

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
MESTRADO PROFISSIONAL EM CONTRUÇÕES METÁLICAS

## **INVESTIGAÇÃO DE ESTRUTURAS ARQUEADAS PELA TEORIA DA ESTÁTICA GRÁFICA**

**MARIANA MOREIRA QUEIROZ DE SOUSA**

Orientadores: Prof. Clécio Magalhães do Vale

Prof. Ernani Carlos de Araújo

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Construções Metálicas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências das Construções Metálicas.

Ouro Preto, Maio de 2019

S725i

Sousa, Mariana Moreira Queiroz de.

Investigação de estruturas arqueadas pela teoria da estática gráfica  
[manuscrito] / Mariana Moreira Queiroz de Sousa. - 2019.

60f.: il.: color.

Orientador: Prof. Dr. Clécio Magalhães.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de  
Mínas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia das Construções.

Área de Concentração: Construção Metálica.

1. Colunas metálicas - Arco. 2. Colunas metálicas - Abóbada. 3. Aço -  
Estruturas arqueadas. 4. Estática gráfica . I. Magalhães, Clécio. II.  
Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 624.014

Catálogo: [www.sisbin.ufop.br](http://www.sisbin.ufop.br)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
Universidade Federal de Ouro Preto  
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia das Construções  
Mestrado Profissional em Construção Metálica



## ESTÁTICA GRÁFICA: INVESTIGAÇÃO DOS MÉTODOS CONSTRUTIVOS DE ESTRUTURAS ARQUEADAS

**AUTORA: MARIANA MOREIRA QUEIROZ DE SOUSA**

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 25 de abril de 2019, pela comissão examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Clécio Magalhães do Vale, D. Sc. – DEARQ/UFOP (Presidente)

Prof. Ernani Carlos de Araújo, D. Sc. – DECIV/UFOP

Prof. Flávio Teixeira de Souza, D. Sc. – IFMG

Prof. Adriano Pinto Gomes, D. Sc. – IFMG

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1:</b> Força atuante no arco .....	13
<b>Figura 2:</b> Civilizações .....	14
<b>Figura 3:</b> Cidade/ Império Romano .....	15
<b>Figura 4:</b> Arco Abatido.....	16
<b>Figura 5:</b> Arco Aviajado .....	16
<b>Figura 6:</b> Arco Capaz .....	17
<b>Figura 7:</b> Arco Tudor .....	17
<b>Figura 8:</b> Arco Gótico .....	18
<b>Figura 9:</b> Arco Mourisco .....	18
<b>Figura 10:</b> Arco Pleno.....	19
<b>Figura 11:</b> Arco Tribolado.....	19
<b>Figura 12:</b> Terminologia Arco .....	20
<b>Figura 13:</b> Tipos de abóbodas.....	22
<b>Figura 14:</b> Abóbada de berço, Ruínas do templo de Ramses – Egito.....	23
<b>Figura 15:</b> Basílica de Santa Maria del Fiore.....	24
<b>Figura 16:</b> Linha do tempo dos modelos teóricos científicos.....	25
<b>Figura 17:</b> Paralelogramo e Transmissibilidade .....	30
<b>Figura 18:</b> Polígono de Forças .....	30
<b>Figura 19:</b> Resultante de Forças .....	31
<b>Figura 20:</b> Relação de Força e forma.....	32
<b>Figura 21:</b> Forças .....	33
<b>Figura 22:</b> Linha de empuxo representada em dois tipos de arcos .....	33
<b>Figura 23:</b> Diagrama de decomposição de forças atuantes em uma abóbada. ....	34
<b>Figura 24:</b> Arco simétrico com linha de empuxe e polígono de forças. ....	35
<b>Figura 25:</b> Seções de pilares em T e seu núcleo central de inércia. ....	36
<b>Figura 26:</b> Variação da linha de empuxo.....	37
<b>Figura 27:</b> Vista interna abobadilha.....	41
<b>Figura 28:</b> Desenho esquemático das juntas da abóbada. ....	42
<b>Figura 29:</b> Junta com ângulo de 30° e primeira fiada de tijolos. ....	43
<b>Figura 30:</b> Assentamento de tijolos para execução da abóbada. ....	43
<b>Figura 31:</b> Abobadilha Convento de Santo Domingo de Valência, Espanha...	44

<b>Figura 32</b> : Execução Abóbada Mexicana, primeiro tijolo e primeiras fiadas...	45
<b>Figura 33</b> : Execução abóbada mexicana, começa nos cantos até chegar ao centro. ....	46
<b>Figura 34</b> : Vista interna Abóbada mexicana.....	46
<b>Figura 35</b> : Execução abóbada, preparação do terreno e sapatas para os pilares.....	47
<b>Figura 36</b> : Execução abóbada, ferragem e forma de madeira para colocação de tijolos. ....	48
<b>Figura 37</b> : Abóbada finalizada.....	48
<b>Figura 38</b> : Desenho 3D esquemático do projeto. ....	49
<b>Figura 39</b> : Aplicação estática gráfica no projeto.....	51
<b>Figura 40</b> : Linha de empuxo.....	51
<b>Figura 41</b> : Polígono de forças para resultante peso.....	52

## Sumário

Sumário.....	6
1 Resumo .....	9
2 Introdução .....	10
2.1 Justificativa .....	11
2.2 Objetivos.....	12
2.3 Metodologia .....	12
3 Referencial Teórico: Arcos e Abóbadas .....	13
3.1 Arcos .....	13
3.1.1 História dos arcos .....	14
3.1.2 Tipos de Arcos.....	16
<b>Arco Abatido:</b> Arco de forma achatada em que o valor da flecha é inferior à metade do raio. É composto de três curvas de centros diferentes (Figura 4). .....	16
3.1.3 Terminologia.....	20
3.2 Abóbadas .....	21
3.2.1 Tipos de abóbadas .....	22
3.2.2 História das Abóbadas.....	23
4 Construção e análise do comportamento de arcos e abóbadas.....	25
4.1 Evolução: os modelos teóricos científicos .....	25
Figura 16: Linha do tempo dos modelos teóricos científicos .....	25
4.2 Análise da influência da estática gráfica nas projeções de estruturas arqueadas .....	28
4.3 Estática Gráfica .....	29
4.4 Técnicas de Construção de Abóbadas .....	40
4.4.1 Técnica portuguesa .....	41
4.4.2 Técnica mexicana.....	45
4.4.3 Técnica por Vitor Lotufo.....	47
5 Proposta projetual .....	49

6	Conclusão .....	57
7	Referências Bibliográfica .....	60

## **ABSTRACT**

The arches, together with the vaults, are among the greatest elements along the evolution of structural science. Arched structures can be found everywhere in the western and eastern architecture, and thus form a significant part of historical heritage in many emblematic buildings.

For centuries, its use has been based on structural rules built on tradition and empirical knowledge but, with the emergence of modern science, new tools enabled the scientific understanding of structural behavior and the elaboration of rules for its calculation. Thus, empirical knowledge coupled with basic rules for pre-scaling structures have been lost over time.

This research work involved a wide consultation of authors of graphic static reference to recover this knowledge and to facilitate the understanding of architects on the balance and pre-dimensioning of arched structures.

For this, comparisons were developed between the theories and methods discussed and, as a product of the work, an arched structure was designed based solely on the parameters of graphic static.

As a conclusion although the empirical methods have been abandoned and often replaced by constructive calculations, their teaching still is of great importance for the professionals of architecture. These methods guide the project development, considering the intrinsic difficulty of the traditional calculations and are the expression of the experience acquired on construction sites.

## 1 Resumo

Os arcos, juntamente com as abóbadas, são um dos grandes elementos da evolução da ciência estrutural. Estruturas arqueadas compõem a arquitetura ocidental e oriental, e, assim, fazem parte de forma significativa do patrimônio histórico, em grandes edifícios emblemáticos.

Durante séculos, sua utilização se fundamentou em regras estruturais baseadas na tradição e no conhecimento empírico, mas com o surgimento da ciência moderna, se desenvolveram ferramentas que possibilitaram a compreensão científica do comportamento estrutural e a elaboração de regras para o seu cálculo. Dessa forma, o conhecimento empírico juntamente com regras básicas para um pré-dimensionamento de estruturas foram se perdendo com o tempo.

Este trabalho de pesquisa envolveu uma consulta ampla de autores de referência da estática gráfica para recuperar esse conhecimento e facilitar a compreensão de arquitetos sobre o equilíbrio e o pré-dimensionamento de estruturas arqueadas.

Para isso desenvolveu-se comparações entre as teorias e métodos abordados e como produto do trabalho projetou-se uma estrutura arqueada baseada unicamente nos parâmetros da estática gráfica. Através de um triângulo de forças e de operações vetoriais determinou-se a linha de empuxo adequada para a estrutura projetada a fim de garantir que a mesma é estável.

Conclui-se que ainda que embora os métodos empíricos tenham sido abandonados e muitas vezes substituídos por cálculos construtivos, o seu ensino ainda é de extrema importância para os profissionais de arquitetura pois norteiam o desenvolvimento projetual, considerando à dificuldade intrínseca dos cálculos tradicionais e são a expressão da experiência adquirida nos canteiros de obras.

## 2 Introdução

A construção em alvenaria é uma das técnicas construtivas mais antigas. A sua simplicidade de execução, economia, durabilidade e sustentabilidade, contribuíram para a ampla divulgação deste material. Existe um elevado número de construções em alvenaria, nas quais as estruturas arqueadas assumem um papel relevante, pois permitem vencer vãos utilizando um material com fraca resistência à tração.

Estas estruturas tradicionais foram, historicamente, analisadas por meios gráficos, onde a forma e a geometria desempenharam um papel fundamental. A Estática Gráfica, na sua origem, foi uma ferramenta muito poderosa que consistiu, basicamente, em obter os polígonos funiculares de forças, usando métodos de geometria gráfica. (HUERTA, 2001).

Após o Renascimento surge o Barroco (séculos XVII e XVIII), quando ocorre uma estagnação nos desenvolvimentos de técnica de construção em alvenaria, em estruturas arqueadas (arcos, abóbadas). Mais tarde, com a revolução industrial, estes elementos de alvenaria começaram a tornar-se obsoletos e substituídos por elementos em ferro e aço. (SANTOS, 2014).

Hoje em dia são poucos os profissionais que dominam a técnica da construção de estruturas arqueadas em alvenaria. Os centros de ensino e investigação têm desvalorizado o ensino específico de estruturas de alvenaria, o que torna difícil a inversão do atual cenário. Contudo, ainda assim é necessário restauro e manutenção das estruturas já existentes, e também a necessidade da verificação da segurança deste tipo de estruturas. Assim, a comunidade científica tem constatado a necessidade de conhecer as técnicas construtivas, os métodos e regras de dimensionamento tradicionais.

A sobreposição dos procedimentos matemáticos sobre os métodos gráficos implicou em níveis mais elevados de racionalização dos métodos de projeto estrutural, mas também proporcionou uma desintegração entre projeto, cálculo e construção (conceitos que o método gráfico mantinha). A partir deste ponto, a separação entre engenharia e arquitetura se consolidou, deixando a estática gráfica principalmente como uma ferramenta didática para a compreensão de estruturas.

Considerando este aspecto pedagógico, o seguinte trabalho aborda a evolução das construções arqueadas e as contribuições que o método grafoestático proporcionou para o conhecimento do comportamento estrutural e a projeção desses sistemas construtivos, em especial pela Teoria da Linha de Empuxos.

A metodologia adotada baseou-se em consulta e análise crítica de fontes documentais e de referência sobre o tema a fim de descobrir e avaliar o melhor método para dimensionar construções arqueadas.

O seguinte trabalho foi organizado em capítulos. O primeiro e segundo capítulos tratam da definição e contextualização do tema abordado no trabalho. O terceiro capítulo apresenta um contexto histórico dessas construções. O quarto capítulo refere-se à evolução dos aspectos construtivos e modelos teóricos.

No quinto capítulo retoma-se a análise bibliográfica feita e a apresenta, de forma exemplificada, em um exercício projetual desenvolvido pela autora. Por fim, apresenta-se a conclusão do trabalho.

## **2.1 Justificativa**

É inegável a importância que as estruturas desempenham nas construções arquitetônicas e a dificuldade de estudantes e profissionais da área em compreendê-las bem.

O intuito desse trabalho é facilitar a compreensão do comportamento estrutural em arcos e abóbadas, apresentando recursos/mecanismos que proporcionem maior clareza na visualização deste comportamento, e orientando o processo de projeto arquitetônico para o desenho estrutural.

Nesse contexto a Estática Gráfica atua como uma ferramenta de projeto desde a fase inicial, próxima ao conceito de *form-finding*, ou seja, de otimização das soluções estruturais.

É indispensável compreender o comportamento estrutural para a avaliação do pré-dimensionamento, e desmistificar a origem do conhecimento na engenharia estrutural, pois o arquiteto detentor desse conhecimento torna-se

mais independente para projetar e explorar mais amplamente as possibilidades dessa tipologia estrutural e construtiva.

## **2.2 Objetivos**

### **Geral**

Investigar os sistemas construtivos dos arcos e abóbadas, em especial suas concepções e desenhos estruturais a partir dos métodos desenvolvidos pela Estática Gráfica.

### **Específicos**

Identificação de técnicas fundamentais, baseadas na estática Gráfica, para a projeção de estruturas arqueadas.

Apresentação de um método didático um pouco esquecido (estática gráfica) que facilita muito a projeção arquitetônica de arcos.

Explicação e aplicação das técnicas estudadas para a criação de um projeto de arco.

## **2.3 Metodologia**

A metodologia adotada consistiu em consulta e análise crítica comparada de fontes dos principais autores de referência do tema, livros, dissertações, artigos entre outros em meio eletrônico e físico.

Portanto, este trabalho foi embasado em fontes documentais e de referência que influenciam a organização e desenvolvimento do texto. Outras fontes e, portanto, a temática aqui desenvolvida representa uma contribuição pessoal, fornecendo uma dada sistematização do conhecimento em questão. Outras variantes de abordagens diferentes poderiam ser possíveis dentro deste mesmo tema, uma vez que o vasto conteúdo permitiria o envolvimento das mais diversificadas fontes documentais provenientes de várias origens.

### 3 Referencial Teórico: Arcos e Abóbadas

Nas variadas construções em alvenaria, são utilizadas estruturas curvas (arcos, abóbadas) por permitirem vencer vãos utilizando um material com resistência à tração. De fato, nas estruturas arqueadas, ao contrário do que acontece nas peças lineares submetidas à flexão, a transmissão de cargas resulta de um fluxo de tensões de compressão até os apoios, sem gerarem tensões de tração.

#### 3.1 Arcos

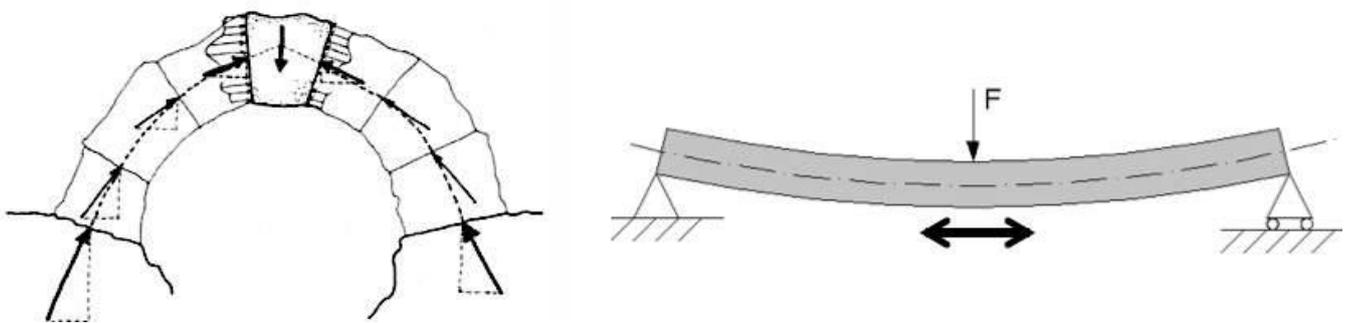


Figura 1: Força atuante no arco

Fonte: Huerta, 2001

Os arcos são elementos estruturais muito presentes nas construções desde a antiguidade. As civilizações antigas do Egito, da Babilônia, da Grécia e da Assíria já utilizavam arcos, mas foram os Romanos que passaram a utilizá-los em larga escala.

Interessante é que, mesmo sem cálculos estruturais no papel, essas civilizações construíram grandes obras utilizando o formato em questão. Isso se deve ao fato de essa estrutura resistir muito bem à esforços de compressão.

Tal característica torna viável a obtenção de vãos construtivos com a utilização de materiais de baixa resistência à tração. Antes do uso do aço e de outros materiais mais resistentes à tração, predominavam as construções em arco, pois os materiais disponíveis eram de origem granular ou rochosa, que resistem bem apenas aos esforços de compressão.

Nos arcos existe um conceito chamado de “**linha de pressão**”, ou seja, é um formato do arco para o qual o carregamento existente não provoca momento

fletor (Figura 1), sendo assim, o único esforço presente é o de compressão, e como normalmente os materiais dos quais são feitos os arcos resistem bem a esse tipo de esforço, eles são estruturas simples de serem reproduzidas. Este é o principal motivo pelo qual mesmo sem terem conhecimentos avançados acerca de cálculos de estruturas, as civilizações antigas conseguiam construir grandes obras com arcos imensos.

Ao longo da história da arquitetura o arco foi usado com várias funções, como: abrigo, tráfego, condução e contenção. Além disso, tem uma importância fundamental para evolução da construção. Segundo (TORROJA, 1960) o arco foi o maior invento tensional da arte clássica.

### 3.1.1 História dos arcos

Os primeiros relatos do uso de arcos em alvenaria são de 9.000 A.C. encontrados em escavações arqueológicas em Israel, pertencentes à civilização etrusca (HUERTA, 2001; NUNES, 2009). Há também relatos de arcos executados com tijolos de argila em Kafhaje, Iraque, 3000 A.C. (Figura 2).



Civilização Etrusca

Kafhaje, Iraque

**Figura 2:** Civilizações

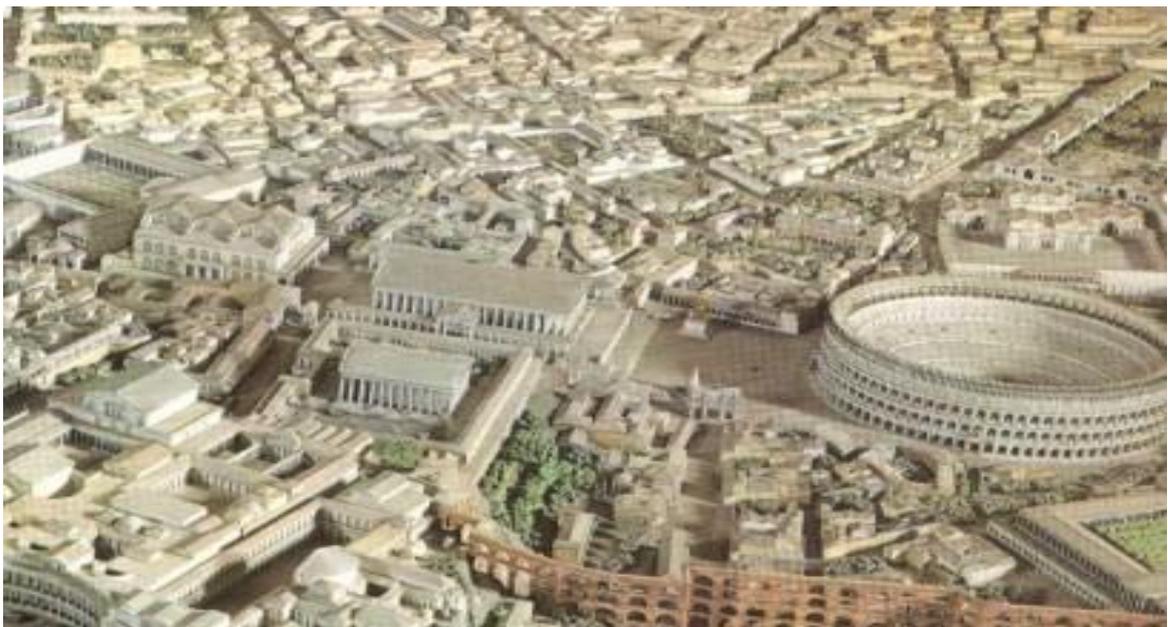
Fonte: <https://www.todamateria.com.br/etruscos>

As linhas retas da Grécia Clássica converteram-se em estruturas curvas que, estruturalmente, permitiram maiores vãos realizados com material mais durável. Suportado no legado do saber e cultura do antigo Egito e Grécia clássica, é no Império Romano que se dá o salto estrutural, no que se refere ao arco. Herdando da civilização etrusca o domínio do seu conhecimento

estrutural, a civilização romana aperfeiçoou o dimensionamento e aplicou regras de proporção geométrica que garantiram a estabilidade das construções (HUERTA, 2001; NUNES, 2009).

No que diz respeito à técnica construtiva do arco, os romanos começaram a recorrer a estruturas em madeira como suporte auxiliar da construção, com o objetivo de assegurar o funcionamento à compressão do arco (NUNES, 2009). Desenvolveram igualmente a técnica da produção de tijolos que passaram a ter dimensões normalizadas, além do surgimento de novas argamassas e o concreto.

Estes avanços possibilitaram ao Império Romano a execução de estradas, aquedutos, pontes, templos e, conseqüentemente, a utilização de novas técnicas e o emprego de novos materiais (Figura 3).

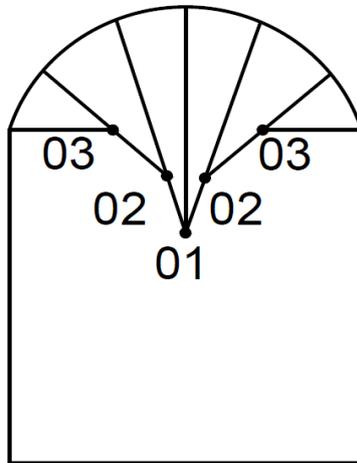


**Figura 3:** Cidade/ Império Romano

Fonte: <http://www.historia.avph.com.br/roma.php>

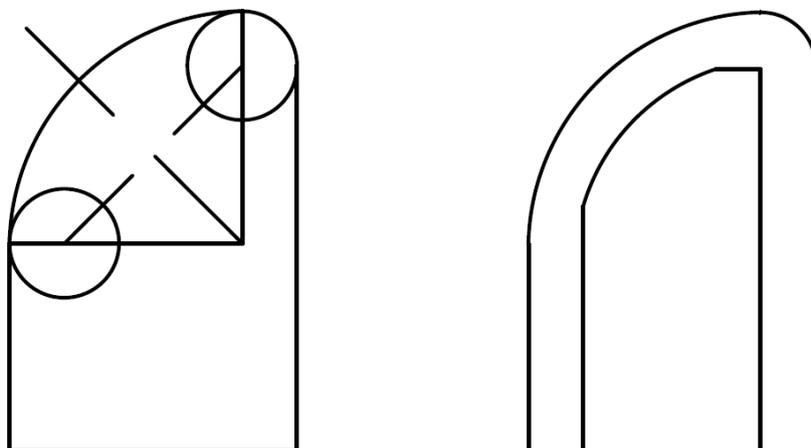
### 3.1.2 Tipos de Arcos

**Arco Abatido:** Arco de forma achatada em que o valor da flecha é inferior à metade do raio. É composto de três curvas de centros diferentes (Figura 4).



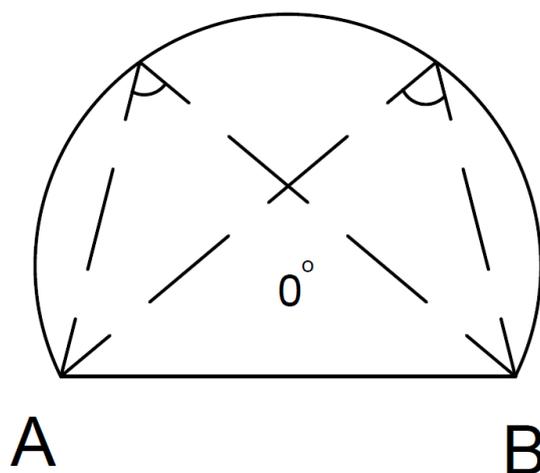
**Figura 4:** Arco Abatido  
Fonte: [www.mat.uel.br/geometrica](http://www.mat.uel.br/geometrica)

**Arco Aviajado:** Arco que não tem os seus extremos sobre a mesma linha horizontal (Figura 5).



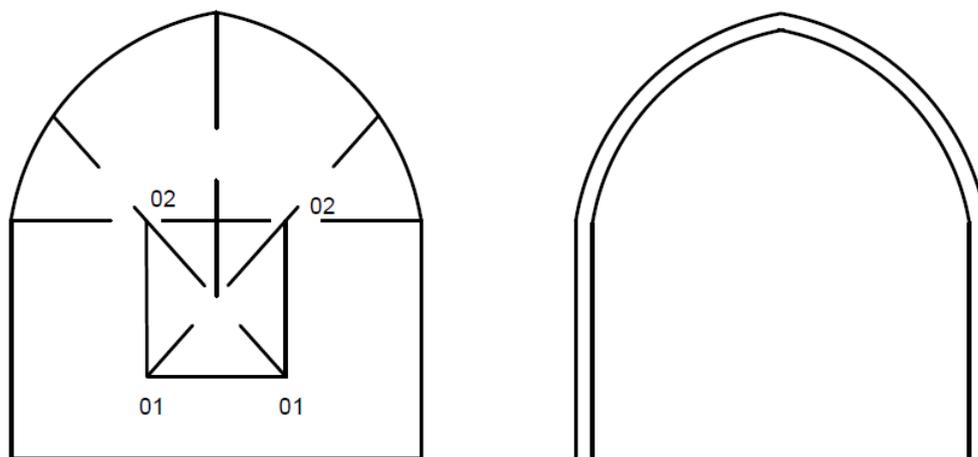
**Figura 5:** Arco Aviajado  
Fonte: [www.mat.uel.br/geometrica](http://www.mat.uel.br/geometrica)

**Arco Capaz:** É o lugar geométrico dos pontos do plano no qual um segmento é visto sob um mesmo ângulo (Figura 6).



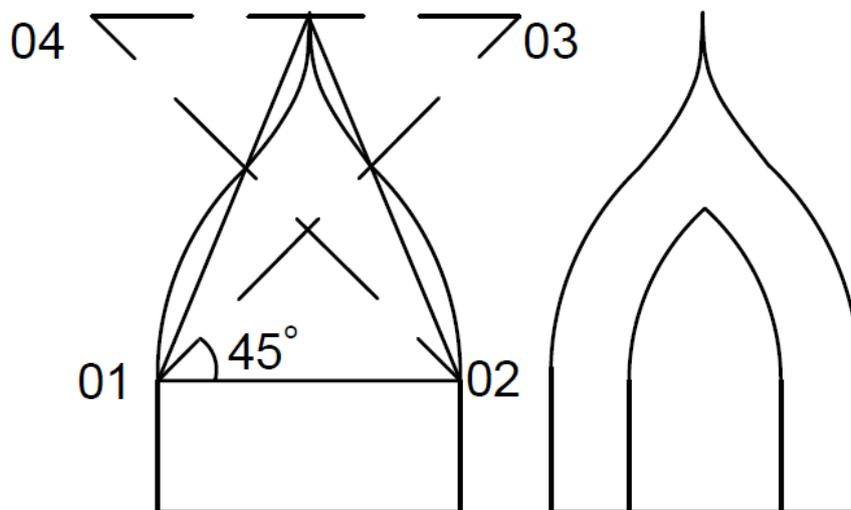
**Figura 6:** Arco Capaz  
Fonte: [www.mat.uel.br/geometrica](http://www.mat.uel.br/geometrica)

**Arco Tudor:** É um arco quebrado, agudo, constituído pela concordância de quatro arcos de circunferência: portanto, possui quatro centros (Figura 7).



**Figura 7:** Arco Tudor  
Fonte: [www.mat.uel.br/geometrica](http://www.mat.uel.br/geometrica)

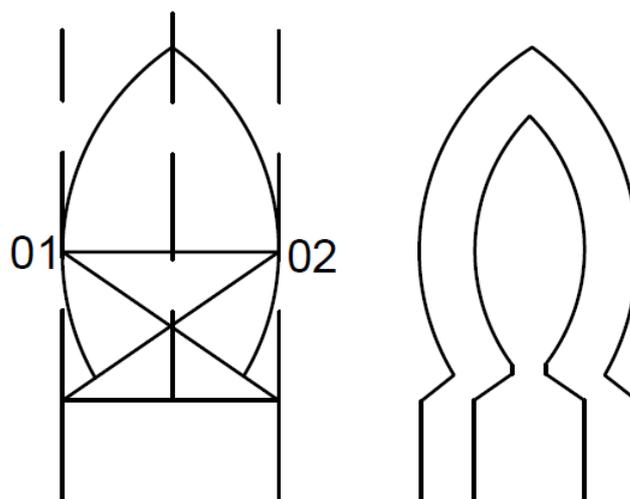
**Arco Gótico:** É um arco Tudor em ponta, logo, é constituído pela concor-  
dância de quatro arcos de circunferência e possui quatro centros (Figura 8).



**Figura 8:** Arco Gótico

Fonte: [www.mat.uel.br/geometrica](http://www.mat.uel.br/geometrica)

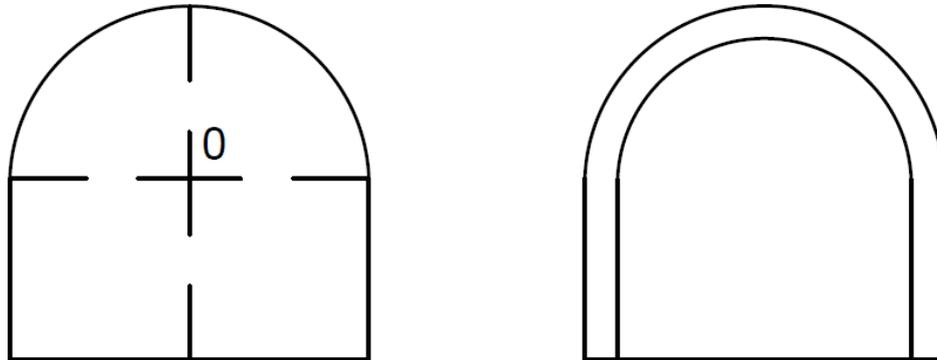
**Arco Mourisco:** É o arco cuja altura é maior do que a metade do vão ou  
abertura (Figura 9).



**Figura 9:** Arco Mourisco

Fonte: [www.mat.uel.br/geometrica](http://www.mat.uel.br/geometrica)

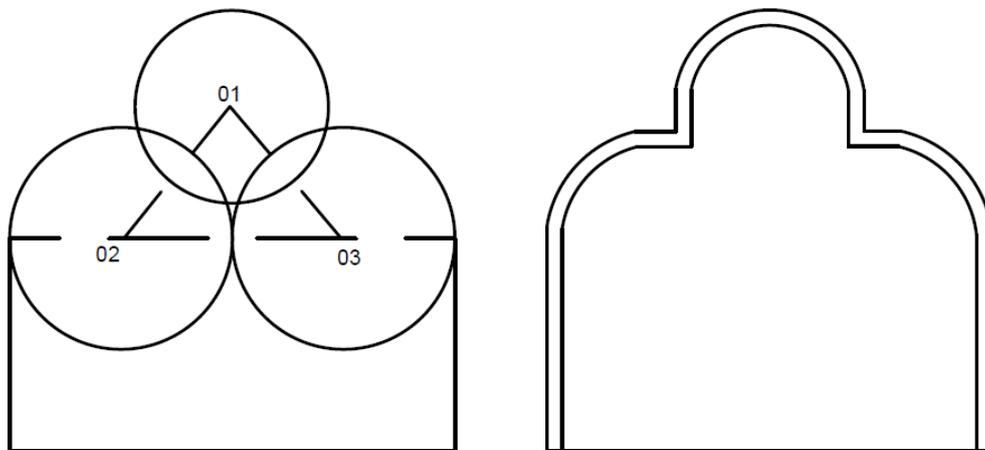
**Arco Pleno:** É o arco em que altura da flecha ou raio é igual a metade do vão ou diâmetro (Figura 10).



**Figura 10:** Arco Pleno

Fonte: [www.mat.uel.br/geometrica](http://www.mat.uel.br/geometrica)

**Arco Trilobado:** 3 arcos compostos por circunferências secantes (Figura 11).



**Figura 11:** Arco Trilobado

Fonte: [www.mat.uel.br/geometrica](http://www.mat.uel.br/geometrica)

### 3.1.3 Terminologia

O arco pode ter funções e formas muito diversas (NUNES, 2009) e, assim, na geometria do arco, pode haver variações relativas aos elementos constituintes, e na sua nomenclatura, como por exemplo: variações no número de aduelas, espessura do arco, sua abertura, existência, ou não, de colunas com pé direito e de enchimento do seu extradorso (GRANDJEAN, 2010) (Figura 12).

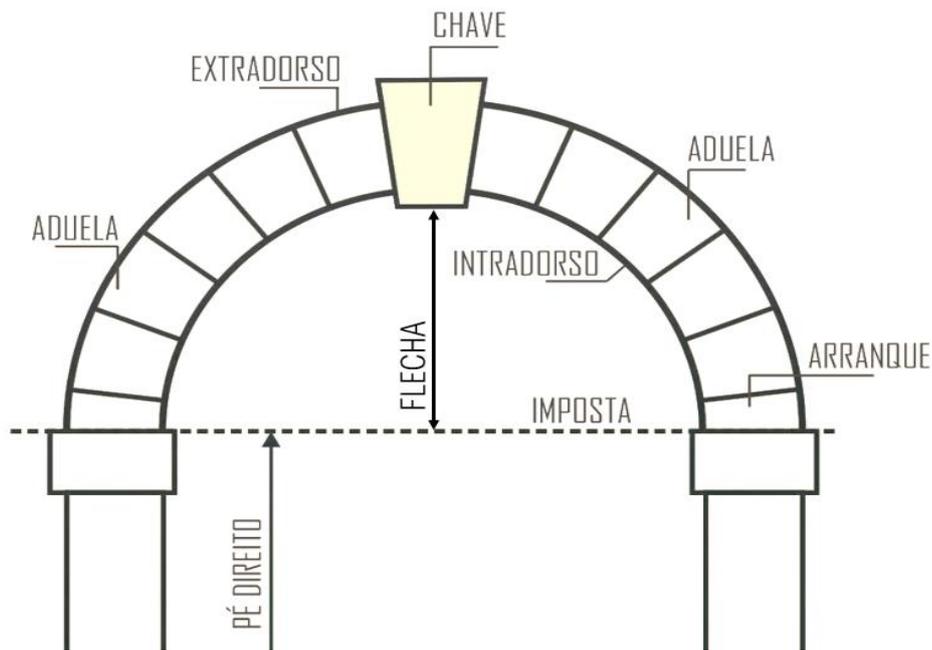


Figura 12: Terminologia Arco  
Fonte: <http://www.esacademic.com>

Abaixo as nomenclaturas aplicáveis com suas respectivas explicações:

**Chave:** Bloco superior que trava a estrutura, também designa o ponto de fecho de uma abóbada onde os arcos que a compõem se cruzam.

**Aduela:** Bloco em cunha que compõe a zona curva do arco e é colocada em sentido radial com a face côncava para o interior e a convexa para o exterior.

**Extradorso:** Face exterior e convexa do arco.

**Imposta:** Bloco superior do pilar que separa o pé-direito da flecha

**Intradorso:** Face interior e côncava do arco.

**Flecha:** Dimensão que se prolonga desde a linha de arranque até à face interior da chave.

### 3.2 Abóbadas

Abóbada é do ponto de vista geométrico, todo teto côncavo que tem origem em um arco que se desloca e/ou gira sobre o próprio eixo, cobrindo toda a superfície do teto.

Ainda que seja uma estrutura muito presente em vários períodos arquitetônicos (na arte barroca, na arquitetura catalã, e até mesmo na arquitetura modernista e contemporânea), desde o seu aparecimento até aos dias atuais, as abóbodas geram dúvidas que persistem quanto ao funcionamento estrutural e quanto aos métodos adotados para seu dimensionamento.

Contudo, com o desenvolvimento da mecânica estrutural a partir do século XVII, vários métodos de análise e dimensionamento surgiram com o objetivo de substituir o “cálculo tradicional” (baseado em regras geométricas) pelo “cálculo científico”.

As abóbadas são estruturas tridimensionais com desenvolvimento curvilíneo que tiveram outrora ampla utilização como suporte de pavimentos elevados de edifícios, quer monumental quer utilitários, e ainda como coberturas em galerias e aquedutos. A maior parte destas estruturas foi construída em alvenaria de pedra ou tijolo. (SANTOS, 2014).

São estruturas muito apropriadas para cobrir espaços arquitetônicos amplos com peças pequenas. Em edificações modernas o termo aplica-se a estruturas de coberturas curvadas, com espessura muito pequena, denominando-se *casca de ovo*.

Os materiais empregados em sua construção podem ser pedra, tijolo, aço, concreto armado, entre outros.

### 3.2.1 Tipos de abóbadas

Foram identificados catorze tipos de construção de abóbadas, que são agrupadas em três grupos, sendo a mais comum e a mais simples a de berço. As abóbadas de aresta e as de cruzeta são menos comuns, mas, ainda assim, existem inúmeros exemplares.

A abóbada de cruzeta é a mais difícil de construir, uma vez que não existem linhas guia ou referências a não ser a experiência e a sensibilidade do construtor.

Em relação às abóbadas de berço, estas se apoiam de forma contínua em duas paredes paralelas entre si, sendo comum o seu uso para vãos até cerca de 6,5 metros, embora possam atingir até 10 metros. Pelas suas características, são usadas, em geral, em espaços com planta estreita e alongada (Figura 13).

Por sua vez, as abóbadas de aresta resultam da intersecção em ângulo reto de duas abóbadas de berço, originando arestas no intradorso com traçado elíptico. Este tipo de abóbada é semelhante à abóbada nervurada característica do gótico, só que sem nervuras (Figura 13).

Já as abóbadas de cruzeta resultam também da intersecção de duas abóbadas de berço, mas, ao contrário das abóbadas de arestas, essas não se prolongam para um e outro lado da intersecção, o que faz com que não se formem arestas no intradorso, mas sim uma superfície curva que se abate (Figura 13).



Figura 13: Tipos de abóbadas

Fonte: [www.slideshare.net/MGQ](http://www.slideshare.net/MGQ)

### 3.2.2 História das Abóbadas

A utilização de estruturas arqueadas em alvenaria é uma técnica antiga. Supõe-se que o arco tenha sido inventado na Mesopotâmia e no Egito Antigo, há cerca de 6.000 anos. Porém, são os Romanos que de fato tiram partido das suas potencialidades, pois atingiram uma elevada maestria na concepção e construção destes elementos, o que lhes possibilitou a construção de estruturas amplas, de maiores dimensões e, simultaneamente, mais duráveis e resistentes. (SANTOS, 2014).

As abóbadas, tiveram resultado da generalização do arco e estima-se que tenham surgido pouco tempo depois.

Na Babilônia e no Egito identificaram-se exemplos de abóbadas de berço, com cerca de 5.000 anos de construção, executadas sem cimbra, através da técnica dos leitos inclinados (Figura 14).



**Figura 14:** Abóbada de berço, Ruínas do templo de Ramsés – Egito

Fonte: <http://44arquitetura.com.br/2018/11/arquitetura-egipcia/>

No período renascentista (séculos XV e XVI) foram privilegiadas as formas simples, cujos critérios são a regularidade e a simetria. No entanto, as construções de maior relevância são as igrejas com as suas enormes cúpulas que são as marcas deste período (Figura 15). Em geral, estas cúpulas são constituídas por duas cascas ligadas entre si por nervuras, o que permite uma alteração da geometria do interior para o exterior reduzindo o peso durante a construção. Normalmente as cúpulas externas servem de proteção à cúpula interior decorada.



**Figura 15:** Basílica de Santa Maria del Fiore  
Florença - Renascentista (século XV) - Filippo Brunelleschi  
Fonte: <http://www.portalitalia.com.br/artes>

## 4 Construção e análise do comportamento de arcos e abóbadas

### 4.1 Evolução: os modelos teóricos científicos

Desde sua criação, há mais de seis mil anos, o arco foi explorado por diferentes culturas e utilizado como solução estrutural e arquitetônica. Porém, sempre houve dois principais questionamentos: qual deve ser a forma do arco (ou abóbada) e qual deve ser a espessura dos apoios e contrafortes.

As regras estruturais que arquitetos e construtores utilizavam para responder a essas perguntas eram baseadas no conhecimento adquirido com a experiência na prática da construção, transmitido e renovado de geração em geração. (HUERTA, 2008)

Entretanto, na época do Renascimento (século XIV), iniciou-se um processo de desenvolvimento da ciência moderna. A racionalidade científica fechou espaço para regras estruturais baseadas no conhecimento empírico e essas começaram a ser vistas como insuficientes para determinar a adequação das estruturas. À medida que a Matemática e a Mecânica avançavam, consolidava-se o fim do conhecimento empírico. No começo do século XVII, regras estruturais passaram a implantar modelos teóricos científicos, que explicam até os dias atuais o comportamento das estruturas (Figura 16). (HUERTA, 2008)

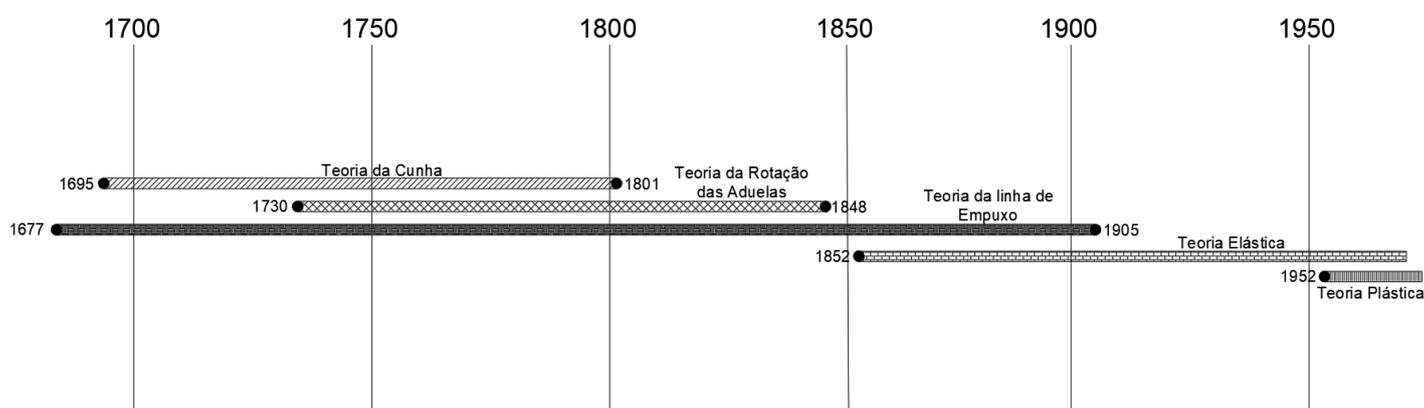


Figura 16: Linha do tempo dos modelos teóricos científicos  
Fonte: Produzida por Mariana M.Q. Sousa

## **Teoria das cunhas**

Teoria desenvolvida por Philippe de La Hire (1640-1718), aplica os conceitos da estática ao estudo do comportamento mecânico de arcos e abóbadas.

A teoria das cunhas tem raízes na teoria das máquinas simples, segundo a qual todos os mecanismos e engenhos podem ser reduzidos a um dos cinco “poderes mecânicos” (roda e eixo, alavanca, roldana, cunha e parafuso), ou a uma combinação entre eles.

Nesta teoria cada aduela é modelada como uma cunha independente, de onde resulta que o arco é modelado como um sistema de cunhas em equilíbrio. (KURRER, 2008; NUNES, 2009).

## **Teoria da rotação de aduelas**

As teorias da rotação de aduelas, se desenvolveu a partir da observação e do estudo dos mecanismos de colapso do arco. Estudos experimentais realizados no século XVIII (Danyzy, Boistard, Gauthey, Perronet, entre outros) levantaram evidências de que o arco tendia a falhar pela rotação de partes da arcatura sobre suas arestas, e não por deslizamento de aduelas entre si, como pressupunha a teoria das cunhas.

O trabalho de Coulomb (1773) foi especialmente importante na consolidação dessa abordagem teórica, embora a disseminação de seu uso na prática tenha se dado apenas posteriormente, em particular a partir do desenvolvimento de métodos gráficos de cálculo. (NUNES, 2009).

O foco principal dessas teorias está na determinação das condições limite de equilíbrio estático do arco por meio da análise de seus mecanismos cinemáticos de colapso. Os princípios gerais da teoria da rotação de aduelas coincidem com os da teoria plástica moderna aplicada ao arco de alvenaria, como comentado adiante. (NUNES, 2009).

## **Teoria da linha de empuxo**

O primeiro a estudar as linhas de pressões foi Franz Gerstner (1756-1832), mas a definição de linha de empuxo e a compreensão de sua relação com a estabilidade do arco, relativa tanto à rotação quanto ao deslizamento de aduelas, só surgiu mais tarde conjuntamente na França (Méry, 1830), Alemanha (Gerstner, 1831) e Inglaterra (Moseley, 1833).

A linha de empuxo é o lugar geométrico das consecutivas intersecções entre as direções das pressões atuantes nas juntas. Já a linha de resistência é o polígono que une os centros de pressões de cada junta. (HUERTA, 2008; KURRER, 2008).

## **Teoria elástica**

Desde início do século XIX, vinha se desenvolvendo uma teoria do arco elástico, que tratava dos arcos metálicos e de madeira, enquanto o arco de alvenaria era objeto de um campo próprio de investigação teórica. A aplicação da teoria da elasticidade para a determinação da linha de empuxo no arco de alvenaria, ou, em termos gerais, o desenvolvimento de uma teoria elástica do arco de alvenaria se converteu na linha de investigação hegemônica no final do século XIX (KURRER, 2008). A teoria significa a propriedade mecânica de certos materiais de sofrer deformações reversíveis, deformações quando se encontram sujeitos à ação de forças exteriores e de recuperar a forma original se estas forças exteriores se eliminarem.

Segundo (KURRER, 2008) em 1879 Alberto Castigliano baseou-se na teoria elástica para calcular Ponte Mosca, em Turin (Itália), considerando a alvenaria com resistência nula à tração.

## **Teoria Plástica**

A forma e a posição da linha de pressões são significativamente condicionadas por estes efeitos acomodativos, muitas vezes frequentes, pelo que a determinação da linha de pressões, embora possível, não é prática. Com base na teoria plástica, é possível determinar as condições de estabilidade e de segurança da estrutura, desde que se admitam (o que surge razoável dadas

as condições reais de utilização) para a alvenaria, os pressupostos de Heyman em 1966: resistência infinita à compressão; resistência nula à tração; não existência de deslizamento de aduelas.

A teoria plástica considera que o arco de alvenaria, em condição normal de serviço está sujeito a fenômenos como uma abertura ainda que muito diminuta em sua base, ou a cura heterogênea da argamassa, ou recalques, ainda que ínfimos, dos apoios, e que, como se trata de uma estrutura rígida, formam-se fissuras, que atuam como articulações, constituindo mecanismos de acomodação da estrutura às condições do ambiente. A forma e a posição da linha de empuxo são muito sensíveis a essas movimentações, que podem ser frequentes, de forma que a determinação da linha de empuxo para uma dada situação específica, ainda que fosse possível, não teria sentido prático.

Assim como a teoria da rotação de aduelas, a teoria plástica propõe, portanto, determinar as condições de estabilidade e de segurança da estrutura, assumindo para tanto, que a alvenaria tenha resistência infinita à compressão e resistência nula à tração e que não haja possibilidade de deslizamento de aduelas. (NUNES, 2009).

#### **4.2 Análise da influência da estática gráfica nas projeções de estruturas arqueadas**

Construtores da Idade Média e do Período Gótico foram capazes de erguer grandiosas estruturas, a maior parte delas ainda em funcionamento, aplicando regras empíricas (que prolongaram-se até o início do século XX) baseadas unicamente em proporções geométricas e na intuição.

De acordo com (LOTUFO, 2013) isso foi possível, pois a geometria não é um conhecimento obtido através de símbolos, isto é, ela pode ser descoberta por pessoas que se interessam pelo assunto. Para exemplificar, ele cita exemplos na natureza de organizações geométricas extremamente complexas que foram produzidas a partir de um simples jogo natural. Animais construtores como abelhas, vespas, cupins constroem intrincadas geometrias sem nunca terem ido à escola.

Contudo, com o desenvolvimento da mecânica estrutural a partir do século XVII, vários métodos de análise e dimensionamento surgiram com o objetivo de substituir o “cálculo tradicional” (baseado em regras geométricas) pelo “cálculo científico”.

### **4.3 Estática Gráfica**

Métodos gráficos são usados para otimizar os desenhos estruturais, o método funciona com a modificação de parâmetros parametrizados no diagrama de força.

A utilização da estática gráfica no design da estrutura facilita o processo de concepção do projeto, pois facilita o conhecimento da forma da estrutura e do fluxo de forças.

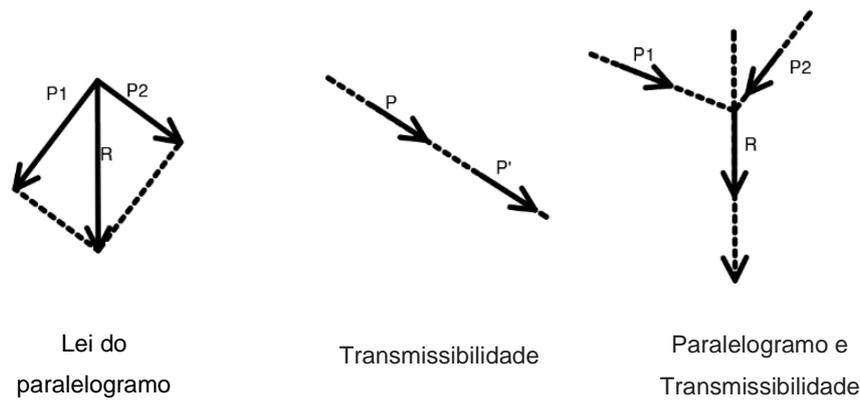
A estática gráfica é um ramo da mecânica que permite administrar as condições de equilíbrio de um sistema de forças graficamente. Segundo (BEER, 2007), a estática gráfica baseia-se em três princípios: a lei de paralelogramo, primeira lei de Newton e o princípio da transmissibilidade.

A lei de paralelogramo afirma que duas forças  $P_1$  e  $P_2$ , que atuam sobre uma partícula, são equivalentes em sua ação a uma única força resultante  $R$ , que é a diagonal do paralelogramo construído com os vetores dados.

A Primeira lei de Newton afirma que, se a força resultante de todas as forças que atuam sobre um corpo é zero, o corpo permanece em repouso.

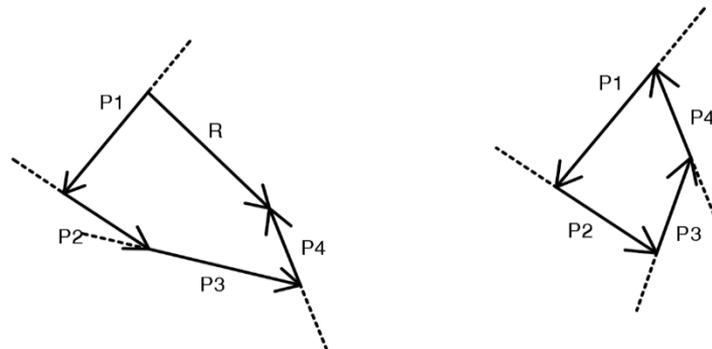
O princípio da transmissibilidade considera forças como vetores deslizantes, parte da evidência experimental de que uma força pode ser transmitida ao longo de sua linha de ação.

O princípio da transmissibilidade estabelece que as condições de um corpo permanecem inalteradas se a força  $P$  for substituída por uma força  $P'$ , da mesma magnitude e direção, mas aplicada em um ponto diferente na mesma linha de ação da combinação de ambos, o equilíbrio nos corpos é resolvido se aplicada no mesmo ponto (Figura 17).



**Figura 17:** Paralelogramo e Transmissibilidade  
 Fonte: Aplicaciones de la estática gráfica al diseño de estructuras mediante herramientas informáticas, 2010.

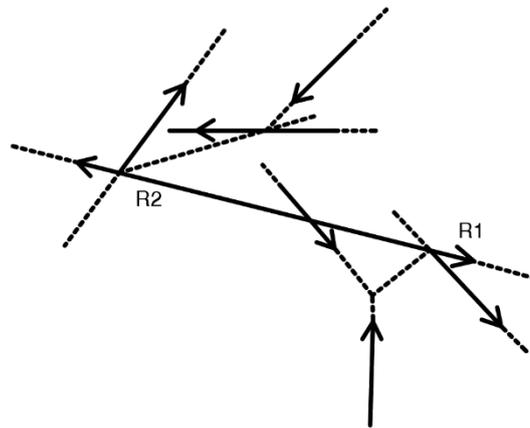
No caso em que mais de duas forças coplanares atuem em um corpo, pela combinação da lei do paralelogramo e o princípio da transmissibilidade, deve-se traçar o polígono de forças: se o polígono de forças formado pelas forças dadas P1, P2, P3 e P4 formam um polígono aberto, há uma força resultante R e não há equilíbrio de forças; se este polígono de forças é um polígono fechado não haverá força resultante e haverá equilíbrio de forças  $\Sigma F = 0$ , (BEER, 2007) (Figura 18).



**Figura 18:** Polígono de Forças  
 Fonte: aplicaciones de la estática gráfica al diseño de estructuras mediante herramientas informáticas, 2010.

Se as forças formarem um polígono fechado, é demonstrado que o sistema está em equilíbrio de forças  $\Sigma F = 0$ , mas pode haver um momento de rotação no sistema. As forças no polígono funicular em dois grupos com resultados

iguais e opostos  $R1$  e  $R2$  se denominou par resultante: no caso particular que as linhas de ação de ambos os resultados coincidem no polígono funicular, o sistema de forças está em equilíbrio de momentos em relação a qualquer ponto no plano  $\Sigma M = 0$  (Figura 19).

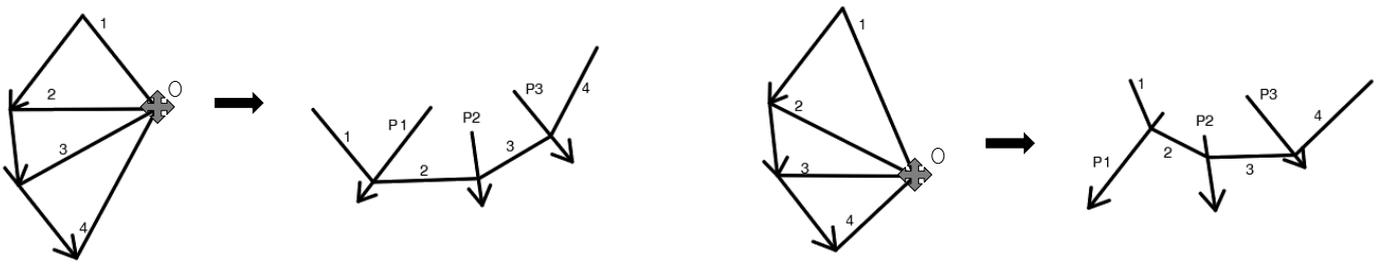


**Figura 19:** Resultante de Forças

Fonte: aplicaciones de la estática gráfica al diseño de estructuras mediante herramientas informáticas, 2010.

No caso em que mais de duas forças atuam em um corpo, mas todas elas não são contidas em um único plano, deve-se prosseguir em cada ponto da mesma forma que o agrupamento de forças dois para dois e a resultante deve ser nula para que o sistema esteja em equilíbrio. Caso este polígono de forças esteja aberto o valor do resultante será a magnitude e direção da força que deve ser aplicada ao sistema para que resulte em equilíbrio.

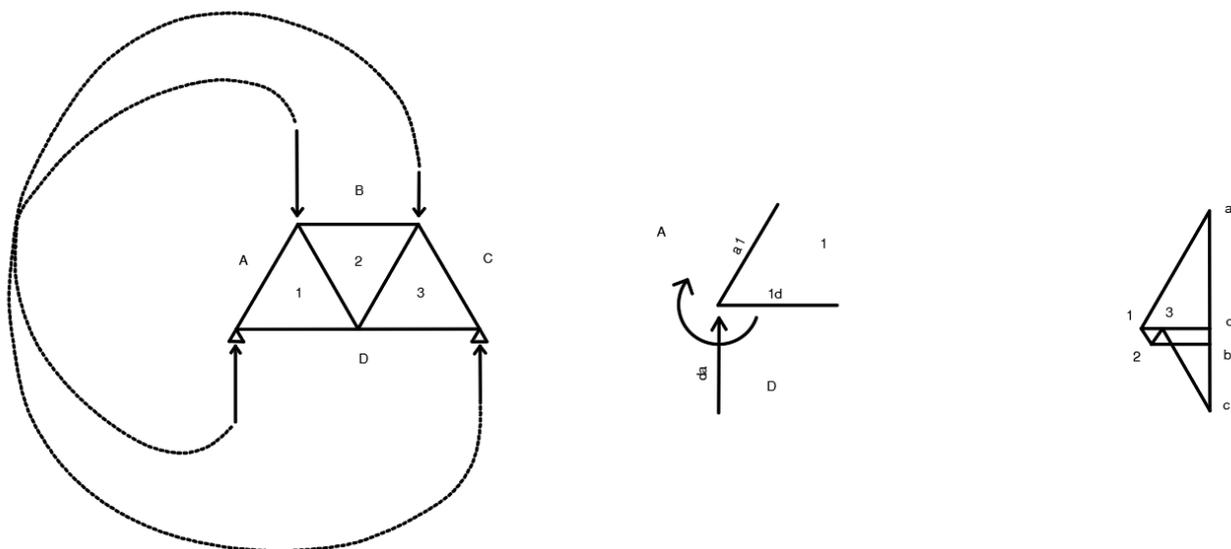
O polígono de forças e o polígono de forma estão diretamente relacionados. Uma vez que as forças são traçadas no diagrama de força, elas podem ser decompostas com o objetivo de desenhar um fluxo de forças, para isso um ponto  $O$  é denominado polo. Os raios polares são desenhados (retas conectando o polo  $O$  com os pontos finais e iniciais dos vetores de força), que representam o fluxo de forças na geometria. Através do movimento do polo  $O$  no diagrama de força a modificação da forma ocorre (Figura 20).



**Figura 20:** Relação de Força e forma

Fonte: aplicaciones de la estática gráfica al diseño de estructuras mediante herramientas informáticas, 2010

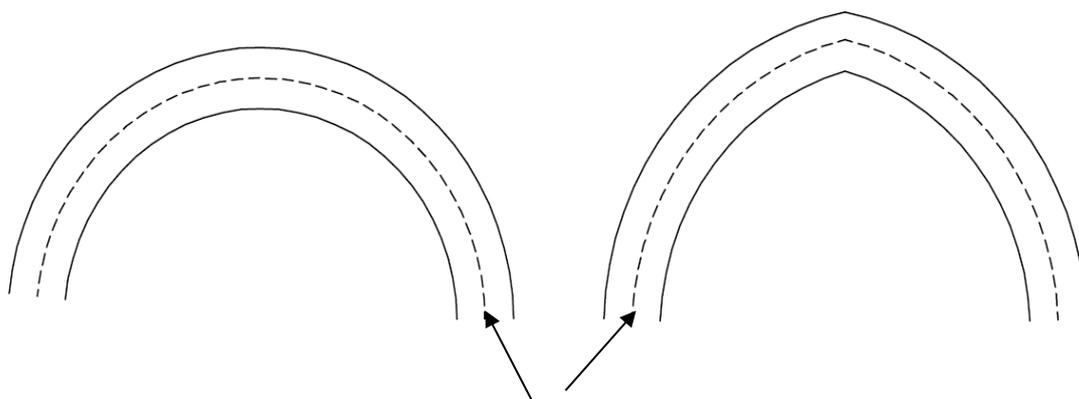
A nomenclatura de Bow completa e esclarece o método de Cremona, que tem como principal função relacionar o polígono funicular e o polígono de força por meio de referências alfanuméricas: as regiões internas à estrutura e delimitadas pelas barras do mesmo são nomeadas com números; regiões externas à estrutura, consideradas fechadas no infinito e delimitado por ações e reações, são nomeadas com letras maiúsculas. Para nomear cada força externa (ação ou reação) ou interna (esforços) será usado duas letras (letras minúsculas), números ou suas combinações: colocando-se em um nó, sentido de rotação (horário ou anti-horário, mas sempre igual), de acordo com as áreas próximas a cada. A primeira área será colocada, seguida pela segunda (a1, 23, 3d). Com este critério, o polígono de forças e o polígono de forma serão relacionados de acordo com o critério de reciprocidade (CREMONA ,2002), de modo que cada linha seja relacionada a uma linha, cada ponto com uma área e vice-versa (Figura 21).



**Figura 21:** Forças  
 Fonte: **aplicaciones** de la estática gráfica al diseño de estructuras mediante herramientas informáticas, 2010

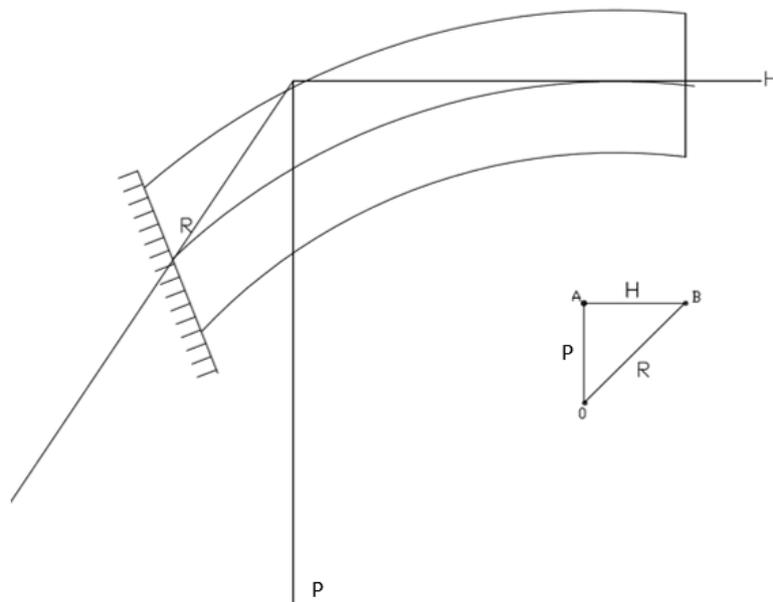
Por serem construções hiperestáticas, arcos e abóbadas não podem ter força e momento determinados exclusivamente com ajuda do conhecimento em equilíbrio.

O equilíbrio de uma abóbada é obtido através do estudo de uma linha de empuxo (linha curva que representa a trajetória dos empuxos, cuja direção é aproximadamente tangente à linha), com a ajuda de um polígono de forças que atravessam a abóbada (THUNNISSEN, 1950) (Figura 22).

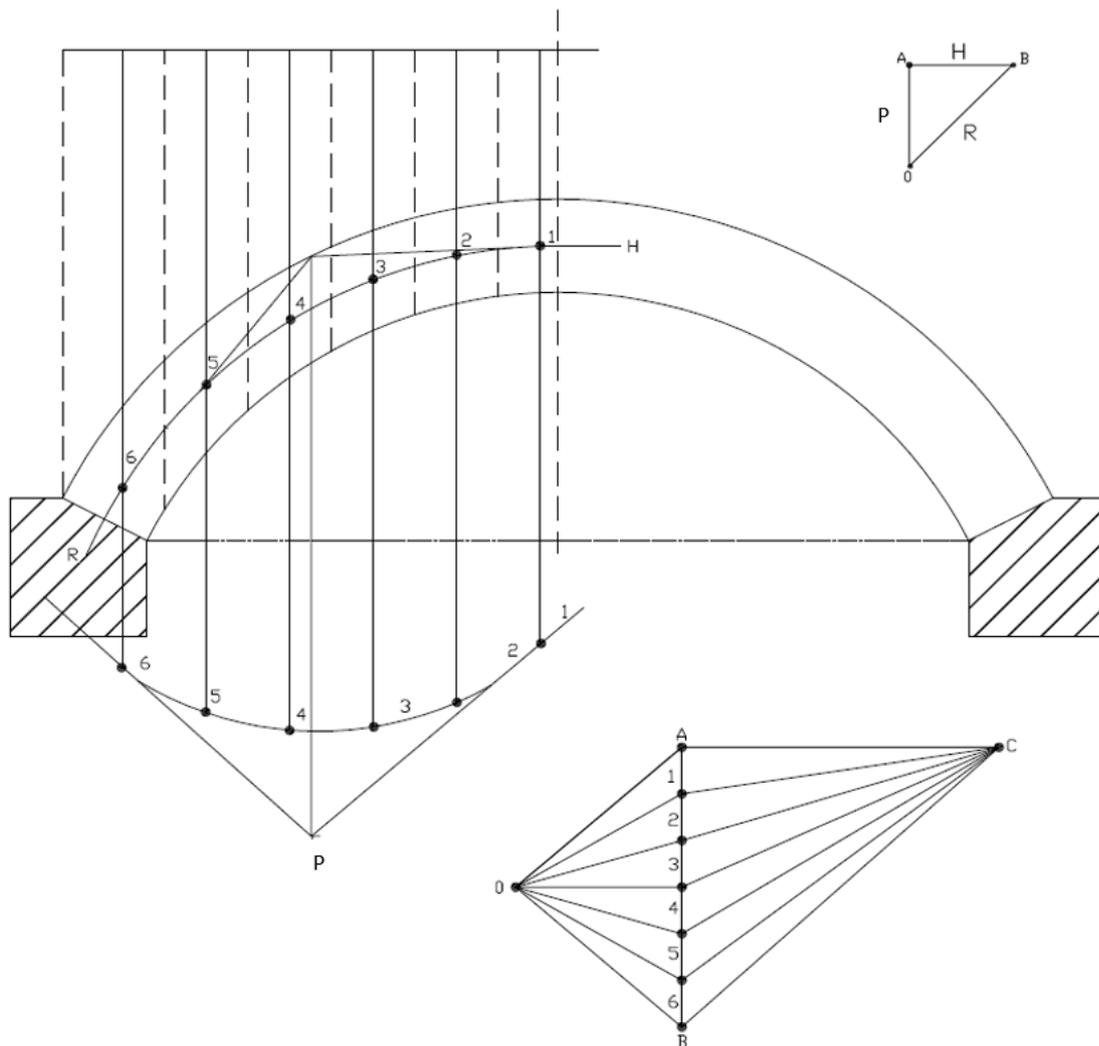


**Figura 22:** Linha de empuxo representada em dois tipos de arcos  
 Fonte: imagem produzida por Mariana M Q Sousa

O peso  $P$  de um arco pode ser decomposto, através de um triângulo de forças, em uma reação  $R$  passando pelo ponto médio da superfície inicial e em um empuxo na ponta  $H$ , passando pelo ponto médio em sentido oposto. Através do método de triangulação e com o auxílio de um polígono de forças  $OABC$  é possível calcular a resultante  $P$  do peso. Essa resultante corta o empuxo na ponta  $H$  no ponto que intercepta ao mesmo tempo o empuxo, na extremidade  $R$ . Assim, com auxílio do triângulo de forças  $ABC$ , é possível desenhar as linhas de empuxo do arco. (Figura 23 e 24).



**Figura 23:** Diagrama de decomposição de forças atuantes em uma abóbada.  
 Fonte: Imagem reproduzida do livro *Bóvedas: su construcción y empleo en la arquitectura*,  
 2012, por Mariana M Q Sousa.



**Figura 24:** Arco simétrico com linha de empuxe e polígono de forças.

Fonte: Imagem reproduzida do livro *Bóvedas: su construcción y empleo em la arquitectura*, 2012, por Mariana M Q Sousa.

Outro método para a análise da estabilidade das abóbadas é baseado na teoria da elasticidade a qual considera a abóbada como um sólido elástico. Em suas diferentes seções calculam-se momentos no núcleo para diferentes cargas atuantes e a partir delas deduzem-se as tensões e os pontos extremos das seções.

Os dois métodos para análise de estabilidade avaliam se as linhas de empuxo conduzem a resultados aceitáveis, se usam os cálculos como base para determinar o peso das abóbadas e se suas realizações resultam em um bom entendimento construtivo.

Vale ressaltar, porém, que ambos os métodos se apoiam em hipóteses que não são completamente exatas. O primeiro supõe que não ocorrerá nenhuma mudança da forma, ou seja, considera que depois da ação das forças as

diferentes partes estarão na mesma posição, uma sobre a outra. Considerando que esta suposição não é completamente real, uma única linha de empuxo que permaneça dentro do núcleo central não é suficiente, sendo necessário um pequeno grupo de linhas. No segundo método, o elástico, supõe-se que os materiais sigam a lei de Navier-hooke em relação às deformações. Porém, é importante ressaltar que o módulo de elasticidade não é constante para o material da abóbada e que a tração e a compressão também são diferentes. Apesar dessas limitações ambos os métodos fornecem uma compreensão suficiente da estabilidade das estruturas.

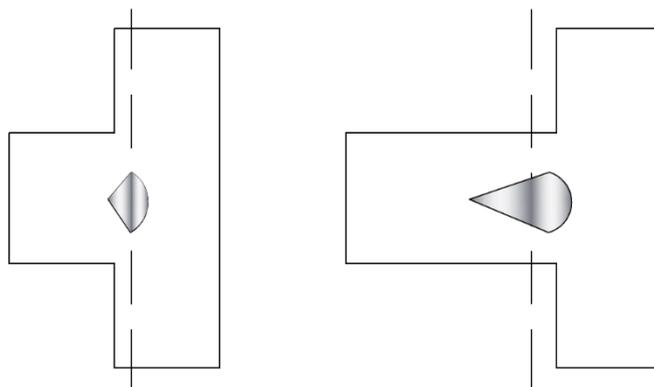
### **Análises de arcos e abóbadas**

#### *Influência da excentricidade dos empuxos*

Geralmente a seção de um arco cortada perpendicularmente a linha de diretriz será retangular. Podemos considerar uma abóboda de berço como uma série de arcos consecutivos, portanto, sua seção também será retangular.

Devido à resistência dos materiais, sabe-se que em uma seção não surgirá tração se a força de compressão atuante, dirigida perpendicularmente à seção, permanecer dentro do núcleo central de inércia.

Este núcleo é, em uma seção retangular, um losango no qual as diagonais são respectivamente iguais a um terço da longitude e a um terço da largura da seção. Em uma seção em T, a forma do núcleo central adota uma forma diferente (Figura 25).



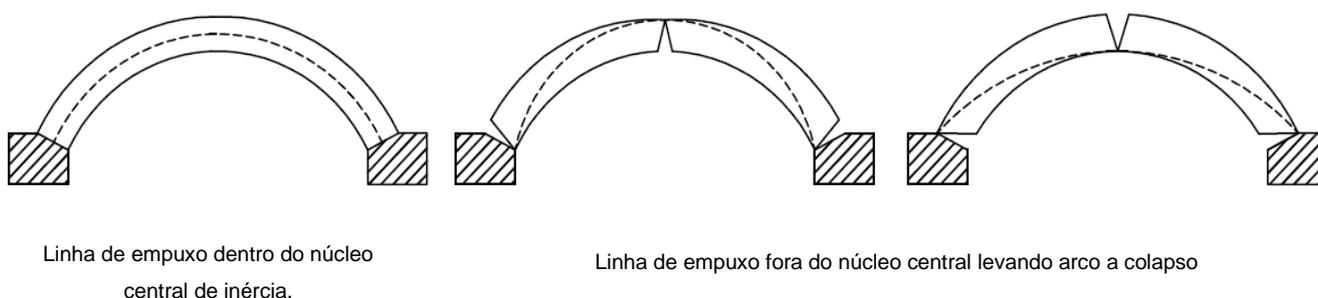
**Figura 25:** Seções de pilares em T e seu núcleo central de inércia.

Fonte: Desenho feito por Mariana M Q Sousa

Aceita-se que em um arco que é suficientemente largo, o núcleo cairá em uma banda que se encontra em seu terço médio. Em arcos que são estreitos e nos que se sabe com seguridade que atuam um empuxo central, tais como por exemplo os arcos de concreto armado, aceita-se que o núcleo apresenta seção em forma de losango. Se a força incide no centro de gravidade do núcleo, a tensão é uniforme em toda a seção; se a mesma incide no limite do núcleo, então a tensão é nula em um extremo da seção e máxima no outro, correspondendo ao empuxo central.

Se a força cai fora do núcleo, a tensão de compressão cresce em um lado da seção enquanto no outro lado a tensão existente será de tração. Essas tensões de tração devem ser evitadas nas construções de alvenaria pois causam pequenas gretas, que posteriormente aumentam e podem dar lugar a buracos.

Deve-se então considerar a regra: uma linha de empuxo satisfatória em um arco deve estar contida sempre dentro de um núcleo central de inércia (Figura 26).



**Figura 26:** Variação da linha de empuxo.  
Fonte: Desenho feito por Mariana M Q Sousa

Se sobre um arco atua uma força em direção oblíqua que forma um componente perpendicular ao plano do arco, então é produzida uma torção e consequentemente se originam tensões de tração. Os arcos devem ser largos o suficiente para impedir que se fracturem lateralmente, principalmente quando não estão apoiados em planos contínuos.

No que se refere à longitude da flambagem, pode se seguir as indicações da comissão de normatização de pilares e colunas de alvenarias, tomando como longitude de flambagem a metade da longitude do arco e como força normal a componente horizontal de empuxo.

#### *O desenho das linhas de empuxo em um arco*

Desenha-se primeiro a seção do arco, que se divide, em seguida, em um número de partes aproximadamente iguais. Essas podem ser definidas segundo as direções das juntas ou segundo a direção vertical.

Calcula-se os pesos de cada parte e define-se uma certa escala de forças. Esses pesos são definidos como vetores unitários.

Depois equilibra-se esses pesos em um sistema de forças internas dentro do núcleo do arco. Isso se faz de maneira usual com a ajuda de um polígono de forças.

É evidente que se pode construir um número grande de linhas de empuxo dentro de um arco. Necessita-se experiência e prática para encontrar rapidamente a linha adequada ou chegar à conclusão de que encontrá-la é impossível.

Em último caso deve-se escolher entre as seguintes opções:

- Fazer um arco mais grosso, seja em toda a sua longitude ou localmente. O núcleo se alarga e aumenta a possibilidade da linha de empuxo permanecer no seu interior.

- Trocar as cargas. Em um arco pontiagudo pode ser favorável fazer a flecha mais pesada, para que seja possível encontrar uma boa linha de empuxo.

- Trocar a forma do arco. Adotar arcos nos quais as cargas estão concentradas em um centro de pressão, por exemplo, uma parábola. Naturalmente, esses arcos são muito estáveis já que não geram esforços de flexão.

Geralmente se comprovará que é possível traçar um grupo de várias linhas de empuxo que passam pelo núcleo, que por assento (acomodação) ou por cargas móveis a linha de empuxo pode trocar de posição dentro do arco.

Em um arco ou abóboda de berço podem ocorrer os seguintes casos:

- O arco é simétrico e suporta:
  - Somente seu peso próprio
  - Uma carga simetricamente repartida
- O arco é simétrico e suporta uma carga assimétrica ou é um arco assimétrico:
  - Arcos que suportam a ação do vento.

Arcos simétricos: considerando o primeiro caso em que é o mais fácil. Como ambas as metades são idênticas, bastará analisar uma metade do arco, isto é, basta desenhar o polígono funicular ou a linha de empuxo para meio arco. Como ambas metades estão em equilíbrio entre si o empuxo exercido na flecha por uma parte sobre a outra deve ser horizontal.

O peso da metade do arco é conhecido e deve estar em equilíbrio com a reação no arranque e com o empuxo horizontal na flecha. Essas três forças devem-se cortar em um ponto, o peso  $G$ , o empuxo  $H$  e a reação  $R$  devem passar todas por um ponto.

Quanto maior é a diferença entre as linhas de empuxo mais amplo pode ser o conjunto de linhas de empuxo que atravessam o núcleo e, por tanto, mais estável será o arco.

A inicialização não tem de ser, necessariamente, na parte inferior do arco; considera-se um arco semicircular, que está preenchido com um enchimento horizontal. Estima-se que este está em um plano que passa pelo centro e forma um ângulo de 30 graus com a horizontal. Geralmente a superfície exterior de uma abobada é preenchida, pelo menos até este ponto. As vezes não é possível construir uma linha de empuxo que passe de início na extremidade do núcleo.

Como mencionado anteriormente, a linha de empuxo não se afasta por igual da linha média do núcleo em todas as partes. Onde a linha de empuxo mais se aproxima da parte exterior do arco, ou seja, onde a excentricidade é maior, a tensão na borda da seção se faz também máxima, de forma que nesse

ponto se produzira a primeira ruptura. Estes pontos se chamam juntas de ruptura.

A magnitude das tensões em uma seção pode ser determinada facilmente, uma vez que o valor do empuxo é obtido diretamente do polígono de forças e sua posição não coincide com o centro da seção. Isto leva a distribuição de tensões uniformes.

A forma mais favorável da linha de empuxo para arcos de diferentes perfis é quase sempre a mesma: se aproxima da parábola tanto para a forma semi-circular como para o arco ogival. Assim infere-se que é fácil desenhar em um arco uma linha de empuxo, que tenha aproximadamente a forma parabólica, como por exemplo um arco segmentado ou um arco oval. É difícil um arco que se desvie consideravelmente deles, como por exemplo um arco muito segmentado. A linha de empuxo nesses arcos não tocará os mesmos pontos para a superfície do núcleo central, de forma que as juntas de ruptura se situarão em pontos distintos dependendo da forma do arco.

É evidente que se deve cumprir a condição de que a tensão em todas as seções do arco tem que ser menor que a tensão admissível do material.

Pode ocorrer que um arco simétrico suporte uma carga simétrica, além do seu próprio peso. Este pode ser o caso de arco que está revestido horizontalmente até a altura da chave, por exemplo, os arcos de pontes. Para a determinação da linha de empuxo se adiciona a carga do arco ao peso próprio.

Divide-se o arco novamente em partes, mas por comodidade, não é feito de acordo com a direção das juntas e sim em direção vertical.

#### **4.4 Técnicas de Construção de Abóbadas**

A abóbada é uma construção em forma de arco com a qual se cobrem espaços como mostrado anteriormente existem vários tipos de abobadas, mas também existem várias técnicas para construção dessas estruturas mesmo todas usando o tijolo como matéria prima principal as técnicas diferem entre si e tem suas particularidades.

#### 4.4.1 Técnica portuguesa



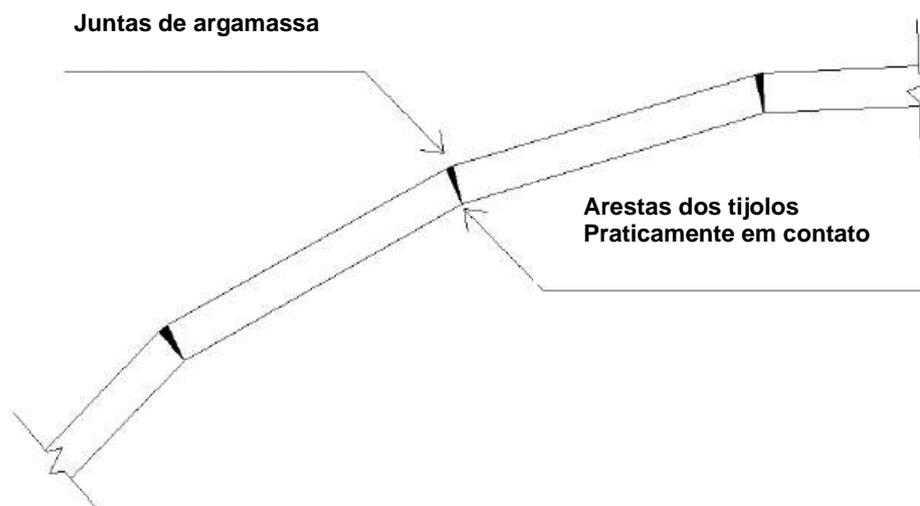
**Figura 27:** Vista interna abobadilha

Fonte: Estudo Construtivo e Estrutural de Abóbadas Alentejanas, dissertação Santos, 2014

Abobadilha, tipo de abóbada portuguesa, no qual os elementos cerâmicos são colocados com a sua maior dimensão segundo a superfície da abóbada (Figura 27).

O primeiro passo da execução das abóbadas é o seu traçado nas paredes. É necessário, portanto, que as paredes estejam construídas, pelo menos, até à altura do extradorso da abóbada, de modo a marcar-se a geometria da volta.

É também comum a marcação da posição das juntas (Figura 28) correspondentes às fiadas, nas quais se fixam cordas, de modo a definir os extremos que servem de orientação ao pedreiro no assentamento de cada tijolo. Após esta fase inicial, realiza-se o apoio da abóbada ou abobadilha através da abertura nas paredes iniciando-se o assentamento dos tijolos logo que estes estejam concluídos.



**Figura 28:** Desenho esquemático das juntas da abóbada.

Fonte: Estudo Construtivo e Estrutural de Abóbadas Alentejanas, dissertação Santos, 2014

Para o assentamento ser executado sem cimbre, os tijolos devem estar secos de modo a absorverem a água da argamassa, fazendo-a endurecer mais rapidamente. Normalmente as abobadilhas são construídas das extremidades para o centro do cômodo, sendo o fechamento de cada fiada executado no centro de cada alinhamento. Este é efetuado com juntas que fazem um ângulo de aproximadamente  $30^\circ$  com a vertical, fazendo com que o último elemento funcione como cunha (Figura 29). Este é um aspecto importante porque assim que uma fiada é fechada ocorrem tensões de compressão em todos os elementos que a constituem. Como já dito em relação aos aspectos geométricos, acredita-se que a dupla curvatura e o fato de as fiadas serem fechadas através de um elemento em forma de cunha, tenha influência no comportamento estrutural da abobadilha e que sejam aspectos relevantes na sua construção sem cimbre.



**Figura 29:** Junta com ângulo de 30° e primeira fiada de tijolos.

Fonte: Estudo Construtivo e Estrutural de Abóbadas Alentejanas, dissertação Santos, 2014

Assim que a primeira fiada está completa, assentam-se os quatro cantos da fiada superior, seguindo-se o assentamento dos tijolos restantes dessa fiada até seu fechamento. Após a conclusão da segunda fiada dá-se início ao enchimento do extradorso da abobadilha que vai acompanhando as fiadas fechadas até atingir o fim.



**Figura 30:** Assentamento de tijolos para execução da abóbada.

Fonte: Estudo Construtivo e Estrutural de Abóbadas Alentejanas, dissertação Santos, 2014

A sequência descrita para o assentamento dos tijolos vai prosseguindo, assentando-se o número necessário de fiadas até se atingir a altura do fechamento da abóbada (Figura 30). A última parte a ser executada são os ajustes dos tijolos, que são feitos de cada lado da linha de fechamento por juntas desencontradas que fazem um ângulo de 30° graus com a referida linha. Esta técnica foi amplamente utilizada em Valência um exemplo é o teto do convento de Santo Domingo em Valência, Espanha, em que todo ele foi executado com tijolos (Figura 31).



**Figura 31:** Abobadilha Convento de Santo Domingo de Valência, Espanha  
Fonte: <http://valenciaactua.es/convento-santo-domingo-capilla>

#### 4.4.2 Técnica mexicana

Para iniciar a construção, o primeiro tijolo é cortado na metade e colocado com uma inclinação de 45° graus em um dos cantos, apoiado sobre a argamassa e fragmentos do próprio tijolo (Figura 32). Em abóbadas sobre plantas de forma quadrada ou retangular, cuja proporção não é maior a uma vez e meia a relação entre seus lados, o início da construção se dá pelos cantos.

Depois temos a primeira fiada, que descansa sobre o meio tijolo inicial, a segunda sobre a primeira e assim sucessivamente. O artesão cuida para que a distância que avança cada fiada seja a mesma nos dois lados de apoio. Não faz nenhum traço adicional. Estas fiadas começam nas bordas com tijolos completos e os ajustes se fazem aproximadamente no centro.

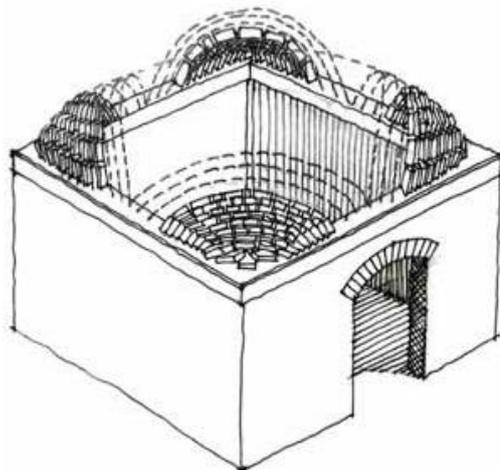


**Figura 32** : Execução Abóbada Mexicana, primeiro tijolo e primeiras fiadas.

Fonte: <http://www.vitruvius.com.br/revistas/read/arquitextos>

Tudo isto se realiza nos quatro cantos, formando seções cônicas. Estes se juntam nos centros dos vãos e a partir daí constroem-se as fiadas uma de cada lado. No avanço das fiadas o ângulo que formam com a horizontal vai aumentando até que na parte final, os tijolos do centro sejam praticamente verticais, pois seu ângulo é de 90°.

A argamassa é colocada de forma que a junta entre os tijolos seja preenchida na parte inferior e fique oca na superior. Faz-se assim para que ao cobrir-se a abóbada por cima, a argamassa penetre dentro das juntas.



**Figura 33:** Execução abóbada mexicana, começa nos cantos até chegar ao centro.

Fonte: <http://www.vitruvius.com.br/revistas/read/arquitextos>

Dentro do procedimento existem três características da técnica.

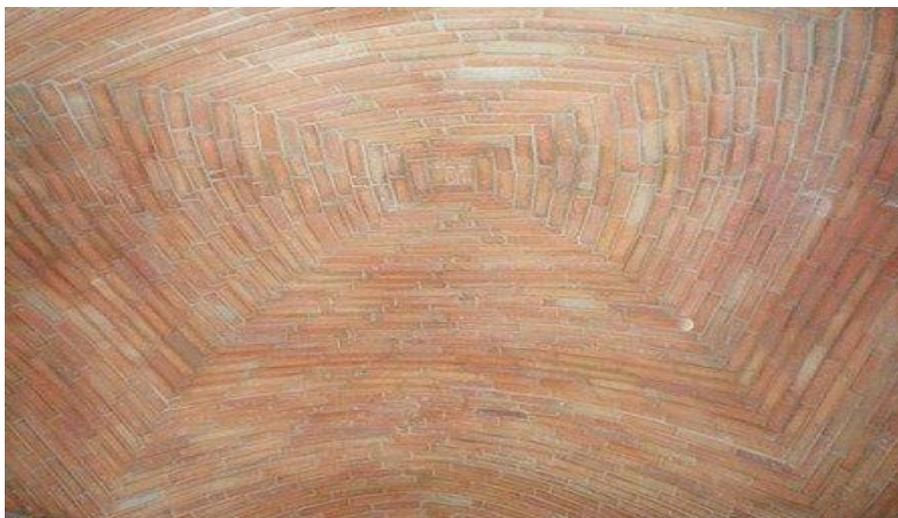
**Primeira:** Os tijolos se apoiam uns sobre os outros numa contínua sucessão.

**Segunda:** O tijolo para ser suportado necessita ser leve e pequeno (ao contrário de um tijolo portante que requer ser grande e pesado).

**Terceira:** Não se utiliza cimbra ou suporte algum.

Como já citado, se inicia a construção apoiando o tijolo sobre os quatro cantos, com uma inclinação de 45 graus (Figura 33).

A relação entre a flecha da abóbada e o vão a cobrir se define pela posição dos pontos de inflexão e porque o tijolo é um material que trabalha melhor na compressão. Quer dizer, os pontos nos quais muda o fenômeno tensional das compressões na parte superior da área na qual deve manter-se a abóbada às trações da parte inferior (Figura 34).



**Figura 34:** Vista interna Abóbada mexicana.

Fonte: <http://www.vitruvius.com.br/revistas/read/arquitextos>

#### 4.4.3 Técnica por Vitor Lotufo

São feitas escavações num aterro existente com profundidade de 80 cm mais fundo que o terreno original, onde são feitas sapatas. Delas saem pilares e vigas baldrames. Fixa-se um mastro com sete metros de altura marcando o ponto mais alto e a partir dele são colocadas algumas barras de aço que serão revestidas com tijolos. Posteriormente são colocadas todas as barras de aço de 10mm de diâmetro que formarão os oito paraboloides (Figura 35).



**Figura 35:** Execução abóbada, preparação do terreno e sapatas para os pilares.

Fonte: <http://vitorlotufo.com.br/>

Depois da ferragem concluída, começa-se a colocação dos tijolos. Como as curvaturas não são fortes trabalha-se com formas ao invés de colocar os tijolos agarrados à ferragem com o uso de grampos. Essas formas são feitas com tábuas macho e fêmea e dependuradas na própria ferragem da estrutura, evitando se assim um uso maior de madeira. Para a estrutura ficar equilibrada enquanto é construída, os tijolos são colocados em uma parte, depois no módulo oposto e assim por diante (Figura 36).



**Figura 36:** Execução abóbada, ferragem e forma de madeira para colocação de tijolos.

Fonte: <http://vitorlotufo.com.br/>

O uso de tijolos no lugar de concreto é vantajoso, pois seu custo é menor e são mais leves (Figura 37).



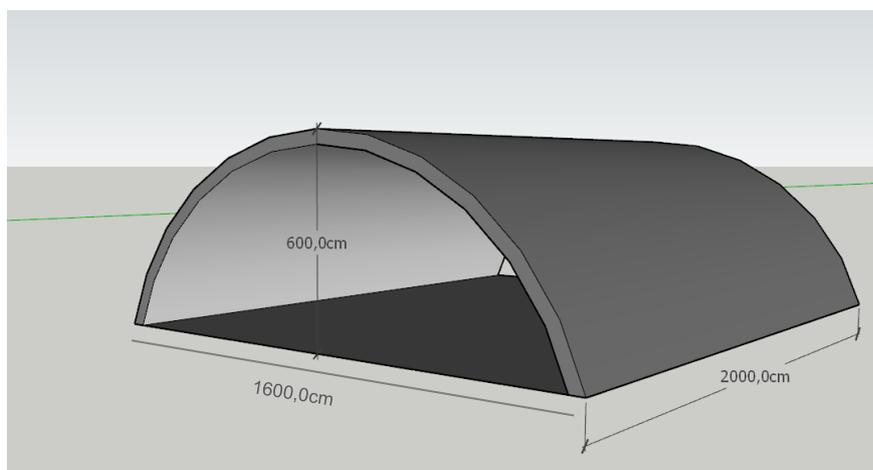
**Figura 37:** Abóbada finalizada.

Fonte: <http://vitorlotufo.com.br/>

## 5 Proposta projetual

Como consequência do estudo realizado, desenvolveu-se um exercício de projeto dentro destas características construtivas, a fim de experimentar, na prática, os procedimentos e as técnicas que haviam sido apresentadas ao longo da pesquisa.

Para isso optou-se, como modelo básico, por uma área retangular de 1600x2000 cm e altura total 600 cm, a ser coberta com uma abóbada em alvenaria (Figura 38).



**Figura 38:** Desenho 3D esquemático do projeto.

Fonte: Produzido por Mariana M Q Sousa

Este capítulo, portanto, consiste na descrição do modelo experimental e do seu processo, salientando-se também os trabalhos preliminares que foram necessários para a sua formação.

Sabemos que alvenaria possui fraca resistência a tração e uma considerável resistência a compressão, assim a estabilidade dessa estrutura pode ser garantida através do equilíbrio das cargas atuantes.

A base das metodologias para dimensionamento de estruturas arqueadas é o conceito de linha de empuxo que é determinada através do equilíbrio. A estabilidade da estrutura é então avaliada em função da posição dessa linha (ou superfície) no seu interior.

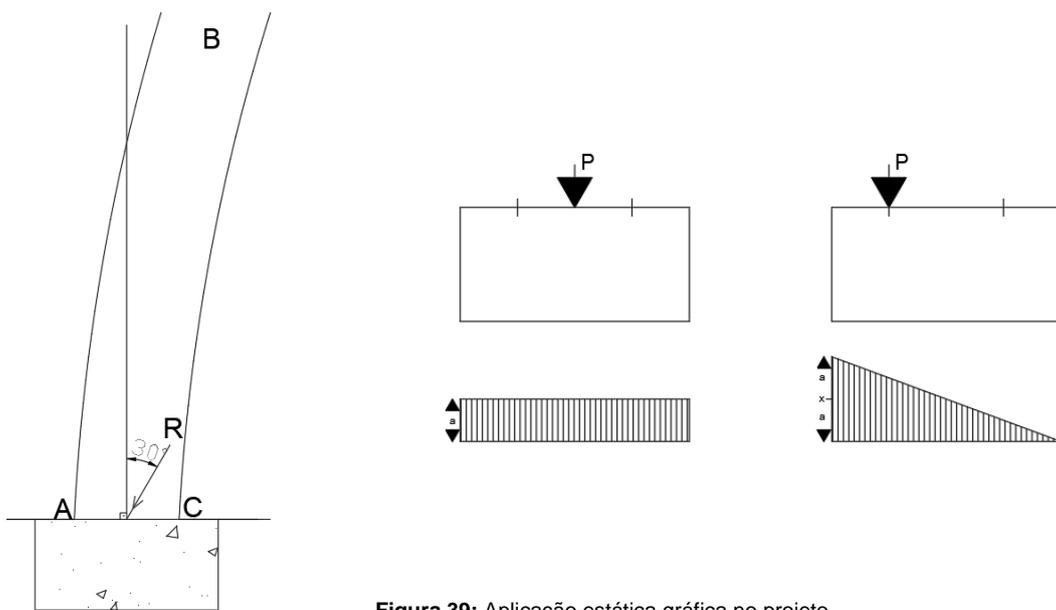
Para comprovar a eficiência do método proposto usou-se os seguintes modelos:

Modelo seguindo orientações de Thunnissen, (1950): A linha de empuxo é definida como o lugar geométrico dos pontos por onde passam as resultantes dos esforços por um determinado plano de corte. Essa permite acompanhar a transmissão de esforços dentro da estrutura.

Como se trata de um arco simétrico e as metades são idênticas, segundo (THUNNISSEN,1950) basta analisar meio arco pois a regra se repete para a outra metade. Como ambas metades estão em equilíbrio entre si, o empuxo na chave exercido por uma parte sobre a outra deve ser horizontal (Vetor H). O peso da metade do arco deve estar em equilíbrio com a reação no arranque e com o empuxo horizontal na chave.

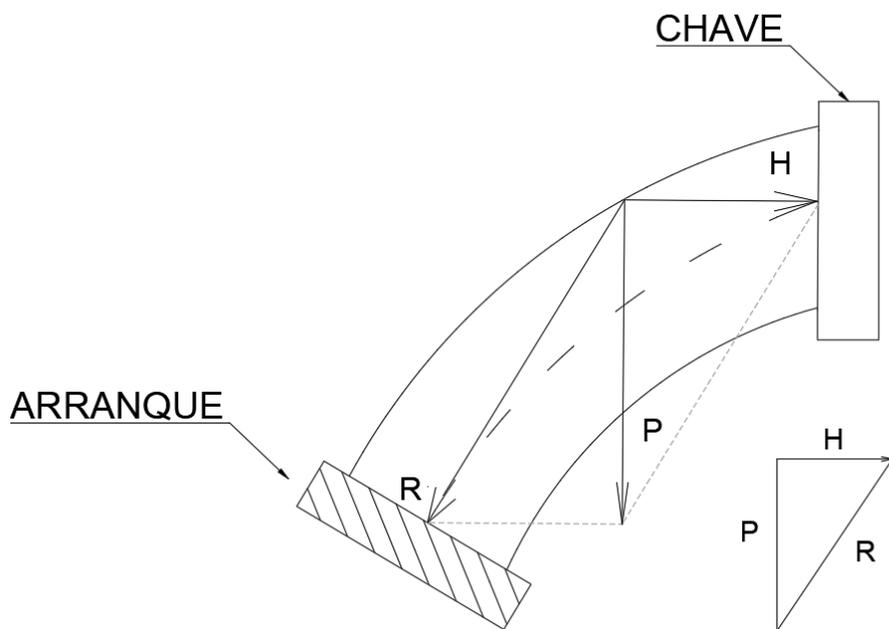
Com a ajuda de um polígono de forças é possível determinar de forma simples a posição da força peso (P) uma vez que essas três forças, P, H e R precisam se cortar em um ponto (Figura 40).

Nas condições ideais de estabilidade a componente R deve ser normal ao plano de arranque, ou seja, interceptá-lo com um ângulo de  $90^\circ$ . Isso faz com que a força seja aplicada no centro de gravidade e as tensões sejam distribuídas igualmente pelo plano. Quando R tiver uma direção oblíqua ao plano de arranque o ângulo máximo permitido é de  $30^\circ$  em relação à normal e as tensões serão distribuídas de forma heterogênea (Figura 39).



**Figura 39:** Aplicação estática gráfica no projeto.  
 Fonte: Produzido por Mariana M Q Sousa

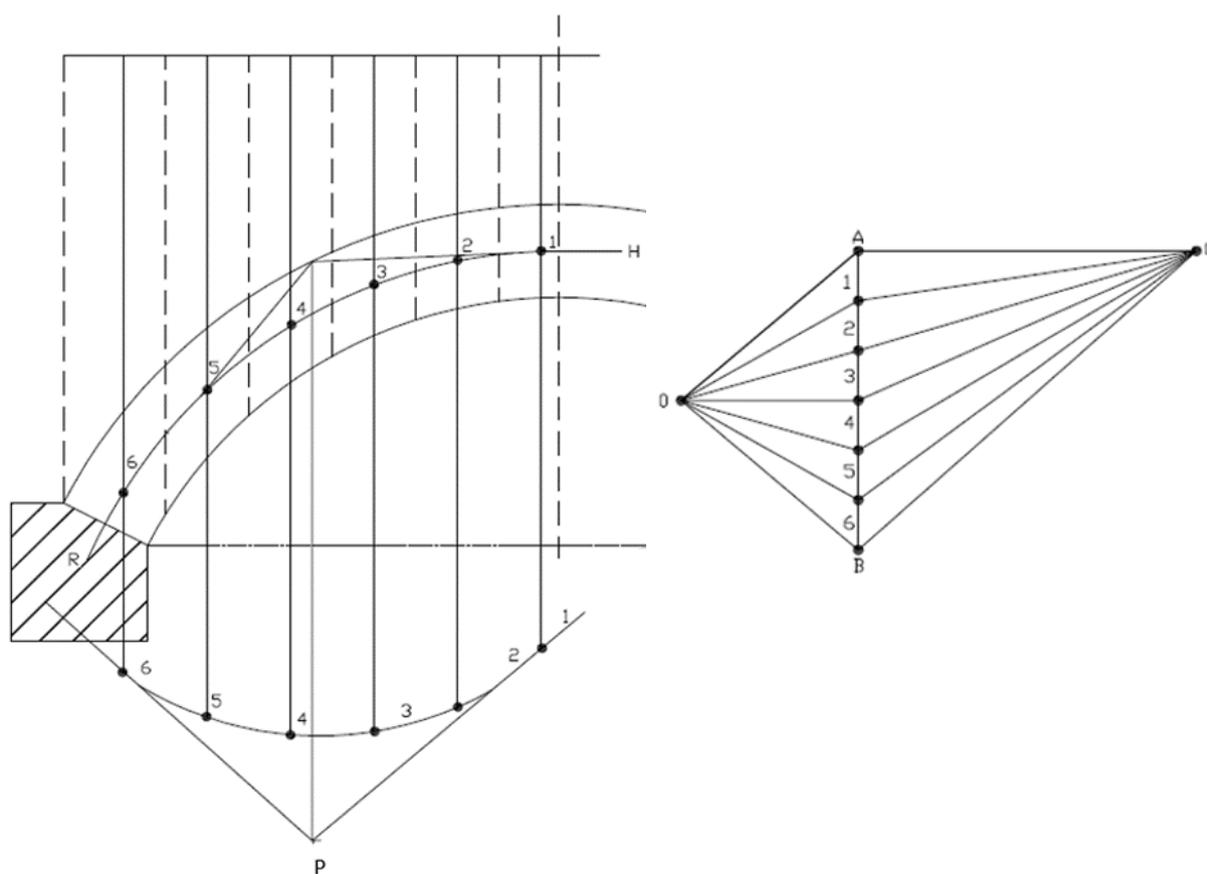
O desenho abaixo representa metade da seção da estrutura em arco.



**Figura 40:** Linha de empuxo.  
 Fonte: Produzido por Mariana M Q Sousa

Considerando as condições ideais nas quais trata-se de um arco simétrico no qual a componente H intercepta a chave em seu ponto médio e a componente R intercepta o arranque com um ângulo de  $90^\circ$  também em seu ponto médio, é possível assim, através do somatório de forças, localizar a resultante representada pelo peso e determinar a linha de empuxo (Figura 41)

Quando os pontos de aplicação da componente H e a direção da componente R foram desconhecidos um grande número de soluções é permitido. Através das variáveis conhecidas e do desenho de um triângulo de forças será possível determinar a linha de empuxo adequada (Figura 40).



**Figura 41:** Polígono de forças para resultante peso.

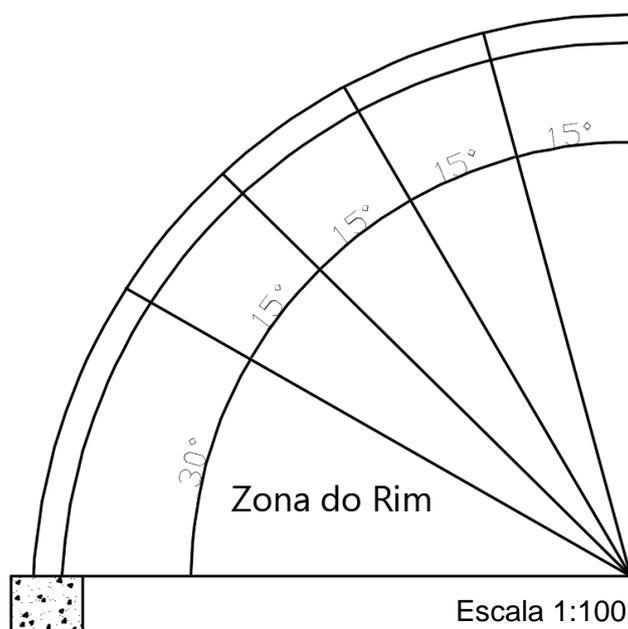
Fonte: Produzido por Mariana M Q Sousa

A linha de empuxo não é correspondente à linha média do núcleo em todas as partes do arco. Nas regiões em que a linha de empuxo está mais próxima da parte externa do arco, lugar de maior excentricidade, a tensão na borda da seção se faz máxima de forma que esses pontos são denominados juntas de rotura.

Algumas vezes a linha de empuxo construída terá pontos tangentes ao extremo do núcleo. Pode-se confiar nessas linhas, porém é necessário que se tenha certeza de que a construção dessa estrutura não será exposta a mudanças de forma e nem a cargas imprevistas.

Modelo seguindo orientações de (Oliveira 2002):

- a) Com o desenho de meio arco, marcar a zona do rim do arco igual a  $30^\circ$ , a partir da linha de impostas. Como o trecho abaixo chamado de zona do rim não exerce influência no cálculo da estabilidade do arco, segundo a teoria do empuxo, ele será desprezado (figura 42);



**Figura 42:** Marcação da zona do rim e divisão em parte iguais

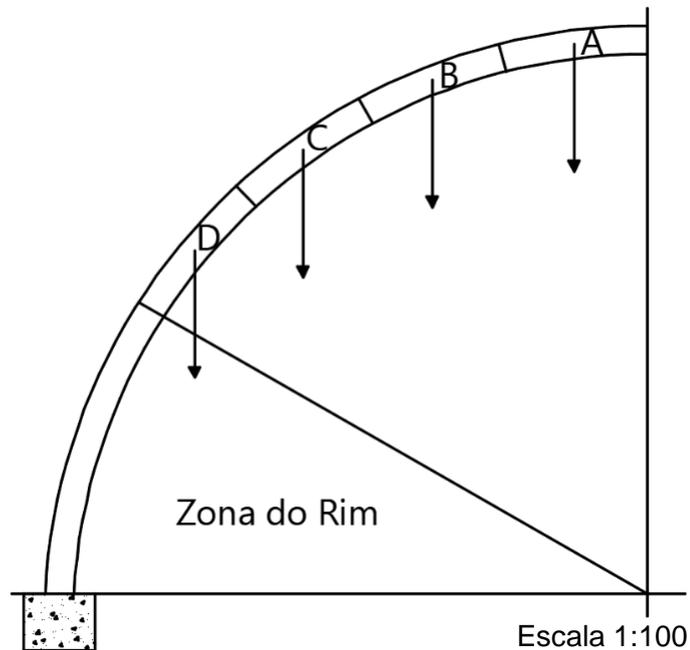
Fonte: Produzido por Mariana M Q Sousa

- b) Dividir o trecho restante do arco  $60^\circ$  em quatro partes de  $15^\circ$  cada (figura 42);
- c) Levantar perpendiculares a linha de impostas, a partir do extradorso da arquivolta, nos pontos de divisão do arco;
- d) Identificar com letras os trechos delimitados A, B, C, e D (figura 43);
- e) Calcular a área de cada uma das zonas delimitada, (figura 43).

No caso em estudo, foram obtidas:

área do polígono  $A = B = C = D = 0,8327 \text{ m}^2$

f) Determinar o centro de gravidade das figuras (figura 43). Os resultados foram:



**Figura 43:** Centros de Gravidades  
 Fonte: Produzido por Mariana M Q Sousa

$$A = X: -1,0194; Y: 7,7296$$

$$B = X: -2,9987; Y: 7,2206$$

$$C = X: -4,8001; Y: 6,2433$$

$$D = X: -6,3104; Y: 4,83,12$$

g) Calcular as massas (P). O cálculo das massas é feito multiplicando-se a área vezes o peso específico do material.

Assim:

Peso específico alvenaria: 1977 kgf

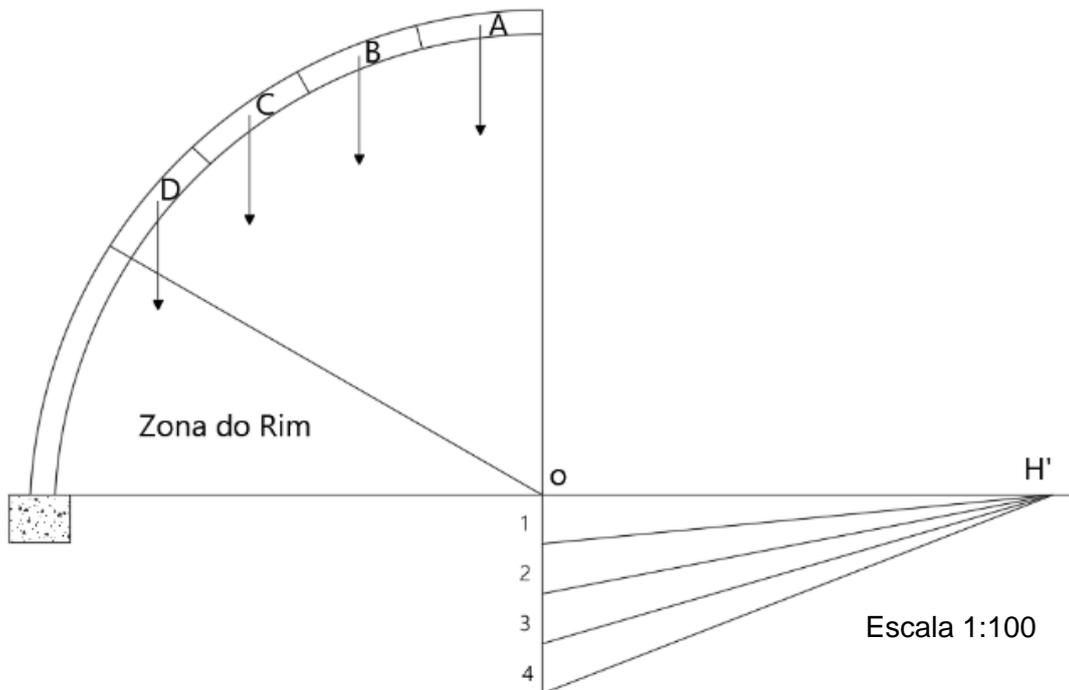
$$PA = PB = PC = PD = 0,8327 \text{ m}^2 \times 1977 = 1646 \text{ kgf}$$

h) Marcar graficamente o valor de P em escala, representado com um vetor, aplicado no centro geométrico da respectiva figura (ver figura 43). Para o caso em estudo, adotou-se a escala 1m = 1000 Kgf.

i) A partir de "O", cumulativamente, marcar na vertical, no trecho abaixo da linha das impostas, os valores de A, B, C e D, adotando uma escala duas

vezes menor ( $1\text{m} = 2000\text{ Kgf}$ ) e assinalando os pontos 1, 2, 3 e 4 que correspondem as extremidades de cada um dos empuxos (figura 44).

j) Na horizontal, correspondente a linha das impostas, marcar o ponto  $H'$ , arbitrariamente, unindo a ele os pontos 1, 2, 3 e 4, com linhas tracejadas (figura 44).



**Figura 44:** Marcação da Linha de Empuxo  
 Fonte: Produzido por Mariana M Q Sousa

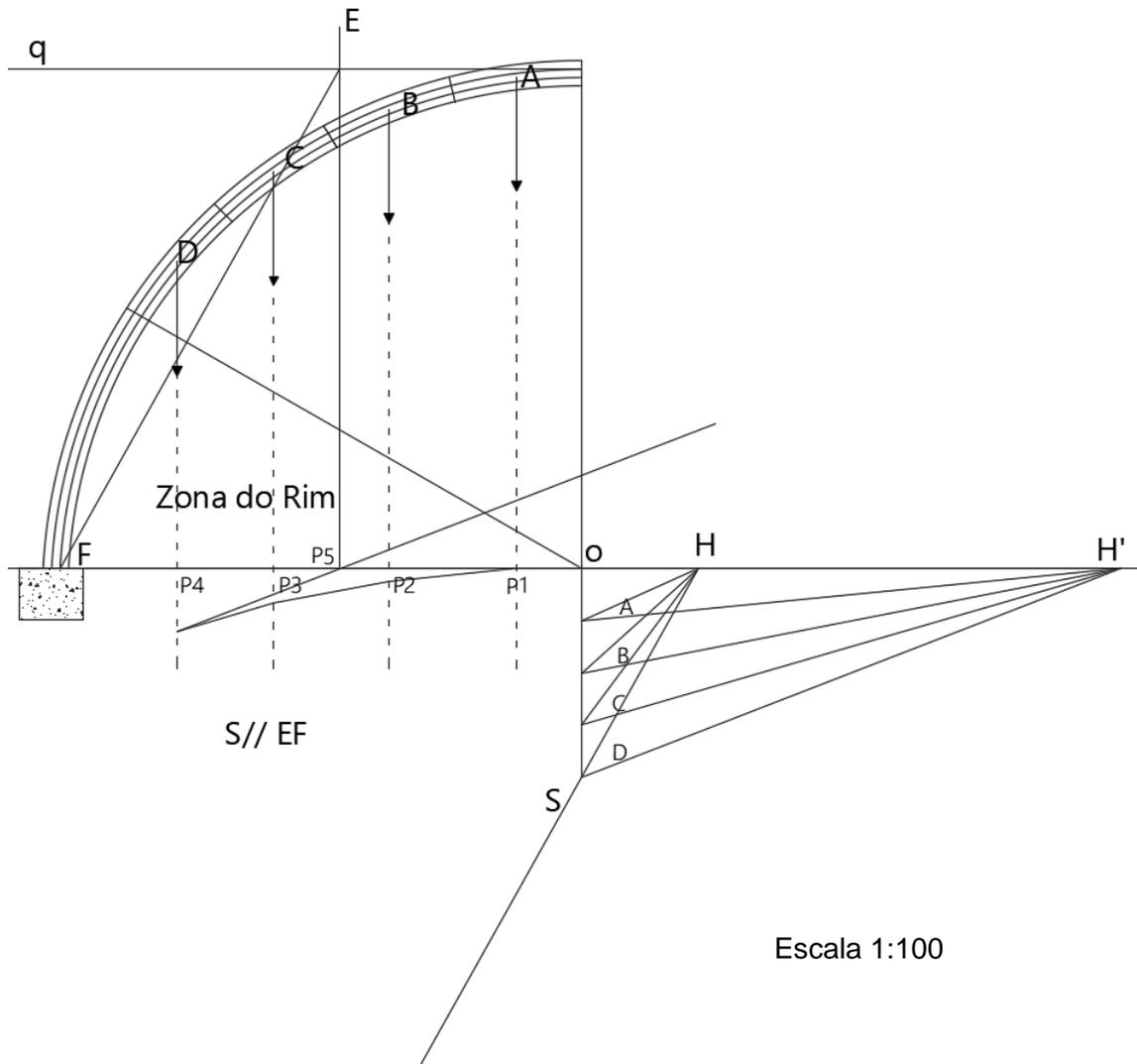
k) Sempre com linhas tracejadas, prolongar as verticais correspondentes as resultantes A, B, C e D (figura 45).

l) Traçar paralela a  $H'1$  a partir do ponto  $P1'$  até encontrar o prolongamento de B, o que definirá  $P2'$ . Passar por este ponto uma paralela a  $H'2$  até achar  $P3'$ , no prolongamento de C. A partir disso, com uma paralela a  $H'3$ , achar  $P4'$ , até encontrar a linha das impostas no ponto  $P5'$ . (figura 45)

m) O ponto de aplicação da resultante  $RT$  e a direção da resultante do empuxo serão obtidos pelas seguintes operações (figura 45):

- Dividir a espessura da arquivolta em três partes iguais: terço médio, terço superior e terço inferior;
- Traçar uma horizontal “q”, passando pelo limite superior do terço médio  $T_s$ , definindo o ponto de aplicação da resultante  $RT$  do sistema;

- Determinar a direção do empuxo “e” ligando-se o ponto de aplicação da resultante RT ao limite inferior do terço médio na linha de arranque do arco (linha das impostas).



**Figura 45:** Marcação da Linha de Empuxo  
 Fonte: Produzido por Mariana M Q Sousa

n) Encontrada a direção do empuxo, transferi-la para a funicular, a partir do ponto 4, determinando-se H. Unir H aos pontos 1, 2, 3 e 4. Os valores das resultantes dos empuxos de cada setor são encontrados medindo os segmentos OH, 1H, 2H, 3H e 4H. O tirante deve ser calculado para anular OH. (figura 45).

Assim, o empuxo obtido pela Grafoestática, medido em escala, foi de 1774 kg.

## 6 Conclusão

Este trabalho buscou contribuir para uma linha de investigação no âmbito da ciência da arquitetura, a Estática gráfica. Existe uma gama de possibilidades de investigação neste campo, ainda que este trabalho restrinja o tema apenas à Estática Gráfica aplicada às estruturas arqueadas.

A concepção de um projeto arquitetônico impõe-se como um processo complexo, pois implica a consideração conjunta de uma série de requisitos: as necessidades físicas, formas de expressão cultural e histórica dos usuários; a intervenção no ambiente; relações entre espaços públicos e privados; as propriedades físicas dos materiais de construção bem como a articulação de formas que resultam de sistemas construtivos, submetidas a comportamentos estruturais específicos.

Quanto às questões relacionadas com a concepção estrutural, elas assumem uma importância crescente no fazer arquitetônico. Afinal, se antigamente o projeto estrutural era concebido a partir do conhecimento adquirido de forma empírica, a constante superação técnica e econômica dos limites impostos à construção possibilita a criação de variadas formas que exigem a solução de problemas estruturais de maior complexidade e diversidade (SALVADORI, 2006). Sendo assim, saber como se comportam as Estruturas em seus adequados regimes de trabalho tem se tornado, para o arquiteto, profissional responsável pela adoção de um partido estrutural na concepção de um objeto a ser edificado, cada vez mais importante, tanto para a proposta de soluções racionalmente coerentes, quanto para o desenvolvimento de novas soluções aos problemas provenientes do aparecimento de técnicas de construção.

Em termos de sistemas estruturais disponíveis, prevalece a necessidade de orientar os estudantes para uma apropriação do “como” tais estruturas se comportam, permitindo sua manipulação a partir da compreensão analítica das diversas possibilidades de certificar a estabilidade de uma estrutura. Sendo assim, o ensino de Estruturas de forma mais didática em cursos de Arquitetura deve se aplicar no desenvolvimento do raciocínio (ou sentido) estrutural dos estudantes, de modo que eles sejam capacitados a formular soluções e comprovar sua eficiência (SARAMAGO, 2009).

Os modelos atuais de ensino de estruturas adotados hoje pelas escolas de arquitetura podem provocar a existência de lacunas na formação do arquiteto que, mesmo após a graduação, apresenta uma carência de informações sobre este âmbito de conhecimento do ofício o que pode comprometer seu adequado desempenho profissional. Por outro lado, esses resultados iniciais também sugerem a necessidade de um estudo mais aprofundado e abrangente sobre o tema (SARAMAGO, 2009)

A teoria da estática gráfica pode fornecer elementos para subsidiar uma abordagem mais fácil, rápida e didática para a compreensão da estabilidade de estruturas. Nesse trabalho objetivou-se projetar uma estrutura arqueada estável, baseada apenas nos princípios da estática gráfica.

A abóbada e o arco são elementos estruturais curvos que transmitem seu peso próprio e as cargas acidentais aos apoios, por esforços de compressão. Tais estruturas arqueadas são invenções milenares que durante séculos sua utilização foi baseada em regras estruturais empíricas. Com o surgimento da ciência moderna, o conhecimento empírico passou a ser visto como deficiente para justificar o dimensionamento das estruturas, ao mesmo tempo em que se desenvolviam as ferramentas que possibilitavam a compreensão científica do comportamento dessas e a elaboração de regras científicas para seu cálculo.

Nas análises bibliográficas feitas observou-se que as muitas teorias de abóbadas e arcos se desenvolveram a partir de dois pontos principais: a forma e posição da linha de empuxo, e os mecanismos de colapso dessas estruturas. A análise das teorias selecionadas, desenvolvidas ao longo do período histórico sob consideração, permitiu a divisão das teorias do arco em cinco linhas: teoria das cunhas, teoria da rotação de aduelas, teoria da linha de empuxo, teoria elástica e teoria plástica. Abordando logo em sequência as teorias que determinavam as condições limite de estabilidade do arco e, conseqüentemente, do nível de segurança da estrutura. A formação de mecanismos de colapso veio associado à posição assumida pela linha de empuxo, e o desenvolvimento de métodos gráficos de determinação da posição da linha de empuxo em estado limite possibilitou a aplicação prática da teoria.

O capítulo anterior apresenta um projeto de uma abóboda baseado na determinação da estabilidade pela definição da linha de empuxo. Muitos condenariam esse método de projeção e diriam que foi feito apenas por intuição. O termo intuição nunca deixa de comparecer nas interseções do campo da arquitetura com o campo da engenharia estrutural. Enquanto engenheiros calculam, arquitetos almejam uma apreensão intuitiva das estruturas, que lhes permitiria tomar decisões sem as penúrias da matemática. (KAPP, SANTOS e SILVA, 2007)

Segundo VIEL, (1800) in KAPP, SANTOS e SILVA, (2007) “ [...] não basta, para assegurar a solidez dos arcos, por exemplo, saber, pelo cálculo, que as paredes que deverão suportá-los terão uma espessura conforme à natureza de sua curva, o tamanho do seu diâmetro e a altura das próprias paredes, porque as modificações que se tem de fazer nas pranchas [*tables*] preparadas pelos geômetras para esse fim são infinitas na prática, seja pela divergência nos planos [...] seja pela variedade de espécies de materiais e a maneira de empregá-los na obra. É por isso que [...] as teorias das ciências exatas [...] relativas à arquitetura serão sempre defeituosas.”

Portanto, a ideia da intuição estrutural – que talvez fosse melhor entendida como intuição construtiva – não é um delírio de artistas geniais que nada entendem de matemática. Sua origem está na experiência dos canteiros. O “sistema dos engenheiros” consistiu na tentativa de tornar a produção independente dessa experiência, primeiro pela quantificação de produtos e processos, e depois, sucessivamente, por uma ciência das estruturas. (KAPP, SANTOS e SILVA, 2007)

Porém, é impossível negar a contribuição e legado dos métodos empíricos para as construções já existentes e a importância do ensino e desenvolvimentos deles nas grandes escolas de arquitetura. São necessárias a conscientização e a formação de profissionais arquitetos que conheçam a história das construções de abóbodas e arcos e o papel importante a cumprir na preservação do patrimônio edificado devido ao grande número de estruturas arqueadas ainda em uso e às suas importâncias histórica, cultura e econômica.

## 7 Referências Bibliográfica

BARISON, Maria Bernadete. **Definições e Figuras Relativas ao Estudo de Arcos em Desenho Geométrico**. Geométrica vol.1 n.8a. 2005.

BEER, F.P, RUSSELL, E., EISENBERG, E.R. **Mecânica vectorial para ingenieros. Estática**. E.R., 2007, 8ª ED

CANHÃO R. G. A. **Análise Dinâmica do Arco em Alvenaria**. 2010.

CREMONA, L. **As Figuras na Estática Gráfica**. Milano. 1872. ED 2002

GRANDJEAN, A. **Capacité portante de ponts en arc en maçonnerie de pierre naturelle - Modèle d'évaluation intégrant le niveau d'endommagement**. PhD Thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse. 2010.

HUERTA, S. **La teoría del arco de fábrica: desarrollo histórico**. 2008.

KAPP S.; SANTOS R. E.; SILVA A. S, **O sonho da intuição estrutural ou a nostalgia do canteiro no desenho**, Ouro Preto, Brasil, junho de 2017.

KURRER, K.E. **The history of the theory of computational mechanics**. 2008.

LOTUFO, Vitor. **Princípios Estruturais Arcos, Abóbadas e Cúpulas**. Disponível em: <http://vitorlotufo.com.br/>

NUNES, P. C. C. **Teoria do arco de alvenaria: uma Perspectiva Histórica**. Tese de Mestrado Universidade de Brasília. Brasília, 2009.

SALVADORI, M. G. **Por que os edifícios ficam de pé: a força da arquitetura**. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

OLIVEIRA, M. M. de. **Tecnologia da conservação e da restauração**. materiais e roteiros: um roteiro de estudos. Salvador: EDUFBA: ABRACOR, 2002.

SAMMER, Maria João. **Abóbadas**. Portugal, 2013. Disponível em: <https://prezi.com/17brnaetyt6s/abobadas/>

SANTOS, Jorge Miguel Marques dos Santos. **Estudo Construtivo e Estrutural de Abóbadas Alentejadas** Dissertação (Mestrado) Técnico Lisboa Academia Militar, Lisboa, 2014.

SARAMAGO R.C.P., **Ensino de estruturas nas escolas de arquitetura do Brasil: estrutura curricular e recursos didáticos**, Revista Tecnológica, Edição Especial ENTECA 2009.

THUNNISSEN, H.J.W. **Bóvedas: su construcción y empleo em la arquitectura**, Madrid. 1950, ED. 2012.

TORROJA, E. M. **Razón y Ser de los tipos estructurales**. Madrid.1960.