimento em direção ao autoconhecimento, isto é, um compromisso de repensar a nossa própria maneira individual de conceber a matemática, através da sua história.

7.2 Possíveis potencialidades didático-pedagógicas do Rafc al-Hijab

---

[52] This notion of "history as the self-knowledge of mind," it should be emphasized, solves at once the problem of anachronism and the problem of relevance, that is, it shows how history can be true to the past and yet address the present (FRIED, 2001, p. 19).

Todo esse arcabouço teórico anteriormente citado abre-nos possibilidades para articular a história da matemática e a educação matemática, vinculadas a uma cosmovisão epistemologicamente equilibrada, considerando as limitações – posteriormente discutidas em detalhes – enfrentadas pelo professor em relação ao tempo, ao currículo as armadilhas anacrônicas.

Não podemos negar que essa proposta seja um trabalho árduo e penoso, mas pensar nisso, a partir daquilo que Fried (2001) propõe, com vistas a utilizar a história como o autoconhecimento da mente, talvez auxilie, em alguma medida, a reflexão sobre suas possíveis possibilidades.

Ao apresentar alguns argumentos reforçadores e questionadores no que tange à inserção da história da matemática no ensino da matemática, Miguel (1997) evidencia que as dificuldades e os obstáculos que se colocam diante da concretização dessa articulação precisam ser pontualmente direcionados, no sentido de buscar a escolha de métodos pedagogicamente adequados e diferentes abordagens.

Nesse sentido, se consideramos a perspectiva da historiografia atualizada, a busca por esses métodos passa por escolhas que privilegiam abordagens mais críticas e contextualizadas, que possibilitem a desmistificação e a desalienação do ensino da matemática por meio de sua história.

Partindo desse pressuposto, convergimos então para um enfrentamento estratégico das dificuldades que perpassam âmbitos sociais e culturais, como os preconceitos quanto à origem étnica e religiosa, bem como o eurocentrismo que permeia a história da ciência, em particular, a história da matemática.

Como vimos em capítulos anteriores, no exemplo do texto em que al-Banna apresenta a descrição do número usando a filosofia como suporte retórico, a fim de justificar seu argumento, da mesma forma também podemos apresentar a história da matemática ao aluno partindo de reflexões filosóficas.

É importante que essas reflexões contemplem não apenas o aspecto histórico, mas também as múltiplas conexões com os diversos campos da ciência, das quais foram construídas para que aquele conhecimento ganhasse a forma que concebemos hoje, o que possibilita explorar o desenvolvimento de tal conhecimento de maneiras distintas.

Quanto a isso, Miguel (1997) apresenta o ponto de vista de alguns defensores da tese de que a história pode ser um instrumento unificador de vários campos, sobretudo, da matemática. Para eles, a história pode fornecer uma perspectiva mais globalizada e ampla da matemática ao relacionar-se com seus diferentes campos.

O Rafc al-Hijab de al-Banna, por ser um texto com argumentos diversos, que dialogam com variados elementos da cultura e das ciências, acaba por deixar aberto esse precedente interdisciplinar.

Já no segundo capítulo do Livro I, em que Ibn al-Banna discorre sobre a adição nas diferentes representações do número, após conceituar o que vem a ser a soma e apresentar as suas propriedades, ele começa a expor as maneiras de se somar diferentes representações do número. Dentre essas destacamos aquilo que ele chama de "adição de acordo com uma relação de progressão geométrica" (ABALLAGH, 1988, p. 20).

Para exemplificar essa articulação, o sábio lança mão de um elemento bastante comum também na nossa cultura do século XXI, que são os jogos, mais especificamente, jogos de tabuleiros:

> Para que a questão das casas do tabuleiro de xadrez seja conhecida, deve-se saber que a posição <de cada> termo da < sequência> é a da ordem dos expoentes dos números cujo aumento é geométrico, e isso no caso em que os termos começam com um. (...) A peculiaridade dessa <progressão> é que o número de cada casa excede em um a soma das que a precedem. Chamamos

> a atenção para essa peculiaridade dizendo "você obtém a soma do que está na segunda caixa e da caixa que a precede mais um" (ABALLAGH, 1988, p. 20. Tradução nossa) [53].

Ao explicar como as casas do tabuleiro de xadrez estão dispostas, ele quer dizer com isso que o número de termos da progressão é par e que os termos estão centralizados nele de acordo com a razão. Esse exemplo trata da progressão Geométrica – PG, que é uma sequência numérica em que o próximo termo é obtido por meio da multiplicação de um valor fixo chamado razão.

O conteúdo de PG é trabalhado nos anos finais da educação básica. Quanto a isso, o caderno de matemática da BNCC orienta sobre o desenvolvimento de competências específicas que pressupõe um conjunto de habilidades voltadas a capacidade de investigação e resolução de problemas, que pode emergir, inclusive, de experiências empíricas.

Dentro desse conjunto de habilidades e serem desenvolvidas, destacamos a capacidade de "identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas" (BRASIL, 2018, p. 541).

Essa capacidade de associação é construída de maneira gradativa. Não é sem razão que com os conteúdos são apresentados no currículo seguindo uma ordem

---

[53] Pour que la question des cases de l'échiquier soit connue, on doit savoir que la position <de chaque> terme de < de la suite> est celle de l'ordre des exposants des nombres dont accroissement est géométrique, et ce dans le cas où les termes commencent par un(...) La particularité de cette <progression> est que le nombre de chaque case excède de un la somme de ceux qui le précède. Nous avons attiré l'attention sur cette particularité en disant "tu obtiens la somme de ce qui est dans la deuxième case et dans celle qui la précède plus un" (ABALLAGH, 1988, p. 20).

estratégica para que o conhecimento seja construído em sequência, de forma que se tornem dependentes e que façam sentido entre si.

Quanto a essa construção, Miguel (1997, p. 81) afirma que "a história da matemática é útil, antes de mais nada, como auxílio para a compreensão de tópicos que já fazem parte do currículo", ou seja, o professor não precisa extrapolar o currículo para discutir o problema exposto, se consideramos ser esse um conteúdo amplamente explorado no cotidiano da sala de aula.

Ao ler um problema, como um dos que foi formulado por al-Banna, o estudante primeiramente pode identificar os dados e depois associa-os como sendo uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao produto do termo anterior por uma constante de um número qualquer – número esse que chamamos de razão.

Valendo-nos do Presentismo Pedagógico defendido por Fendler (2009) podemos transpor o problema para as notações conhecidas hoje, usando as regras e os processos algébricos modernos, teríamos então uma PG de razão dois.

Ao falarmos sobre os processos modernos, remetemo-nos à discussão levantada por Fried (2001, p. 395) relacionada à "dificuldade inerente ao projeto de conciliar história da matemática e educação matemática", uma vez que o professor está comprometido em ensinar matemática moderna, ou seja, em ensinar o tipo de matemática que nossos alunos precisarão em seus estudos posteriores.

Portanto, ensinar o conteúdo de PG a partir de um contexto histórico, não prescinde a necessidade de transpor o problema para a notação atual estudada na sala de aula.

Sendo assim, para chegarmos ao resultado, devemos elevar o número 2 ao expoente 64, e do resultado tiramos uma unidade e o resultado é:

18.446.744.073.709.551.615. Lê-se: (Dezoito quintilhões, quatrocentos e quarenta e seis quatrilhões, setecentos e quarenta e quatro trilhões, setenta e três bilhões, setecentos e nove milhões, quinhentos e cinquenta e um mil e seiscentos e quinze) ou aproximadamente 1.200.000.000.000 m^2.

Quando olhamos para a resolução acima citada por outro prisma, percebemos que ela contempla o conteúdo de PG, mas também pode ser usada para trabalhar um conteúdo um pouco mais básico, que é a escrita por extenso.

Esse tema foi explorado em uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio- ENEM, no ano de 2022, que tem por objetivo avaliar o desempenho dos estudantes ao término da educação básica.

A referida questão apresentava um comando que exigia do candidato a habilidade de ler/escrever um número pertencente à casa dos bilhões, como podemos observar na figura a seguir:

FIGURA 5: Questão 144 - Caderno 5 - AMARELO

QUESTÃO 144

Ao escutar a notícia de que um filme recém-lançado arrecadou, no primeiro mês de lançamento, R$ 1,35 bilhão em bilheteria, um estudante escreveu corretamente o número que representa essa quantia, com todos os seus algarismos.

O número escrito pelo estudante foi

A 135 000,00.
B 1 350 000,00.
C 13 500 000,00.
D 135 000 000,00.
E 1 350 000 000,00.

FONTE: inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2022

A princípio, a questão pode até parecer simples se considerarmos que esse é um tema trabalhado nos anos iniciais do ensino fundamental, porém, pode trazer alguma insegurança na hora de ler ou escrevê-la, uma vez que não estamos acostumados a lidar no dia a dia com número muito grande ou muito pequeno por extenso.

De acordo a habilidade da BNCC, no seu caderno de matemática até ao final do quinto dos anos finais do Ensino Fundamental, o estudante pode ser capaz de "ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal" (BRASIL, 2018, p. 295).

Ao falar da história da matemática como fonte motivadora para o ensino da matemática, Miguel (1997) afirma que os partidários dessa concepção defendem que um dos motivos que pode atestar o impacto na motivação é o fato de conteúdos mais rígidos, que exigem uma dose extra de esforço, serem apresentados de forma mais lúdica e recreativa.

Quanto a isso, valemo-nos das colocações de Radford (1997) quando pontua que a construção do conhecimento precisa trazer consigo um caráter de criação de significados culturais, que aponte a história não como um resumo de caráter narrativo e linear, mas que fomente conexões as quais ajudem a aprimorar a racionalidade.

Do mesmo modo, apresentamos outro problema que exemplifica essa significação cultural destacada por Radford (1997) em que, no documento do Rafc al Hijab, são apresentados exemplos de números irracionais e frações a partir de problemas de distribuição de herança e impostos, que podem ser discutidos e resolvidos pelos estudantes em sala de aula. Nesse sentido, discute-se tanto o conhecimento matemático quanto questões culturais e religiosas.

Os problemas de heranças têm entendimento bastante diferente na cultura ocidental, mas sua importância na sociedade islâmica é significativa, visto que essa determinação está no Alcorão[54], assim como as formas e como deve ser realizada a partilha, normatizada na lei islâmica da herança, que é uma extensão de muitos versos contidos no livro sagrado do islamismo, como no exemplo a seguir do texto de al Banna:

> Se você adicionar dez dirhams a um bem e multiplicar essa soma pela raiz de cinco dirhams, o resultado será igual ao produto do bem por si mesmo. Se você definir o bem igual a uma coisa qualquer, adicionar dez a ela, multiplicar isso por raiz de cinco e igualar a um quadrado, isso resultará em um quadrado igual a raiz de cinco quadrados mais raiz de quinhentos (ABALLAGH, 1988, p. 95. Tradução nossa)[55].

O problema descrito acima por al-Banna é aquilo que ele denomina de *Problemas de propriedades ou de bens,* pertencente ao capítulo dos números irracionais. Esse problema é, aliás, de formulação um tanto quanto complexa porque coloca, mais do que qualquer outro, a questão de uma linguagem simbólica estranha ao nosso tempo.

É claro que nosso objetivo aqui não é propor aos estudantes que resolvam equações desse tipo usando métodos de resoluções antigos, mas sim, mostrar as aplicações da matemática em outros tempos, bem como sua transição, além de refletir

[54] 4ª SURATA 7-12 (SAGRADO, Alcorão).

[55] <Si tu ajoutes dix dirhams à un bien et que tu multiplies la somme par racine de cinq dirhams, <le résultat sera égal au produit du bien par lui-même. Si tu poses le bien <égal à> une chose, que tu lui ajoutes dix, que tu multiplies cela par racine de cinq et que tu l'égales à un carré, <en> résultera un carré égal à racine de cinq carrés plus racine de cinq cents, c'est le sixième type. La chose sera <égale> à un plus un quart plus racine de cinq cents, sa racine étant prise, plus racine de un et un quart et c'est le bien cherche (ABALLAGH, 1988, p. 95).

sobre questões de outras ordens (histórica, cultural, social e epistemológica), que giram em volta do problema apresentado.

Ao propor esse processo de discussão e reflexão, o professor evitará incorrer nos problemas anteriormente elencados por Fried (2001) como, a limitação do tempo e o conflito no currículo, uma vez que a BNCC é um documento normativo, que considera essas demandas de técnicas de resoluções de equações em sua elaboração.

No trecho apresentado, o sábio cita o *dirham*, a moeda oficial de Marrocos. Chamamos atenção para o fato de que os marroquinos têm, até o tempo presente, o mesmo sistema monetário desde o tempo de al-Banna, ou seja, eles mantém a mesma moeda há oito séculos.

Esse fato mostra-nos um caráter conservador no sistema financeiro islâmico, principalmente se fazemos um paralelo com o sistema financeiro brasileiro, que de acordo com o Banco Central (2004), desde a Independência da República em 1822, já passou por nove mudanças no sistema monetário somando sete moedas diferentes.

O estudo sobre o sistema monetário brasileiro começa nos anos iniciais do ensino fundamental. Porém, a construção desse conhecimento não se resume ao reconhecimento de cédulas e moedas, mas também de uma forma de medida. Tanto por isso, os objetivos de conhecimento do conteúdo ocupam o espaço de grandezas e medidas na BNCC.

Por meio da exposição desse tema, o aluno pode ir construindo seu entendimento de que existem diferentes sistemas monetários, que se estabelecem em países diferentes, sobre circunstâncias históricas, sociais e culturais diversas.

Aos poucos, a questão pode ir assumindo um caráter mais problematizador ao ir fazendo relações entre a cultura e dinheiro no modelo de reprodução social da sociedade de consumo em meio aos avanços do sistema Capitalista.

De acordo com a BNCC, a partir do sétimo ano do ensino fundamental, o estudante já começa a estudar sobre as emergências do sistema Capitalista. Sendo assim, a partir dessa etapa, já é possível traçar conhecimentos interdisciplinares nas "lógicas comerciais e mercantis da modernidade" (BRASIL, 2018, p. 422).

Outra questão a se destacar é que essa possibilidade abre também espaços para que os estudantes possam expandir seu horizonte quanto à concepção epistemológica sociocultural, conforme propõe Radford (1997), pois possibilita fazer o paralelo entre a importância com que diferentes culturas lidam com a partilha de heranças.

Juntamente com a abordagem de questões de ordens históricas, culturais e religiosas, o trecho citado, como não poderia ser diferente, possibilita desenvolver capacidades de teor matemático, ligadas ao conteúdo de equações dispostas também na BNCC, no seu caderno de matemática.

No trecho em questão, é apresentada uma das suas habilidades, na qual visa trazer compreensões, fazer comparações e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

A BNCC prevê ainda que, a partir dos anos iniciais já é possível introduzir conceitos elementares de frações e trabalhá-los de forma progressiva até o 8º ano.

Contudo, ao fazer o paralelo com o caderno de História, percebemos que talvez não seja possível trabalhar com abordagens tão amplas, se considerarmos que o horizonte histórico dos estudantes nas fases iniciais do ensino fundamental ainda está limitado, por causa da evolução natural gradativa que acontece no decorrer das fases.

Diante disso, Peters (2005, p. 35) pontua que, "a situação educacional e o público alvo é que vai definir o quão complexa ou simplificada deve ser a história apresentada". Ou seja, para esse autor, as circunstâncias devem ser observadas e consideradas, de modo que os resultados dessas observações não se tornem argumentos suficientes para supressão do tema.

Quanto a isso, a BNCC também aponta, no *caput* do caderno de história do ensino fundamental II que "a relação passado/presente não se processa de forma automática, pois exige o conhecimento de referências teóricas capazes de trazer inteligibilidade aos objetos históricos selecionados" (BRASIL, 2018, p. 397).

Em outras palavras, para que o estudante consiga fazer as devidas conexões, é preciso algum arcabouço teórico da história. Antes disso, suas percepções são, em alguma medida, limitadas ao seu tempo e espaço, o que não quer dizer que não sejam bem definidas.

A partir do início dos anos finais do ensino fundamental, já é possível ao aluno fazer essas associações, tanto de ordens históricas quanto do raciocínio matemático. Tal afirmação encontra-se apoiada na disposição da BNCC, onde afirma que "é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da matemática" (BRASIL, 2018, p. 299).

Em outros termos, a Base Curricular está fomentando a ideia de interdisciplinaridade, como a que propomos ao entrelaçar as disposições do caderno de história em diálogo com o caderno de matemática.

Para além do diálogo interdisciplinar, essa proposta também vai ao encontro da concepção defendida por Fried (2001; 2007) sobre a possível coexistência entre história da matemática e educação matemática, como mais uma alternativa didática, que confere ao ensino e aprendizagem a possibilidade de humanização da matemática; poder tornar a Matemática mais interessante, mais compreensível, mais acessível e oferecer ao estudante uma visão mais ampla dos conceitos que giram no entorno dos problemas que se apresentam.

Como dito anteriormente, na cultura islâmica, a herança não é simplesmente uma disposição social, mas, também, um preceito religioso, descrito no Alcorão, que é a regra de fé e prática para o fiel muçulmano. Sendo assim, esse problema suscita discussões sobre a interferência da religião nas culturas e vice-versa, assim como dispõe a habilidade da BNCC, no seu caderno de história, quanto ao reconhecimento e a valorização da diversidade de textos religiosos escritos, bem como "analisar o papel da religião Cristã na cultura e nos modos de organização social no período medieval". (BRASIL, 2018, p. 421).

A BNCC cita o papel da religião Cristã no período medieval. Porém, seguimos com um dos pressupostos dessa pesquisa de romper com o eurocentrismo na narrativa histórica e apresentar o papel de outra religião na organização medieval tal como sua contribuição para as ciências.

Aqui cabe retornar as afirmações de Katz (2019), quando afirma que para o fiel muçulmano todas as esferas da vida são extensões dos preceitos da fé professada, portanto, essas estão intrinsecamente ligadas. Tanto por isso, vemos que Ibn al-Banna, em seu tratado, apresenta vários problemas, em momentos diferentes, sempre exemplificando-os com alguma questão de cunho religioso.

Como acontece em outro trecho, após o sábio tecer alguns raciocínios envolvendo cálculos combinatórios, ele apresenta novamente um problema de conotação tipicamente religiosa a fim de explicar como se dá contagem de eventos sucessivos. Ele explica:

> É com ajuda disso (dos cálculos combinatórios) que resolvemos o problema de quem se esqueceu de <fazer> por exemplo, quatro orações diferentes, uma

> oração por dia, e que não sabe qual delas que precede a outra. Ele deve <então> fazer treze orações. Ele faz <primeiro> quatro orações ordenando-as como ele deseja, então repete essas mesmas <orações> de acordo com sua ordem, em seguida ele as repete uma terceira vez, depois repete aquela com o qual começou, o que se vê por indução (ABALLAGH, 1988, p. 72. Tradução nossa) [56].

Como foi explicado no quarto capítulo desse trabalho, as orações diárias fazem parte de um dos cinco pilares do islamismo. Segundo Morey, Oliveira e Nascimento (2021), esses pilares reforçam a consciência coletiva da comunidade de membros muçulmanos.

O rito delineado pelo pilar da oração dispõe que deve o devoto muçulmano fazer cinco orações diárias e no caso de imprevistos ou esquecimento, essa deve ser paga considerando que elas não têm a mesma importância, portanto, não têm igual valor.

Esse fato permite inferirmos que, a depender da oração esquecida, o resultado do cálculo será diferente.

Também cabe retomarmos ao fato de que essas orações devem ser realizadas em direção a Meca *(qiblah),* o que exige do fiel certa noção espacial e geométrica.

Sendo assim, esse é mais um trecho que se apresenta como uma oportunidade para desenvolver reflexões críticas sobre intolerâncias religiosas, culturais e o papel da religião na formação das sociedades.

[56] C'est à l'aide de cela, que l'on résoud le problème de celui qui a oublié <de faire> par exemple quatre prières différentes, une prière chaque jour, et qui ignore quelle est celle qui précède l'autre .Il doit <alors > faire treize prières, il fait <d'abord> quatre prières en les ordonnant comme il veut, puis il répète ces mêmes <prières> selon leur ordre, puis il les répète une troisième fois, puis il répète celle per laquelle il a commencé. Cela se voit par induction (ABALLAGH,1988, p. 72).

Outro ponto importante a ser trabalhado a partir desse problema e que estamos defendendo em todo decorrer dessa pesquisa é a possibilidade de romper com a narrativa eurocêntrica na história da Matemática e aqui, especificamente, no histórico de problemas de contagem, que não foge à regra.

Diante disso, Oliveira (2021, p. 679) afirma que, em se tratando desse conteúdo, é possível "perceber uma prevalência de trabalhos que se restringem aos quadrados mágicos na matemática chinesa e islâmica, ou a famosa poesia de Santi Yves que perpassou diversas culturas com distintos versos, inclusive no Papiro de Rhind".

Esse autor pontua que a maior parte dos problemas propostos em trabalhos acadêmicos brasileiros e resultados discutidos estão baseados em estudiosos europeus, como Pascal, Leibniz, dentre outros.

Além das reflexões socioculturais, o problema exposto também suscita a construção e o desenvolvimento de raciocínios combinatórios envolvendo o princípio fundamental da contagem, combinação, permutação e arranjos, nos termos atuais.

Entre as competências e habilidades destacadas pela BNCC, que podem ser desenvolvidas pelos estudantes, estão a capacidade de "resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore" (BRASIL, 2018, p. 546).

Ao explicar sobre a inserção da análise combinatória na educação básica, Vazquez e Noguti (2005) explica que:

> A análise combinatória é um conteúdo matemático que apresenta grande dificuldade em relação à formulação e interpretação dos seus enunciados. É um ramo da matemática que permite que se escolha, arrume e conte o número de elementos de determinado conjunto, sem que haja necessidade de enumerá-los (VAZQUEZ e NOGUTI, 2004, p.5).

Diante do alto grau de complexidade afirmado pelos autores em relação a esse conteúdo, naturalmente apresenta-se então a necessidade de lançar mão de diferentes processos para que a construção desse conhecimento seja mais efetiva, e uma dessas pode ser a história da matemática como uma fonte de métodos adequados para o ensino.

Esse trecho de al-Banna também pode auxiliar no ensino da matemática no sentido de levar os estudantes a notarem as diferentes manifestações da matemática dentro da história de outros povos e outras culturas e dispõe a olhar uma cultura de fora e perceber as diversidades culturais, que se manifestam.

De igual modo, no trecho de al-Banna a seguir, ele relaciona mais um elemento de sua cultura a partir de relações matemáticas:

> É esse problema de frações que é usado em esmolas legais: por exemplo, se <alguém deixou> de pagar esmolas legais em sua propriedade < por > cinco anos e sua propriedade é de mil dinares, quantas esmolas legais ele deve pagar por essa propriedade e pelos cinco anos. Você deve pegar o quadragésimo do valor do bem, depois o quadragésimo do resto, e assim por diante cinco vezes. Você também coloca os quarenta cinco vezes sob a linha de frações> depois um no primeiro <quarenta>, e trinta e nove em cada um dos denominadores restantes então, para sua redução a um único numerador você procede como fez para os cinco. O resultado, você multiplica por mil e divide pelos cinco denominadores que são cada <igual> a quarenta (ABALLAGH, 1988, p. 619. Tradução nossa) [57].

---

[57]C'est problème de fractions que l'on utilise ce dans l'aumône légale : par exemple si < quelqu'un > a négligé <de verser> l'aumône légale sur son bien <pendant> cinq ans et que son bien est de mille dinars, combien doit-il <verser > d'aumône légal sur ce <bien > et pour les cinq années. Tu dois prendre le quarantième du <bien> ,puis le quarantième du reste, et ainsi de suite cinq fois. Tu poses également les quarante cinq fois sous le trait <de fractions > puis un sur le sor le premier <quarante>, et trente neuf sur chacun des <dénoninateurs> restant puis, pour leur réduction à un seul numérateur tu procèdes comme tu 1'as fais pour les cinq. Le résultat, tu le multiplies par mille et tu <le> divises par les cinq dénoninateurs qui sont <égaux> chacun à quarante (ABALLAGH, 1988, p. 619).

O problema descrito acima por al-Banna é aquilo que ele denomina de *Problema da Esmolas legais*, pertencente ao capítulo dos números racionais, mais especificamente a Parte II do livro I sobre Frações. O objetivo do sábio nesse trecho era discutir a multiplicação de fração.

A esmola legal é uma ação obrigatória, isto é, uma espécie de tributo islâmico. Essa ação, embora seja expressa na comunidade islâmica como um todo, tem, essencialmente um caráter religioso como cumprimento de um preceito apresentado no Alcorão, do qual refere-se ao terceiro pilar do islamismo, o *Zakat*, que consiste em doar 2,5% do seu salário aos necessitados, ou seja, doar 1/40 do bem.

Novamente podemos perceber o papel das culturas e das religiões na composição identitária dos povos antigos, como sugere a habilidade da BNCC.

Essa interferência é bastante comum em diversas culturas, mas na cultura islâmica ela tem uma força ainda mais notável, uma vez que a identidade desse povo foi construída sob os pilares dos preceitos da religião, conforme apontou Katz (2009), ao afirmar que os estudiosos islâmicos infundiram seu pensamento matemático com o que sentiram ser inspiração divina.

Ao deparar com essa influência da religião na cultura, na sociedade e na política, os estudantes podem ser capazes de perceber que a religião é um fenômeno social que precisa ser estudado, não necessariamente no sentido teológico, mas entender, em uma perspectiva crítica, como as crenças interferem nas tomadas de decisões da população.

Conhecer esses aspectos e impactos pode possibilitar ao estudante "valorizar e respeitar as manifestações religiosas e filosofias de vida, suas experiências e saberes, em diferentes tempos, espaços e territórios", como sugere a competência dois do caderno de ensino religioso da BNCC (BRASIL, 2018, p. 437).

Além da possibilidade de fomentar discussões sobre questões históricas e sociais, o problema proposto por al-Banna no referido trecho, sobretudo, abre espaço para tratar de questões matemáticas já mencionadas como as frações, com uma pequena alteração de operar um número fracionário com um número inteiro, assunto que espera-se que um estudante da educação básica saiba resolver.

Entre os objetivos de conhecimentos, na unidade temática de números da BNCC, no caderno de matemática, Brasil (2018, p. 300), ainda no início dos anos finais do ensino fundamental, um estudante já é capaz de reconhecer "os significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações".

Assim, percebemos que a possibilidade de articulação entre história e educação matemática, como recomenda Fried (2001), por mais que imponha certas dificuldades para ser implementada, encontra-se apoiada nas competências e habilidades do principal normativo curricular da educação básica brasileira.

É importante atentarmos para a fase em que essa articulação está sendo proposta. A despeito da Parte II do livro I al-Banna ser voltado para o conteúdo de Fração, nem toda proposta sugerida é possível direcionar-se ao começo dos anos iniciais, como o problema a seguir:

> (...) a unidade de dinar não é igual ao seu quarto de unidade no sentido de que podemos dizer que quatro quartos dos dinars excedem o dinar por três, o que então introduziria a usura. A unidade de dinar seria igual ao número de suas partes como um número (ABALLAGH, 1988, p. 134. Tradução Nossa) [58].

[58] le dinar-unité n'est pas égal à son quart-unité dans le sens où on peut dire que quatre quarts de dinars excède le dinar de trois, ce qui introduirait alors de l'usure. Le dinar-unité serait plutôt égal au nombre de ses en tant qu en nombre.

Esse é um problema também contido no capítulo sobre Frações do Rafc al-Hijab, que refere, dentre alguns elementos matemáticos, ao Sistema financeiro islâmico, que apresenta estranhamentos culturais quando comparados ao sistema financeiro brasileiro.

O problema que al-Banna propõe alude ao fato de que os cálculos devem ser exatos para que não ocorra usura (cobrança de juros), o que é proibido no islamismo. A lei islâmica, conhecida como *Shariah*, proíbe a cobrança e o pagamento de juros, conhecido como *riba*, termo mencionado em vários versos diferentes do Alcorão.

De acordo com Ahmadh e Hassan (2007), *riba* é uma palavra árabe, derivada do verbo *raba* que, na tradução para o português, significa literalmente expandir, aumentar, inflacionar ou excesso. O mesmo significado literário ocorreu também em muitos lugares do Alcorão.

Porém, não é todo o crescimento ou aumento, que cai na categoria de riba proibida no islamismo, mas somente aquele com sentido de usura ou interesse.

Para Ahmadh e Hassan (2007, p. 2), r*iba* na Shariah "tecnicamente refere-se ao "prêmio" que deve ser pago pelo mutuário ao mutuante juntamente com o montante do capital como condição para o empréstimo ou para uma extensão do seu vencimento", isto é, a riba proibida é aquela que gera um lucro decorrente de empréstimos financeiros.

Esse fato ímpar causa estranheza aos bancos ocidentais, à medida que, em nossa cultura, um banco, supostamente, só geraria riqueza por meio dos juros cobrados de seus clientes, o que explica o estranhamento cultural que se entrelaça por meio de peculiaridades e diferenças.

Em consonância com a BNCC, em seu caderno de história para os anos iniciais do ensino fundamental, esse problema suscita desenvolver a competência específica cinco de "comparar eventos ocorridos simultaneamente no mesmo espaço e em espaços variados, e eventos ocorridos em tempos diferentes no mesmo espaço e em espaços variados". (BRASIL, 2018, p. 357).

Em outros termos, é possível que, através de um problema assim proposto, os estudantes tenham a oportunidade de fazer comparações de seu tempo e sua cultura, com outros tempos e outras culturas. Essas comparações podem auxiliá-los a construir argumentos com base nos conhecimentos adquiridos, de modo que promovam o respeito às diversidades culturais, tanto do ponto de vista histórico quanto matemático.

Em face disso, Miguel (1997) argumenta que a história como ferramenta de ensino pode contribuir para promover atitudes e valores, quando estrategicamente pensada para que cumpra uma função social que vá além da simples narrativa.

Em termos matemáticos, o problema permite promover uma das cinco unidades temáticas propostas pela BNCC, a qual propõe discussões e reflexões sobre conceitos básicos de economia e finanças, visando a educação financeira do aluno a partir de uma visão diferente, como dispõe-se a seguir:

> (...) Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. É possível, por exemplo, desenvolver um projeto com a História, visando ao estudo do dinheiro e sua função na sociedade, da relação entre dinheiro e tempo, dos impostos em sociedades diversas, do consumo em diferentes momentos históricos (BRASIL, 2021, p. 269).

Nesse sentido, além de promover a construção e o desenvolvimento de competências pessoais, sociais e históricas dos estudantes, a proposta também ajuda a construir contextos epistemológicos, ao apresentar conceitos construídos em diferentes épocas, culturas e circunstâncias do que diz respeito à educação financeira.

Quando Radford (1997) fala em perspectiva epistemológica, ele não defende um confinamento ao tempo passado, mas uma intercessão entre passado e presente. O que podemos observar quando al-Banna usa um elemento de sua cultura para exemplificar, mas que também faz parte da cultura atual, como é o caso do trecho acima citado, que possibilita fazer o paralelo de diferentes sistemas monetários.

Corroborando com esse argumento, Miguel (1997) também apresenta uma questão central que constitui objeto de reflexão por parte de pesquisadores da história como ferramenta de ensino, que é a constituição da história como instrumento de conscientização epistemológica.

Esse papel pedagógico conscientizador da história contrasta com a mera inculcação de padrões e fórmulas na mente a qualquer preço; antes, porém, a aquisição de novos conteúdos pode nutri-lo de uma capacidade de raciocínio crítico e analítico.

Além disso, ao ter conhecimento sobre um sistema monetário diferente, os estudantes podem ser capazes de desenvolver uma das propostas de ampliação e aprofundamento das aprendizagens essenciais, recomendadas na BNCC, no *caput* do caderno das ciências humanas e sociais aplicadas.

Essa proposta preconiza quanto ao crescimento da "importância da educação financeira e da compreensão do sistema monetário contemporâneo nacional e mundial, imprescindíveis para uma inserção crítica e consciente no mundo atual" (BRASIL, 2018, p. 568).

Porém, defender um ensino mais crítico, consciente e criativo não prescinde o desenvolvimento do raciocínio lógico, analítico e a capacidade de investigar e resolver problemas. Geralmente não temos muito contato com a matemática acadêmica na educação básica, mas ela está lá, mesmo que não de forma perceptível.

Infere-se isso até mesmo no tratado de al-Banna. O sábio trabalha com a matemática intuitiva e o uso prático de conhecimentos matemáticos, por meio de vários exemplos da vida cotidiana magrebina, mas também, apresenta uma matemática pura, por meio de problemas de ordem mais teórica voltada ao desenvolvimento científico.

Igualmente acontece no trecho a seguir, em que o sábio ilustra com exemplos os métodos de cálculos de extração e aproximação de raízes quadradas em que ele desenvolve e justifica os algoritmos:

> Quanto ao método de cálculo da raiz aproximada, qualquer número para o qual queremos encontrar a raiz e que não seja um quadrado perfeito, está localizado entre dois quadrados sucessivos, um dos quais é menor que ele e o segundo maior. Entre as raízes de dois quadrados sucessivos, há sempre um, e a diferença entre os dois quadrados é igual a duas vezes a raiz do menor dos dois, mais um. Também é igual a duas vezes a raiz do maior menos um. Também é igual à soma das duas raízes. Isso é evidente a partir do produto da raiz do maior por si mesmo após sua partição na raiz do menor mais um (ABALLAGH, 1988, p. 158. Tradução Nossa) [59].

Percebemos nesse trecho que, diferente dos outros selecionados neste trabalho e apresentados, al-Banna não utiliza de elementos culturais para exemplificar, mas o faz de modo mais teórico por meio de conceitos mais puros e metódicos.

Após expor alguns métodos para a extração de raízes quadradas de um número inteiro por aproximação e estabelecer alguns critérios de congruência para determinar se

---

[59] Quant au procédé <de calcul> de la racine approchée, tout nombre dont on veut <chercher> la racine et qui n'est pas un carré parfait, est situé entre deux carrés successifs dont l'un est plus petit que lui et le second plus grand. Entre les racines de deux carrés successifs, il y a toujours un, et la différence entre les deux carrés est égal à deux fois la racine du plus petit des deux, plus un. Il est aussi égal à deux fois la racine du plus grand moins un. Il est aussi égal à la somme des deux racines. Ceci est évident d'après le produit de la racine du plus grand par elle-même après sa partition en la racine du plus petit, plus un. Sache -le (ABALLAGH, 1988, p. 158).

os números são ou não quadrados perfeitos, com a intenção de provar duas aproximações de raízes declarada no Talkis, que foi objeto de contestações, al-Banna explica, formas e procedimentos que permitem obter valores aproximados de raízes quadradas de inteiros desses valores.

Ibn al-Banna explica as duas maneiras possíveis de obter a raiz quadrada de um número natural que são eles: a raiz quadrada exata e a raiz quadrada aproximada, que é uma dízima periódica que se localiza entre os dois quadrados perfeitos laterais à raiz pretendida, ou seja, no intervalo em que a raiz quadrada desse número está.

Na sequência, após dar algumas explicações introdutórias e explicar como se calcula e descobre se um número é quadrado perfeito, al-Banna apresenta alguns teoremas que permitem saber, de antemão, se um número é quadrado perfeito ou não, como no trecho que se segue:

> -Qualquer número começando com dois, três, sete ou oito não é um quadrado perfeito.- Qualquer número que começa com um, e metade de suas dezenas difere em paridade e estranheza do número de centenas, não é um quadrado perfeito. -Qualquer número que começa com cinco, e cujas dezenas são diferentes de vinte, não é um quadrado perfeito.- Qualquer número que começa com seis, e cujas dezenas são <em número> par, não é um quadrado perfeito (ABALLAGH, 1988, p. 159. Tradução Nossa) [60].

Ibn al-Banna apresenta no trecho acima quatro teoremas que podem facilitar o caminhos para o estudante na hora de saber se um número é quadrado perfeito ou não.

---

[60] Tout nombre commençant par deux, trois, sept ou huit n'est pas carré parfait.
-Tout nombre commençant par un, et dont la moitié de ses dizaines diffère en parité et imparité du nombre des centaines, n'est pas un carré parfait. -Tout nombre commençant par cinq, et dont les dizaines sont autre que vingt, n'est pas un carré parfait. -Tout nombre commençant par six, et dont les dizaines sont < en nombre> pair n'est pas un carré parfait (ABALLAGH, 1988, p. 159).

Achar a raiz de um número significa entender que existe um fator que multiplicado por ele mesmo determina esse tal número.

O quadrado imperfeito é um número cuja sua raiz não pode ser determinada de forma exata. Os problemas de radiciação são introduzidos nos anos finais do ensino fundamental, mais propriamente no sexto ano. Porém, é no oitavo ano que o conhecimento se consolida e quando, necessariamente se apresenta ao estudante a necessidade de operacionalizar cálculos de uma raiz quadrada aproximada.

Campos (2014, p. 1) explica que o cálculo de raiz quadrada por si só já é suficiente para trazer desconforto para os estudantes da educação básica. Contudo, esse é um problema que precisa ser remediado por ser uma operação de suma importância na resolução de vários problemas matemáticos.

Esse também é um conteúdo bastante abstrato e de difícil exemplificação com elementos concretos. Talvez isso explique o fato de al-Banna apresentá-lo de maneira mais teórica, sem usar elementos culturais nas explicações.

Contudo, o simples fato de a possibilidade não abordar questões de cunho crítico social e histórico não diminui a sua importância no exercício didático-pedagógico; antes, porém, o tema suscita a capacidade de os estudantes construírem parâmetros de comparação que os permitam perceber a diferença entre a forma de operacionalizar os processos algébricos em outras épocas e na atualidade.

Quanto a isso, a BNCC orienta que "resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário" (BRASIL, 2018, p. 313) deve estar entre as habilidades desenvolvidas pelo estudante ao ter contato com o conteúdo.

Sendo assim, o problema do tempo e a extensão curricular, como apontou Fried (2001) não se materializa, uma vez que essa possibilidade se encontra dentro de um currículo já existente, que é possível de ser implementado. Porém, essa possibilidade não se escusa de suas dificuldades o que impõem certas limitações que precisam ser consideradas.

7.3 Limitações Didático-pedagógicas do Rafc al-Hijab

Se por um lado têm-se possibilidades didático-pedagógicas de trabalhar com um texto como esse, de al-Banna, na educação básica, por outro devemos reconhecer as limitações que se impõem, naturalmente, aos processos de ensino e aprendizagem.

A primeira limitação que gostaríamos de apontar é a aquela concernente à linguagem "estranha" ao presente tempo e os raciocínios epistemologicamente complexos se comparados entre épocas.

Esse entrave relacionado à linguagem apresenta-se de duas maneiras distintas: a primeira é quanto ao aspecto do idioma – como é o caso do texto em foco, que está em outro idioma – o que impõe certas dificuldades até mesmo ao pesquisador e ao educador.

Lidar com os problemas de idiomas já é, naturalmente, um entrave, pois muitos dos documentos históricos não só não estão na língua nativa do professor, como estão em línguas mortas, o que dificulta ainda mais o acesso e o processo de ensino e aprendizagem.

Outra maneira com que o entrave quanto à linguagem se apresenta é na forma com que esses textos foram escritos, isto é, a notação, que também é "estranha" a nosso tempo. O texto de al-Banna pode ser um exemplo dos muitos textos históricos, dos quais os professores precisariam lidar em sala de aula.

A exemplo do documento em foco, outros também apresentam uma ausência de notação ou simbologia moderna, o que, invariavelmente, dificulta a compreensão na análise da obra, tanto por parte do professor quanto por parte do estudante.

Esse problema assume uma dimensão ainda mais acentuada quando tentamos entender a álgebra de outros povos e outras épocas, respaldados pela visão algébrica do tempo presente e da nossa cultura.

Frente a isso, retornamos aos argumentos de Fried (2001) quanto à postura diante de um texto histórico, escrito em uma notação estranha ou apresentado de forma incômoda, que muitas vezes, mesmo para um matemático experiente impõe certas dificuldades. Essa postura proposta deve ser de honestidade intelectual e senso de equilíbrio ao reconhecer que nem todo texto histórico é passível de ser levado para a sala de aula da educação básica.

Outra limitação que apontamos é o fato de que, para apresentar trechos de um documento, como o Rafc al-Hijab em sala de aula é necessário que o professor tenha algum conhecimento da cultura islâmica. Como um educador vai discutir sobre problemas de heranças, ou impostos, ou, ainda, sobre todas essas questões em diálogo com a questão religiosa, como os pilares do islamismo, se ele não tiver um domínio considerável da cultura islâmica como um todo?

Como procuramos demostrar na narrativa histórica dessa civilização, as áreas estão interligadas. As leis, os costumes são justificados por questões históricas e religiosas e, para discutir uma questão, como uma construção do conhecimento científico, antes, é de suma importância que se entenda várias outras.

Sendo assim, esse é um desafio que se esbarra para além do problema apontado por Fried (2001), pois, precisaria ao professor tempo para pesquisar sobre a cultura em volta do documento em questão. A questão apontada pelo autor é em relação a não ter tempo em sala de aula. Porém, essa limitação impacta também na preparação do professor.

Além disso, essa questão esbarra, em alguma medida, no eurocentrismo, que circunda a narrativa histórica acadêmica, uma vez que, o que se estuda atualmente são, majoritariamente, as culturas ocidentais. Restando assim, pouco conhecimento de outras culturas, sendo então necessário começar os estudos sobre outros povos e outras culturas quase que do zero.

Ademais, quando se trata da inclusão da história na sala de aula é imprescindível se atentar para o problema da relevância dos temas históricos, citada por Fried (2001). Temos que admitir que nem tudo que se apresenta em um documento histórico é viável para a sala de aula. Admitamos que, há coisas que mais atrapalham e confundem do que contribuem. Vejamos, por exemplo, o trecho a seguir do documento de al-Banna:

> (...) Esta é a razão pela qual o consequente que é externo à alma pode ser considerado verdadeiro, mesmo que a consequência o contradiga. Você não vê que, de acordo com as considerações mentais, essas partes são tais que as partes do corpo não estão lá em número finitos, enquanto fora da mente, a divisão de cada corpo cerca de uma parte indivisível, porque está inserida em dois limites, e seu surgimento se dá por composição e não por decomposição, mas a composição em um corpo finito composto de partes em número infinito é impossível, porque se cada parte fosse divisível também <seria> composta (ABALLAGH, 1988, p. 602. Tradução nossa) [61].

---

[61]C'est la raison pour laquelle le conséquent qui est extérieur à l'âme peut être considéré comme vrai, même si la conséquence le contredit. Ne vois-tu pas que, selon les considérations men tales, ces parties sont telle que les parties du corps n'y sont pas en nombre fini, alors qu'à l'exté rieur de l'esprit, la division de chaque corps abou tit à une partie indivisible, car il est inséré dans deux limites ,et son avénement dans l'existence à lieu par la voie de la composition et non par cell de la décomposition, or la composition dansan corps fini composé de parties en nombre infini ust impos sible, car si toute partie était divisible ele serait <aussi> composeé (ABALLAGH, 1988, p. 602).

Percebemos no trecho acima, ao explicar noções relacionadas aos números finitos, apesar de al-Banna lançar mão de argumentos filosóficos sofisticados, eles pouco serviriam, na prática, ao processo de aprendizagem e, talvez, a depender da fase, mais confundiriam o aluno do que necessariamente ajudariam.

No trecho citado não há questões socioculturais tão claras a serem exploradas e as questões matemáticas são um tanto quanto complexas. Há, no entanto, questões epistemológicas – as concepções filosóficas – tal como sugere Radford (1997), mas talvez os ganhos em explorá-las podem não ser proporcionais aos esforços que serão exigidos ao articulá-las.

Nosso interesse não se resume em descobrir como al-Banna calculava o número finito ou se ele descobriu uma nova forma de calculá-lo, mas sim, recuperar o caráter peculiar da visão de al-Banna sobre o número finito e suas principais influências para escrutinar as noções do número finito.

Se o trecho não oferece ferramentas suficientemente claras para que observemos e reflitamos sobre esse caráter, talvez não haja motivos para que seja considerado pelo professor em suas possibilidades pedagógicas, e indo além, se o trecho carrega certa complexidade, talvez esse seja um motivo justificável para que não seja levado para o ensino.

O que queremos dizer é que, nem todo documento serviria a questão didático-pedagógica, em especial se tratando da educação básica. Ao negligenciar essas questões, o educador pode cair nas supostas “irrelevâncias históricas”, como supõe Fried (2001, p. 397). Não que certos fatos históricos em si sejam irrelevantes, mas que nem tudo é bom para levar para a história da matemática com foco no ensino.

Ademais, há de se atentar para a advertência feita por Fried (2001) quanto aos cuidados para que não se caia no lado negativo desta mediação contínua da relevância, que transforma o autor de uma abordagem histórica em matemática numa espécie de editor da história, aceitando o que ele entende que seja relevante e descartando o que, supostamente, para ele não seja.

Naturalmente, ao sugerir levar uma abordagem histórica associada ao ensino moderno para a sala de aula, inúmeras limitações surgirão e esforços serão demandados.

Essas limitações precisam ser devidamente consideradas. Porém, elas não devem servir para frear as possibilidades e tentativas e sim, trazer a consciência de que muitas dessas tentativas serão frustradas e outras tantas serão exitosas, assim como aconteceu em toda a história da construção do conhecimento, da qual não foi construída somente de heróis e vitórias, mas de inúmeras tentativas coletivas de fracassos e sucessos.

Pois, como bem lembra Fried (2001), se estivermos dispostos a alargar o compromisso no ensino da matemática para incluir a humanização da matemática através da sua história, então uma certa resolução da dificuldade em combinar história e educação matemática sugere-se a si próprio.

A busca árdua é coletiva, mas também individual. Cada participante do processo de ensino pode, na medida do possível, exprimir suas forças para que a articulação se torne possível.

Contudo, para que a humanização da Matemática seja feita, é preciso olhar para ela através dos olhos e das obras dos seus praticantes, com todas as suas idiossincrasias e ler seus textos tais como eles os escreveram, a despeito das dificuldades culturais, temporais e técnicas.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A construção científica islâmica medieval guarda muitas riquezas e suas contribuições causaram impactos na história da humanidade. Essa civilização proporcionou a ciência, de modo geral, muitos sábios em diferentes áreas do conhecimento e a construção do pensamento matemático não fugiu a essa regra, como é o caso do estudioso magrebino, al-Banna, do qual seu trabalho não se restringia ao pensamento matemático, mas a outros campos do conhecimento como, astronomia, astrologia e teologia.

Porém, a despeito das muitas construções científicas, das muitas obras dos diversos sábios islâmicos e das contribuições dessa civilização para o desenvolvimento da ciência ao redor do mundo, ainda podemos perceber muitas lacunas em relação a essa temática, no que diz respeito a publicações, produções e traduções de tratados e manuscritos. Vemos apenas referências esporádicas.

Contudo, podemos perceber que nos últimos anos, alguns trabalhos vêm surgindo, mesmo que de forma tímida. Como é o caso do *Simpósio de Estudos sobre as Matemáticas Islâmica*s ocorrido em Junho de 2020 e organizado pelo Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática das Universidades Estadual do Ceará e Federal do Rio Grande do Norte.

Esse grupo está sendo responsável por diversas pesquisas e traduções de obras islâmicas medievais, ajudando assim a fomentar os estudos sobre essa civilização na academia brasileira.

Diante disso, surgiu a seguinte questão: *Quais são algumas das possíveis possibilidades e as limitações didáticas-pedagógicas que um tratado islâmico medieval, como de al-Banna, Rafc al-Hijab (O levantamento do véu nas Operações de Cálculo) podem acarretar para o ensino da Educação Básica?*

Para respondermos essa questão, delineamos como objetivo geral investigar as possibilidades e limitações didático-pedagógicas do tratado matemático Rafc al-Hijab (O levantamento do véu nas Operações de Cálculo) escrito por lbn al-Banna (1256-1321) para o ensino da educação básica.

Para tanto, traçamos o percurso metodológico de investigação da pesquisa, que se baseou em tendências historiográficas atualizadas, que se apoia sob o pilar das três esferas de análises: a Epistemológica, a Historiográfica e a Contextual. Essas três esferas foram articuladas tendo por foco principal os documentos de historiadores, que se organizam em rede, de modo a contextualizar o documento principal.

Entendemos que conhecer o contexto histórico, político e social dos quais influenciaram as ideias matemáticas em torno do tratado é de suma importância, uma vez que, ter certa compreensão desse contexto poderia ajudar a entender as razões das quais impulsionaram e poderia, em alguma medida, ser tão importante quanto conhecer o seu conteúdo matemático em si.

Em consequência disso, procuramos pelos principais historiadores que pesquisam sobre a Matemática Islâmica medieval. Com vistas a fomentar esse diálogo, mostramos as influências de diferentes ordens que circulavam, tanto na formação do Mundo Islâmico como um todo, quanto na construção do conhecimento científico, em especial do pensamento matemático.

Como dito, as pesquisas relacionadas à história da matemática islâmica medieval no Brasil vêm crescendo. Porém, elas ainda se concentram, basicamente, no entorno das cidades de Bagdá e Samarcanda. Porém, no presente trabalho procuramos apresentar os primeiros estudos de uma região ainda pouco explorada em língua portuguesa, a saber, Magrebe Islâmico, situada na região ocidental do norte do continente africano.

Para além do seu teor matemático, o tratado fomenta discussões e capacita discutir questões de diversidades intraculturais, religiosas e sociais, nas quais se colocam como aliadas ao combate à intolerância e desconstrução de mitos, nesse último, se apresentado sob as perspectivas da historiográfica atualizada.

Procuramos, no decorrer desse trabalho, apontar que a intrínseca relação entre matemática e cultura não é prescindível e que, se quisermos uma educação mais crítica e humanizada, devemos então empenhar esforços na investigação e concretização do papel social e cultural da matemática.

Radford (2011, p. 253) repassa que até algum tempo atrás, falar em sobre matemática e cultura não fazia muitos sentido, pois essa era vista como uma disciplina da razão e, portanto, mantinha-se distante das subjetividades culturais. Porém, segundo o autor, "a matemática afeta o modo como os indivíduos são, vivem e pensam sobre si mesmos e sobre os outros" e essa particularidade não deve ser banalizada ou desprezada.

Com isso, infere-se que a construção do conhecimento matemático está muito além da mera teorização, mas, sobretudo, um exercício de conscientização e criticidade que abre espaços para uma perspectiva sociocultural.

Contudo para que a intercessão entre história, ensino e cultura seja feita da maneira mais equilibrada possível, procuramos discutir sobre alguns conceitos fundamentais para pesquisas em história, que são os conceitos de Anacronismo Histórico, Presentismo Pedagógico e Whigguismo.

Esses conceitos auxiliam na leitura e narrativa de um texto histórico, que muitas vezes apresentam linguagens, visões e perspectivas, que são diferentes ao tempo do historiador, ou seja, textos que foram discutidos e elaborados em outras circunstâncias.

Infere-se ser de suma importância que os agentes da história estejam cientes dessa problemática para que essa seja contada na sua forma mais fidedigna possível, e, quando essa forma possa vir atrapalhar a compreensão, o método possa ser usado de forma pedagogicamente intencional e deliberado.

Porém, a consciência desses fatos não deve servir para suprimir o tema, mas para desenvolver um senso de prudência quanto o que pode e até onde pode ser feito.

Ressaltamos que não é de nossa intenção esgotar o tema em questão. Em um trabalho de pesquisa é necessário fazer escolhas, e, escolhas pressupõem renúncias. Sendo assim, precisamos renunciar abordagens que são caras em uma pesquisa no campo da Educação Matemática deixando assim algumas lacunas. Citamos, por exemplo, a abordagem matemática nos trechos extraídos do documento apresentado.

Temos a ciência de que em alguns momentos esses trechos careceram de mais detalhamento dos processos matemáticos que os envolvem. Optamos por discuti-los mais em seu caráter sociocultural e epistemológico. Porém, deixamos prerrogativas para que futuras pesquisas e produções sejam produzidas contemplando as lacunas que foram deixadas em abertas.

Ainda assim, reconhecemos que este trabalho, mesmo com suas limitações, pode trazer contribuições para a construção do conhecimento científico brasileiro.

9- REFERÊNCIAS

ABALLAGH, M. **Rafc al-ḥijāb d'Ibn al-Banna.** Thèse de Doctorat. Université de Paris I-Pantheon-Sorbonne, Paris, 1988

AHMADH, A. U. F; HASSAN, M. K. **Riba and Islamic Banking**. Journal of Islamic Economics, Banking and Finance. VL-3. 2007

AISSANI, D. **Les mathématiques maghrébines (XIe – XIXe siècles).** Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics), Supplemento n.3, 2019

AISSANI, D. **Quelques aspects des mathématiques d'Ibn al-Banna' de Marrakech (1256-1321)** "Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)", n. 2, Supplemento n.3, 1995

ALCORÃO. Sagrado. Fonte digital: Centro Cultural Beneficente Árabe Islâmico de Foz do Iguaçu. Disponível em: http://www.cpihts.com/PDF/Alcorao.pdf

ALFONSO-GOLDFARB, A. M. . **Atanores, Cimitarras, Minaretes: cultura árabe como tecido do saber sob o céu 'medieval'.** Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência , v. 5, p. 33-40, 1991

ARAÚJO, M G. **Abu ja'far muhammad ibn musa al-khwarizmi: contribuições da álgebra para o ensino.** Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de ciências exatas e da terra, Programa de pós-graduação em ensino de ciências naturais e matemática, Natal, 2019

AZERÊDO. M, A; RÊGO. G, R. **Linguagem e Matemática: a importância dos diferentes registros semióticos**. Revista Temas em Educação, João Pessoa, v.25, Número Especial, p. 157-172, 2016

Banco Central do Brasil. **Dinheiro no Brasil** / Banco Central do Brasil. – 2. ed. – Brasília : BCB, 2004. 36 p. : il. Programa de Educação Financeira (PEF-BC) 1. Moeda – Livro didático. I. Título.

BARROS, J. A. **Os conceitos na história: considerações sobre o anacronismo.** Ler História. 71. 155-180. 10.4000/lerhistoria.2930, 2017

BARROS, J. D. **O projeto de pesquisa em História: Da escolha do tema ao quadro teórico.** Petropólis, RJ. Vozes, 2005

BERGGREN, L. **Islamic Mathematics. In: The Cambridge History of Science**. volume 2. Medieval Science. Edited by David Lindberg and Michael Shank. Cambridge University Press New York, 2013

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018

BURGHARTZ, S. **Covered Women? Veiling in Early Modern Europe**. University of Basel. . Published by Oxford University Press on behalf of History Workshop Journal, all rights reserved, 2015

CAIXETA, E. M. **Abordagem historiográfica da história da Península Ibérica Medieval e da influência cultural árabe no Brasil**. Revista (Entre Parênteses) Número 8, Volume 2, – ISSN 2238-4502, 2019

CAMPOS, D. A. **Algoritmos de Aproximação de Raízes Quadradas**. Dissertação (Mestrado em Matemática). Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife, 2014.

CASULLERAS, J. **The instruments and the exercice of astrology in the Medieval Arabic Tradition**. Archives Internationales des Sciences, 63, pp. 517-540, 2013

CRUZ, E. C. V. B. **Temporalidades, Anacronismo e o Ensino de História**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de História). Universidade Federal do Pará. Ananindeua/PA , 2019

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/325949541_Revisoes_da_literatura_cientifica_tipos_metodos_e_aplicacoes_em_enfermagem

DIAS, M. S; SAITO, F. **Interface entre História e Ensino de Matemática: aspectos teóricos e metodológicos**. VII CIBEM ISSN 2301-0797. Montevideo, Uruguay, 2013.

Disponível em : https://www.researchgate.net/publication/299580114_Pike_Kenneth_Lee. Acessado em, agosto de 2021

DJEBBAR, A. **Les mathématiques dans l'espace méditerranéen: l'exemple d'al-Andalus et du Maghreb.** History and Pedagogy of Mathematics, Montpellier, France. ffhal-01349234f. Julho de 2016

DJEBBAR, A. **Les mathématiques dans le Maghreb medieval.** BULLETIN de l'AMUCHMA n° 15. Maputo (Mozambique), Institut Supérieur Pédagogique 1995

DJEBBAR, A**. On mathematical activities in North Africa since the 9th century. First part: mathematics in the medieval Maghreb.** BULLETIN de l'AMUCHMA n° 15. Maputo (Mozambique), Institut Supérieur Pédagogique 1995

DRUON, M. **O menino do dedo verde.** Tradução de D. Marcos Barbosa. – 112.º. Ed.- Rio de Janeiro, 2018

Educação e História da Matemática – Volume 08, Número 23, 677 – 690, 2021

FASI, M. **História geral da África, III: África do século VII ao XI**. 1056 p. ISBN: 978-85-7652-125-9. Brasília : UNESCO, 2010

FENDLER, I. **The upside of Presentism. Professorado**. Revista de Currículum y Formación de Professorado, Vol. 13, Núm. 2, pp. 1-15. Universidade de Granada. España. Agosto de 2009

FILHO, O. F. **O que é falso sobre *Fake News*?** Revista USP • São Paulo • n. 116 • p. 39-44 • janeiro/fevereiro/março 2018

FRIED, M. N. **Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist?** Science & Education 10: 391–408, 2001

FRIED, M. N. **Didactics and history of mathematics: knowledge and self-knowledge.** Educational Studies in Mathematics. DOI: 10.1007/s10649-006-9025-5, 2007

HEADLAND, T. **Pike, Kenneth Lee**. The Encyclopedia of Applied Linguistics (pp.1-4). Edição: primeira. Editor: Blackwell Publishing Ltd. Editores: Carol A. Chapelle. Janeiro de 2013

HEBERT, E; AISSANI; BOUFRIOUA, A Les mathématiques d'Ibn al-Banna (1256 – 1321) de Marakech**. Edição: IREM de Rouen**. ISBN: 2-86239-063-1. 133 páginas. Janeiro de 1995

históricos e uma abordagem pedagógica: VIII Encontro Nacional de Educação
HOLANDA, S. B. **Escritos Coligidos - Livro II: 1950-1979:** Volume 2 C. Editora Unesp; 1ª edição (25 março 2011)

KAIUCA, A. M. **al-Jabr e al-mugabalah: Percurso, linguagem, ciência, cotidiano e contos orais.** 2012. 292 p. Tese (Doutorado em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia – HCT. Universidade Federal do Rio de Janeiro- UFRJ). Rio de Janeiro, 2012

KATZ, V. J. A **history of mathematics .3rd ed. p. cm. Includes bibliographical references and index**. ISBN 0-321-38700-7 1. Mathematics—History. I. Title. QA21.K.33, 2009

KATZ, V. J. **Using the History of Calculus to Teachus**. Science & Education, 243-249, 1993

LIMA, M. S. **A narrativa como experiência interativa: uma análise da prática narrativa e ficcional no videogame.** Monografia em literatura apresentada ao Instituto de Letras da Universidade de Brasília como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharelado em Letras (Língua Inglesa e Respectivas Literaturas). Brasília – DF, 2018

MARTINEAU, J. **Quadrivium: as quatro artes clássicas da aritmética, da geometria, da música e da cosmologia.** Tradução Jussara Trindade de Almeida.- São Paulo: é Realizações (Coleção Clássica), 2014.

MARTINS, R. A. **Seria possível uma história da ciência totalmente neutra, sem qualquer aspecto whig?** Boletim de História e Filosofia da Biologia **4** (3): 4-7, set. 2010. Versão online disponível em: <http://www.abfhib.org/Boletim/ Boletim-HFB-04-n3-Set-2009.pdf >. Acesso em 27/03/2022

Matemática ,15 a 18 de julho de 2004.

MELLAK, l; AMARA. A. **Découverte d'un écrit mathématique du Maghreb Médiéval : le commentaire d'al-Uqbānī (m. 811/1408).** Université Émir Abdelkader – Constantine, AAM, 24. 111-122, 2017

MERNISSI, F. **Las sultanas olvidadas: la historia silenciada de las reinas del Islam.** Barcelona: El Aleph Editores, S.A, 2003

MIGUEL, A. **Formas especulares e não-especulares de se conceber a relação entre História, Epistemologia e Educação Matemática** / Campinas, SP: FE/UNICAMP, 1997

MOREY, B. **O mundo islâmico medieval e os estudos em Ciências e Matemática . Estudos em ciências e matemática no mundo islâmico medieval.** Livro eletrônico. Organizadoras Bernadete Morey, Ana Carolina Costa Pereira. 1. ed. Fortaleza, CE . Editora da UECE, 2021

MOREY, B.B. **The Russian Historiography on Islamic Mathematics**. 2017, Anais do XII SNHM. Disponível em: https://www.academia.edu/38084733/The_Russian_Historiography_on_Islamic_Mathematics.pdf

MOREY. B. B; OLIVEIRA, D. P. A; NASCIMENTO, A. P. P. **Tópicos de história da matemática islâmica medieval.** Histórias da Matemática em Estudos e no Ensino; 1. ed. – São Paulo: Livraria da Física, 2021

MOREY. B. B; OLIVEIRA, D. P. A; NASCIMENTO, A. P. P. **Tópicos de história da matemática islâmica medieval. Histórias da Matemática em Estudos e no Ensino**; 1. ed. – São Paulo: Livraria da Física, 2021

MOURA. R. A. **Um estudo sobre a Instituzioni Analitiche de Maria Gaetana Agnesi: Álgebra e Análise na Itália setecentista.** Tese (Doutorado) Aresentada à Banca Examinadora da Pontífica Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2017

MUBARAK, C. **Islamismo: una introducción**. Copyright de la edición en español Tradução: Hellen Ramiro de Araújo Edição: Junta de Missões Mundiai. Despertarespiritual.es (SEVILLA, ESPAÑA), 2014

NARDI, L. V. S. **Harmonia dos opostos, Diversidade e Contradição** em [...] Revista Opinião Filosófica, Porto Alegre, v. 05; nº. 01, 2014

NIANE, T. D. **História geral da África, IV: África do século XII ao XVI** . 2.ed. rev. – Brasília : UNESCO, 2010

NOBRE, S. **Leitura crítica da História: reflexões sobre a História da Matemática**. Ciência & Educação, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004

OLIVEIRA, D. P. A. **Notas de Análise Combinatória na Matemática Islâmica.** Número Especial – I Encontro Cearense de Educação Matemática Boletim Cearense de

OLIVEIRA, V. Z; BARBOSA, G. **Sobre a importância da tradução na pesquisa em História da Matemática.** Edição Especial da Revista Brasileira de História da

Matemática - Vol. 18 n o 36 - pág. 1-9. Publicação Oficial da Sociedade Brasileira de História da Matemática ISSN 1519-955X, 2018

PETERS, J, R. **A História da Matemática no Ensino Fundamental uma análise de livros didáticos e artigos sobre História.** Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, Santa Catarina, maio de 2005

PONTE, S. A. E; PONTES, S. G. E. **A Matemática é arretada: um colóquio entre dois irmãos matemáticos.** Revistas Psicologia e Saberes. v. 9, n. 14, 2019. ISSN 2316-1124

PRESTES, M. E. B. **O whiggismo proposto por Herbert Butterfield**. Boletim de História e Filosofia da Biologia **4** (3): 2-4, set. 2015. Versão online disponível em: <http://www.abfhib.org/Boletim/ Boletim-HFB-04-n3-Set-2009.pdf>. Acesso em 27/03/2022

RADFORD, L. **Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia**/ Luís Radforfd; organização e revisão técnica da tradução Bernadete Morey, Iran de Abreu Mendes. –São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

RADFORD, L. **On Psychology, Historical Epistemology, and the Teaching of Mathematics: towards a Socio-Cultural History of Mathematics. For the Learning of Mathematics** 17, 1, p. 26-33, February, 1997

RADFORD, L; FURINGHETTI, F; KATZ, V. **Introduction. The topos of meaning or the encounter of past and present**. Educational Studies in Mathematics, 66, 107-110, 2007

RIBEIRO, N. V. C.C. **O tratamento dado pelos muçulmanos aos Moçárabes em Alandalus.** XIX Encontro de História da Anpuh – Rio. História do Futuro: Ensino, Pesquisa e Divulgação Científica. Setembro de 2020
Rural de Pernambuco. Recife, 2014.

SAIDI, O. **A unificação do Magreb sob os Almóadas. História geral da África, IV: África do século XII ao XVI** . 2.ed. rev. – Brasília : UNESCO, 2010

SAMSÓ, J. **Ibn al-Banna': Abu al-'Abbas Aḥmad ibn Muhammad ibn 'Uthman al-Azdai al-Marrakushi**. In: Thomas Hockey *et al.* (eds.) *A* Enciclopédia Biográfica de Astrônomos . Nova York: Springer, 2007, pp. 551-552. 2007

SENKO, C. E; GUIMARÃES, M. L. **IBN KHALDUN (1332-1406) E UM OLHAR MUÇULMANO SOBRE A PENÍNSULA IBÉRICA**. Revista Vernáculo, n. 23 e 24, 2009

SHURIYE, O. A: DAOUD, J. I. **Islamic Mathematical Sciences.** Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 5(3): 51-59, ISSN 1991-8178, 2011

SIDOLI, N; BRUMMELEN, V. G. **From Alexandria, Through Baghdad: Surveys and Studies in the Ancient Greek and Medieval Islamic Mathematical Sciences in Honor of J.L. Berggren.** ISBN: 3642367364, 9783642367366. 583 páginas, 2013

SILVA, R. A. **Matemáticas a ensinar e para ensinar em dissertações e teses sobre História da Matemática para o ensino**. Tese de Doutorado. -Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação. Natal, 2020

SOUSA. M, C. **As definições de alma segundo o Kitāb al-nafs de Avicena: os limites de três definições em vista da sua substancialidade**. ANALYTICA, Rio de Janeiro, vol 20 nº 1, p. 83-110, 2016

VAZQUEZ, C. M. R.,NOGUTI, F. C. H. **Analise Combinatória: alguns aspectos**

VERNET, J. **Contribución al estudio de la labor astronómica de Ibn al-Banna**ʾ. Tetuán: Editoria Marroquí, 1951.

10- COMPÊTENCIAS E HABILIDADES BNCC

Quadro 2:

MATEMÁTICA ENSINO FUNDAMENTAL	
UNIDADE TEMÁTICA	**OBJETOS DE CONHECIMENTO**
1 (UM)	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.

Quadro 3:

MATEMÁTICA ENSINO FUNDAMENTAL	
CÓDIGO	**HABILIDADE**
EF06MA07	Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
EF05MA01	ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal

Quadro 4:

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS ENSINO MÉDIO	
UNIDADE TEMÁTICA	**OBJETOS DE CONHECIMENTO**
5 (CINCO)	Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. É possível, por exemplo, desenvolver um projeto com a História, visando ao estudo do dinheiro e sua função na sociedade, da

	relação entre dinheiro e tempo, dos impostos em sociedades diversas, do consumo em diferentes momentos históricos.
(EM13MAT310)	Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

Quadro 5:

CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS APLICADAS ENSINO MÉDIO	
UNIDADE TEMÁTICA	**OBJETOS DE CONHECIMENTO**
	Há hoje mais espaço para o empreendedorismo individual, em todas as classes sociais, e cresce a importância da educação financeira e da compreensão do sistema monetário contemporâneo nacional e mundial, imprescindíveis para uma inserção crítica e consciente no mundo atual.

Quadro 6:

CIÊNCIAS HUMANAS – HISTÓRIA ENSINO FUNDAMENTAL	
UNIDADE TEMÁTICA	**OBJETOS DE CONHECIMENTO**
5 (CINCO)	Comparar eventos ocorridos simultaneamente no mesmo espaço e em espaços variados, e eventos ocorridos em tempos diferentes no mesmo espaço e em espaços variado.

Quadro 7:

CIÊNCIAS HUMANAS – HISTÓRIA ENSINO FUNDAMENTAL

CÓDIGO	HABILIDADE
EF06HI18	Analisar o papel da religião cristã na cultura e nos modos de organização social no período medieval.
EF05HI03	Analisar o papel das culturas e das religiões na composição identitária dos povos antigos

Quadro 8:

ENSINO RELIGIOSO ENSINO FUNDAMENTAL	
CÓDIGO	**COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS**
DOIS (UM)	Compreender, valorizar e respeitar as manifestações religiosas e filosofias de vida, suas experiências e saberes, em diferentes tempos, espaços e territórios.