



UFOP
Universidade Federal
de Ouro Preto

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
Universidade Federal de Ouro Preto
Departamento de Engenharia de Minas
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral – PPGEM

**ENGENHARIA
MINERAL**



ALMA MATER IN
MINERALIA BRASILIENSIS

Electroconductímetro con Arduino para monitoreo en celda de flotación

DISERTACIÓN DE MAESTRIA

Autor: Jorge Carlos Guerrero Vargas

Orientador: Prof. José Aurélio Medeiros da Luz.

Coorientador: Prof. Alan Kardek Rêgo Segundo

Ouro Preto

2023

Universidade Federal de Ouro Preto
Departamento de Engenharia de Minas
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral - PPGEM

Jorge Carlos Guerrero Vargas

Electroconductímetro con Arduino para monitoreo en celda de flotación

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral.

Área de concentração: Tratamento de Minérios

Orientador: Prof. Dr. José Aurélio Medeiros da Luz

Coorientador: Prof. Dr. Alan Kardek Rêgo Segundo

Ouro Preto

2023

Universidade Federal de Ouro Preto
Departamento de Engenharia de Minas
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral - PPGEM

Jorge Carlos Guerrero Vargas

Eletrocondutivímetro com Arduino para monitoramento em célula de flotação

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral.

Área de concentração: Tratamento de Minérios

Orientador: Prof. Dr. José Aurélio Medeiros da Luz

Coorientador: Prof. Dr. Alan Kardek Rêgo Segundo

Ouro Preto

2023

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

G934e Guerrero Vargas, Jorge Carlos.
Electroconductímetro con Arduino para monitoreo en celda de
flotación. [manuscrito] / Jorge Carlos Guerrero Vargas. - 2023.
80 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. José Aurélio Medeiros da Luz.
Coorientador: Prof. Dr. Alan Kardek Rêgo Segundo.
Dissertação (Mestrado Acadêmico). Universidade Federal de Ouro
Preto. Departamento de Engenharia de Minas. Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Mineral.
Área de Concentração: Tratamento de Minérios.

1. Beneficiamento de minério. 2. Flotação. 3. Condutividade elétrica.
4. Arduino (Controlador programável). 5. Maxwell, Equações de. I. Luz,
José Aurélio Medeiros da. II. Segundo, Alan Kardek Rêgo. III. Universidade
Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 622.765

Bibliotecário(a) Responsável: Sione Galvão Rodrigues - CRB6 / 2526



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS



FOLHA DE APROVAÇÃO

Jorge Carlos Guerrero Vargas

Electroconductímetro con Arduino para monitoreo en celda de flotación

Dissertação apresentada ao Programa de Programa de Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Mineral

Aprovada em 28 de fevereiro de 2023

Membros da banca

Prof. Dr. - José Aurélio Medeiros da Luz — Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)
Prof. Dr. Felipe de Orquiza Milhomem (Universidade Federal de Mato Grosso)
Dr. Marcus Alexandre Carvalho Winitkowski da Silveira (Instituto Euvaldo Lodi/IPT/Vale)

José Aurélio Medeiros da Luz, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito no Repositório Institucional da UFOP em 04/08/2023



Documento assinado eletronicamente por **Jose Aurelio Medeiros da Luz, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 05/08/2023, às 10:56, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0568600** e o código CRC **7A368C66**.

Dedicado a la memoria de Juana Terrones Arribasplata y Olinda

Rebeca Becerra Llanos

Mis queridas abuelitas.

"La educación es el arma más poderosa que puedes usar para cambiar el mundo." - Nelson Mandela.

AGRADECIMENTOS

Quiero agradecer:

A mis padres Nidia, Carlos por su respaldo perenne en todo momento siempre prestos y atentos a brindarme todo el apoyo y amor en cada nuevo reto.

A Juan, André, Eddy, Sofia, Sonia, Rosa por demostrar esa unión familiar.

A Elena, Luis, Amanda porque en estos tres años demostraron siempre su amistad incondicional, cariño y estima hacia mi persona.

Keiron, Matheus, Melany, Chris, David, Charmante y Yeser por el recibimiento, amistad y la buena convivencia por los consejos las motivaciones que uno fue enfrentando durante la pandemia.

A mi orientador José Aurélio, conocido como J.A., por el recibimiento por las conversas, historias que siempre tienen una enseñanza por la orientación y las facilidades brindadas en mi estadía en la UFOP.

A mi coorientador Alan Kardek por brindarme todas las facilidades en el LABCAM y por los conocimientos compartidos y impartidos.

A mis amigos del LABCAM Érika, Edson, Pedro, Guilherme, Iuri siempre prestos en apoyar para esclarecer dudas y compartir conocimientos.

A mis compañeros de maestría, Bruna, Paulo, Marcus, Eduardo, Alair, Paulo, Walerson, Leandro, Jacinto, por los momentos de camaradería compartidos dentro y fuera de la universidad.

A los futuros doctores Emerson, Leticia, Junia, Juscelino, Estefanía por las conversas.

A la familia Antunes Batista, Sra. Miriam y Sr. José Geraldo por la generosidad, amabilidad y cálida acogida en su hogar.

A Gustavo por la buena convivencia, amistad y siempre disponible para fabricar las placas, impresión 3d. Y también por lo momentos compartidos

A mis amigas del DEMIN, Vilma, Rita, Ludmila por las conversas y las muchas tazas de café compartidas.

A los técnicos Mariana, Flávio, Antônio, Luís, Mônica les agradezco su constante disponibilidad y apoyo en la asistencia de los laboratorios.

A Felipe Milhomem por compartir muchas ideas en los proyectos y aceptar ser jurado de esta disertación.

A João, Felipe, Víctor, Futuros ingenieros de control y automatización apasionados por su carrera gracias por la amistad.

A Anderson, Rodrigo, Marcus, William, Rafael, Sergio, Mauro, José Carlos por la amabilidad al prestar servicios.

A los profesores Carlos por las enriquecedoras conversas, Hernani por enseñar como realizar el lavado del oro en batea.

A la Srta. Ludimilla, por el apoyo y ayuda en la documentación.

A muchos amigos que en el camino uno va conociendo Fernanda, Ytalo, Marcelo, David, Rodrigo, Matheus, Alex, Enrique.

Muchas gracias fue un privilegio conocer a todos ustedes. Ha sido una experiencia enriquecedora (cultural, profesional) y valiosa que sin duda llevare cual tesoro en mi memoria.

RESUMO

A retenção dinâmica da fase gasosa na suspensão, conhecida como (*hold-up*), é um parâmetro importante nos sistemas de flotação, já que é influenciada pelo fluxo volumétrico do gás inserido e pelo diâmetro das bolhas, refletindo a área interfacial disponível para a aderência de partículas hidrofóbicas. Portanto, neste estudo, desenvolveu-se um eletrocondutivímetro operando a 1,0 kHz, com o propósito de atenuar os efeitos da eletrólise no eletrodo. O desenho do eletrodo anular permitiu maior mobilidade do fluido e das partículas suspensas. O circuito eletrônico desenvolvido é compatível com o Arduino Uno, já que o Arduino é um microcontrolador com uma plataforma de arquitetura aberta que permite medições em tempo real e através da calibração com soluções padrão de KCl, a 25 °C foi obtido um intervalo de medição de 0,002 S/m a 1,000 S/m. Os testes de condutividade elétrica envolveram uma dispersão de sólidos binários em diferentes porcentagens (0%, 15%, 28%, 45%, 60%, 75% e 100%). Foram utilizados dois tipos de esferas de vidro, denominados sólidos finos (diâmetro $1,747 \times 10^{-5}$ m) e sólidos grossos (diâmetro $1,08 \times 10^{-3}$ m), da mesma forma, foram realizados testes com esferas suspensas em farinha de mandioca em três concentrações volumétricas controladas (0%, 12% e 24%). Estes experimentos buscaram simular bolhas de ar dispersas aleatoriamente em um meio contínuo, (como uma suspensão aquosa de minerais finos em uma célula de flotação). Subsequentemente, foram realizados ensaios com uma célula Denver em escala laboratorial para investigar a interface gás-líquido, utilizando óleo de pinho (principalmente constituído por alfa-terpineol) como agente espumante, com uma dosagem de 0,1%. O propósito de todos esses experimentos foi avaliar a aplicabilidade, (ou eventualmente, aprimorar a precisão) da equação clássica de Maxwell, que correlaciona a eletrocondutividade de um sistema composto por esferas dispersas (inclusões) com propriedades elétricas discrepantes da fase contínua.

Palavras-chave: Flotação, Condutividade elétrica, Arduino, *Hold-up*, Maxwell

RESUMEN

La retención dinámica de la fase gaseosa en la suspensión, conocida como (*hold-up*) es un parámetro importante en los sistemas de flotación, ya que depende del caudal volumétrico del gas inyectado y del diámetro de las burbujas que a su vez refleja el área interfacial disponible para la captura de partículas hidrofóbicas. Es por tal motivo que en este estudio se desarrolló un electroconductímetro que trabaja en una frecuencia de 1,0 kHz con el objetivo de disminuir el efecto de la electrolisis en el electrodo. El diseño de electrodo anular permite una mayor libertad del fluido y de las partículas en suspensión. El circuito electrónico desarrollado es compatible con Arduino Uno, en virtud que Arduino por ser una plataforma de arquitectura abierta permite una medición en tiempo real y mediante la calibración de las soluciones padrones de KCl, a una temperatura de 25 °C se obtuvo un rango de medición de 0,002 S/m hasta 1,000 S/m. Los ensayos de la conductividad eléctrica fueron realizados en una dispersión de sólidos binarios mezclados en diferente porcentaje (0 %, 15 %, 28 %, 45 %, 60 %, 75 % y 100 %) se utilizaron dos tipos de esferulas de vidrio denominadas sólidos finos (diámetro $1,747 \times 10^{-5}$ m) y sólidos gruesos, (diámetro $1,08 \times 10^{-3}$ m), de igual forma se realizó ensayo de esferulas suspendidas en harina de yuca a tres concentraciones volumétricas controladas (0 %, 12 %, y 24 %), con el fin de simular burbujas de aire inmersas aleatoriamente en un medio continuo (suspensión acuosa de finos minerales en la celda de flotación). Posteriormente, se llevaron a cabo ensayos con una celda Denver a escala de laboratorio para ilustrar la interfase gas-liquido, utilizando aceite de pino (principalmente constituido por alfa-terpineol) como espumante con concentración de dosificación del 0,1 %. Todos estos experimentos fueron diseñados con el objeto de estudiar la aplicabilidad (o, en su defecto, adoptar mejoras de la exactitud) de la clásica ecuación de Maxwell, que correlaciona electro conductividad de un sistema formado por esferas dispersas (inclusiones) eléctricamente discrepantes de una fase continua.

Palabras-clave: Flotación, Conductividad eléctrica, Arduino, *hold-up*, Maxwell

ABSTRACT

The dynamic retention of the gaseous phase in the suspension, known as hold-up, is as crucial parameter in flotation systems, as it is depending of the volumetric gas flow rate the injected and the bubbles, which in turn reflects the available interfacial area for capturing hydrophobic particles. This is why in this study, a conductivity meter operating at a frequency of 1.0 kHz was developed to reduce the electrolysis effect on the electrode. The annular electrode design allows for greater freedom of fluid and suspended particles. The electronic circuit developed is compatible with Arduino Uno since Arduino, being an open-source platform, allows real-time measurements. Through the calibration of KCl standard solutions at a temperature of 25 °C, a measurement range of 0.002 S/m to 1.000 S/m was obtained.

Electric conductivity tests were conducted in a dispersion of binary solids mixed at different percentages (0%, 15%, 28%, 45%, 60%, 75%, and 100%). Two types of glass spheres were used, referred to as fine solids (diameter 1.747×10^{-5} m) and coarse solids (diameter 1.08×10^{-3}). Additionally, tests were conducted with spheres suspended in cassava flour at three controlled volumetric concentrations (0%, 12%, and 24%) to simulate air bubbles randomly immersed in a continuous medium (aqueous suspension of fine minerals in the flotation cell). Subsequently, laboratory-scale Denver cell tests were conducted to illustrate the gas-liquid interface, using pine oil (mainly composed of alpha-terpineol) as a frother with a dosing concentration of 0.1%. All these experiments were designed to study the applicability (or, alternatively, adopt improvements for accuracy) of the classic Maxwell equation, which correlates the electrical conductivity of a system formed by dispersed spheres (inclusions) electrically discrepant from a continuous phase.

Keywords: Flotation, Electrical conductivity, Arduino, *hold-up*, Maxwell.

LISTA DE SIMBOLOS

- γ — Tensión superficial [J/m²]
- d_w — Energía necesaria para aumenta superficie [J].
- d_A — Área de la superficie. [m²].
- Φ — Hold-up [-].
- ΔP — Diferencia de presión [Pa].
- ρ_{SL} — Densidad de la pulpa [kg/m³].
- g — Aceleración [m/s²].
- L — Distancia entre los puntos [m].
- G — Conductancia [S].
- σ — Conductividad [S/m].
- K_c — Constante de celda [m].
- σ_d — Conductividad eléctrica de la dispersión fase no conductora [S/m].
- σ_1 — Conductividad eléctrica continua conductora [S/m].
- V_i — Voltaje de entrada [V].
- V_o — Voltaje de salida [V].
- Z_f — Impedancia de referencia [Ω].
- Z_x — Impedancia desconocida [Ω].
- Y_x — Admitancia del circuito [S].
- Y_f — Admitancia de retroalimentación [S].
- G_x — Conductancia de circuito [S].
- G_f — Conductancia de carga [S].
- W — Frecuencia angular [Hz].
- A — Área efectiva de electrodos [m²].
- D — Distancia entre electrodos [m].
- K_c — Constante de celda [m].
- k_g — Constante geométrica [m].
- R_m — Radio mayor [m].

r — Radio menor [m].

V_m — Tensión de salida del divisor de tensión [V].

V_{CC} — Tensión del circuito [V].

V_{out} — Tensión de salida [V].

Ω_{ntc} — Resistencia del termo resistor [Ω].

Ω_{T0} — Resistencia de a una temperatura conocida [Ω].

Ω_c — Resistencia conocida [Ω].

B — Constante NTC [-].

F_c — Frecuencia [Hz].

C — Capacitancia en faradios [F].

R_1 — Resistencia del sensor [Ω].

R_2 — Resistencia retroalimentación [Ω].

V_O — Tensión de salida [V].

R_2 — Resistencia retroalimentación [Ω].

V_i — Tensión de entrada [V].

V — Fasor de tensión [V].

I — Fasor de corriente [A].

Z — Impedancia [Ω].

Y — Admitancia [S]

jB — Susceptancia [S].

ρ_r — Densidad relativa [kg/m^3].

A_1 — Masa picnómetro vacío [g].

A_2 — Masa picnómetro + muestras [g].

A_3 — Masa picnómetro + muestra + agua [g].

A_4 — Masa del picnómetro + agua [g].

ρ_{ap} — Densidad aparente [kg/m^3].

M_{ts} — Masa total de sólidos [kg].

V_{mez} — Volumen mezcla [m^3].
 ρ_s — Densidad del sólido [kg/m^3].
 ε — Porosidad [%].
 a — Factor de tortuosidad [-].
 m — Exponente de cementación [-].
 σ_2 — Conductividad eléctrica del agua [S/m].
 σ_1 — conductividad eléctrica de la roca [S/m].
 ρ_{sol} — Densidad de la solución [kg/m^3].
 ρ_{alm} — Densidad del almidón [kg/m^3].
 ρ_{agua} — Densidad del agua [kg/m^3].
 ρ_{sist} — Densidad del sistema [kg/m^3].
 $\rho_{espum.}$ — Densidad del espumante [kg/m^3].
 $C_{almidón}$ — Concentración almidón [%].
 C_m — Concentración másica [%].
 C_v — Concentración volumétrica [%].
 m_{esp} — Masa del espumante [kg].
 ρ_{esfera} — Masa específica de la esfera [kg/m^3].
 C_{unt} — Consumo unitario [kg].
 m_s — Masa del sólido [kg].
 m_{esf} — Masa de la esfera [kg].
 V_t — Volumen total [m^3].
 V_f — Volumen de la fiola [ml].
 H_z — Diferencia de altura [m].
 H_{z0} — Altura inicial [m].
 $H_{z\infty}$ — Altura inicial [m].
 A_{ef} — Área efectiva [m^2].
 L_{celda} — Largo de celda [m].
 W_{celda} — Ancho de celda [m].

\varnothing — Diámetro de la barra [m].

Δv — Variación del volumen [m³].

V_0 — Volumen inicial [m³].

T_d — Tendencia.

E — Error de medición.

I — Valor indicado.

E_s — Error sistemático.

I_∞ — Media de número infinito de indicaciones.

VVC — valor verdadero convencional.

E_{ai} — Error aleatorio da i-ésima indicación.

I_i — i-ésima indicaciones.

MI — Media de n mediciones.

VVC — Valor verdadero convencional.

R_e — repetibilidad,

t — Coeficiente t-student,

s — Desviación estándar experimental.

n — Número de mediciones.

P — Probabilidad.

RM — resultado de medición

Rb — resultado base

C — corrección.

U — incerteza de medición.

ÍNDICE

1.INTRODUCCIÓN	23
2.OBJETIVOS	24
2.1.Objetivo general	24
2.2.Objetivos específicos	24
3.REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	25
3.1.Floteación	25
3.2.Potencial Z.....	26
3.3.Tensión superficial	27
3.4.Mojabilidad y ángulo de contacto.	28
3.5.Reactivos utilizado em la floteación	29
3.6.Zonas de pulpa y espuma.....	30
3.7.Hold-up.....	30
3.7.1.Medición del <i>hold-up</i> mediante la diferencia de presiones.	30
3.7.2.Medición del <i>hold-up</i> utilizando rayos X.....	31
3.7.3.Medición del <i>hold-up</i> mediante la conductividad eléctrica.....	31
3.7.3.1.Conductividad eléctrica.....	31
3.8.Arduino.....	33
3.9.Circuito para medida de impedancia por el método de puente auto equilibrio.....	33
4. Metrología.....	35
4.1.Calibración directa.....	36
4.2.Calibración indirecta.....	36
4.3.Error de medición	36
5.MATERIALES Y MÉTODOS.....	39
5.1.Desarrollo del sensor tipo anular (electrodo anular)	39
5.2.Desarrollo circuito Termistor NTC	40
5.3.Generador de onda senoidal	41

5.4.Circuito de impedancia	45
5.5.Circuito rectificador y detector de pico.	46
5.6.Diseño de Placa de fenolite	47
6. Calibración del sensor.....	47
6.1.Preparación de soluciones para calibrar el sensor	47
7. Caracterización de esferas de vidrio	49
7.1.Porosidad binaria	50
7.2.Mezcla binaria de esferas para determinar densidad aparente y porosidad en lecho empaquetado.....	52
7.3.Estimación de la porosidad en un lecho empaquetado de mezcla binaria de esferas de vidrio mediante la conductividad eléctrica.	53
7.4.Determinación de la gelatinización de la harina de Yuca	53
7.5. Medida de la porosidad y fracción volumétrica de esferas suspensa en un medio gelatinizado.....	55
8. Determinación de Fracción volumétrica (<i>Hold-up</i>) en celda Denver con esferas no conductoras.	56
8.1.Preparación del espumante aceite de pino α -Terpineol	57
8.2.Dosificación del espumante.....	57
8.3.Determinación de la tensión	58
8.3.1.Medición de fracción volumétrica por método de altura versus método de conductividad eléctrica en celda Denver con agua salmuera y espumante.....	59
9.RESULTADOS Y DISCUSIÓN	61
9.1.Generación de la onda senoidal.	61
9.2.Curva de Calibración.	61
9.2.1.Curva de errores.....	63
9.3. Determinación de la densidad aparente en la mezcla binaria de esferas de vidrio.....	64
9.3.1.Medida de porosidad de la mezcla binaria utilizando la conductividad eléctrica y las fórmulas de Maxwell y Archie....	67
9.4.Determinación de la masa de esferas y almidón para obtener concentración volumétrica.....	69
9.4.1.Determinación de porosidad y fracción volumétrica en lecho gelatinizado (almidón de yuca) con esferas de vidrio.	70
9.5.Determinación de la masa de las esferas a ser colocadas en la celda Denver	71

9.5.1. Medida de la fracción volumétrica (<i>hold-up</i>) usando un sistema bifásico de esferas en la celda Denver del laboratorio 22 – DEMIN.	72
9.5.2. Ajuste Fracción volumétrica calculada a través de la ecuación de Maxwell.	73
9.5.3. Ajuste Fracción volumétrica calculada a través de la ecuación de Archie.	74
9.6. Preparación de la solución primaria espumante (α -Terpinol)	75
9.6.1. Dosificación de espumante	76
9.6.2. Tensión de aceite de pino.	76
9.6.3. Medida de la fracción volumétrica (<i>Hold-up</i>) en celda Denver utilizando método de altura y método de la conductividad eléctrica con modelo de Maxwell y modelo de Archie en un sistema bifásico (Agua, espumante y aireación).....	77
9.6.4. Ajuste para la fracción volumétrica calculada con la ecuación de Maxwell.	79
9.6.5. Ajuste para la fracción volumétrica calculada con la ecuación de Archie.	80
10. CONCLUSIONES	82
11. SUGESTIONES PARA INVESTIGACIONES FUTURAS.....	84
REFERENCIAS	85

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Partículas hidrofílicas e hidrofóbicas.....	25
Figura 2 Doble capa eléctrica.....	27
Figura 3 Contacto trifásico entre sólido, líquido, gas.	28
Figura 4 Ángulo de Contacto	29
Figura 5 Tomografía de rayos X de haz de electrones ultra rápido	31
Figura 6 Placa Arduino Uno	33
Figura 7 Puente de auto equilibrio	34
Figura 8 Circuito puente de auto equilibrio	34
Figura 9 Sensor anular	40
Figura 10 Circuito de Termo resistor NTC	41
Figura 11 Integrado XR-2206	43
Figura 12 Circuito del generador XR-2206	44
Figura 13 Circuito transimpedancia	46
Figura 14 Placa del circuito.....	47
Figura 15 Picnometría de esférulas de vidrio.....	50
Figura 16 Esférulas suspensas en medio gelatinoso.	55
Figura 17 Celda de bancada con salmuera y esferas de vidrio.....	56
Figura 18 Molécula de α -Terpineol	57
Figura 19 Du Noüy.....	59
Figura 20 Medición de conductividad en celda Denver.....	60
Figura 21 Onda senoidal medida en osciloscopio.....	61

LISTA DE TABLAS

TABLA 1 Pines usados del integrado XR-2206	43
TABLA 2 Conductividades primarias estándar a (25 °C)	47
TABLA 3 Conductividad secundarias estándar a (25 °C).....	48
Tabla 4 Conductividad de soluciones de KCl a diferentes concentraciones según estándares primarios y secundarios.	48
Tabla 5 Lecturas de conductividad realizadas mediante el sensor anular y Arduino .	62
Tabla 6 Parámetros regresionales (obtenidos via SciDavis)	63
Tabla 7 Registro de conductividad (expresada en S/m): Mediciones con sensor Arduino y sus incertidumbres.....	64
TABLA 8 Densidad aparente correspondiente la mezcla binaria	65
TABLA 9 Concentración volumétrica de esferas en solución gelatinosa.....	69
TABLA 10 masa necesaria para obtener concentración volumétrica en porcentaje ...	71
TABLA 11 Error absoluto de la fracción volumétrica calculado con ecuación de Maxwell.....	73
Tabla 12 Error absoluto de la fracción volumétrica calculado con ecuación de Archie	74
TABLA 13 Solución primaria espumante (α -Terpinol).....	75
TABLA 14 Dosificación de espumante	76
TABLA 15 Determinación de la fracción volumétrica utilizando el método de las alturas y el método de conductividad eléctrica a través de ecuación de Maxwell y Archie.	78

1. INTRODUCCIÓN

En la industria de la concentración de minerales el proceso de flotación consiste en la separación selectiva de minerales de interés económico (mena) de los que no poseen interés económico (ganga), mediante reactivos como son: colectores, reguladores de pH, espumantes y depresores, estos reactivos tensoactivos son utilizados para controlar la tensión superficial de la solución para mejorar la separación de los minerales valiosos de la ganga, otro parámetro esencial en la flotación es el aire que se inyecta en la solución para generar las burbujas por lo que el control de las condiciones de aireación es crucial en la separación de minerales.

Orozco (2012), enfatiza la relevancia del *hold-up* o fracción volumétrica de gas retenido como un parámetro de suma importancia en el proceso de flotación de minerales. Dado que este parámetro representa la proporción del volumen total de gas disperso en la pulpa durante la flotación y desempeña un papel fundamental en el análisis de las variables hidrodinámicas del sistema, tanto en celdas como en columnas de flotación. Además, es crucial comprender que *hold-up* se ve influenciado significativamente por factores químicos, como el tipo y la concentración del espumante empleado en el proceso.

Uribe Salas *et al.* (1994). Señalan que, a través de la medición de la conductividad en las diferentes etapas del proceso de flotación, específicamente en las interfaces gas – líquido y gas – sólido, permiten estimar la retención de aire mediante la aplicación de la ecuación estudiada por Maxwell, siendo así la conductividad una herramienta muy útil para monitorear este parámetro.

La integración de tecnologías, como el microcontrolador Arduino junto con los sensores de conductividad eléctrica, posibilita la medición, recopilación y procesamiento de datos sobre estos parámetros en tiempo real ayudando a los operadores a realizar ajustes para anticipar y mejorar la eficiencia del proceso de flotación.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo general

Como objetivo general tenemos que:

- Desarrollar un sistema de medición de electroconductividad de bajo costo para medir la conductividad en celda de flotación a escala laboratorio que permita integrar un sensor (electrodo) de medición, registrar los datos en tiempo real utilizando la arquitectura libre de Arduino. Procesar los datos y calcular *hold-up* mediante las conductividades registradas.

2.2. Objetivos específicos

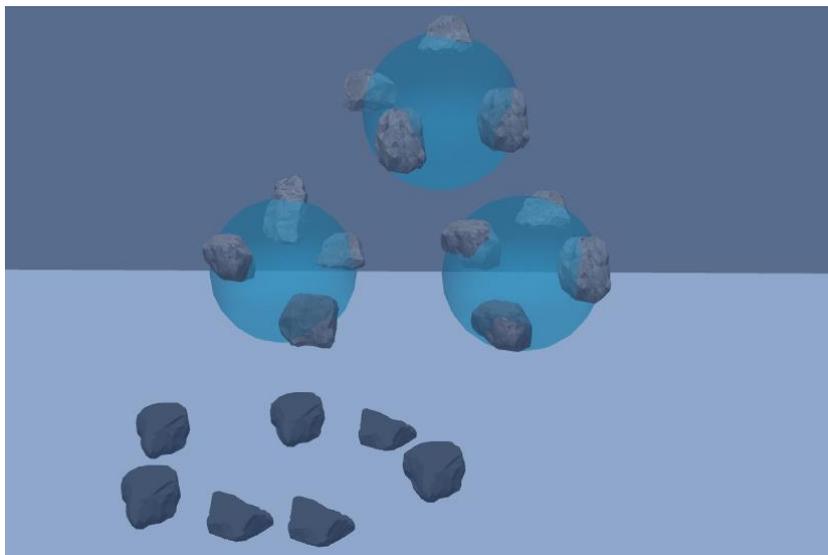
- Diseñar y fabricar el circuito eléctrico llevando en consideración parámetros de frecuencia, tensión, temperatura.
- Diseño y montaje del sensor anular conjuntamente con el sensor de temperatura
- Calibrar el sensor anular definiendo los parámetros de rango de medición.
- Realizar ensayos de medición de *hold-up* con esferas binarias en concentraciones volumétricas conocidas.
- Realizar la medición de conductividad eléctrica en función de diferentes concentraciones volumétricas de esferas suspendidas en harina de yuca.
- Medir la conductividad eléctrica de esferas en movimiento a una velocidad angular de 1500 rpm en celda *Denver*.
- Medir la conductividad eléctrica de en un sistema dispersión líquido -aire con la adición de espumante para calcular el *hold-up*. Posteriormente comparar estos resultados con los obtenidos a través de la medición de diferencias de alturas.

3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

3.1. Flotación

Wang (2016), define a la flotación como un método de procesamiento de minerales basado en la diferencia de hidrofobicidad e hidrofiliidad de las superficies de los minerales como se puede observar en la figura 1, las partículas hidrofóbicas están adheridas a las burbujas, en tanto las hidrofílicas permanecen disueltas en la solución. Aunque algunos minerales pueden ser beneficiados debido a su hidrofobicidad natural, la mayoría requiere la adición de diversos reactivos para controlar selectivamente su hidrofobicidad y comportamiento de flotación, logrando así una separación satisfactoria. También Crozier (1992), menciona que la flotación por espuma es un proceso utilizado para separar minerales suspendidos en líquidos, mediante su unión a burbujas de gas para proporcionar una levitación selectiva de las partículas sólidas. Este proceso es ampliamente usado en la separación de minerales flotables y divide en minerales polares (hidrofílicos) y minerales no polares (hidrofóbicos)

Figura 1 Partículas hidrofílicas e hidrofóbicas



Fuente: Propio Autor

Merkus & Meesters, (2016), exponen que la flotación es un proceso de separación de partículas que se basa en las diferencias de sus propiedades superficiales, utilizando para ello burbujas de aire o gas que se adhieren selectivamente a ciertos tipos de partículas. Este proceso se fundamenta en la capacidad de las partículas de adherirse a las burbujas

de aire o gas, lo que les permite elevarse y separarse del resto de las partículas en suspensión. El proceso de flotación incluye los siguientes pasos:

- a) Reducción del tamaño del mineral a partículas pequeñas mediante conminución.
- b) Adición de productos químicos que permiten la fijación selectiva de las partículas objetivo a las burbujas de aire y, en algunos casos, causan floculación.
- c) Agregado de burbujas de aire o gas para unir las partículas y transportarlas a una capa superior de espuma.
- d) Separación de la espuma de la pulpa y la ganga, incluyendo el lavado de la espuma.
- e) Espesamiento y secado del producto de flotación para obtener el mineral valioso.

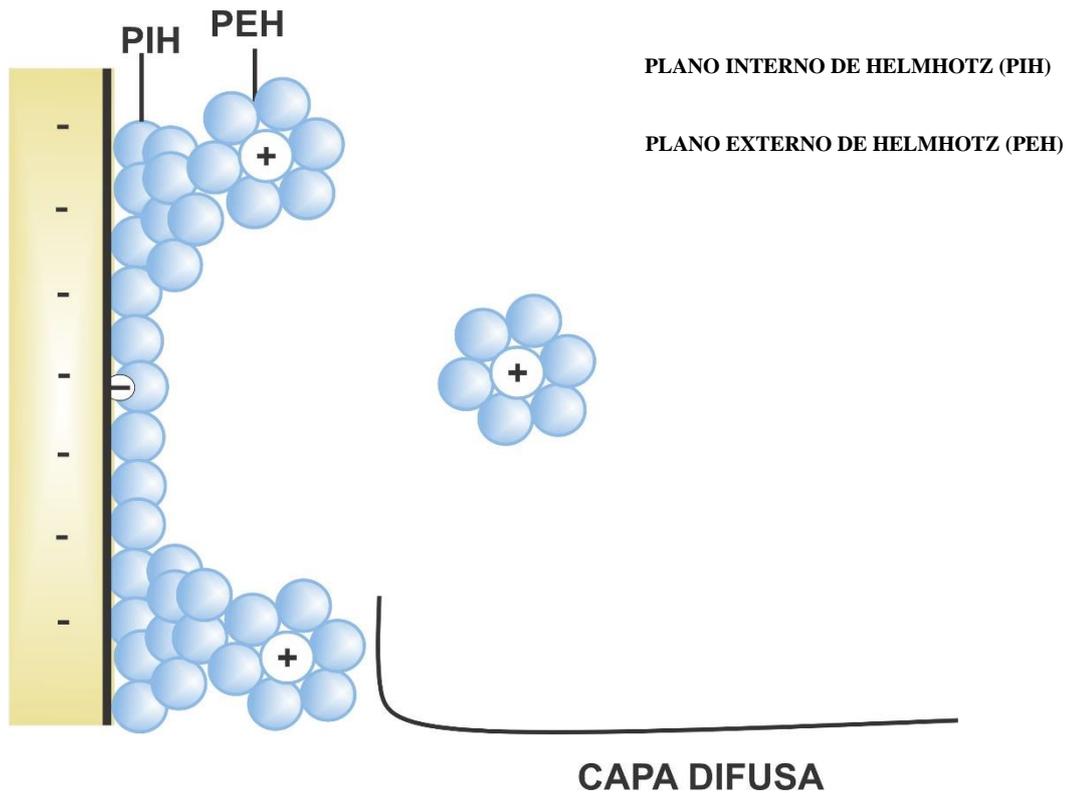
3.2. Potencial Z

Cuando un sólido se sumerge en una solución acuosa, se produce una región no uniformidad eléctrica en la interfaz sólido-solución. Esto se debe a que los iones en la solución interactúan con la superficie del sólido y generan una separación de carga eléctrica. En particular, se produce un exceso de carga eléctrica puede ser (Positiva o Negativa) aparentemente fijado en la superficie del sólido. Para compensar este exceso de carga, los iones de la solución comienzan a moverse hacia la superficie del sólido, formando una región difusa de carga opuesta llamada contraiones a esto se llama doble capa eléctrica (camada de Stern) (Fuerstenau & Pradip, 2005)

En general, la doble capa eléctrica se divide en dos capas: la capa de Helmholtz, que se refiere a los iones adsorbidos directamente sobre la superficie del sólido, y la capa difusa de Gouy-Chapman, que es la región que se extiende más allá de la capa de Helmholtz y se compone de iones que se encuentran en un equilibrio dinámico con la solución como se muestra en la figura 2

La doble capa eléctrica tiene un papel importante en la interacción entre el sólido y la solución y es crucial para entender la adsorción de iones y moléculas en interfaces sólido-líquido.

Figura 2 Doble capa eléctrica



Fuente: Propio Autor

3.3. Tensión superficial

Lobato (2004) , expone que la interfaz superficial de un material en fase condensada muestra átomos con distribución espacial y propiedades electrónicas distintas a los del volumen interno. Esta diferencia en la distribución de energía entre la superficie y el interior da como resultado un exceso de energía en los átomos superficiales. Esta energía extra es de particular interés y se busca medir, ya que proporciona información valiosa sobre las propiedades del material en su superficie. La discrepancia en las energías entre los átomos superficiales y los internos da origen a lo que se conoce como tensión superficial o energía libre de superficie. La tensión superficial desde el punto de vista termodinámico es representada como (γ) y se entiende como la cantidad de energía adicional que el sistema necesita cuando incrementamos de manera minúscula y reversible el área de la interfaz que estamos analizando. Esta área adicional se llama dA y todo esto ocurre manteniendo la temperatura (T), la presión (p) y la composición (n) constantes en términos más simples, Podemos conceptualizar la tensión superficial como la energía adicional necesaria para incrementar el área entre dos fases, siempre y cuando las condiciones permanezcan constantes. Es expresada mediante la ecuación 1

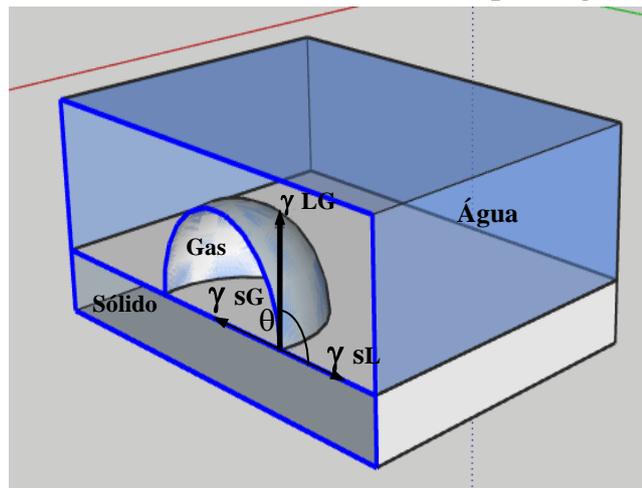
$$\gamma = \left(\frac{dG}{dA} \right)_{T,P,n} \quad (1)$$

Donde: γ — tensión superficial [J/m²], dG — energía de Gibbs [J], dA — área de la superficie. [m²].

3.4. Mojabilidad y ángulo de contacto.

De acuerdo con Gupta, A. & Yan, D. (2016), argumentan que la flotación se fundamenta en la propiedad de hidrofobicidad de la superficie del mineral de interés, en contraposición a la hidrofiliidad de la superficie de los minerales de ganga. En el proceso, al estar en contacto las tres fases involucradas (sólido, líquido y gas), se establece un equilibrio de tensiones interfaciales entre las fases sólido-gas (sG), sólido-líquido (sL) y líquido-gas como se muestra en la figura 2.

Figura 3 Contacto trifásico entre sólido, líquido, gas.

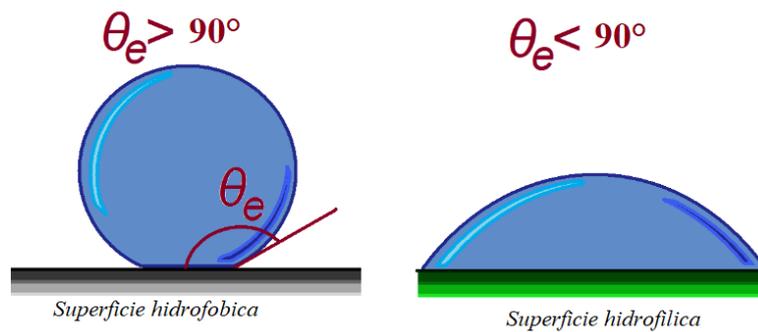


Fuente: Propio Autor

Bush (2013), menciona que un ángulo de contacto bajo de menos de 90° grados indica una superficie hidrofílica (partículas con una superficie hidrofílica debido a estar húmedas tienen dificultad para adsorber en la burbuja).

Un ángulo mayor a 90° grados representa una superficie hidrofóbica (partículas con superficies hidrofóbicas tienden a ser rápidamente adsorbidas por burbujas de aire).

Figura 4 Ángulo de Contacto



Fuente: Bush, (2013)

3.5. Reactivos utilizado en la flotación

Bultaovic (2007), afirma que los reactivos son importantes en el proceso de flotación, ya que se encargan de incentivar y mantener la interacción favorable entre las partículas y las burbujas, y se dividen en:

- a) **Colectores:** Función principal de los colectores es formar una capa hidrofóbica en la superficie mineral para permitir la adhesión de partículas hidrofóbicas a las burbujas de aire y recuperarlas en el producto de espuma. Los colectores se dividen en ionizantes (aniónicos y catiónicos) y no ionizantes (a base de azufre y a base de hidrocarburos no polares).
- b) **Espumantes:** Son compuestos tensoactivos heteropolares que reducen la tensión superficial del agua y tienen la capacidad de adsorberse en la interfaz burbuja de aire-agua. Su presencia en la fase líquida aumenta la resistencia de la película de las burbujas de aire, lo que proporciona una mejor fijación de las partículas hidrofóbicas a las burbujas. La tensión superficial también afecta el tamaño de las burbujas de aire. La eficacia de algunos de los espumantes depende mucho del pH de la pulpa. Su rendimiento es óptimo cuando el espumante está en forma molecular.
- c) **Reguladores:** Activadores, depresores y reguladores de pH se denominan con frecuencia en la literatura como modificadores o reguladores del proceso de flotación. El objetivo principal de estos reactivos es modificar la acción del colector sobre las superficies minerales y, como consecuencia, controlar la selectividad del proceso de flotación. En presencia de reguladores, el colector se adsorbe solo en las partículas que están dirigidas a la recuperación.

3.6. Zonas de pulpa y espuma.

Rabha *et al.*, (2012) exponen que la flotación está compuesta por dos zonas la de pulpa y la de espuma. La zona de Pulpa se caracteriza por retención de gas *hold-up* del 5-25%, la turbulencia generada promueve la interacción de las partículas y las burbujas (colisión). Mientras que las zonas de espuma son caracterizadas por una alta retención de gas entre un 85 y 95%. Al colocar espumante en un sistema bifásico, aumenta la retención del gas lo que se ve reflejado en el tamaño de las burbujas, la velocidad terminal de las burbujas aumentando el tiempo de residencia del gas.

3.7. Hold-up

Vinnet *et al.*, (2013). Definen que la retención del gas denominado *hold-up*, viene hacer la cantidad de gas contenido por unidad de volumen de la pulpa y que determina la cantidad de aire disponible para la flotación es una variable clave en la flotación de minerales que involucran la dispersión de burbujas en una pulpa. La retención del gas depende de diferentes procesos que ocurren en la fase de espuma (ruptura de burbujas, la coalescencia, fronteras y vértices de Platea)

La medición y control del *hold-up* de gas son esenciales para optimizar el rendimiento de los equipos de flotación y mejorar la calidad del concentrado producido, ya que un *hold-up* bajo puede limitar la tasa de recuperación de los minerales valiosos, mientras que un *hold-up* excesivo puede resultar en una saturación de gas que impide la formación de burbujas activas.

Sbárbaro, D & Del Villar, R. (2010) y Suárez, C *et al.*, (2005), mencionan que existen varias técnicas para determinar el *hold-up* en el proceso de flotación y estas técnicas incluyen conductimetría eléctrica, presión hidrostática, detección del sonido, rayos x.

3.7.1. Medición del *hold-up* mediante la diferencia de presiones.

Orozco (2012), refiere que la medición de *hold-up* por presión diferencial puede ser utilizada en la estimación del contenido de gas en una celda, siempre y cuando se conozca la densidad de la pulpa sin aire. Si se toman dos medidas de presión a diferentes profundidades dentro de la celda, el contenido de gas puede ser estimado utilizando la siguiente ecuación 2:

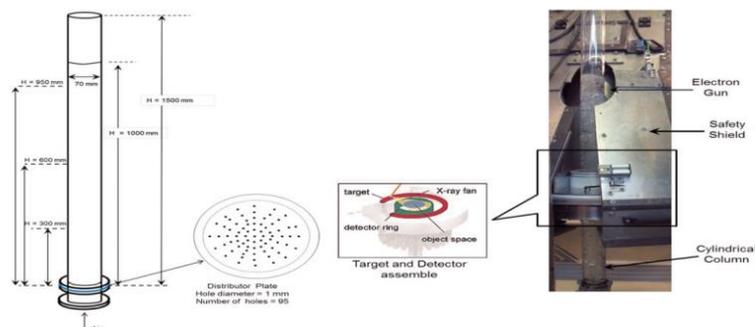
$$\phi = \left(1 - \frac{\Delta P}{\rho_{SL} * g * L}\right) * 100\% \quad (2)$$

Donde: Φ — *hold-up* [-], ΔP — diferencia de presión [Pa], ρ_{SL} — densidad de la pulpa [kg/m^3], g — aceleración [m/s^2], L — Distancia entre los puntos[m].

3.7.2. Medición del *hold-up* utilizando rayos X

El principio de esta técnica se basa en que los rayos X son absorbidos en mayor medida por los materiales densos, como el metal y los líquidos, mientras que son absorbidos en menor medida por los materiales menos densos, como el aire. De esta manera, al tomar una radiografía de una columna de empaque o reactor, se puede visualizar la distribución del líquido en la columna. (Rabha et al., 2012), realizaron experimentos para medir el *hold-up* y la distribución de tamaño de burbujas en una columna de burbujas en suspensión (SBC) utilizando la técnica avanzada de tomografía computarizada de rayos X de haz de electrones ultra rápido no invasiva como se expone en la figura 5, con dicha técnica avanzada, los investigadores pudieron realizar un análisis exhaustivo de la estructura del flujo en la columna de burbujas en suspensión. A través de la captura de imágenes tomográficas a una velocidad de 2500 cuadros por segundo (fps) durante un lapso de 4 segundos, se obtuvieron imágenes detalladas en diferentes alturas de la columna. Las imágenes tomográficas resultantes proporcionaron una visión clara y espacialmente de las burbujas, lo que permitió un análisis preciso de la dinámica del flujo y el comportamiento de las burbujas en el sistema estudiado.

Figura 5 Tomografía de rayos X de haz de electrones ultra rápido



Fuente: Rabha *et al.*, (2012)

3.7.3. Medición del *hold-up* mediante la conductividad eléctrica

3.7.3.1. Conductividad eléctrica

La conductividad (σ) S/m es una propiedad intensiva que describe la capacidad de un material, ya sea líquido o sólido, para transportar corriente eléctrica. Dicha

propiedad se utiliza comúnmente en estudios de dispersión aire-agua para estimar el contenido de agua, ya que el aire en dichas dispersiones es prácticamente no conductor. En este contexto, cuanto mayor sea la cantidad de agua presente en la dispersión, mayor será su conductividad. Esta relación se debe a que el agua es el principal agente conductor en la dispersión, y a medida que aumenta su cantidad, se produce un aumento correspondiente en la conductividad de la dispersión (Lepage *et al.*, 2020). La conductividad eléctrica se calcula usando ecuación 3

$$G = \sigma \cdot k_c \quad (3)$$

Donde: G — Conductancia [S], σ — Conductividad [S/m], k_c — constante de celda[m].

Utilizando esta propiedad, diversos investigadores como Marchese *et al.*, (1992) y Maldonado *et al.*, (2016), calcularon la fracción volumétrica de la fase dispersa utilizando la ecuación de *Maxwell*. Esta ecuación se utiliza para estimar la fracción volumétrica de cuerpos no conductores dispersos en un medio conductor continuo, y está dada por la siguiente ecuación 4.

$$\phi = \frac{\left[1 - \left(\frac{\sigma_d}{\sigma_l}\right)\right]}{\left[1 + 0.5\left(\frac{\sigma_d}{\sigma_l}\right)\right]} \quad (4)$$

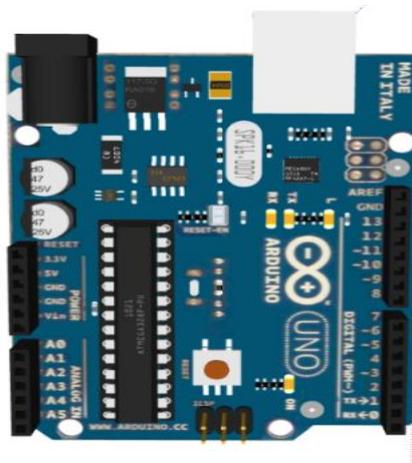
Donde: Φ — *hold-up* [-], σ_d — conductividad eléctrica de la dispersión formada por la fase no conductora [S/m], σ_l — Conductividad eléctrica continua conductora [S/m].

El registro de estos datos en sistemas de esta naturaleza ha sido tradicionalmente llevado a cabo a través de la combinación de circuitos de resistividad eléctrica y dispositivos microcontroladores. Investigadores destacados, como (Yasunishi *et al.*, 1986), han efectuado una integración entre un circuito de resistividad eléctrica y un microcontrolador con el propósito de realizar la lectura de datos de manera continua y en tiempo real. En un contexto más reciente, Lepage *et al.*, (2020) han empleado un Arduino Mega 256 para efectuar el registro de la conductividad y, a su vez, llevar a cabo el cálculo subsiguiente del *hold-up*.

3.8. Arduino.

Cortés & Monjaraz (2015), exponen que Arduino fue creado en la universidad de Ivrea en Italia en 2005 se ha ido modificando y desarrollando diversas versiones, así como también diversos tipos de sensores compatibles con este microcontrolador para desarrollar diversos proyectos aplicados en la robótica, informática, industria e ingeniería, dado que Arduino es un microcontrolador como se puede observar en la figura 6 , el cual por poseer una arquitectura abierta permite al usuario crear y programar dispositivos electrónicos para realizar tareas específicas permitiendo la automatización de procesos.

Figura 6 Placa Arduino Uno



Fuente: Manual (2022)

Arduino Uno es una placa de arquitectura abierta y está basada en el microcontrolador ATmega328P y es compatible con una amplia gama de sensores y módulos, lo que la hace muy versátil y fácil de usar para proyectos de electrónica y robótica. La placa tiene 14 pines digitales de entrada/salida, 6 entradas analógicas, una conexión USB, un conector de alimentación, un conector ICSP y un botón de reinicio. Se puede programar con el lenguaje de programación de Arduino y se pueden utilizar 6 de los pines digitales como salidas PWM. Manual (2023).

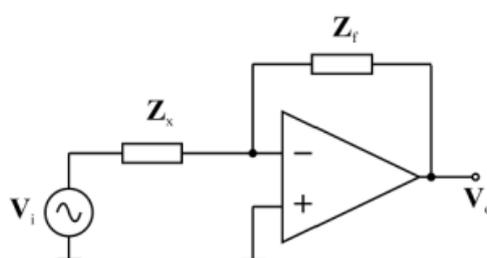
3.9. Circuito para medida de impedancia por el método de puente auto equilibrio

El método del puente auto equilibrio es una técnica de medición que utiliza un circuito puente para determinar la impedancia de un componente desconocido.

Mizuhata (2022) señala que el circuito más usado o típico empleado para medir la conductividad eléctrica usando una corriente alternada (AC) es el método de un

circuito de auto equilibrio donde la potencia es generada por una fuente de alimentación de un oscilador (AC), y es aplicada a una muestra lo que genera un diferencial de potencial el cual es medido, los electrodos a usar pueden ser de 4 terminales o de 2 terminales. Adicionalmente Da Silva (2008), propone una mejora en la precisión de la medición de conductividad mediante la incorporación de un amplificador operacional (opamp). Este dispositivo posee una alta resistencia de entrada y una baja resistencia de salida. Esta configuración particular es conocida como un puente de auto equilibrio y se ilustra en la figura 6. Este enfoque refinado permite una medición más precisa y confiable de la conductividad.

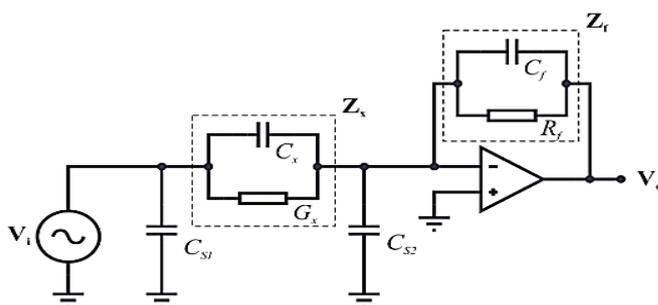
Figura 7 Puente de auto equilibrio



Fuente: Da Silva (2008).

El trabajo de Segundo *et al.* (2015), presenta un circuito de puente de auto equilibrio, el cual se muestra detalladamente en la figura 8. Este circuito ha sido diseñado con la finalidad de medir impedancias en rangos de frecuencias bajas (kHz) y evaluar la permitividad en frecuencias más elevadas (MHz). Una característica central de este diseño es la inclusión de un sensor capacitivo. Este sensor capacitivo desempeña un papel fundamental al permitir la medición precisa de la capacitancia de la muestra. A partir de esta medición de capacitancia, es posible derivar y determinar la permitividad de la muestra en frecuencias altas.

Figura 8 Circuito puente de auto equilibrio



Fuente: Segundo *et al.*, (2015)

La ganancia amplificada del circuito está dada por la ecuación 5

$$\frac{V_0}{V_i} = -\frac{Z_f}{Z_x} = -\frac{Y_x}{Y_f} = \left(\frac{G_x + j\omega c_x}{G_f + j\omega c_{xf}} \right) \quad (5)$$

Donde: V_i — Voltaje de entrada [V], Z_f — Impedancia de referencia [Ω], Z_x — Impedancia desconocida [Ω], V_0 — voltaje de salida [V], Y_x — admitancia del circuito[S], Y_f — Admitancia de retroalimentación [S], G_x — Conductancia de circuito [S], G_f — Conductancia de carga [S], ω — Frecuencia angular [Hz].

4. Metrología

Silva Neto (2012), argumenta que la metrología desempeña un rol esencial desde el inicio hasta la conclusión de las actividades diarias de una persona, permeando en prácticamente todas las esferas y objetos de su rutina. Esta disciplina abarca diversos ámbitos, desde la precisa operación del despertador al despertar, hasta la exacta cantidad de insumos empleados en la higiene personal y el meticuloso control de la ingesta de alimentos matutinos. Adicionalmente, la influencia de la metrología se expande hacia elementos aparentemente más intrincados, como las piezas que conforman un vehículo, las cuales son diseñadas y ensambladas con una meticulosa atención a medidas precisas. De manera análoga, en el entorno laboral, los componentes de una computadora también dependen de mediciones exactas para su óptimo funcionamiento. Por su parte, Escamilla Esquivel, (2014) destaca la incidencia científica de la metrología en múltiples ámbitos humanos, abarcando desde el comercio hasta la salud y el medio ambiente. El mencionado autor hace referencia que, en la contemporaneidad, la ausencia de mediciones en un experimento se considera de escaso valor, resaltando así la importancia de la metrología en la generación de conocimiento científico.

De acuerdo con Silva Neto (2012), todo proceso de medición que involucra instrumentos este sujeto a errores, siendo el instrumento unos de los principales causantes de ellos dado que este posee imperfecciones que pueden provocar inexactitudes en las mediciones. Para determinar si un instrumento cumple con los límites de error definidos, se lleva a cabo un procedimiento experimental conocido como calibración. Así mismo expone que existe dos tipos de calibración la calibración directa y la calibración indirecta.

4.1. Calibración directa

La calibración directa es un proceso en el que se aplica una cantidad estándar conocida directamente al sistema de medición que se está calibrando. Las mediciones resultantes del sistema de medición se comparan con los valores conocidos de las cantidades estándar para determinar la precisión y la exactitud del sistema.

4.2. Calibración indirecta

En la calibración indirecta, se utiliza una técnica en la cual la magnitud que se desea medir es generada por un dispositivo externo conocido como generador de magnitud. Este generador de magnitud actúa simultáneamente tanto en el sistema de medición que se está calibrando como en el sistema de medición estándar, que se considera como la referencia de valores verdaderos. El proceso de calibración indirecta implica comparar los resultados de medición obtenidos del sistema que está siendo calibrado con los resultados obtenidos del sistema de medición estándar. Dado que se conoce la magnitud generada por el generador de magnitud, cualquier diferencia entre las mediciones del sistema de calibración y las del sistema estándar indica un posible error en el sistema de calibración.

4.3. Error de medición

Silva Neto (2012), define el error de medición como la discrepancia entre el valor medido de una magnitud y un valor de referencia. En términos más simples, se trata de la diferencia entre el valor que se obtiene al medir una cantidad y un valor de comparación que se toma como estándar. Calculada por la ecuación 6.

$$E = I - VVC \quad (6)$$

Donde: E— Error de medición, I— valor indicado, VVC —valor verdadero convencional

Silva Neto (2012), menciona 3 tipos de errores.

- El error aleatorio es la variación impredecible en las mediciones repetidas debido a limitaciones del sistema de medición.

- El error sistemático proviene de fuentes identificables y puede cuantificarse y corregirse. Hace que las mediciones siempre estén por encima o por debajo del valor real, afectando su exactitud.
- El error grosero ocurre cuando los operadores carecen de habilidad o experiencia, o cuando los procedimientos no son correctos. Puede minimizarse mediante capacitación y elaboración de metodología en el procedimiento experimental que tiene que estar basado en normas y reglamentos metroológicos.

Según Albertazzi & Sousa (2008), determinan que el error sistemático en una medición involucra un proceso metódico de estimación. Esto se logra al repetir mediciones en una magnitud con valor verdadero establecido. A medida que aumenta la frecuencia de mediciones repetidas, la estimación del error sistemático mejora considerablemente. En un instrumento de medición, este error se calcula con la ecuación 7.

$$E_s = I_{\infty} - VVC \quad (7)$$

Donde: E_s — Error sistemático, I_{∞} — media de número infinito de indicaciones, VVC — valor verdadero convencional

Silva Neto (2012), explica que el error aleatorio emerge como una propiedad inherente al proceso de medición, manifestándose en forma de fluctuaciones alrededor del valor promedio de las observaciones. Cada medición individual, representada como la i -ésima indicación (I_i), presenta una componente de error aleatorio (E_{ai}) que puede expresarse mediante la ecuación 8.

$$E_{ai} = I_i - MI \quad (8)$$

Donde: E_{ai} — Error aleatorio da i -ésima indicación, I_i — i -ésima indicaciones, MI — promedio de las indicaciones

explica que el error aleatorio es cuantificado mediante la repetibilidad (R_e) y se calcula mediante la ecuación 9.

$$R_e = \pm t \cdot s \quad (9)$$

Donde: R_e — repetibilidad, t — Coeficiente t-student , s — desviación estándar experimental.

Repetibilidad viene hacer el rango de dispersión dentro del cual se espera que se encuentre el error aleatorio. Considerando un intervalo de confianza del 95% ($P=95$),

El coeficiente t-student es calculado usando la tabla t-student que involucra número de mediciones y grados de libertad ($n-1$) y la probabilidad P .

(Gonçalves Jr, 2002), menciona que la información que proporciona un sistema de medición se expresa con un número y unidad, pero el proceso de medición no termina ahí. A partir de ese punto, es que se inicia el trabajo hasta llegar al resultado de la medición (RM). Este resultado consta de dos partes esenciales: a) resultado base (RB), que representa el valor central del rango en el cual se espera que se encuentre el valor verdadero de la magnitud medida. b) incerteza de la medición (U), que abarca la gama de incertidumbre que todavía subsiste en el resultado debido a posibles errores en el sistema de medición. Este resultado de medición se expresa por la ecuación 10.

$$RM = (RB \pm U) \quad (10)$$

Donde: RM — resultado de medición, Rb — resultado base, IM — incerteza de medición.

(Silva pinto, 2019), indica que un sistema de medición debe ser estimado y expresado llevando en consideración la curva de errores del instrumento como se muestra en la ecuación 11, para garantizar una correcta compensación precisa de los posibles errores.

$$RM = (I + C \pm U) \quad (11)$$

Donde: RM — resultado de medición, C — corrección, U — incerteza de medición

5. MATERIALES Y MÉTODOS

5.1. Desarrollo del sensor tipo anular (electrodo anular)

Kuphaldt (2017), indica que al realizar mediciones eléctricas de la conductancia de líquidos. El valor de conductancia obtenido (G) no brinda información adecuada sobre el líquido en sí, dado que esta medida depende no solo de la actividad iónica de la solución, sino también de la geometría de las placas empleadas en la medición, específicamente de su área (A) y la distancia de separación (D) entre ellas. Es decir, el resultado de la conductancia se ve influenciado tanto por las propiedades del líquido como por las características geométricas de las placas utilizadas.

Para la construcción del sensor se utilizó anillos de acero inoxidable dado que es un material resistente a la corrosión y erosión, los anillos fueron separados a 0,03[m] cuentan con un diámetro interno de 0,048 [m] y diámetro externo de 0,0714[m].

La constante celda fue calculada a través de la constante geométrica de la celda y según Kuphaldt, (2017) se expresa en fracción D/A, tal como se muestra en la ecuación 12:

$$K_c = \left[\frac{1}{[K_G]} = \frac{1}{\left[\frac{D}{A}\right]} \right] \quad (12)$$

Donde: K_c — Constante de celda [m], k_g — Constante geométrica [m], A — Área efectiva de electrodos [m²], [D] — Distancia entre electrodos [m].

El sensor por ser anular su constante geométrica se calculó con siguiente ecuación 13:

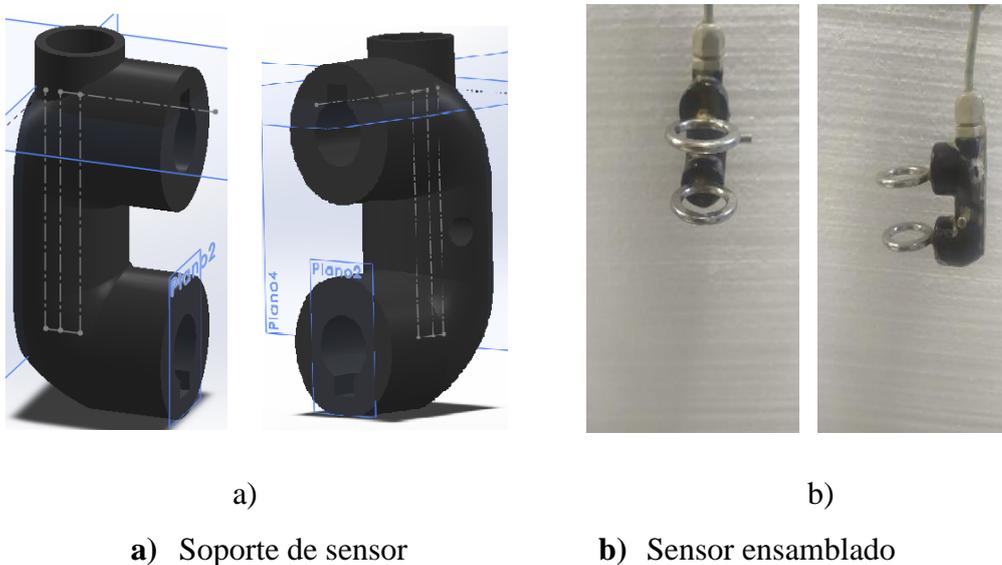
$$k_g = \frac{[\pi] * [R_m^2] - [r^2]}{d} \quad (13)$$

Donde: k_g — Constante geométrica [m], R_m — radio mayor [m],
r — radio menor [m], [D] — distancia entre los electrodos [m].

El sensor anular empleado en este estudio incorpora un sensor de temperatura basado en un termo resistor modelo NTC (Coeficiente de Temperatura Negativo), comúnmente también conocido como termistor. El objetivo del

termistor es medir y registrar la temperatura del entorno donde será colocado. Para asegurar una correcta fijación del sensor, se diseñó un soporte específico fabricado con material de polietileno tereftalato (PET). Este soporte garantiza la adecuada posición y estabilidad del sensor en su ubicación deseada. Las conexiones eléctricas del sensor anular y del termo resistor NTC fueron cuidadosamente realizadas utilizando un cable blindado de 5 vías con calibre 26 AWG , para asegurar una transmisión de señal precisa y proteger las conexiones del sensor ante posibles interferencias electromagnéticas. Dado que el sensor estará en contacto con una solución líquida, se tomaron medidas de protección adicionales para evitar cualquier daño potencial causado por la humedad. Una solución eficaz para esta protección consistió en aplicar una capa de resina de poliéster en todo el sensor y sus conexiones. Esta capa protectora de resina, visible en la figura 9, se encarga de salvaguardar completamente el sensor y sus elementos electrónicos de la exposición al líquido y posibles agentes corrosivos.

Figura 9 Sensor anular

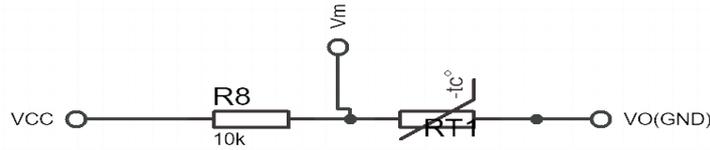


Fuente: Propio Autor.

5.2. Desarrollo circuito Termistor NTC

Para obtener la temperatura se usó un termistor (NTC 10 k ohm) colocado en modo divisor de tensión junto con una resistencia 10 k ohm se alimentó con 5v.

Figura 10 Circuito de Termo resistor NTC



Fuente: Propio autor

Se uso la ecuación 14 de divisor de tensión para encontrar resistencia ofrecida.

$$V_m = V_{cc} * \left[\frac{\Omega_{ntc}}{\Omega_c + \Omega_{ntc}} \right] \quad (14)$$

Donde: V_m —Tensión de salida del divisor de tensión [V], V_{cc} — Tensión del circuito [V]. Ω_{ntc} — Resistencia del termo resistor [Ω], Ω_c — Resistencia conocida [Ω].

De acuerdo con Marquez (2011), los termistores son sensores de temperatura de tipo resistivo están contruidos de un material semiconductor, donde la resistencia disminuye cuando aumenta la temperatura. El modelo matemático para calcular la temperatura relaciona la resistencia con los termistores como se muestra en la ecuación 15.

El registro de datos fue realizado por la puerta analógica A1 de Arduino Uno. Al realizar la toma de lecturas de temperatura, la placa Arduino Uno, debe estar alimentada con su fuente externa de energía (cargador de 5V), ya que se observó que, si Arduino Uno es energizado a través del puerto USB y por el mismo se realizan simultáneamente las lecturas, se obtendrán extrañamente datos erróneos.

$$T = \left(\left(\frac{B}{\text{Log} \left(\frac{\Omega_{rntc}}{\Omega T_0} \right)} \right) + \left(\frac{B}{T_0} \right) \right) \quad (15)$$

Donde: Ω_{ntc} — Resistencia del termo resistor [K], Ω_{T_0} — Resistencia a una temperatura conocida [Ω], T — Temperatura de referencia en kelvin [K], B — constante NTC [-].

5.3. Generador de onda senoidal

En el contexto de nuestra investigación, nos enfocamos en la medición de la conductividad en una solución acuosa con el objetivo de evitar la polarización. Según lo mencionado por Yang *et al.* (2018), la polarización del electrodo se origina debido a reacciones de oxidación-reducción. Esta polarización se

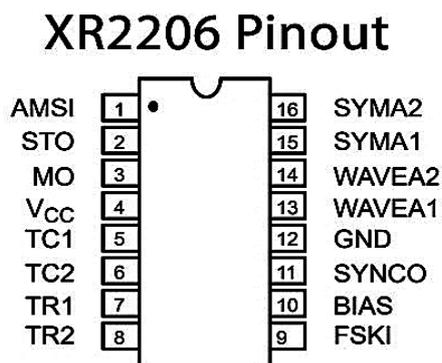
manifiesta cuando el conductor electrónico y la solución alcanzan un equilibrio dinámico, lo que conduce a la formación de una doble capa eléctrica estable en la superficie del electrodo metálico y en la solución. Como es bien sabido, para minimizar la polarización, es necesario aplicar corriente alternada Analytical (2004). En vista de eso, se decidió desarrollar un circuito generador de onda senoidal que simularía una señal de corriente alternada (CA) con la finalidad de disminuir la electrolisis y la polarización en la superficie del electrodo. Esto se debe a que, cuando el equilibrio de contraiones y co-iones en la doble capa eléctrica de la interfaz solución-electrodo metálico se aproxima hacia la saturación, el cambio de polaridad (en el segundo semiciclo) revierte este efecto, desplazando nuevamente el equilibrio iónico en la dirección opuesta, y así sucesivamente, manteniendo la capacitancia de la doble capa eléctrica.

Como postulan Ferrara *et al.* (2000) los efectos de polarización son observables para frecuencias inferiores a 500 Hz, mientras que los efectos parásitos aparecen solo para frecuencias superiores a 20 kHz. Por esta razón, se utilizó una frecuencia de 1 kHz para minimizar la polarización del electrodo, siguiendo la selección de Fischer *et al.* (2019), igualmente basada en la postulación de Ferrara *et al.* (2000).

La onda senoidal u onda seno es una forma matemática de una señal de corriente alternada (CA) de señal periódica que se representa matemáticamente como una función sinusoidal. Esta función se define como una curva como se puede observar en la figura 5, esta curva varía de manera suave y uniforme entre valores positivos y negativos, describiendo una oscilación completa en un período determinado Albert. J. Bates. (2007.)

Para lograr este tipo de onda se usó un integrado XR2206, mostrado en la figura 11, el cual está conformado por 16 pines y cada uno cumple una función específica como se describe en la tabla 1. La frecuencia y amplitud pueden ser moduladas externamente en un rango de 0.01Hz a 1MHz. Generator (2000).

Figura 11 Integrado XR-2206



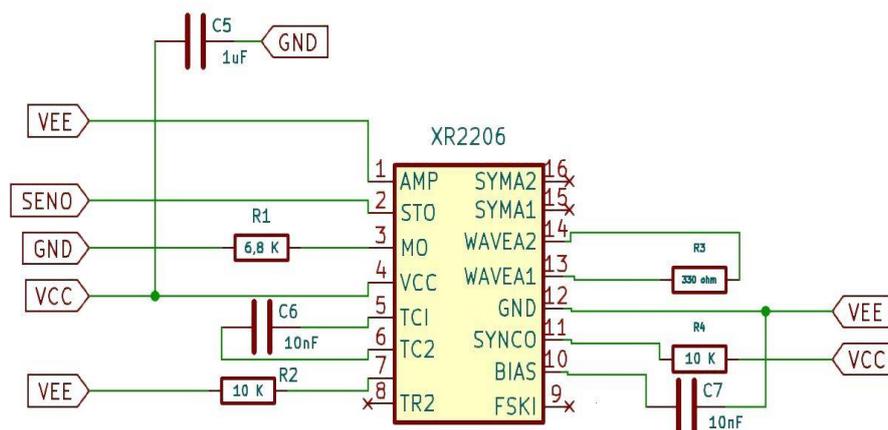
Fuente: Generator (2000).

TABLA 1 Pines usados del integrado XR-2206

Pin N°	Descripción
1	Entrada de señal modulante de amplitud.
2	Salida de onda senoidal o triangular
3	Salida del multiplicador
4	Fuente de alimentación positiva
5	Entrada del capacitor de temporización
6	Entrada del capacitor de temporización
7	Entrada del capacitor de temporización
10	Referencia de voltaje interno
11	Salida de sincronización
12	Pin tierra
13	Entrada de ajuste de forma de onda 1
14	Entrada de ajuste de forma de onda 2

De acuerdo con la tabla 1, se estructuró el circuito, tal como se aprecia en la figura 12.

Figura 12 Circuito del generador XR-2206



Fuente: Propio Autor

El integrado modelo XR2206 fue energizado con una fuente A1205SDL-2W, que brinda una tensión positiva y una negativa con respecto a un punto central [GND].

- En el pin 1 del integrado XR2206 fue alimentado con una tensión negativa de -5V [VEE].
- En el pin 4 se aplica una tensión positiva +5V [VCC], y un capacitor 1 [μF] para estabilizar la tensión y reducir ruido, actuando como un filtro pasa alta.
- El pin 3 se conectó al punto central GND de la fuente simétrica en serie con una resistencia de entrada como limitador de corriente una resistencia de 6,8 KΩ.
- El pin 11 se alimentó con una tensión positiva +5v [VCC], así mismo se conectó un capacitor [1 μF] con una resistencia de 10k[Ω], en paralelo para filtrar tensiones estabilizar la alimentación del circuito.
- El pin 10 y 12 se conectó una tensión negativa -5V (VEE) para proporcionar la referencia del voltaje negativo al circuito junto con un capacitor 1 [μF] para filtrar variaciones en la tensión o ruidos electromagnéticos.
- Pines 13 y 14 se interconectó con una resistencia de 330 [Ω] que funciona como una resistencia de carga para modular la amplitud de la señal.

Para dar la frecuencia de corte ≥ 1 kHz fue calculada usando la ecuación 16:

$$f_c = \frac{1}{(2\pi CR)} \quad (16)$$

Donde: R— Resistencia [Ω], C — capacitancia dada en faradios [F].

En el integrado XR2206 se interconectaron en los pines 5 y 6 con capacitor de 10 nF (C6), y el pin 7 se conectó a la tensión negativa -5V (VEE) con un resistor de 100k Ω (R2), obteniendo como resultado la salida de una onda senoidal por el pin 2.

5.4. Circuito de impedancia

Nilsson & Riedel (2005) ,mencionan que al obtener la señal senoidal (CA), a una sola frecuencia y ser analizada en el circuito la corriente, tensión se expresa en fasores complejos que permiten una descripción matemática precisa de la amplitud de la señal. La resistencia en un circuito CA se representa en términos de impedancia (combina resistencia, reactancia inductiva y reactancia capacitiva) y está representada por la ecuación 17.

$$V = Z \cdot I \quad (17)$$

Donde: Z — Impedancia[Ω], V — fador de tensión [V], I — fador de corriente [A].

La admitancia viene hacer reciproca a la impedancia y se define como la relación inversa entre la corriente y la tensión en un circuito eléctrico representada por la ecuación 18.

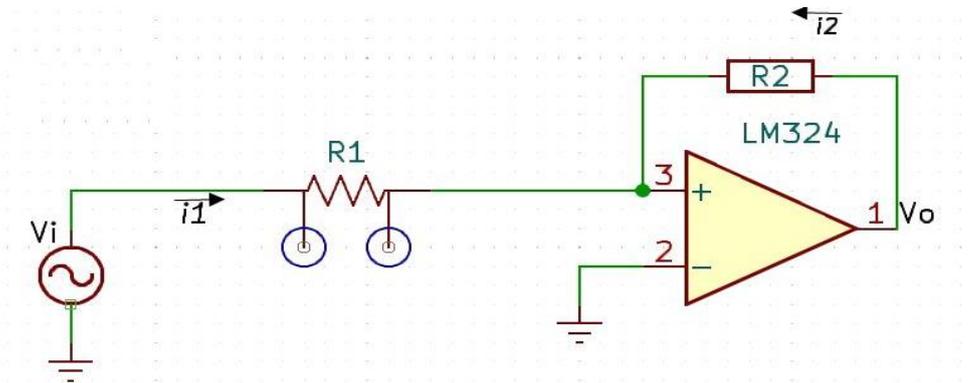
$$Y = \frac{1}{Z} = G + \sqrt{-1} \times B (s) \quad (18)$$

Donde: G — Conductancia[S], jB — Susceptancia [S].

Considerando la discusión previa acerca de la medición de la impedancia mediante un puente auto equilibrado, se tomó la decisión de utilizar el integrado LM324 en el diseño del circuito. La elección de este integrado se fundamenta en la frecuencia de operación requerida, que es de 1 kHz, significativamente inferior a las frecuencias empleadas en los estudios previamente mencionados por Silva y Segundo, quienes utilizaron amplificadores generadores de frecuencias de varios mega Hertz (MHz). Además, el uso del integrado LM324 implica una reducción en los costos asociados con el circuito. Como se puede observar en la figura 13, el sensor anular está conectado a un circuito de transimpedancia con el amplificador

operacional (LM324) en modo inversor, con esta configuración posibilita la conversión precisa de la corriente de entrada en una señal de tensión de salida.

Figura 13 Circuito transimpedancia



Fuente: propio Autor.

La configuración del amplificador inversor desencadena un proceso en el que la señal de entrada que se le proporciona se transforma en una señal de salida amplificada, pero con un giro peculiar donde se invierte en polaridad. Esto da como resultado un desfase de 180 grados entre estas dos señales (Pertence Junior, 1991).

En relación al circuito ilustrado en la figura 13, es importante señalar que no se ha considerado la influencia de la impedancia de capacitancia de compensación del cable. La descripción del comportamiento de este circuito se materializa mediante la ecuación 19.

$$V_o = -\frac{R_1}{R_2} \cdot V_i \quad (19)$$

Donde: V_o — tensión de salida [V], R_1 — resistencia del sensor [Ω], R_2 — resistencia retroalimentación [Ω], V_i — tensión de entrada [V].

5.5. Circuito rectificador y detector de pico.

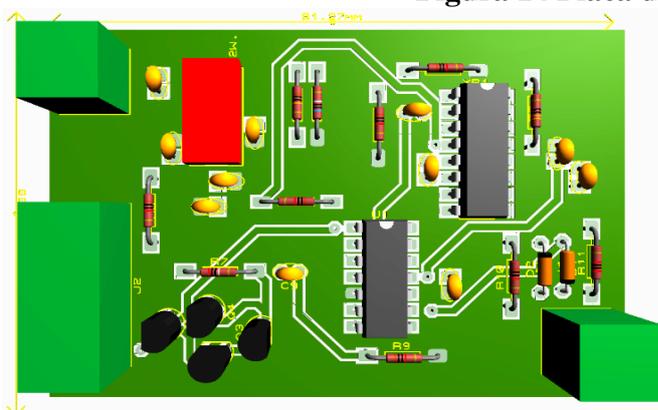
Dado que Arduino no fue diseñado para trabajar con señales de corriente alternada, para conseguir la interface del circuito con Arduino, del mismo modo que en el estudio de Segundo *et al.*, (2015), a este circuito se le adiciono un rectificador que convierte la señal de corriente alterna (CA) en corriente continua (CC). El rectificador se basa en diodos y permite que la corriente fluya en una sola dirección.

La salida del detector de picos está conectada al convertidor de analógico a digital (ADC) Arduino, puerto A1.

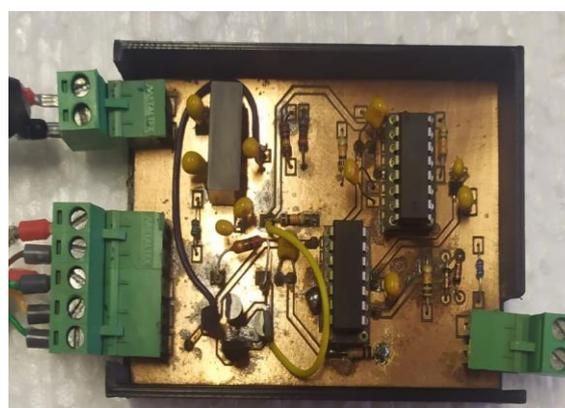
5.6. Diseño de Placa de fenolite

Todos los circuitos mencionados anteriormente como son: el generador de onda senoidal (XR2206), el amplificador inversor (LM324), diodos rectificadores y detector de pico se organizaron en una sola placa de fenolite de cobre que fue elaborada en la máquina de control numérico por computador (CNC) del laboratorio de automatización (LABCAM) de la Universidad Federal de Ouro Preto, como se puede observar en la figura 14.

Figura 14 Placa del circuito



a) Placa 3d y componentes eléctrico proyectados



b) Placa impresa y soldada con los componentes eléctricos.

Fuente: propio Autor.

6. Calibración del sensor.

6.1. Preparación de soluciones para calibrar el sensor

La calibración del sensor fue realizada de acuerdo a lo propuesto por OIML (1981), que consiste en preparar soluciones estándar de KCl a 25° para una determinada conductividad tanto de soluciones primarias como secundarias, como se puede observar en la tabla 2 y la tabla 3.

TABLA 2 Conductividades primarias estándar a (25 °C)

KCL [g/L]	Conductividad [S/m]
71,1352	11,131
7,41913	1,2852

0,745263	0,14083
-----------------	---------

TABLA 3 Conductividad secundarias estándar a (25 °C)

KCL [g/L]	Conductividad [S/m]
0,37329	0,07182
0,14932	0,02916
0,07466	0,014083

Teniendo en consideración las tablas anteriormente mencionadas se tomó como referencia para preparar las soluciones usadas para la calibración del sensor, el rango de medición fue desde 0,002 S/m hasta 1,000 S/m como se visualiza en la tabla 4.

Tabla 4 Conductividad de soluciones de KCl a diferentes concentraciones según estándares primarios y secundarios.

KCL [g/L]	conductividad S/m ()
5,7559	1,000
4,5895	0,800
3,4231	0,600
2,2567	0,400
1,0903	0,200
0,7453	0,141
0,5071	0,100
0,3733	0,072
0,1493	0,029
0,0747	0,015
0,05050	0,010
0,04010	0,008
0,02980	0,006
0,0195	0,004
0,0092	0,002

Este rango de conductividad de 0,002 S/m hasta 1,000 S/m fue determinado dado que el agua de flotación en la industria es utilizada en circuito cerrado lo que significa que se recircula y reutiliza continuamente durante el proceso. Este reciclamiento de agua en los procesos mineros puede provocar la acumulación de iones y otros componentes en el agua dado que el agua recirculada se obtiene de la presa de relave donde existe especies contaminante típicas como son: SO_4^{2-} , Cl^- , F^- , Mg^{2+} , Ca^{2+} , Na^+ , K^+ , colectores, espumante, activadores, depresores materiales coloidales . Y, consiguientemente, aumentando la conductividad eléctrica. Dzingai, Manono & Corin (2020)

Las ecuaciones 12 y 19 son fundamentales en la derivación de la ecuación 20, la cual desempeña un papel crucial en la determinación de la conductividad.

$$\sigma = \frac{R_2 \cdot V_i}{V_o} \cdot k_c \quad (20)$$

Donde: V_o — tensión de salida [V], R_2 — resistencia retroalimentación [Ω], V_i — tensión de entrada [V], K_c — constante de celda [m].

7. Caracterización de esferas de vidrio

Se utilizaron esferas de vidrio con diámetros $d_1 = 0,00108[\text{m}]$; $d_2 = 0,00017[\text{m}]$. Para determinar la masa específica de las esferas se utilizó el procedimiento determinación de densidad relativa de sólidos propuesto por Sampaio & Silva (2007) , este método utiliza la técnica de picnometría, tal como se ilustra en la figura 15, este método consta de los siguientes pasos:

- Pesar el picnómetro vacío: Antes de comenzar la medición, el picnómetro debe pesarse para tener un valor de referencia. El picnómetro se debe limpiar y secar cuidadosamente antes de su uso. Para asegurarse de que no quede ningún residuo dentro del picnómetro, se puede enjuagar con un disolvente adecuado, como alcohol después de cada uso.
- Llenar el picnómetro con el líquido: El picnómetro se llena con el líquido (agua) de preferencia, que es un líquido con una densidad conocida.
- La diferencia entre los pesos del picnómetro con agua y sin agua es la masa de agua utilizada, sabiendo el volumen de agua colocada en el picnómetro se puede determinar la densidad del agua u otro liquido utilizado.

- Pesado del picnómetro lleno: Una vez que el picnómetro se ha llenado con el líquido de referencia, se pesa nuevamente para obtener el peso total de líquido y picnómetro.
- Introducir el sólido a medir en el picnómetro: El sólido a medir se introduce cuidadosamente en el picnómetro. Adicione el líquido verifique que no tenga burbujas de aire adheridas tanto a las partículas como al picnómetro.
- Pesado del picnómetro con el sólido: El picnómetro con el sólido y el líquido se pesa nuevamente para obtener el peso total.

Para calcular la densidad relativa se usó la ecuación 21.

$$\rho_r = \frac{(A_2) - (A_1)}{(A_4 + (A_2)) - (A_1 + A_3)} \quad (21)$$

Donde: ρ_r — Densidad relativa [g/m^3], A_1 — Masa picnómetro vacío, A_2 — Masa picnómetro + muestras [g], A_3 — masa del picnómetro + muestra + agua [g], A_4 — masa del picnómetro + agua [g].

Figura 15 Picnometría de esférulas de vidrio



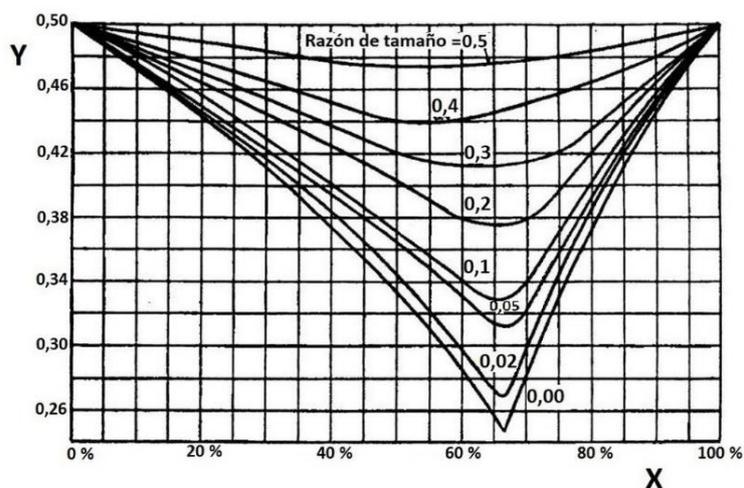
Fuente: Propio Autor

7.1. Porosidad binaria

Furnas (1928), pionero en el estudio del empaquetamiento de lechos granulares, ha demostrado que, al emplear dos tamaños de partículas diferentes para construir un lecho particulado, se produce lo que se conoce como

porosidad binaria, la cual varía según la fracción de cada clase de partícula presente en el lecho, generando ábacos que se muestran en la Figura 16

Figura 16 — Ábaco de Furnas (X — fracción volumétrica de gruesos; Y — porosidad)



Fuente: Modificado de Furnas (1928).

Cho & Laskowski, (2002), explican que la porosidad binaria se refiere a la estructura porosa que se forma cuando se combinan partículas de dos tamaños diferentes en una mezcla. (partículas grandes y partículas pequeñas). Al misturar estas partículas grandes y pequeñas, la porosidad de la mezcla cambia a medida que se ajusta la proporción de volumen entre las partículas grandes y las pequeñas. A medida que la proporción de partículas pequeñas aumenta, ellas ocupan cada vez más espacio entre las partículas grandes, hasta que finalmente llenan por completo los espacios entre estas partículas grandes. Esto conduce a una disminución en la porosidad general de la mezcla.

(PRADO *et al.*, 2022) ,resaltan que, en la industria, cuando se trabaja con partículas existe espacios entre ellas dan lugar a la porosidad, que es la proporción entre los espacios vacíos y el volumen total. Este nivel óptimo de porosidad cambia según el proceso: en ciertos casos, una alta porosidad es beneficiosa, mientras que en otros es perjudicial. Concretamente, en procesos como el análisis de espumas o la flotación, entender y medir la porosidad es fundamental para obtener resultados exitosos.

En la flotación, las espumas se utilizan para separar selectivamente los minerales de interés de los minerales indeseables, aprovechando las diferencias en las propiedades de hidrofobicidad y mojabilidad de los minerales. El éxito

del proceso de flotación radica en la adhesión de partículas hidrofóbicas a las burbujas, el mantenimiento de la estabilidad de los agregados partícula-burbuja y su transporte hasta el punto de extracción (generalmente un canal de desbordamiento). Por lo tanto, el conocimiento de las propiedades de las dos fases (agua y aire) y las tres fases (agua, aire y sólido) de las burbujas/espumas contribuye a mejorar el proceso de flotación (Milhomem, 2020). En ese contexto de la flotación, la espuma puede ser interpretada como una manifestación de porosidad binaria, dado que exhibe una estructura porosa que se compone de dos componentes fundamentales: las burbujas y las partículas de mineral suspendidas.

7.2. Mezcla binaria de esferas para determinar densidad aparente y porosidad en lecho empacado.

El ensayo se fundamentó en la investigación de Furnas (1928), uno de los pioneros en el análisis de la porosidad de lechos binarios al variar la proporción entre partículas más grandes y más pequeñas. La combinación binaria se llevó a cabo con dos tipos de esferas de diámetros $d_1 = 0,00108$ m (partículas gruesas) y $d_2 = 0,00017$ m (partículas finas), previamente caracterizadas por picnometría para determinar densidad relativa. Todos ensayos se realizaron por triplicado y la mezcla de esferas se realizó en una probeta de 0,500 L. Se procedió a alterar la proporción de partículas de menor tamaño (partículas finas) con respecto a las partículas de mayor tamaño (partículas gruesas). Estas variaciones se establecieron en los siguientes porcentajes: 0%, 15%, 30%, 45%, 60%, 75% y 100%, en todas las variaciones realizadas se mantuvo constante la masa total de los sólidos presentes en la mezcla, estableciéndola en 0,3456 kg. En cada mezcla realizada se midió el volumen (volumen de la mezcla), ocupado en la combinación binaria realizada. La densidad aparente se calculó a través de la ecuación 22.

$$\rho_{ap} = \frac{M_{ts}}{V_{mez}} \quad (22)$$

Donde: ρ_{ap} — densidad aparente [kg/m^3], M_{ts} — Masa total de sólidos [kg], V_{mez} — volumen de la mezcla [m^3],

(Milhomem & Luz, 2016), mencionan que la porosidad experimental puede ser calculada con la ecuación 23.

$$\varepsilon = \frac{\rho_s - \rho_{ap}}{\rho_s} \quad (23)$$

Donde: ε — porosidad [%] , ρ_{ap} — densidad Aparente [kg/m^3], ρ_s — densidad de sólidos [kg/m^3].

7.3. Estimación de la porosidad en un lecho empaquetado de mezcla binaria de esferas de vidrio mediante la conductividad eléctrica.

Para determinar la porosidad del lecho, ese empleó el arreglo de distribución binaria ya calculada que se muestra en el gráfico 4 con sus correspondientes porcentajes de finos que se muestran en la tabla 8.

Seguidamente se procedió a colocar las esferas gruesas (cuerpos no conductores) en un vaso de precipitación alto y acomodadas en concordancia con el porcentaje de esferas finas (0%,15%,30%,45%,60%,75%, 100%).

Seguidamente se preparó agua salmuera (agua y KCl) a una conductividad de referencia (0,0278 S/m), para luego verter la solución y mediante la ecuación 4 que es la ecuación de maxwell calcular la fracción volumétrica (*hold-up*) que a la vez permitirá calcular la porosidad. Además, se empleará la ecuación estudiada por Archie ecuación 24 ,que también posibilita calcular la porosidad.

$$\varepsilon = a \cdot \left[\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right]^{\frac{1}{m}} \quad (24)$$

Donde: ε — porosidad [%] , σ_2 — Conductividad eléctrica del agua [S/m], σ_1 — conductividad eléctrica de la roca[S/m], m — exponente de cementación [-], $[a]$ — factor de tortuosidad [-].

Las lecturas y almacenamiento de mediciones son realizada mediante el script desarrollado en Arduino.

7.4. Determinación de la gelatinización de la harina de Yuca

La gelatinización de la harina de yuca se refiere al proceso mediante el cual los gránulos de almidón presentes en la harina de yuca se hinchan y absorben agua, produciendo un gel transparente o masa viscosa.

Considerando la densidad del almidón de mandioca mencionado por Achor *et al.* (2015), se procedió a preparar la solución gelatinosa con una concentración de almidón del 10 %.

Sabiendo la densidad del almidón de yuca $1880[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$ y usando la densidad del agua $998[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$ procedió a calcular la densidad de la solución gelatinosa con una concentración de 10 %, se usó la siguiente ecuación 25.

$$\rho_{\text{solu}} = \left[\frac{C_{\text{almidón}}}{\rho_{\text{almi}}} \right] + \left[\frac{1 - C_{\text{almidón}}}{\rho_{\text{h20}}} \right] \quad (25)$$

Donde: ρ_{sol} — densidad de la solución $[\text{kg}/\text{m}^3]$, ρ_{alm} — densidad del almidón $[\text{kg}/\text{m}^3]$, ρ_{agua} — densidad del agua $[\text{kg}/\text{m}^3]$, $C_{\text{almidón}}$ — Concentración almidón [%]

Se procedió a calcular densidad del sistema, con la ecuación 26, que involucra la densidad específica de la esfera $[2485 \text{ kg}/\text{m}^{-3}]$, concentración volumétrica y la densidad de la solución.

$$\rho_{\text{sistema}} = C_v \cdot \rho_{\text{esfer}} \cdot \rho_{\text{solu}} \quad (26)$$

Donde: ρ_{sist} — Densidad del sistema $[\text{kg}/\text{m}^3]$, C_v — Concentración volumétrica [%], ρ_{sol} — Densidad de la solución $[\text{kg}/\text{m}^3]$, ρ_{esfera} — Masa específica de la esfera $[\text{kg}/\text{m}^3]$.

La concentración másica fue calculada con la ecuación 27,

$$c_m = c_v \cdot \left[\frac{\rho_r}{\rho_{\text{sistema}}} \right] \quad (27)$$

Donde: ρ_r — Densidad relativa $[\text{kg}/\text{m}^3]$, ρ_{sist} — Densidad del sistema $[\text{kg}/\text{m}^3]$, C_v — Concentración volumétrica [%], C_m — Concentración másica [%].

Con las fórmulas mencionadas se determina cuanta masa de esférulas y cuanta masa de almidón gelatinizado que se necesita por cada Concentración volumétrica.

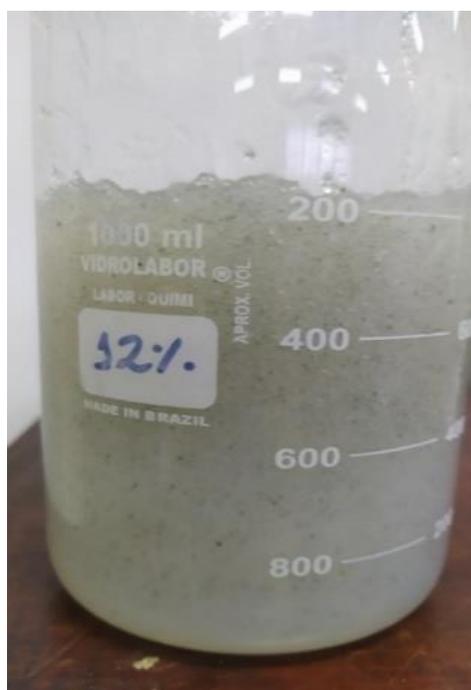
7.5. Medida de la porosidad y fracción volumétrica de esferas suspensa en un medio gelatinizado.

Después de definir las concentraciones a emplear (0%, 12% y 24%), se procedió a pesar las esferas correspondientes para cada concentración volumétrica específica. Posteriormente, estas esferas fueron añadidas a la mezcla gelatinosa como se muestra en la figura 17. Luego, se midió la conductividad de las esferas suspendidas en una solución gelatinosa elaborada a partir de almidón de yuca. Para llevar a cabo la medición, se utilizó un sensor anular desarrollado junto con Arduino para recopilar los datos.

En resumen, el procedimiento consistió en los siguientes pasos:

- a) Se determinaron las concentraciones a utilizar (0%, 12% y 24%).
- b) Se realizaron pesajes de las esferas correspondientes a cada concentración para obtener las muestras adecuadas.
- c) Se llevó a cabo la medición de la conductividad utilizando Arduino y el sensor desarrollado.
- d) Se procedió al cálculo de la fracción volumétrica y porosidad utilizando las ecuaciones de Maxwell y Archie.

Figura 17 Esférulas suspensas en medio gelatinoso.



Fuente: Propio autor

8. Determinación de Fracción volumétrica (*Hold-up*) en celda Denver con esferas no conductoras.

Se utilizó en el experimento la celda flotación modelo Denver como se ilustra en la figura 18, la cual cuenta con un agitador central encargado de mezclar y agitar la pulpa en la flotación. El método utilizado consistió en la adición de cuerpos no conductores en movimiento al lecho acuoso (salmuera agua y KCl de conductividad conocida) a través de las concentraciones volumétricas previamente determinadas. Estos cuerpos consistieron en esferas de vidrio con un volumen determinado (0%, 12%, 17%, 20%), se trabajó con este tipo de porcentajes con la finalidad de simular el comportamiento del proceso de flotación, donde el *hold-up* típico, según lo mencionan Suárez, *et al.*, (2005) oscila 5% a 25%.

Luego se estimó la fracción volumétrica (*hold-up*) de estos cuerpos que se encontraban en dispersión y en movimiento a una velocidad angular de 1500 rpm (revoluciones por minuto). La medición de la conductividad se realizó mediante un sensor anular, vía Arduino Uno, que midió la electroconductividad. Los datos obtenidos se procesaron mediante la conocida fórmula de Maxwell y Archie.

Figura 18 Celda de bancada con salmuera y esferas de vidrio



Fuente: Propio Autor

8.1. Preparación del espumante aceite de pino α -Terpineol

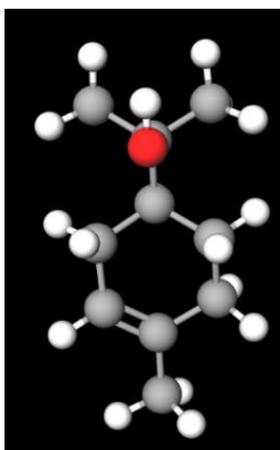
Los espumantes son reactivos que contienen propiedades tensoactivas, lo que significa que reducen la tensión superficial del agua y ayudan a mantener la estabilidad de la burbuja de espuma formada en la superficie. Los espumantes más comunes contienen el grupo hidroxilo (OH-) en su estructura, como el aceite de pino (C₁₀ H₁₇ OH), que es un ejemplo de un espumante utilizado en muchas aplicaciones industriales. (Chique 2020).

El aceite de pino se preparó llevando en consideración la solubilidad que en relación con el agua que es de 1186 mg/L, se preparó una solución madre de 0,1% usando el siguiente arreglo de ecuación 28.

$$\rho_{\text{espum.}} = \frac{m_{\text{esp}}}{V_f} \quad (28)$$

Donde: $\rho_{\text{espum.}}$ — Densidad del espumante [kg/m³]. V_f — Volumen de la fiola [ml]
 m_{esp} — Masa del espumante [kg].

Figura 19 Molécula de α -Terpineol



Fuente: recuperado de MolView.

8.2. Dosificación del espumante

Se dividió en tres tipos de concentración de acuerdo al consumo unitario denominado consumo unitario máximo, consumo unitario medio, consumo unitario bajo. Para determinar la masa del espumante se utilizó la ecuación 29.

$$m_{esp} = C_{unt} \cdot m_s \quad (29)$$

Donde: m_{esp} — Masa del espumante [kg], C_{unt} — Consumo unitario [kg/kg]
 m_s — masa del sólido [kg]

8.3. Determinación de la tensión

La tensión superficial se puede medir mediante un equilibrio de fuerzas, ya que esta propiedad de los líquidos está relacionada con la cohesión molecular en la superficie del líquido. En la superficie de un líquido, las moléculas experimentan una fuerza de atracción hacia el interior del líquido debido a la cohesión molecular, mientras que las moléculas en la superficie también experimentan una fuerza de atracción hacia el exterior debido a la adhesión molecular a la superficie del recipiente o al aire (Jiménez 2012). La tensión superficial de un líquido se obtiene midiendo la fuerza adicional necesaria para romper la lámina de líquido formada en la superficie del líquido. El método del anillo de *Du Noüy* como se muestra en la figura 20, es una técnica común para medir la tensión superficial de un líquido. Este método implica colocar un anillo de metal (como un anillo de platino) en la superficie del líquido y luego medir la fuerza adicional necesaria para levantar el anillo del líquido justo en el momento en que la lámina de líquido formada en el anillo se rompe. El procedimiento fue el siguiente:

- Se calibro la plataforma del tensiómetro Du Noüy usando los tornillos de la plataforma y nivel esférico.
- Se aseguro que el anillo no tenga ningún tipo de contaminante, para lo cual se realizó un lavado con agua caliente seguido de agua fría, y finalmente se procedió a quemar cualquier posible residuo con la ayuda de un mechero.
- Se verificó que el dinamómetro estuviera en posición de cero y que el anillo, conectado y suspendido en el brazo de levantamiento, estuviera centrado en la mira horizontal.
- Se acercó el recipiente con el líquido de interés utilizando los tornillos de la platina hasta que el anillo hiciera contacto con la superficie del líquido.

- Se aplicó una fuerza vertical al anillo a través del dispositivo de levantamiento (tornillo de torsión), aumentando gradualmente la fuerza. La medición de la tensión superficial del líquido se realizó cuando la lámina de líquido formada en el interior del anillo se rompió, es decir, cuando el anillo se despegó del líquido.
- Debido a que el anillo del laboratorio de reología estaba con imperfecciones en su área debió a un mal uso, se calibró mediante interpolación obtener un factor de corrección el cual dio 1,038 que se multiplicó a todo valor obtenido por este método.

Figura 20 Du Noüy



Fuente: Propio Autor

8.3.1. Medición de fracción volumétrica por método de altura versus método de conductividad eléctrica en celda Denver con agua salmuera y espumante.

Cho & Laskowski (2002), exponen que los espumadores tienen la capacidad de controlar el tamaño de las burbujas en los sistemas de flotación mediante la prevención de la coalescencia de las burbujas.

Llevando en consideración la importancia de los espumadores en la estabilidad de las burbujas en la flotación y por consiguiente en la formación de espuma, se optó por llevar a cabo un ensayo para calcular mediante la conductividad eléctrica la fracción volumétrica en celda Denver utilizando tres tipos de dosificación de espumante (denominados máxima, medio y baja) en una concentración de 0,1%, el

medio líquido que se uso fue salmuera de conductividad conocida fue agitada y mezclada con una velocidad angular de 1500 rpm.

El *hold up* o fracción volumétrica fue determinada a través de la ecuación 32. Esta ecuación integra la diferencia de alturas del lecho antes y después del flujo de gas tal como se describe en la ecuación 30 junto con el área efectiva de la celda definida por la ecuación 31. Esta relación nos permite calcular la variación de volumen en la celda Denver.

$$Hz = Hz_0 - Hz_\infty \quad (30)$$

Donde: Hz — Diferencia de altura [m], Hz_0 — Altura inicial [m], Hz_∞ — Altura de la espuma [m].

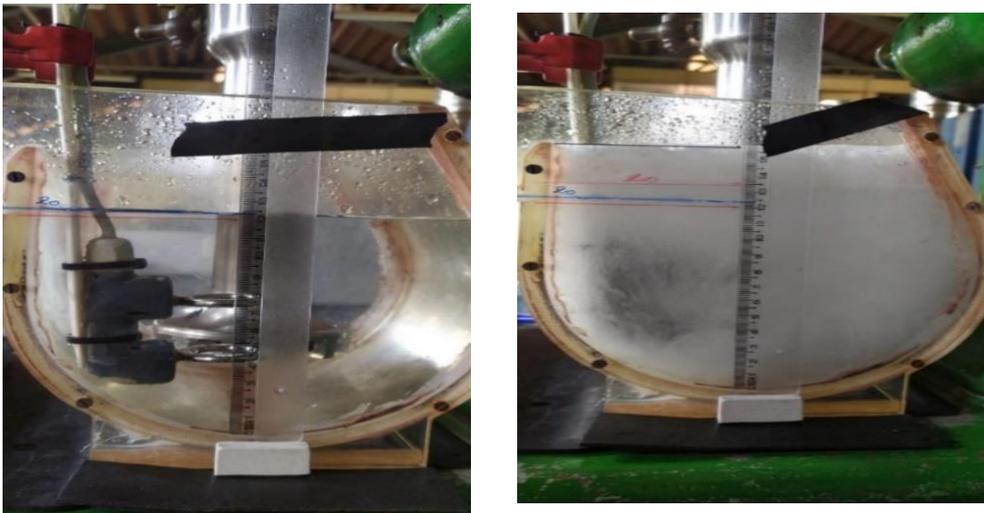
$$A_{ef} = w_{celda} * L_{celda} - \frac{\pi}{4} \phi^2 \quad (31)$$

Donde: A_{ef} — área efectiva[m²], w_{celda} — ancho de celda [m] , L_{celda} — largo de celda, ϕ — diámetro de la barra [m]

$$\Phi_g = \frac{\Delta v}{v_0} \phi^2 \quad (32)$$

Donde: Φ — *hold-up* [-], Δv — Variación del volumen [m³], V_0 — Volumen inicial [m³], ϕ — Diámetro de la barra [m].

Figura 21 Medición de conductividad en celda Denver



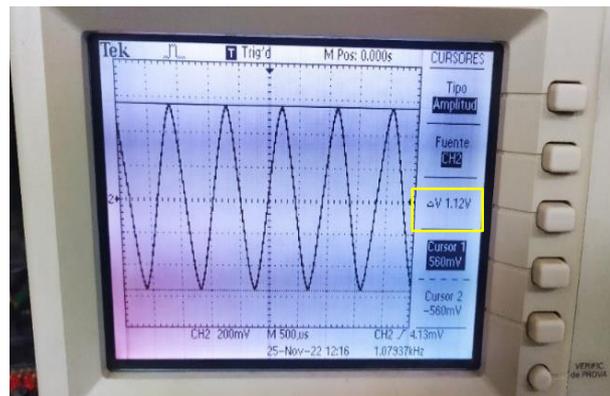
Fuente: Propio autor

9. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

9.1. Generación de la onda senoidal.

Utilizando el integrado XR2206, se logró obtener una frecuencia medida de 1,07937 kHz y una amplitud de 1,12V (menor a la tensión eléctrica de 1,23 V que es la tensión que genera la electrólisis). Estos datos de frecuencia y amplitud se registraron mediante un osciloscopio. Este análisis experimental permite respaldar la aproximación de la ecuación 3, como se puede observar en la figura 22.

Figura 22 Onda senoidal medida en osciloscopio



Fuente: Propio Autor.

La Figura 21 del estudio proporciona una representación gráfica y visual de estos resultados, permitiendo una mejor comprensión y apreciación de los datos obtenidos durante el experimento.

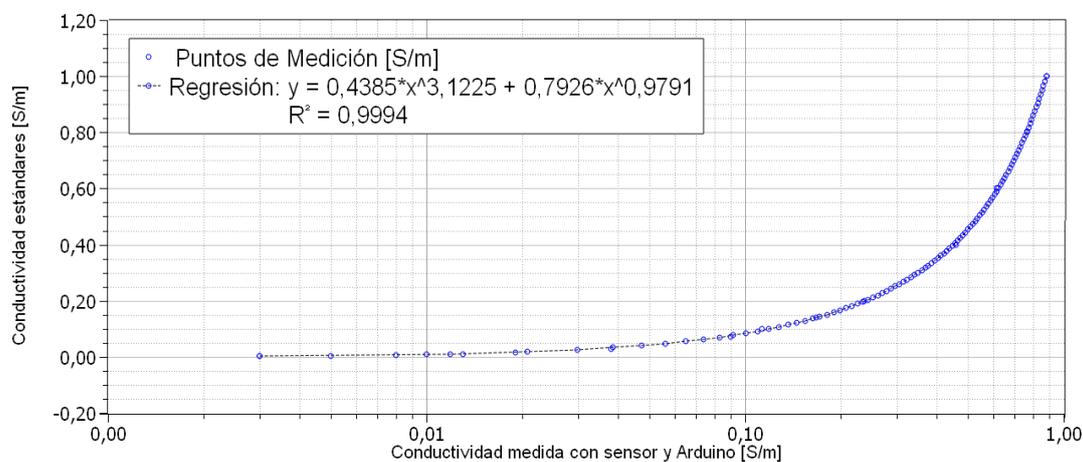
9.2. Curva de Calibración.

La curva de calibración como se muestra en el gráfico 1 es una comparación de los valores de conductividad medidos usando el sensor anular microcontrolador Arudino a 25°C tabla 5 y los valores teóricos (padrones), mostrados en la tabla 4. Este enfoque de calibración se ajusta a la descripción proporcionada por Neto (2012) y se clasifica como una calibración directa. La representación en la gráfica 1 de esta comparación de curva de calibración ofrece una visión clara de cómo se comporta el sensor en diferentes puntos y proporciona información valiosa sobre cualquier desviación o ajuste necesario.

Tabla 5 Lecturas de conductividad realizadas mediante el sensor anular y Arduino

KCl [g/L]	conductividad S/m (Norma)
5,7559	0,883
4,5895	0,768
3,4231	0,617
2,2567	0,459
1,0903	0,237
0,7453	0,167
0,5071	0,113
0,3733	0,090
0,1493	0,038
0,0747	0,019
0,05050	0,013
0,04010	0,010
0,02980	0,008
0,0195	0,005
0,0092	0,003

Gráfico 1 Curva de Calibración



Este gráfico revela un coeficiente de determinación (R²) de 99.94%, derivado de un ajuste mediante un modelo de regresión no lineal. Este ajuste refleja una sobresaliente concordancia cuantitativa entre los datos de conductividad obtenidos a través del sensor y Arduino y los valores estandarizado detallados en la Tabla 4. La Tabla 6 expone con precisión los resultados de la regresión entre la conductividad medida y la referencia, realizado mediante el empleo del software

de análisis de datos SciDavis, conocido por su gratuidad y robustez en el análisis científico.

Tabla 6 Parámetros regresionales (obtenidos via SciDavis)

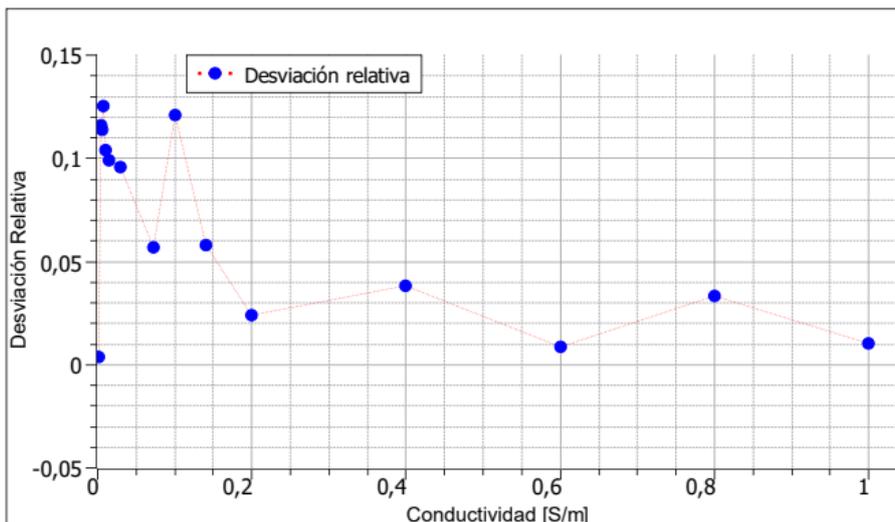
$\sigma = a \times \sigma_{Arduino}^b + c \times \sigma_{Arduino}^d$
$a = 0,438461789945025 \pm 0,0634218421715517$
$b = 3,12248156899599 \pm 0,472462038434172$
$c = 0,792627873196623 \pm 0,0720874636255388$
$d = 0,979062129749075 \pm 0,0445050085839617$
$\chi^2 = 0,000235598978301139$
$R^2 = 0,999894650268092$

Los datos de la tabla anterior muestran y destacan claramente que existe una relación estadísticamente significativa entre la variable independiente (estándares) y la variable dependiente (medida con el sensor y Arduino). Mediante la aplicación de una curva de errores en el proceso de calibración, se logra discernir la tendencia subyacente y evaluar la precisión de las lecturas en relación con los valores patrón. Este análisis contribuye a la validación y confiabilidad de la metodología empleada, subrayando la coherencia entre las mediciones obtenidas y los estándares de referencia.

9.2.1. Curva de errores.

La Curva de Error (CE) constituye una herramienta gráfica de gran utilidad para ilustrar y comprender de manera efectiva las discrepancias existentes entre el funcionamiento real de un Sistema de Medición (SM) y su comportamiento ideal. En una situación ideal, un SM de alta calidad debería manifestar mínimas diferencias entre la lectura obtenida y la lectura nominal (objetivo). No obstante, en la realidad, siempre emergen ciertas disparidades debido a la presencia de errores sistemáticos y aleatorios (Gonçalves Jr., 2002). En el presente caso, para determinar las incertidumbres inherentes al sistema de medición, se tomaron 81 mediciones para cada valor de referencia (lo que resultó en un grado de libertad igual a 80). Para un nivel de significancia del 5 % y el grado de libertad adoptado, el valor tabulado del parámetro estadístico t-de-Student es igual a 1,990.

Gráfico 2 Curva de erros relativos en la calibración



La figura 8 revela una tendencia notable en las mediciones de conductividad, indicado una mayor precisión y exactitud en las lecturas asociadas a valores más altos de conductividad eléctrica. Estos datos desempeñan un papel de gran relevancia, en la evaluación de la incertidumbre asociada a cada medición realizada con el sensor anular, la cual será considerada meticulosamente en cada registro de medida efectuado por el script del microcontrolador Arduino (ver Tabla 7).

Tabla 7 Registro de conductividad (expresada en S/m): Mediciones con sensor Arduino y sus incertidumbres

1,000000 ± 0,003897	0,140800 ± 0,000351	0,010000 ± 0,000086
0,853125 ± 0,002250	0,100000 ± 0,000198	0,008000 ± 0,000078
0,610527 ± 0,002953	0,071820 ± 0,000031	0,006000 ± 0,000017
0,430545 ± 0,001236	0,029160 ± 0,000097	0,004000 ± 0,000020
0,200000 ± 0,001707	0,014690 ± 0,000094	0,002000 ± 0,000347

9.3. Determinación de la densidad aparente en la mezcla binaria de esferas de vidrio.

Para determinar la densidad de la aparente de los dos tipos de esferas de vidrio de diferente diámetro $d_1 = 0,00108$ m (Gruesos) y $d_2 = 0,00017$ m (finos), se procedió a medir y registrar el volumen de la combinación binaria en función de los porcentajes de esferas finas (0%, 15%, 30%, 45%, 60%, 75% y 100%). Luego,

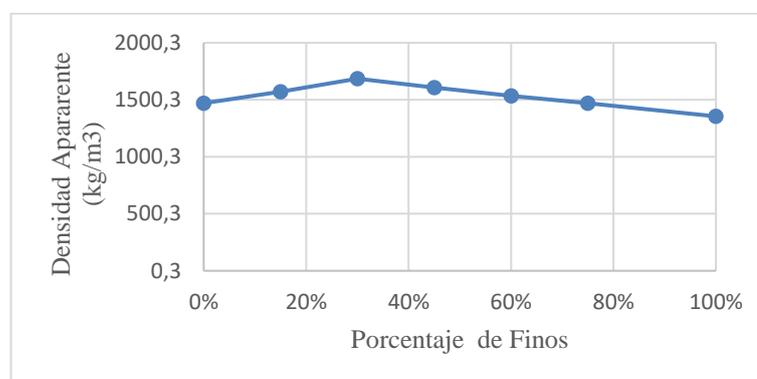
utilizando la ecuación 22, se calculó la densidad aparente, como se muestra en la Tabla 8.

TABLA 8 Densidad aparente correspondiente la mezcla binaria

Porcentaje de finos	masa finos (g)	masa gruesos (g)	volumen mezcla m ³	masa total de sólidos (kg)	ρ_{ap} (kg/m ³)
0%	0,0	345,60	0,000235	0,345600	1470,6
15%	51,84	293,76	0,000220	0,345600	1570,9
30%	103,68	241,92	0,000205	0,345600	1685,9
45%	155,52	190,08	0,000215	0,345600	1607,4
60%	207,36	138,24	0,000225	0,345600	1536,0
75%	259,2	86,4	0,000235	0,345600	1470,6
100%	345,60	0,00	0,000255	0,345600	1355,3

De acuerdo a la tabla 7 se puede deducir que a medida que aumenta el contenido de partículas finas, la densidad aparente aumenta inicialmente, alcanza un máximo y luego disminuye como se puede observar en el gráfico 3.

Gráfico 3 Densidad aparente del sistema binario

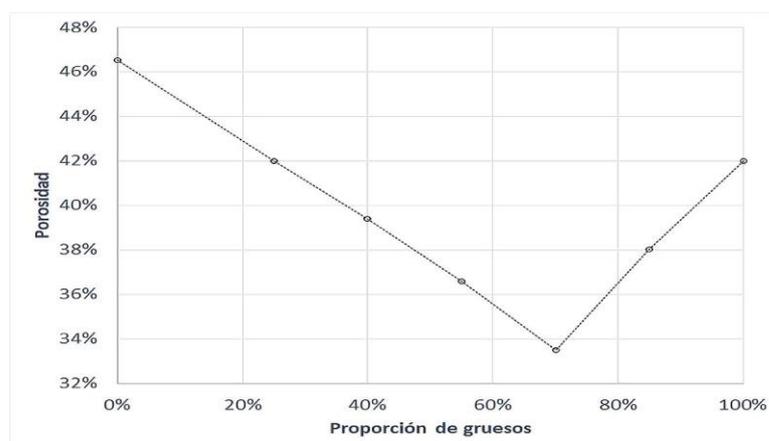


Este comportamiento presente en el gráfico 3, encuentra su explicación en la interacción entre las partículas de tamaño fino y grueso dentro del material.

Cuando se incorporan partículas finas al material, estas tienden a ocupar los espacios vacíos entre las partículas gruesas. Esta ocupación progresiva de los espacios intersticiales con partículas finas resulta en un aumento en la densidad aparente. Este fenómeno alcanza su punto culminante en un punto óptimo, aproximadamente alrededor del 30% de contenido de partículas finas. En este

punto, la densidad aparente llega a su valor máximo, ya que las partículas, tanto finas como gruesas, se encuentran empaquetadas de manera eficiente, llenando los intersticios y aumentando la densidad del material en su conjunto. Sin embargo, es importante destacar que este patrón no persiste indefinidamente. A medida que se continúa añadiendo partículas finas en exceso (más allá del 30% de contenido de finos), se inicia un fenómeno contrario. Las partículas finas adicionales tienen el potencial de separar las partículas gruesas en lugar de llenar los espacios entre ellas de manera efectiva. Esta separación resulta en un menor grado de empaquetamiento y, en consecuencia, reduce la densidad de empaquetamiento global. Esta disminución en la densidad de empaquetamiento conlleva a una disminución en la densidad aparente del material. La relación entre la densidad de los sólidos y la densidad aparente de la mezcla está directamente vinculada a la fracción volumétrica y la porosidad, lo que se refleja en la forma del gráfico 4, que se asemeja a la letra "V". El-Husseiny *et al.* (2019) analizaron también la relación entre la porosidad de una mezcla binaria y la fracción de esferas finas. En dicho estudio, también se observa una tendencia en la forma de los gráficos que se asemeja a una "V". La presencia de esta forma de "V" en la relación entre la porosidad y la fracción de esferas finas indica cómo la porosidad de una mezcla se altera al variar la proporción de esferas finas en la misma. Este fenómeno ilustra la transición desde un empaquetamiento que se acerca al modelo ideal hasta un empaquetamiento que se aleja de este ideal a medida que se incorporan cantidades mayores de esferas.

Gráfico 4 Porcentaje de gruesos versus Porosidad (con $d_2/d_1=0,157$)



Como se puede observar la porosidad inicial de la mezcla compuesta únicamente partículas gruesas (0% de finos) es de 42% y un volumen inicial es de 0,000235 (m³). Conforme se va adicionado las partículas finas en la mezcla, la porosidad

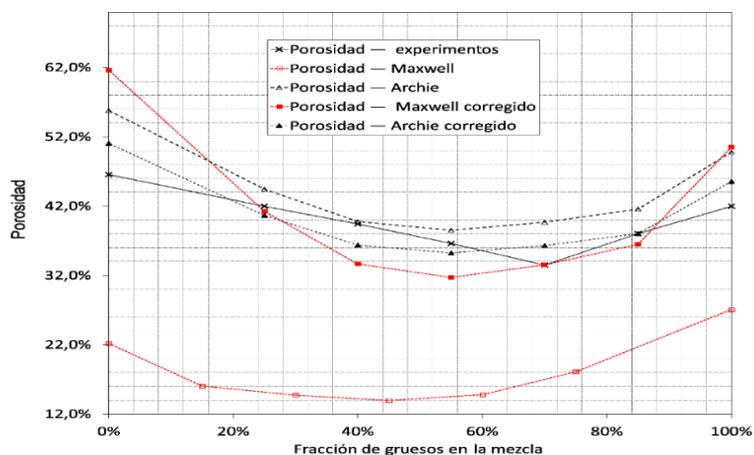
disminuye gradualmente hasta alcanzar un punto mínimo. Esto se debe a que las partículas finas llenan los espacios entre partículas gruesas mejorando la compactación. En este punto de inflexión en la tendencia tiene una porosidad de 33,5% y un volumen de 0,000205(m³). Posteriormente se observa que conforme se aumenta el porcentaje de partículas finas provoca un aumento de la porosidad en 36 % y la tendencia va hacia una mayor porosidad de igual forma el volumen aumenta ligeramente a 0,000215 (m³) hasta llegar a un 100 % de finos donde la porosidad llega a un 46 % y el volumen de solo partículas finas es de 0,000255 (m³). Es importante notar que, aunque las partículas finas son intrínsecamente más densas que las partículas gruesas, su capacidad para llenar eficazmente los espacios entre ellas puede estar limitada debido a su tamaño, forma, tendencia a la aglomeración.

9.3.1. Estimación de porosidad de la mezcla binaria utilizando la conductividad eléctrica y las fórmulas de Maxwell y Archie.

Con base en el arreglo de distribución binaria, que implicó la mezcla controlada de esferas finas y gruesas en diversas proporciones, se generó el gráfico 4 que ilustra la variación de la porosidad en función del porcentaje de partículas gruesas. Estos datos experimentales se utilizaron como referencia para validar un método alternativo de determinación de porosidad, en este caso mediante mediciones de conductividad eléctrica en los lechos granulares (mezcla binaria). En concreto, las muestras, conformadas por esferas finas y gruesas en proporciones predefinidas, se vertieron en una celda, y se introdujo una solución salina de cloruro de potasio (agua y KCl) con una conductividad eléctrica conocida de 0,0290 S/m. Posteriormente, se determinó la conductividad efectiva del líquido en los medios porosos resultantes en diferentes escenarios. A partir de este parámetro y mediante la aplicación rigurosa de las ecuaciones de Maxwell y de Archie, se calculó la fracción de volumen volumétrica y, por ende, la porosidad de los lechos granulares heterogéneos. Como se muestra en el gráfico 5, donde puede observar que la medición obtenida mediante la fórmula de Maxwell utilizando Arduino presenta una gran discrepancia con respecto a la línea de referencia (gráfico 4). Por otro lado, la curva que corresponde a la ecuación de Archie muestra una ligera aproximación a la línea de referencia. Debido a estas diferencias, se

aplicó un factor de corrección tanto a la ecuación de Maxwell (factor de corrección = 2,276) como a la de Archie (factor de corrección = 0,915).

Gráfico 5 Gráfico de porosidad calculado con ecuación de Maxwell y Ecuación de Archie



Al emplear el factor de corrección, se evidencia un patrón general en el cual los valores de porosidad, obtenidos a través de la aplicación de la ecuación de Archie (ecuación 24), junto con dicho factor, exhiben una correlación significativa, representada por un coeficiente de determinación de $R^2 = 0.7824$. Este coeficiente indica una relación positiva sólida entre los datos derivados de la ecuación de Archie ajustados mediante el factor de corrección y los datos experimentales de referencia.

En cuanto a la determinación de la porosidad utilizando la ecuación de Maxwell, que se basa en la fracción volumétrica como parámetro clave para determinar dicho valor se observan discrepancias con respecto a los datos experimentales. Estas diferencias pueden explicarse por el hecho de que los valores de fracción volumétrica de sólidos calculados se encuentran en el rango de (75,4 %, 80,8 %, 81,9 %, 82,6 %, 81,8 %, 79 %, 71,1 %), valores por encima del rango de validez reportados por la ecuación de Maxwell. Específicamente Maldonado *et al.* (2016) citan a Turner (1976) y a Sigrist *et al.* (1980), quienes establecen, con base en sus estudios experimentales, que la ecuación de Maxwell es válida para concentraciones volumétricas de la fase dispersa de aproximadamente un 60 %. Más allá de este punto deben considerarse otros factores, como la tortuosidad del camino de conducción. Nuevamente la incorporación de un factor de corrección mejora la

concordancia entre la porosidad predicha y la de referencial, mostrando un coeficiente determinación de $R^2 = 0.7781$.

9.4. Determinación de la masa de esferas y almidón para obtener concentración volumétrica.

La tabla 9 muestra la masa requerida de esferas para obtener las concentraciones volumétricas de 0%, 12% y 24% llevando en consideración la densidad del sistema (esferas y almidón) así como el volumen total de la mezcla.

TABLA 9 Concentración volumétrica de esferas en solución gelatinosa

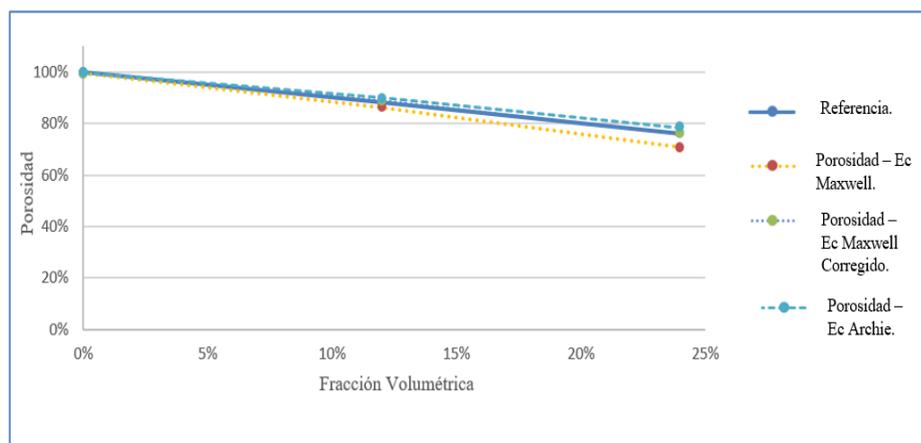
C_v	0%	
C_m	0,00 %	
$\rho_{sistema}$	1047,13	[kg.m ⁻³]
Volumen total	0,0008	[m ³]
masa total	0,838	[kg]
Masa esférulas	0,000	[kg]
Masa solución	0,838	[kg]
C_v	12%	
C_m	24,45%	
$\rho_{sistema}$	1219,73	[kg. m ⁻³]
Volumen total	0,0008	[m ³]
masa total	0,976	[kg]
Masa esférulas	0,239	[kg]
Masa solución	0,737	[kg]
C_v	24%	
C_m	24,45%	
$\rho_{sistema}$	1219,73	[Kg .m ⁻³]
Volumen total	0,0008	[m ³]
masa total	1,114	[kg]
Masa esférulas	0,477	[kg]

Masa solución	0,637	[kg]
---------------	-------	------

9.4.1. Determinación de porosidad y fracción volumétrica en lecho gelatinizado (almidón de yuca) con esferas de vidrio.

En el gráfico 6 muestra la fracción volumétrica y la porosidad calculada mediante la conductividad y las fórmulas de Maxwell, Archie de esferas suspendidas en lecho gelatinizado versus valores referenciales de la tabla 9.

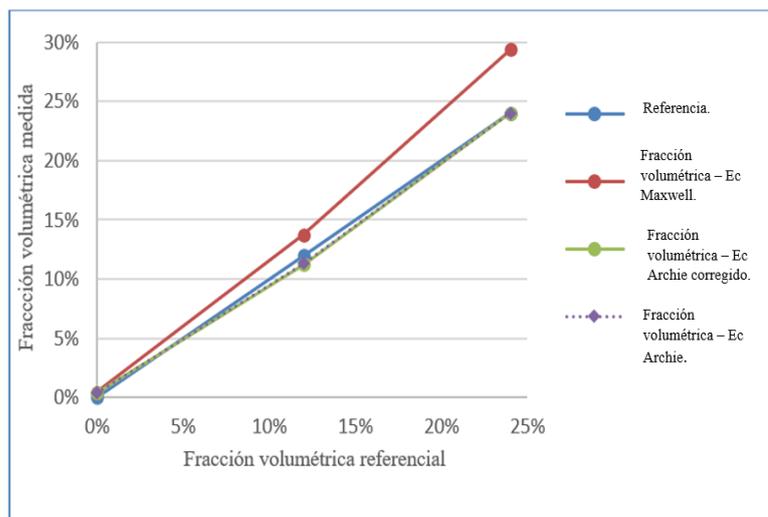
Gráfico 6 Gráfico Porosidad versus fracción volumétrica



El Gráfico 6 ilustra la comparación entre los datos relacionados con la fracción volumétrica y la porosidad calculada mediante la conductividad eléctrica y la ecuación de Maxwell, en comparación con los valores experimentales, considerados como referencia y obtenidos a partir de mediciones que involucran la masa, densidad y volumen del sistema de esferas y almidón. Se observa una ligera variación entre los valores obtenidos mediante el método de conductividad eléctrica y los valores experimentales. Esta discrepancia oscila entre un mínimo de 0.46% y un máximo de 1.46% de error porcentual. Para mejorar la aproximación, se aplicó un factor de corrección de 0.81696, lo que permitió un ajuste adicional y una reducción aún mayor de la discrepancia.

Una vez más, queda claramente demostrado que la ecuación desarrollada por Archie se ajusta de manera más precisa al valor de referencia, lo que se refleja en una discrepancia mínima. La discrepancia máxima obtenida al aplicar la ecuación de Archie es tan solo del 0,35%. Demostrando que para este tipo de ensayos esta ecuación se ajusta mejor y esto se evidencia de manera concluyente en la figura 7.

Gráfico 7 Fracción volumétrica medida método conductividad eléctrica y fracción volumétrica referencial



En el gráfico 7, se aprecia claramente que la fracción volumétrica calculada mediante la ecuación de Maxwell presenta una marcada discrepancia con respecto a la fracción volumétrica experimental (de referencia). Esta discrepancia podría sugerir la presencia de errores o inexactitudes en el registro de medición realizada con Arduino y en la aplicación de la fórmula de Maxwell. Ante esta situación, se llevó a cabo un ajuste de estos valores mediante la introducción de un factor de corrección (0,81696), lo que resultó en un gráfico que sigue la misma tendencia que el conjunto de datos experimentales de referencia.

9.5. Determinación de la masa de las esferas a ser colocadas en la celda Denver

Para calcular la masa necesaria de esferas a ser introducidas en la celda Denver y alcanzar concentraciones volumétricas del 0%, 12%, 17%, y 20%, se emplearon los datos presentados en la tabla 10, que incluye la densidad de las esferas y el volumen del líquido. Esto se realizó con la finalidad de lograr las concentraciones volumétricas específicas mencionadas.

TABLA 10 masa necesaria para obtener concentración volumétrica en porcentaje

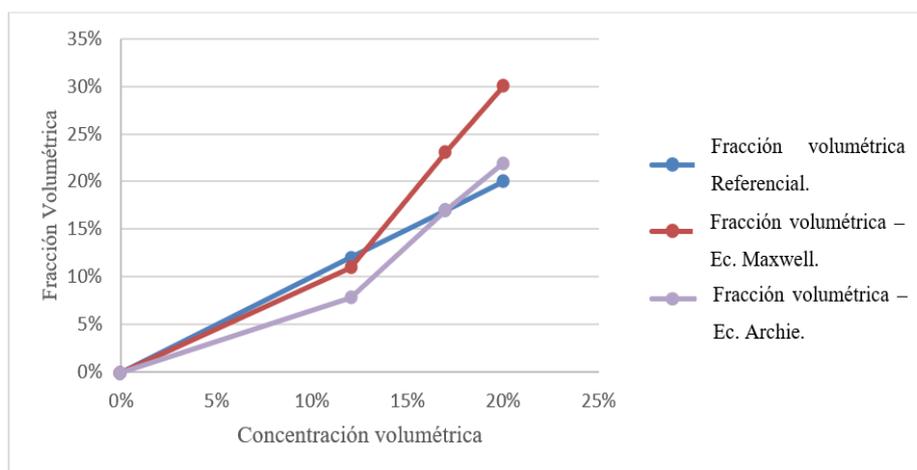
V_t		0,0028 [m ³]
ρ_s		2585,4 [kg.m ⁻³]
C_v %	Volumen [m ³]	masa [kg]
0%	0,0028	0,0000

12%	0,0032	0,9872
17%	0,0034	1,4827
20%	0,0035	1,8098

9.5.1. Medida de la fracción volumétrica (*hold-up*) usando un sistema bifásico de esferas en la celda Denver del laboratorio 22 – DEMIN.

Para este ensayo se emplearon esferas de vidrio de densidad (2585.4 kg/m^3), a distintas concentraciones volumétricas (0%, 12%, 17% y 20%). Estas esferas se introdujeron en la celda de flotación Denver, donde se sometieron a una agitación constante a una velocidad angular de 1500 revoluciones por minuto (rpm) conforme se fue adicionando las esferas se fue midiendo la conductividad eléctrica mediante el electroconductímetro desarrollado. En el Gráfico 8, se ha plasmado una relación de gran importancia en nuestro estudio, por un lado, visualizamos el porcentaje de fracción volumétrica, (*hold-up*), y por otro lado, el porcentaje de concentración volumétrica de nuestro sistema bifásico (esferas denominadas partículas finas más agua), que tomamos como referencia en nuestro análisis.

Gráfico 8 Validación de la fracción volumétrica calculada por Ec. Maxwell y Ec. Archie versus fracción volumétrica de esferas (referencial) y concentración volumétrica



El Gráfico 8, muestra la fracción volumétrica de esferas de vidrio a una determinada concentración volumétrica, que se tomó como referencia para validar la fracción volumétrica (*hold-up*), que fue medida con el Electroconductímetro vía Arduino y calculada empleando el modelo de Maxwell

y modelo de Archie, estos resultados son detallados en la tabla 11 y tabla 12, ambos métodos muestran un gráfica que sigue una tendencia creciente similar al gráfico referencial , pero en relación a los valores de fracción volumétrica ambos métodos muestran un desfase con respecto a la fracción volumétrica referencial como puede ser observado claramente en el gráfico 8.

Para poder abordar esta diferencia y evaluar con mayor precisión nuestras mediciones, se utilizó la Ec.33. Está ecuación permite calcular el error absoluto entre nuestro valor obtenido a través de ambos métodos (Ec. Maxwell y Ec. Archie) con relación a los valores de referencia.

$$\text{Error absoluto \%} = [| \text{Valor real} - \text{Valor absoluto} |] \quad (33)$$

9.5.2. Ajuste Fracción volumétrica calculada a través de la ecuación de Maxwell.

Al efectuar una comparación entre los valores de fracción volumétrica derivados mediante el modelo de Maxwell y los valores de referencia correspondientes, se advierte que al aplicar la ecuación 33, emergen errores absolutos que exhiben una variabilidad en sus magnitudes. Dichos errores exhiben valores específicos de 0,01, 0,006 y 0,10, como se exhibe en detalle en la Tabla 11.

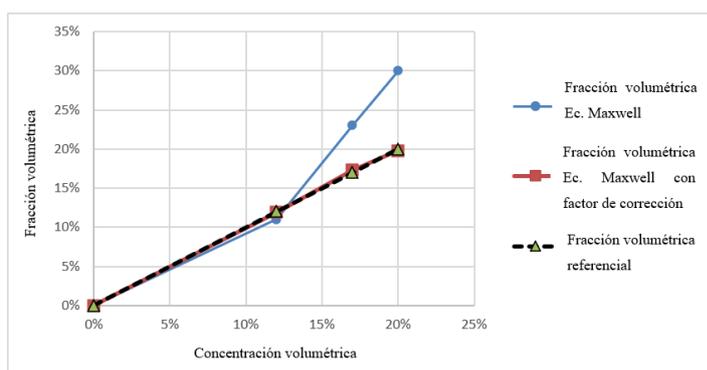
TABLA 11 Error absoluto de la fracción volumétrica calculado con ecuación de Maxwell

Fracción volumétrica de referencia	Fracción volumétrica calculada (Maxwell)	Error absoluto
0%	0%	0
12%	11%	0,01
17%	23%	0,06
20%	29,89%	0,10

En la Tabla 11, se observa claramente una variabilidad en los errores absolutos. Para comprender esta variabilidad, se realizó un análisis de correlación que arrojó un coeficiente de correlación $r = 0,96886213$. Este valor de correlación indica una relación positiva entre las variables en estudio. En otras palabras, cuando una de las variables aumenta, la otra también tiende a aumentar, lo que sugiere una asociación consistente. Como resultado de esta relación positiva, se optó por aplicar una ecuación de relación función potencia para corregir los valores

medidos y calculados utilizando el modelo de Maxwell en comparación con los valores de referencia. Los coeficientes de esta ecuación se determinaron como $a = 0,364642$ y $b = 0,509176$. Esta corrección permitió ajustar los datos, lo que se refleja en la Gráfica 9, donde se puede apreciar cómo los valores se alinean de manera más precisa con los valores de referencia después de la aplicación esta ecuación de corrección.

Gráfico 9 Fracción volumétrica calculada con Ec. Modelo de Maxwell ajustada (corregido)



9.5.3. Ajuste Fracción volumétrica calculada a través de la ecuación de Archie.

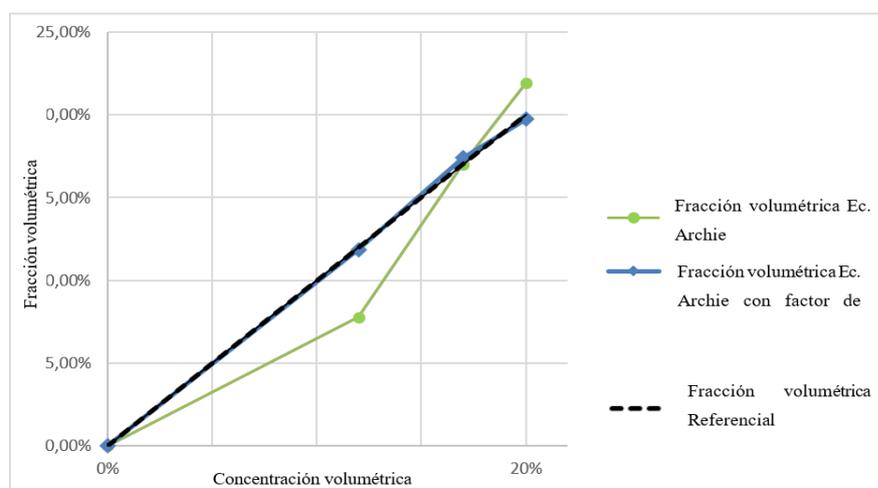
Para analizar el ajuste de la fracción volumétrica calculada mediante el modelo de Archie se presenta la tabla 12 donde se detalla el error absoluto calculado entre la fracción volumétrica medida y calculada mediante el modelo de Archie en contraposición a la fracción volumétrica de referencia, Además, se ha llevado a cabo un análisis de correlación, cuyo resultado exhibe un coeficiente de correlación $r = 0,9660$. Esta proximidad del coeficiente r a la unidad (1) denota una estrecha correspondencia entre las estimaciones de la fracción volumétrica obtenidas mediante el modelo de Archie y los valores de referencia como se puede observar en la tabla 12.

Tabla 12 Error absoluto de la fracción volumétrica calculado con ecuación de Archie

Fracción volumétrica de referencia	Fracción volumétrica calculada (Archie)	Error absoluto
0%	0,00%	0
12%	7,79%	0,0421
17%	17,00%	0
20%	21,92%	0,0192

En la tabla 12, se exponen los valores concernientes a la estimación de la fracción volumétrica obtenidos mediante la aplicación del método de Archie. Constatando que dichos valores exhiben una proximidad notable con respecto a los valores de referencia, esto se ve reflejado en la magnitud de los errores absolutos mostrados. Consecuentemente, se ha considerado aplicar un factor de corrección con una ecuación de relación función potencia de coeficientes $a = 0,416629$ y $b = 0,492514$ ajustando y reduciendo el error absoluto como se puede observar en el gráfico 10.

Gráfico 10 Fracción volumétrica calculada con la Ec. Modelo de Archie



9.6. Preparación de la solución primaria espumante (α -Terpinol)

La solución primaria del espumante compuesta por aceite de pino (α -Terpinol) fue cuidadosamente diluida para garantizar una concentración de 0,1% como se detalla en la tabla 13.

TABLA 13 Solución primaria espumante (α -Terpinol).

Volumen de fiola	2000 [ml]
Concentración de dosificación	0,1%
1- concentración de dosificación	99,9%
Masa del espumante	2,002 [g]
Densidad de la solución	1,001 [kg/m ³]

9.6.1. Dosificación de espumante

La dosificación del espumante se estableció considerando tres niveles distintos: dosificación máxima (80 g/t), dosificación media (55 g/t) y dosificación baja (30 g/t), tal como se detalla en la tabla 14. Esta variación en la cantidad de espumante se calculó cuidadosamente teniendo en cuenta la masa tanto del espumante concentrado como del agua en cada uno de estos niveles, lo que habilita una adaptación precisa de la cantidad de espumante a emplear en cada situación particular.

TABLA 14 Dosificación de espumante

Dosificación máxima de espumante	
consumo unitario máximo	80 [g/t]
concentración de dosificación	0,1%
masa del espumante 100%	1,20E-04 [kg]
masa espumante concentrado	0,120 [kg]
Masa del agua	2,6804 [kg]

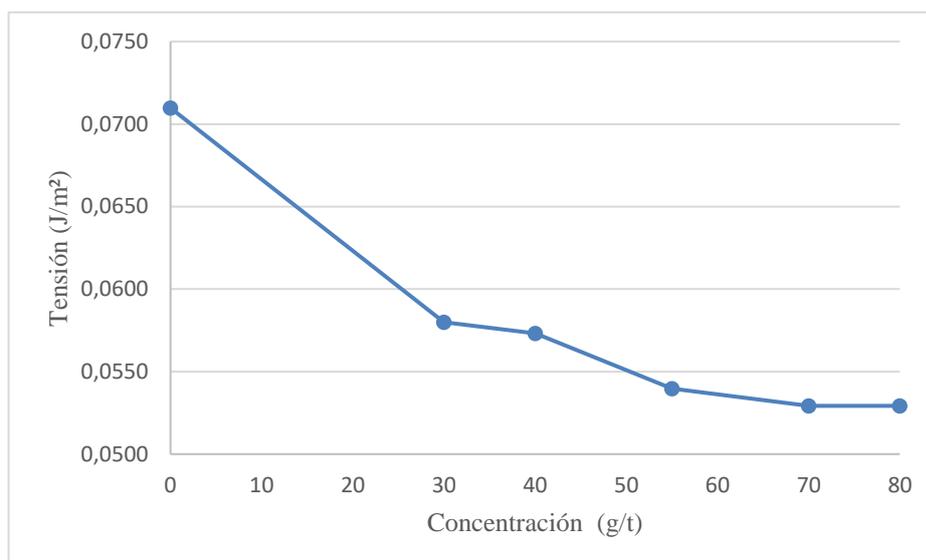
Dosificación medio de espumante	
consumo unitario máximo	55 [g/t]
concentración de dosificación	0,1%
masa del espumante 100%	8,22045E-04 [kg]
masa espumante concentrado	0,082[kg]
Masa del agua	2,7178 [kg]

Dosificación bajo de espumante	
consumo unitario máximo	30 [g/t]
concentración de dosificación	0,1%
masa del espumante 100%	4,48388E-045[kg]
masa espumante concentrado	0,045[kg]
Masa del agua	2,76 [kg]

9.6.2. Tensión de aceite de pino.

Para evaluar la tensión superficial del espumante aceite de pino (α -Terpineol), y sus diferentes dosificaciones, se utilizó el método del anillo Du Noüy en concentraciones de 80 (g/t), 70 (g/t), 55 (g/t), 40 (g/t), y 30 (g/t). Los resultados de la tensión en función de la concentración de espumante se representaron en el Gráfico 11.

Gráfico 11 Tensión vs Concentración



En el Gráfico 11, es evidente que a medida que aumenta la concentración de aceite de pino (α -Terpineol), la tensión superficial de la solución disminuye. Este fenómeno se debe a la formación de una capa en la superficie del agua al agregar aceite de pino a una solución acuosa, lo que reduce la interacción entre las moléculas de agua en la superficie y, en consecuencia, disminuye la tensión superficial. De acuerdo con Hunt Recabarren (2013), se confirma que a medida que se incrementa la concentración del tensoactivo en la solución, se observa una disminución gradual en la tensión superficial, tal como se ilustra en el Gráfico 11. Esta disminución se atribuye a la formación de agregados moleculares diseñados específicamente para proteger las partes hidrófobas del agua. Estos agregados pueden adoptar diversas morfologías, como esferas, cilindros o laminillas, y su estructura varía en función de la concentración del tensoactivo.

9.6.3. Medida de la fracción volumétrica (*Hold-up*) en celda Denver utilizando método de altura y método de la conductividad eléctrica con modelo de Maxwell y modelo de Archie en un sistema bifásico (Agua, espumante y aireación).

En este ensayo, se utilizó agua y el espumante aceite de pino (α -Terpineol), en la celda Denver siguiendo las dosificaciones y concentraciones especificada en la tabla 15, las cuales se determinaron en función de la masa del agua. Durante cada experimento, se utilizó una agitación con una velocidad angular de 1500

rpm. Se inyectó aire mediante el mismo agitador de la celda Denver y se procedió a medir las alturas de la espuma para calcular la fracción volumétrica utilizando las ecuaciones 30,31 y 32 previamente mencionadas.

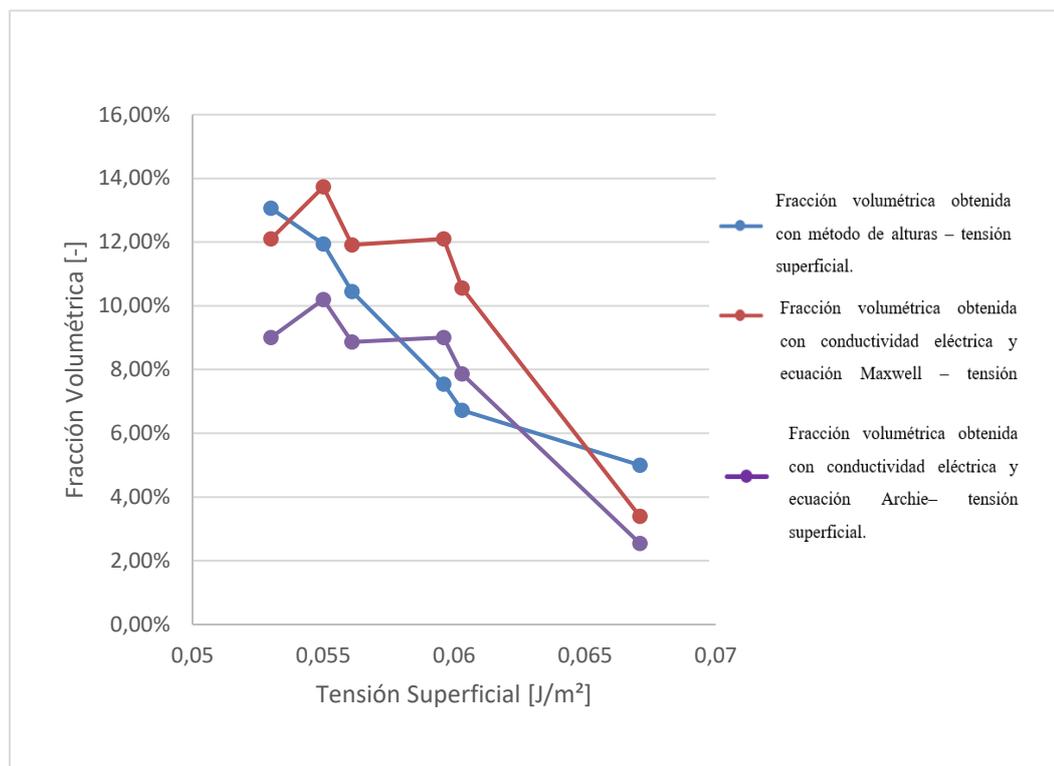
Para llevar a cabo la cuantificación de la fracción volumétrica a través de la conductividad eléctrica, se empleó el electroconductímetro con sensor anular, controlado a través del microcontrolador Arduino. El registro de las mediciones de conductividad eléctrica permitió calcular la fracción volumétrica resultante utilizando las ecuaciones de Maxwell y Archie. Los resultados obtenidos a través de ambos métodos (alturas y conductividad eléctrica) se muestran en la tabla 15.

TABLA 15 Determinación de la fracción volumétrica utilizando el método de las alturas y el método de conductividad eléctrica a través de ecuación de Maxwell y Archie.

Concentración de espumante (g/t)	Tensión superficial (J/m²)	Fracción volumétrica calculado con alturas (%)	Fracción volumétrica calculado con Maxwell (%)	Fracción volumétrica calculado con Archie (%)
0	0,0671	5,00%	3,39%	2,55%
30	0,0603	6,72%	10,56%	7,87%
40	0,0596	7,54%	12,10%	9,00%
55	0,0561	10,45%	11,92%	8,87%
70	0,055	11,94%	13,73%	10,20%
80	0,053	13,06%	12,10%	9,00%

La Tabla 15 presenta datos sobre la concentración y tensión superficial, junto con los valores de fracción volumétrica. En esta tabla, se destacan diferencias notables en los valores de fracción volumétrica, los cuales fueron determinados utilizando dos métodos distintos: el método de las alturas y el método de conductividad eléctrica. Estos cálculos se basaron en la aplicación de las ecuaciones de Maxwell y Archie. Esta discrepancia se pone de manifiesto con claridad en el Gráfico 12.

Gráfico 12 Comparación entre la Fracción volumétrica (*Hold-up*) determinado por el método de las alturas y el método de conductividad eléctrica usando las ec. de Maxwell y ec. de Archie en relación a la Tensión Superficial.

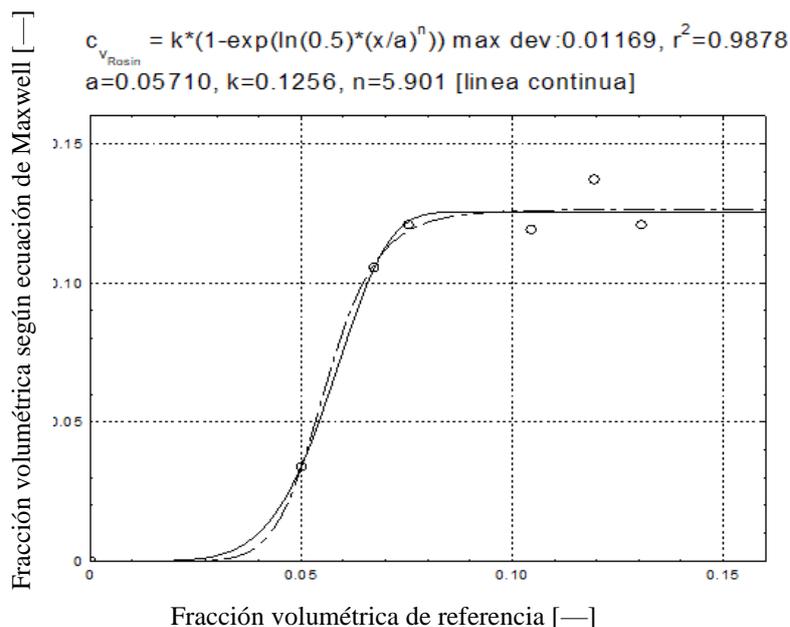


En el Gráfico 12, se aprecia que, a pesar de las discrepancias en los valores de fracción volumétrica entre los dos métodos, ambos muestran una tendencia consistente: a medida que la tensión superficial aumenta, la fracción volumétrica disminuye. Esto llevó a realizar un ajuste en los cálculos de fracción volumétrica obtenidos con el método de conductividad eléctrica basado en las ecuaciones de Maxwell y Archie en comparación el método de las alturas.

9.6.4. Ajuste para la fracción volumétrica calculada con la ecuación de Maxwell.

Para ajustar de la fracción volumétrica medida y calculada con la ecuación de Maxwell en relación a la fracción volumétrica calculada con el método de alturas, se usó la ecuación de Rosin-Rammler como se muestra en el gráfico 13.

Gráfico 13 Ajuste usando ecuación de Rosin-Rammler para fracción volumétrica usando ecuación de Maxwell

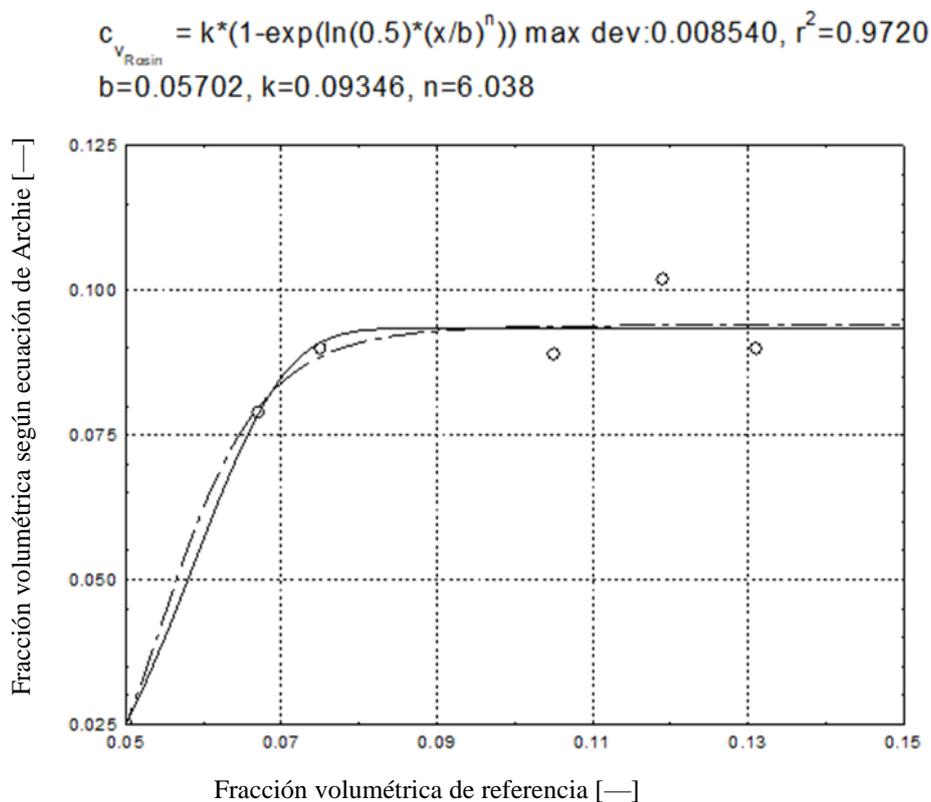


Como se puede apreciar en el gráfico 13 la ecuación de Rosin-Rammler, aborda una mejor concordancia estadística con los datos de concentración volumétrica calculado por las alturas y datos medidos y calculados con el ec. de Maxwell. No obstante, es importante señalar y como se evidencia en el gráfico que a partir de una fracción volumétrica superior al 12 % se empieza a observar un comportamiento inusual, demostrando que la ecuación de Maxwell puede ser usada solo si se tiene burbujas con una distribución más homogénea. Dado que a medida que aumenta la fracción volumétrica es posible que las burbujas comiencen a interactuar más intensamente produciendo la coalescencia de las burbujas.

9.6.5. Ajuste para la fracción volumétrica calculada con la ecuación de Archie.

Para ajustar la fracción volumétrica calculada mediante la ecuación de Archie con respecto a la fracción volumétrica calculada con el método de altura, también se usó la ecuación de Rosin-Rammler como se aprecia en el gráfico 14.

Gráfico 14 Ajuste usando ecuación de Rosin-Rammler para cálculo de fracción volumétrica usando ecuación de Archie.



El Gráfico 14 se exhibe una marcada desviación en los resultados a partir de una concentración volumétrica del 10%. Esta desviación es indicativa de haber alcanzado el umbral máximo de medición según la ecuación de Archie. La ocurrencia de este fenómeno se encuentra intrínsecamente asociada a dos fenómenos físico que son: la exacerbación de la turbulencia y la coalescencia de burbujas. Estos procesos conllevan a la formación de cuerpos de fluido no conductores significativamente mayores, los cuales ejercen una influencia negativa sobre la conductividad eléctrica. En virtud de que la ecuación de Archie es altamente dependiente de la conductividad eléctrica, este efecto repercute directamente en la precisión y la capacidad de medir adecuadamente la fracción volumétrica.

10. CONCLUSIONES

- En este estudio se logró desarrollar un sensor de conductividad de bajo costo, que disminuye la polarización consiguiendo realizar mediciones en soluciones acuosas que tiene un rango de medición de 0,002 S/m a 1,000 S/m y es compatible con la plataforma Arduino.
- El sensor de conductividad ha demostrado ser una herramienta valiosa y eficaz para la medición y registro de la conductividad en sistemas bifásicos. Logrado calcular a través de la conductividad la porosidad con la aplicación de las ecuaciones tanto de Maxwell como Archie. Sin embargo, es importante destacar que se identificaron discrepancias entre los valores calculados de porosidad y los valores de porosidad binaria de referencia. Para abordar estas discrepancias, se aplicaron factores de corrección específicos: un factor de corrección de 2,276 para la ecuación de Maxwell y un factor de corrección de 0,915 para la ecuación de Archie. La aplicación de estos factores de corrección se llevó a cabo con el objetivo de ajustar y mejorar la precisión de los cálculos de porosidad basados en la conductividad. Esto sugiere que, aunque el sensor de conductividad es una herramienta valiosa, es esencial tener en cuenta las correcciones necesarias para alinear los resultados con los valores de referencia.
- Además, se ha observado que donde la fracción volumétrica es mayor al 60%. En este rango de fracción volumétrica, se ha determinado que es recomendable utilizar la ecuación de Archie en lugar de la ecuación de Maxwell. La elección de la ecuación de Archie se basa en su capacidad para proporcionar estimaciones precisas de la porosidad en estas condiciones, a diferencia de la ecuación de Maxwell, que no tiene en cuenta factores importantes como la tortuosidad.
- El sensor anular empleado en los ensayos de esferas suspendidas en una solución gelatinosa ha demostrado también un rendimiento satisfactorio. No obstante, se ha notado una discrepancia mayor de 1,46 % con respecto al valor de referencia en el cálculo de fracción volumétrica empleando la ecuación de Maxwell, que fue ajustado con un factor de corrección de 0,81696. En lo que respecta a la fracción volumétrica usando la ecuación de Archie se presentó una discrepancia de 0,35% con respecto a la referencia que es mínima y no requirió de corrección adicional.

- Para los ensayos realizado en celda de flotación Denver con la adición de esferas de vidrio (diámetro = 0,00108 m) en una solución acuosa (salmuera) en constante movimiento, generada por el agitador a una velocidad angular de 1500 rpm, se consiguió determinar fracción volumétrica de 12% , 17% y 20 % después de un ajuste a los valores calculados dicho ajuste fue de tipo ecuación de relación función potencia siendo para la fracción volumétrica calculada con ecuación de Maxwell ($C_{v\text{corregido}} = a.C_{vb\text{Maxwell}}$) teniendo como valores de $a = 0,364642$ y $b = 0,509176$ y para Archie se usó el mismo tipo de ecuación función potencia ($C_{v\text{corregido}} = a.C_{vb\text{Archie}}$) donde los valores de $a = 0,416629$ y $b = 0,492514$. Demostrando que el sensor anular proporciona y registra mediciones, que después de un tratamiento de los datos concuerda de manera significativa fracción volumétrica denominada referencial.
- En los ensayos donde se empleó solución acuosa (salmuera) más la adición de tensoactivo aceite de pino (α -Terpineol) de concentración 0,1% a diferentes dosificaciones (máximo, medio y bajo), y al comparar los métodos de cálculo de fracción volumétrica vía método de alturas y vía método de conductividad eléctrica utilizando las ecuaciones de Maxwell y Archie se detectaron discrepancias en ambas metodologías, por lo que se procedió a emplear la ecuación de Rosin Rammler para abordar este tipo de errores . Los valores corregidos de fracción volumétrica resultantes demostraron un valor máximo del 12% cuando se aplicó la ecuación de Maxwell y un valor máximo de 10% cuando se aplicó la ecuación de Archie. Estos hallazgos subrayan la importancia de considerar cuidadosamente la elección de la ecuación y la metodología en la determinación de la fracción volumétrica en este tipo de experimentos donde se tiene influencia dinámica, turbulencia y tensoactivo, ya que las discrepancias iniciales pudieron ser mitigadas con éxito mediante un enfoque de corrección más apropiado. Es importante destacar que, debido a restricciones de tiempo en el cronograma de investigación, no se pudo llevar a cabo un análisis más exhaustivo. No obstante, este estudio resalta la necesidad de futuras investigaciones para profundizar en estos aspectos y perfeccionar aún más la precisión de los resultados en este contexto específico.

11. Sugestiones para investigaciones futuras.

Queda las siguientes sugerencias para trabajos futuros.

- Calibrar el sensor de conductividad antes de cada uso, tanto para mezclas binarias como para experimentos en la celda de flotación con adición de reactivos. Esto permite corregir desviaciones en las mediciones y asegurar la precisión de los resultados.
- Analizar el efecto de la turbulencia generada por la coalescencia de burbujas y la agitación sobre las lecturas de conductividad. Se sugiere un estudio para caracterizar esta influencia y proponer correcciones en el procesamiento de datos.
- Establecer un protocolo estricto para el posicionamiento del sensor de conductividad en relación a componentes generadores de perturbaciones hidrodinámicas como el agitador. Fijar y documentar la distancia entre ambos previo a cada experimento.
- Para mejorar la representatividad espacial de las mediciones, se propone un barrido de diferentes puntos dentro de la celda: centro, mitad de radio y junto a las paredes; registrando en cada zona un conjunto de datos para su posterior premediación.

REFERENCIAS

ACHOR, Mohammed; OYENIYI, James; MUSA, Mukhtar; GWARZO, Mahmud. **Physicochemical Properties of Cassava Starch Retrograded in Alcohol.** *Journal of Applied Pharmaceutical Science*, v. 5, n. 1, p. 126-131, 2015. DOI: 10.7324/JAPS.2015.501021.

ALBERT., MALVINO, J.BATES., DAVID. **Principios de Electrónica.7. ed** .Madrid. McGraw-Hill / Interamericana, 2007 . 960 p. ISBN: 978-8448156190.

ALBERTAZZI, A. G.; SOUSA, A. R. Fundamentos de metrologia científica e industrial. Barueri: Manole, 2008. ISBN 8520421164

ANLITYCAL, R. **Conductivity Theory and Calibration. 2004** Disponible en: <https://www.tau.ac.il/~chemlaba/Files/Theoryconductivity.pdf>.

BATALLER, R. et al. A study of the importance of the cell geometry in non-Faradaic systems. A new definition of the cell constant for conductivity measurement. *Electrochimica Acta*, p. 1–10, 2014.

BULATOVIC, S. M. **Handbook of Flotation Reagents.** Ámsterdam, Netherlands: Elsevier Science & Technology Books, 2007. ISBN: 0444530290.

BUSH, J. W. M. **Interfacial Phenomena.** Massachusetts Institute of Technology, 2013. Disponible en: <https://thales.mit.edu/bush/wp-content/uploads/2018/02/18.357-LecNotes-2010.pdf>

CHIQUE ACERO, J. V. **Estudio de efecto espumante de lignosulfonatos en flotación.** Tesis (Maestría en Ingeniería Metalúrgica) - Universidad de Concepción, Dirección de Postgrado, Facultad de Ingeniería, Concepción, Chile, 2020.

CHO, Y. S.; LASKOWSKI, J. S. **Effect of flotation frothers on bubble size and foam stability.** *Int. Journal of mineral Processing*, v. 64, 2-3, p. 69-80, 2002.

CORTÉS, F. R.; MONJARAZ, J. C. **Arduino aplicaciones en robótica e ingenierías.** México: Alfaomega, 2015. 468 p. ISBN: 978-607-622-193-8.

CROZIER, R. D. **Flotation theory, reagentes and ore testing.** New York, U.S.A: PERGAMON PRESS, 1992. ISBN 0080418643

Da SILVA, M.J. **Impedance Sensors for Fast Multiphase Flow Measurement and Imaging.** Ph.D. Thesis, Technische Universität Dresden Alemanha, 2008.

DZINGAI, M.; MANONO, M.; CORIN, K. **Simulating the Effect of Water Recirculation on Flotation through Ion-Spiking: Effect of Ca²⁺ and Mg²⁺.** Minerals, v. 10, 11, p. 1-13, 2020.

DE CASTRO LOBATO, E. M. **Determination of surface free energies and aspect ratio of talc.** Blacksburg, Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2004.

EL-HUSSEINY, A; VANORIO, T.; MAVKO, G. **Predicting porosity of binary mixtures made out of irregular nonspherical particles: Application to natural sediments.** Advanced power technology, v. 30, 8, p. 1558-1566, 2019.

FERRARA, E.; CALLEGARO, L. & DURBIANO, F. **Optimal frequency range for the measurement of A.C. conductivity in aqueous solutions.** In: 17th IEEE INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT TECHNOLOGY CONFERENCE. Proceedings . Baltimore, MD, USA: 2000, vol. 2. p. 775-779. DOI:10.1109/IMTC.2000.848840

FISCHER, M.; RENZLER, M.; USSMUELLER, T. Development of a Smart Bed Insert for Detection of Incontinence and Occupation in Elder Care, in: **IEEE Access**, v. 7, DOI:[10.1109/ACCESS.2019.2931041](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2931041)

FURNAS, C. C. **The relations between specific volume, voids, and size composition in systems of broken solids of mixed sizes.** Washington: Department of Commerce — Bureau of Mines, 1928.

Fuerstenau, Douglas & Pradip, Pradip. (2005). **Zeta potentials in the flotation of oxide and silicate minerals.** Advances in colloid and interface science. 114-115. 9-26. 10.1016/j.cis.2004.08.006.

GENERATOR. **FXR-2206**,2008. Disponible en: https://www.sparkfun.com/datasheets/Kits/XR2206_104_020808.pdf.

GONÇALVES, A. A., Jr. **Metrologia. Santa catarina:** Departamento de Engenharia Mecânica Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis 2002.

GUPTA, A. (ASHOK); YAN DENIS S. **Mineral processing design and operations.** Netherlands: Elsevier, 2016. ISBN: 9780444635891.

HUNT RECABARREN, C. C. **Medición indirecta de la concentración de espumante en flotación.** Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería de Minas, Santiago de Chile, 2013.

JIMÉNEZ DE PABLO, E. **Determinación Experimental de Tensión Superficial del agua en cámara micro-reológica.** Madrid - España: Universidad Carlos III de Madrid, 2012.

KUPHALDT, T. R. **Lessons in industrial instrumentation 1/3.** Hong Kong: Samurai Media Limited. 2017. 1186 p. ISBN: 978-988-8407-08-8.

LEPAGE, M.R.; L. VISCONTI, O. LIBOIRON-LADOUCEUR, K.E. WATERS, **Vertical water content profiles of two-phase flotation froths measured through conductivity.** Minerals Engineering, 2020. DOI:2020MiEng.15406399L

MALDONADO, M. & PINTO, ALONSO & MAGNE, LUIS & GOMEZ, CESAR & FINCH, JAMES. **Gas holdup estimation using Maxwell equation in flotation systems: Revisited.** Minerals Engineering. 98. 9-13. 2016. DOI:[10.1016/j.mineng.2016.04.005](https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.04.005)

MANUAL, A. U. R. **Manual Arduino ® UNO R3.** 2000. Disponible em: <https://docs.arduino.cc/resources/datasheets/A000066-datasheet.pdf>

MARCHESE, M.M ; Uribe-Salas, J.A. Finch, **Measurement of gas holdup in a three-phase concurrent downflow column,** Chemical Engineering Science, Volume 47, Issues 13–14,1992,Pages 3475-3482, ISSN 0009-2509, DOI: [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(92\)85060-O](https://doi.org/10.1016/0009-2509(92)85060-O).

MÁRQUEZ, D.; CALDERON, J. **Fundamentos de medición de temperatura** 2016. Disponible en: <<https://www.studocu.com/es-mx/document/universidad-tecnologica-de-pereira/programacion-ii/temp-fundamentoss-medicion/11707465>

MERKUS, H. G.; MEESTERS, G. M. H. F. **Production, handling and characterization of particulate materials.** Switzerland: Springer International, 2016. Particle Technology p. 1–17. DOI: 10.1007/978-3-319-20949-4. ISBN 978-3-319-20948-7.

MILHOMEM, F. O; **Cinética de flotação no sistema hematita e quartzo com uso de óleos vegetais.** Ouro Preto - Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto/UFOP, 2020.

- MILHOMEM, F. O; LUZ, J. A. M. **Experimentos simples para estudo de graneis.** HOLOS, p. 1–19, 2016.
- MIZUHATA, M. **Electrical Conductivity Measurement of Electrolyte Solution.** **Electrochemistry**, v. 90, n. 10, p. 102011, out. 2022. Advance online publication October 01, 2022. J-STAGE. <https://doi.org/10.5796/electrochemistry.22-66111>. ISSN 2186-2451.
- NILSSON, J. W.; RIEDEL, S. A. **Circuitos Eléctricos.** España: PEARSON EDUCACIÓN. S.A., 2005. ISBN: 84-205-4458-2.
- OIML — INTERNATIONAL ORGANIZATION OF LEGAL METROLOGY. **Standard solutions reproducing the conductivity of electrolytes**, 1981. Disponible en: <https://www.oiml.org/en/files/pdf_r/r056-e81.pdf/@@_download/file/R056-e81.pdf>.
- OROZCO LÓPEZ, Y. R. **Estudio del efecto del tipo y concentración de espumante en la selectividad del proceso de flotación a escala de laboratorio.** Santiago De Chile: Universidad De Chile Facultad De Ciencias Físicas Y Matemáticas Departamento De Ingeniería Química Y Biotecnología, 2012. Disponible en <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/111986>.
- PERTENCE JUNIOR, A. **Amplificadores operacionales y filtros-activos.** España: McGraw-Hill, 1991. ISBN:9788476156605, 847615660X.
- PRADO, D. R.; DA LUZ, J. A. M.; MILHOMEM, F. de O.; PARACAMPOS, M. P. S. **On bed porosity of multisized spheroidal particles / Da porosidade de partículas esferoidais polidispersas.** Brazilian Journal of Development, v. 8, n. 2, p. 14217–14237, 2022. DOI: 10.34117/bjdv8n2-378. Disponible en: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/44486>.
- RABHA, S., SCHUBERT, M., WAGNER, M., LUCAS, D. AND HAMPEL, U. , **Bubble size and radial gas hold-up distributions in a slurry bubble column using ultrafast electron beam X-ray tomography.** AIChE J, 59: 1709-1722, 2012 <https://doi.org/10.1002/aic.13920>.
- RÊGO SEGUNDO AK, MARTINS JH, MONTEIRO PM, DE OLIVEIRA RA, FREITAS GM. **A Novel Low-Cost Instrumentation System for Measuring the Water Content and Apparent Electrical Conductivity of Soils.** Sensors (Basel). 2015. DOI: 10.3390/s151025546.

SAMPAIO, J. A.; SILVA, F. A. N. G.. **Determinação das densidades de sólidos e de polpa.** IN: Tratamento de Minérios: práticas laboratoriais. Rio de Janeiro: CETEM/MCTI, 2007. p. 37-51.

SBÁRBARO, D.; DEL VILLAR, R. **Advanced Control and Supervision of Mineral Processing Plants.** Springer London Dordrecht Heidelberg New York: Springer, 2010. DOI <https://doi.org/10.1007/978-1-84996-106-6>

SIGRIST, L.; DOSSENBACH, O.; IBL, N. **On the conductivity and void fraction of gas dispersions in electrolyte solutions.** Journal of Applied Electrochemical, v. 10, pp.: 223–228, 1980.

SILVA NETO, J.C. **Metrologia e controle dimensional: conceitos normas e aplicações** Rio de Janeiro: Elsevier, 2012. ISBN 978-85-352-5579-9

SILVA PINTO, É. **Desenvolvimento de um sistema de medição de umidade de minério de ferro em correia transportador.** Ouro Preto - Brasil: Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), 2019.

SUÁREZ CÁRDENAS, Giovanna Alexandra; GARCÍA RUSSI, Efraín; AMARIZ BARBOSA, Juan José de Jesús. **Flotación en columna como técnica de beneficio para minerales finos.** Tecnura, Bogotá, v. 9, n. 17, p. 4-15, 2005. Disponible en <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=257021014008>.

TURNER, J.C.R. **Two-phase conductivity. The electrical conductance of liquid-fluidized beds of spheres.** Chem. Eng. Science. v. 31, p. 487–492, 1976.

URIBE-SALAS, A.; GOMEZ, C. O.; FINCH, J. A. **A conductivity technique for gas and solids holdup determination in three-phase reactors.** Chemical. Engineering Science, V.49 , p. 1–10, 1994. DOI: [https://doi.org/10.1016/0009-2509\(94\)85028-3](https://doi.org/10.1016/0009-2509(94)85028-3).

VINNETT, L.; YIANATOS, J.; ALVAREZ, M. **Gas dispersion measurements in mechanical flotation cells:** Industrial experience in Chilean concentrators. Automation and Supervision Centre for Mining Industry, CASIM, Department of Chemical and Environmental Engineering, Santa Maria University, p. 1–4, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.12.006>

WANG, D. **Flotation reagents: applied surface chemistry on minerals flotation and energy resources beneficiation.** Beijing, China 2016. DOI 10.1007/978-981-10-2030-8. ISBN: 978-7-5024-7145-3.

YANG, C. *et al.* **Influence of electrode polarization on the potential of DC electrical exploration.** China: Journal of Applied Geophysics, v. 149, p. 63-76, 2018.

YASUNISHI, A.; FUKUMA, M.; MUROYAMA, K. **Measurement of behavior of gas bubbles and gas holdup in a slurry bubble column by a dual electroresistivity probe method.** Journal of Chemical Engineering of Japan, p. 1–6, 1986.

Anexos

Script desarrollado

```
#include <math.h>
#define PI 3.1416
int pin =A0;
int pinNtc = A1;

// Valores fijos para temperatura
float rAux = 10000; ///5.0/5.5.10000.0;
float vcc = 5;
float beta = 3380.0;
float temp0 = 298.0;
float r0 = 10000.0;

const float vectorI[15]=
{0.0020,0.0035,0.0053,0.0070,0.0090,0.0132,0.0264,0.0678,0.0879,0.1326,0.1952,
0.4153,0.6053,0.8266,0.9899} ;// $\sigma$  = (siemens/ metro)
const float vetorTd[15]= {-0.000007,-0.00046,-0.00068,-0.00100,-0.00104,-
0.00145, -0.00279,-0.00406,-0.01209, -0.00818,-0.00485,
0.01527,0.00526,0.02656, -0.01010};
const float vetorU[15] =
{0.000355,0.000021,0.000017,0.000080,0.000088,0.00096,0.000099,0.000032,0.00
0202,0.000358,0.001743,0.001262,0.003016,0.002298,0.003980};

//variables usadas en el cálculo de la conductividad
float vm = 0.0;
float rntc = 0.0;
float temperaturaK = 0.0;
float temperatura = 0.0;

//Valores fijos del circuito
float Rc = 100; //Resistencia conocida (ohm ( $\Omega$ ))
float Vcc = 5.0 ; // Arduino (volts)
float Rmaior= 0.0357; // radio mayor (m);
```

```

float Rmenor= 0.024; // radio menor (m);
float L = 0.03; // distancia y separación de anillos (m) ;
float Vi = 0.56.0.92; // (volts) ajuste 100( $\Omega$ )/108.69(lido)

//variáveis usadas no cálculo

float Vout = 0.0; //(volts)
float Rs= 0.0; // resistencia do sensor;(ohm( $\Omega$ ))
float Kg= 0.0; // constante geométrica (m);
float Kc= 0.0; // constante de celda( m-1);
float Sigma= 0.0; //  $\sigma$  = (siemens/ metro)
float Sigma_calibrado = 0.0; //  $\sigma$  = (siemens/ metro)
float uSigma_calibrado = 0.0; //  $\sigma$  = (usiemens/ metro)
float Sigma_calibrado3 = 0.0; //  $\sigma$  = (siemens/ metro)
float uSigma_calibrado3 = 0.0;
float Td = 0.0; //  $\sigma$  = (siemens/ metro)
float U = 0.0; //  $\sigma$  = (siemens/ metro)
float Lectura = 0.0;

void setup() {
  Serial.begin(9600);
  int inputPin(A0);
  int inputpinNtc(A1);
}

void loop()
{
  // leitura
  int n = 50;
  Lectura= 0;
  for(int i=0;i<n;i++)
  {
    Lectura+=analogRead(pin);
    delay (30);
  }
}

```

```

}

Leitura = Leitura/n;

//Bloque de cálculo de leitura

Vout = (Vcc/1023.0).Leitura;// (volts)

Rs = Rc . Vi/ Vout; // resistividade do sensor (ohm ( Ω))

Kg = (PI).((Rmaior.Rmaior)-(Rmenor.Rmenor))/L; ///Calcular constante
geometrica ( ohm ^-1 . m^-1 )
Kc= 1/Kg ; //Calcular constante celda /// (m^-1)

Sigma = (Vout/(Rc.Vi)).Kc ;///  $\sigma$ =(ohm ^-1 . m^-1) ou (siemens/metro)

int n1 = 50;
float soma = 0;

for(int i=0;i<n1;i++)
{
    //Bloque de cálculo
    vm=(vcc/1023).( analogRead(pinNtc));          //Calcular tensión en la entrada
- em relação ao Arduino
    delay(30);
    rntc = rAux / ((5.54/vm)-1);          //Calcular la resistencia de la NTC -
em relação ao circuito do NTC
    temperaturaK = beta/(log(rntc/r0)+(beta/temp0)); //Calcular la temperatura en
Kelvin

    soma+=temperaturaK;
}

temperatura= soma/n1;

```

```

Sigma_calibrado = (0.4937.(Sigma).(Sigma)+0.6794.(Sigma));
uSigma_calibrado =(0.4937.(Sigma).(Sigma)+0.6794.(Sigma)).pow(10,4);

if(vetorI[0] <= Sigma_calibrado <= vetorI[14])
{
for(int i=0;i<sizeof(vetorI)-1;i++)
{
if((vetorI[i]<= Sigma_calibrado) && (vetorI[i+1]>= Sigma_calibrado))
{
Td = (Sigma_calibrado - vetorI[i]).(vetorTd[i+1] - vetorTd[i])/(vetorI[i + 1] -
vetorI[i]) + vetorTd[i];
U = (Sigma_calibrado - vetorI[i]).(vetorU[i+1] - vetorU[i])/(vetorI[i + 1] -
vetorI[i]) + vetorU[i];
break;
}
}
}
else Td = 0;

Serial.print("Vout: ");
Serial.print(Vout,4);
Serial.println("( V):");

Serial.print("Rs: ");
Serial.print(Rs,4);
Serial.println("(σ)");

Serial.print("kg: ");
Serial.print(Kg,4);
Serial.println("(m)");

Serial.print("kc: ");
Serial.print(Kc,4);

```

```

Serial.println("m^-1");

Serial.print("sigma: ");
Serial.print(Sigma,9);
Serial.println("(S/m)");

Serial.print("sigma calibrado : ");
Serial.print( Sigma_calibrado , 4);
Serial.println("(S/m)");

Serial.print("usigma: ");
Serial.print(Sigma . pow(10,4), 4);
Serial.println("(uS/cm)");

Serial.print("usigma calibrado : ");
Serial.print( uSigma_calibrado, 4);
Serial.println("(uS/cm)");

Serial.print("Tendencia : ");
Serial.print( Td, 4);
Serial.println("(S/m)");

Serial.print("RM( $\Omega$ ): ");
Serial.print( Sigma_calibrado - Td, 4);
Serial.print (" +- ");
Serial.print( U );
Serial.println("(S/m)");

Serial.print("temperatura: ");
Serial.print(temperatura - 273);
Serial.println("(°C)");

}

```

Placa 3d

