



**Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e
Automação de Processos de Mineração (PROFICAM)
Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)
Associação Instituto Tecnológico Vale (ITV)**

Dissertação

**UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA O
ROTEAMENTO DE CAMINHÕES PRANCHA EM MINAS A CÉU ABERTO**

Diego Dinarte Xavier Parreiras de Rezende

**Ouro Preto
Minas Gerais, Brasil
2023**

Diego Dinarte Xavier Parreiras de Rezende

**UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA O
ROTEAMENTO DE CAMINHÕES PRANCHA EM MINAS A CÉU ABERTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração da Universidade Federal de Ouro Preto e do Instituto Tecnológico Vale, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Luciano Perdigão Cota,
D.Sc.

Coorientador: Profa. Tatianna Aparecida Pereira
Beneteli, D.Sc.

Ouro Preto
2023

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

R467u Rezende, Diego Dinarte Xavier Parreiras de.

Um modelo de programação linear inteira mista para o roteamento de caminhões prancha em minas a céu aberto [manuscrito]: Não se Aplica. / Diego Dinarte Xavier Parreiras de Rezende. - 2023.
37 f.: il.: color., tab., mapa.

Orientador: Prof. Dr. Luciano Perdigão Cota.

Coorientadora: Dra. Tatianna Aparecida Pereira Beneteli.

Dissertação (Mestrado Profissional). Universidade Federal de Ouro Preto. Programa de Mestrado Profissional em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração. Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração.

Área de Concentração: Engenharia de Controle e Automação de Processos Mineraiis.

1. Caminhões - Caminhões Prancha. 2. Programação linear inteira mista. 3. Caminhões - Rotas. I. Cota, Luciano Perdigão. II. Beneteli, Tatianna Aparecida Pereira. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 681.5:622.2

Bibliotecário(a) Responsável: Maristela Sanches Lima Mesquita - CRB-1716



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
REITORIA
ESCOLA DE MINAS
PROGR. POS GRAD. PROF. INST. CONT. E AUT.
PROCESSOS DE MIN.



FOLHA DE APROVAÇÃO

Diego Dinarte Xavier Parreiras de Rezende

Um modelo de programação linear inteira mista para o roteamento de caminhões prancha em minas a céu aberto

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração (PROFICAM), Convênio Universidade Federal de Ouro Preto/Associação Instituto Tecnológico Vale - UFOP/ITV, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Controle e Automação na área de concentração em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração

Aprovada em 21 de junho de 2023

Membros da banca

Doutor - Luciano Perdigão Cota - Orientador - Instituto Tecnológico Vale

Doutora - Tatianna Aparecida Pereira Beneteli - Coorientadora - Instituto Tecnológico Vale

Doutor - Gustavo Pessin - Instituto Tecnológico Vale

Doutor - Frederico Gadelha Guimarães - Universidade Federal de Minas Gerais

Luciano Perdigão Cota, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito no Repositório Institucional da UFOP em 30/08/2023



Documento assinado eletronicamente por **Bruno Nazário Coelho, COORDENADOR(A) DE CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INST. CONTROLE AUTOMAÇÃO DE PROCESSOS DE MINERAÇÃO**, em 06/09/2023, às 16:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0583682** e o código CRC **C98D5928**.

*Dedico este trabalho aos meus pais
Adilson Dinarte (in memoriam) e
Rita de Cássia, à minha irmã
Priscila, e a minha esposa Cintya.*

Agradecimentos

Ao meu pai Adilson Dinarte (in memoriam), que sempre esteve presente em meus pensamentos. Seu exemplo como homem inteligente, determinado e dedicado sempre serão fonte de grande inspiração. Seus filhos sempre te honrarão.

A minha mãe Rita de Cássia, pra mim, símbolo de amor, cuidado, fé, perseverança e “sangue Xavier”.

A minha irmã Priscila e seu cônjuge Devin, pela paciência, pela união, incentivo contínuo e momentos de descontração.

A minha esposa Cintya, que esteve ao meu lado em todos os momentos desta caminhada, pelo reconhecimento e apoio incondicional em todas as minhas decisões.

Aos demais familiares, pela força extra de incentivo e reconhecimento.

Em especial ao Tio Neném, Tio Didi e Paulinho, que sempre me incentivaram, orientando e guiando meus caminhos.

Aos meus amigos que sempre estiveram dispostos a ajudar, em especial ao amigo de infância Vinícius.

Ao meu orientador Luciano Cota que aceitou o desafio de me orientar sem me conhecer previamente, sempre me apoiou com excelentes ideias, muita dedicação e empenho, uma pessoa que tenho muita admiração e respeito.

A minha coorientadora Tatianna Beneteli que desde o início demonstrou interesse pelo tema do trabalho e sempre me apoiou com excelentes ideias e muita dedicação.

Ao Natanael Coutinho e Renan Sousa pelo conhecimento compartilhado, amizade e dedicação.

Agradeço o apoio da Vale S.A., do Instituto Tecnológico Vale, da Universidade Federal de

Ouro Preto e das agências brasileiras CAPES (Código Financeiro 001) e CNPq pelo ensino de qualidade e por toda a estrutura disponibilizada.

A todos vocês meu sincero muito obrigado! Gratidão sempre!

Resumo

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA O ROTEAMENTO DE CAMINHÕES PRANCHA EM MINAS A CÉU ABERTO

Diego Dinarte Xavier Parreiras de Rezende

Junho/2023

Orientadores: Luciano Perdigão Cota

Tatianna Aparecida Pereira Beneteli

As minas de ferro a céu aberto geralmente ocupam uma vasta área geográfica. O avanço das atividades em diversas cavas e diferentes frentes de lavra torna necessário o transporte de alguns equipamentos de mineração por longas distâncias dentro da mina. Devido às restrições de transporte em longas distâncias, caminhões prancha são usados para transportá-los. Garantir a disponibilidade dos equipamentos de mineração nos locais necessários e na janela de tempo é fundamental para a eficiência do setor de mineração. Para isso, é necessário realizar o roteamento de caminhões prancha para coleta e entrega de equipamentos de mineração, o que pode ser classificado como um problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea e janela de tempo. Para resolvê-lo, propomos uma formulação de programação linear inteira mista que gera rotas balanceadas, respeitando os aspectos sociais na carga de trabalho dos motoristas. Utilizamos um estudo de caso do complexo minerador de Carajás, no Brasil, para avaliar a formulação. Nos experimentos computacionais, o modelo matemático proposto conseguiu encontrar boas soluções para todos os cenários, validando a aplicabilidade do modelo como ferramenta de apoio à decisão. Este estudo pode ser estendido para outros problemas com caminhões prancha.

Palavras-chave: Problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea e janela de tempo, Caminhões Prancha, Minas a céu aberto; Programação linear inteira mista

Abstract

Abstract of Dissertation presented to the Graduate Program on Instrumentation, Control and Automation of Mining Process as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

A MIXED-INTEGER LINEAR PROGRAMMING MODEL FOR HEAVY HAULER ROUTING IN OPEN-PIT MINES

Diego Dinarte Xavier Parreiras de Rezende

June/2023

Advisors: Luciano Perdigão Cota
Tatianna Aparecida Pereira Beneteli

Open-pit iron mines generally occupy a vast geographical area. The advance of activities in several pits and different mining fronts makes it necessary to transport some mining equipment over long distances inside the mine. Due to transportation constraints over long distances, large tow trucks (heavy haulers) are used for transporting them. Ensuring mining equipment availability at the required locations and time window is critical to the mining industry's efficiency. For this, it is necessary to perform the heavy haulers' routing for pickup and delivery of mining equipment, which can be classified as a vehicle routing problem with simultaneous pickup-delivery and time windows. Applications for tow trucks are little explored in the literature. To solve it, we propose a mixed-integer linear programming formulation that generates balanced routes, respecting social aspects in drivers' workload. We use a study case from the Carajás mining complex in Brazil to evaluate the formulation. In computational experiments, the proposed mathematical model could find good solutions for all scenarios, validating the model's applicability as a decision-support tool. This study can be extended to other problems with tow trucks.

Keywords: Vehicle routing problem with simultaneous pickup-delivery and time windows, Heavy Haulers, Open-pit mines; Mixed-integer linear programming

Lista de Figuras

Figura 1.1	Caminhão prancha do complexo Carajás, da Vale S.A, no Brasil	12
Figura 3.1	Exemplo de solução para dois caminhões prancha	23
Figura 5.1	Rotas geradas para o cenário 05	32
Figura 5.2	Rotas geradas para o cenário 06	32
Figura 5.3	Rotas geradas para o cenário 09	33

Lista de Tabelas

Tabela 2.1	Comparação desse trabalho com trabalhos da literatura.	20
Tabela 3.1	Matriz de tempo de viagem entre os locais de coleta e entrega em minutos. .	22
Tabela 3.2	Exemplo de solução para dois caminhões prancha.	23
Tabela 5.1	Características dos equipamentos de mineração a serem transportados. . . .	28
Tabela 5.2	Características dos caminhões prancha.	28
Tabela 5.3	Tempo médio de viagem em minutos.	29
Tabela 5.4	Cenários para avaliar o modelo matemático.	29
Tabela 5.5	Resultados computacionais.	30
Tabela 5.6	Informações detalhadas para os cenários 05, 06 e 09.	31

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Contextualização	12
1.2	Motivação	13
1.3	Objetivos	13
1.3.1	Objetivo geral	13
1.3.2	Objetivos específicos	13
1.4	Contribuições	13
1.5	Estrutura do trabalho	14
2	Revisão Bibliográfica	15
2.1	O Problema de Roteamento de Veículos	15
2.2	Trabalhos Relacionados	16
2.3	Considerações Finais	19
3	Caracterização do Problema	21
3.1	Considerações Finais	23
4	Formulação Matemática Proposta	24
4.1	Conjuntos, índices, parâmetros e variáveis de decisão	24
4.2	A formulação matemática	25
4.3	Considerações Finais	27
5	Experimentos Computacionais	28
5.1	Estudo de Caso	28
5.2	Análise dos resultados	29
5.3	Considerações Finais	33
6	Conclusões	34
7	Trabalhos Futuros	35
	Referências Bibliográficas	36

1. Introdução

1.1. Contextualização

A indústria de mineração é de grande relevância e está presente em todo o mundo. No Brasil, o setor mineral é um segmento importante da economia nacional devido às vastas reservas existentes e à posição do país no comércio mundial de commodities minerais. Nesse contexto, o ferro é o principal minério extraído no país, destacando-se no mercado nacional e internacional pela sua abundância e qualidade (PINTO *et al.*, 2021).

Durante a elaboração do projeto de lavra, exige-se a realização de um estudo para dimensionamento dos equipamentos de carga e infraestrutura, como pás carregadeiras, perfuratrizes, e tratores de esteira. Devido ao avanço das atividades de exploração mineral, torna-se necessário o transporte dos equipamentos de mina por longas distâncias. Como alguns destes equipamentos possuem restrições de deslocamento, é necessário transportá-los por meio de caminhões prancha. Garantir a disponibilidade dos equipamentos de mina nos locais e horários necessários é fundamental para a eficiência do processo na indústria de mineração.

As minas de ferro a céu aberto geralmente estão espalhadas por uma ampla área geográfica. Cada mina possui diversas cavas com diferentes frentes de lavra de onde o minério é extraído. Além disso, atividades de perfuração de rochas também são realizadas nas minas. A Figura 1.1 ilustra um caminhão prancha.



Figura 1.1: Caminhão prancha do complexo Carajás, da Vale S.A, no Brasil

Neste problema, é necessário realizar o planejamento da rota dos caminhões prancha para o próximo turno de trabalho, considerando os equipamentos de mineração a serem transportados, suas localizações e a janela de tempo para coleta e entrega. O objetivo é gerar rotas balanceadas buscando a equidade da carga de trabalho dos motoristas. Este problema pode ser classificado como um problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea e janela de tempo (VRPSPDTW, do termo em inglês *vehicle routing problem with simultaneous pickup-delivery and time windows*). Apesar da classe VRPSPDTW ser discutida na literatura,

o problema abordado neste trabalho possui características que o difere dos demais, como o tempo necessário para prender e desprender as amarrações dos equipamentos de mineração no caminhão prancha, o tempo para carga e descarga, o tempo para construção da rampa e o transporte de um único equipamento por viagem.

1.2. Motivação

Atualmente, no complexo Carajás, da Vale S.A, uma equipe de planejamento realiza o roteamento destes caminhões de maneira manual, por meio da estratégia de tentativa e erro. Esta estratégia demanda muito tempo para ser realizada e não há garantia da qualidade da solução obtida, devido à natureza do problema que pertence à classe NP-Difícil (LENSTRA e KAN, 1981). Além disso, o problema de roteamento de caminhões prancha para transporte de ativos de mina com janela de tempo ainda não foi tratado na literatura. Portanto, também existe motivação teórica para a realização do estudo.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo geral

O objetivo geral deste problema é propor e desenvolver um modelo de programação linear inteira mista para resolver o problema de roteamento prancha no transporte de equipamentos de mina, buscando gerar rotas balanceadas.

1.3.2. Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Estudar e analisar trabalhos da literatura que tratam problemas relacionados;
- Estudar e analisar técnicas para problemas de otimização combinatória;
- Propor uma formulação de programação linear inteira mista para resolver o problema;
- Validar a formulação matemática proposta utilizando dados reais do complexo Carajás.

1.4. Contribuições

A seguir é listada as contribuições geradas durante a execução deste trabalho:

1. Artigo publicado no LIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO 2022), realizado em Juiz de Fora, Brasil

Título: Roteamento de caminhões prancha para coleta e entrega de equipamentos de mina a céu aberto: Um estudo de caso em Carajás

Autores: Diego D. X. P. de Rezende, Natanael S. Coutinho e Luciano P. Cota

2. Caracterização do problema em estudo;
3. Formulação de programação linear inteira mista para resolver o problema;
4. Protótipo de um sistema de suporte à decisão para o roteamento de caminhões prancha na mineração.

1.5. Estrutura do trabalho

O restante da dissertação é organizada como segue. A revisão bibliográfica encontra-se no Capítulo 2. No Capítulo 3 é apresentada a caracterização do problema. No Capítulo 4 é apresentada a formulação matemática proposta. Os experimentos computacionais são mostrados no Capítulo 5. Por fim, as conclusões e propostas de trabalhos futuros são apresentados, respectivamente, nos Capítulos 6 e 7.

2. Revisão Bibliográfica

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica de trabalhos da literatura que tratam problemas de roteamento de veículos. Na Seção 2.1 os problemas de roteamento de veículos são apresentados e na Seção 2.2 são reportados os trabalhos relacionados.

2.1. O Problema de Roteamento de Veículos

Introduzido há cerca de sessenta anos por Dantzig e Ramser (1959), o clássico problema de roteamento de veículos (VRP, do termo em inglês *vehicle routing problem*) e suas variantes têm sido intensamente estudado. O VRP visa determinar um plano de roteamento para atender um conjunto de clientes com uma frota de veículos idênticos. O problema tem as seguintes premissas: *i*) cada cliente deve ser visitado apenas uma vez por um veículo; *ii*) cada rota deve começar e terminar no depósito; *iii*) várias restrições laterais devem ser satisfeitas. A literatura possui diversos algoritmos exatos e meta-heurísticas para o VRP e suas variantes. Para saber mais, o leitor pode consultar o livro de Toth e Vigo (2014) e os *surveys* de Laporte (2009), Çağrı Koç *et al.* (2016), Çağrı Koç e Laporte (2018) e Vidal *et al.* (2020).

Uma variante importante do VRP é o VRPPD, do termo em inglês *vehicle routing problem with pickup and delivery*, que considera a coleta e a entrega. Buscando aproximar o modelo de aplicações industriais, diversas características podem ser inseridas no VRPPD: janela de tempo, custo de viagem, capacidade do veículo, frota de veículos heterogênea, tempo de viagem do veículo, velocidade do veículo e restrições de rota. Além disso, diferentes funções objetivo podem ser consideradas, como as relacionadas aos custos de viagem e satisfação dos requisitos do cliente, aos aspectos ambientais e sociais, como carga de trabalho dos motoristas e emissão de gases de efeito estufa Galindres *et al.* (2023); Lozano *et al.* (2016).

Segundo Ojeda Rios *et al.* (2021) e Kucukoglu *et al.* (2021), o VRPPD pode ser classificado em três categorias:

- i) Primeiro entrega e depois coleta: os veículos realizam a operação de coleta após a entrega. Esta categoria é denominada problemas de roteamento de veículos com *backhauls* (VRPB, do termo em inglês *vehicle routing problems with backhauls*).
- ii) Coleta e entrega mistas: os veículos entregam ou coletam em qualquer sequência ao longo de suas rotas. Esta categoria é denominada problemas de roteamento de veículos com *backhauls* mistos (MVRPB, do termo em inglês *mixed vehicle routing problem with backhauls*).
- iii) Coleta e entrega simultâneas: os veículos realizam simultaneamente a entrega e a coleta. Esta categoria é denominada problemas de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas (VRPSPD, do termo em inglês *vehicle routing problems with simultaneous pickup and delivery*).

O problema apresentado nessa dissertação se enquadra na classe do VRPSPD. Em problemas dessa classe, tem-se um conjunto de clientes que possui uma determinada solicitação de serviço. Deseja-se que cada item seja coletado em um determinado local (origem) e entregue em um local diferente (destino). Algumas restrições de tempo devem ser respeitadas, ou seja, as restrições de janela de tempo impõe a realização da coleta dentro de um intervalo tempo e a realização da entrega dentro de um outro intervalo de tempo. O problema de otimização consiste em atribuir um veículo (ou sequência de veículos) à solicitação de cada cliente e determinar as rotas para os veículos realizarem todos os serviços com custo mínimo, considerando as restrições de tempo.

2.2. Trabalhos Relacionados

Nesta seção são apresentados trabalhos relacionados que trataram o problema VRPSPD. O problema VRPSPD foi abordado pela primeira vez por Min (1989). Este problema visa encontrar uma série de rotas para um conjunto de veículos com custo mínimo. Os clientes devem ser atendidos de forma adequada, satisfazendo a restrição de capacidade de transporte do veículo (produtos ou pessoas) que devem ser coletados e entregues a cada cliente (nó). A rota deve começar com um depósito e chegar ao mesmo depósito. O objetivo é encontrar boas soluções para o problema.

Ao longo dos anos, vários modelos matemáticos e algoritmos foram desenvolvidos para resolver o VRPSPD. Dell'Amico *et al.* (2006) desenvolveram um algoritmo exato de *branch-and-price* para seu modelo de fluxo de commodities de dois índices. O método encontrou soluções ótimas em instâncias com até 40 clientes.

Devido a limitações computacionais, algoritmos exatos precisam de mais tempo do que heurísticas para resolver problemas de médio e grande porte. Portanto, diferentes métodos heurísticos têm sido aplicados. Belgin *et al.* (2018) investigaram um VRPSPD de dois níveis e propôs um algoritmo baseado no *variable neighborhood descent* (VND) para resolvê-lo. Wang *et al.* (2018) estudaram a otimização de rotas de veículos com entrega e coleta considerando a colaboração e o compartilhamento de recursos de transporte. Os autores propuseram uma heurística eficaz combinando *K-means clustering* e *NSGA-II* para resolver a otimização de roteamento de veículos com coleta e entrega.

Em Hornstra *et al.* (2020), os autores introduziram o problema de roteamento de veículos com custos simultâneos de coleta e entrega e manuseio (VRPSPD-H, do termo em inglês *vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery and handling costs*). No VRPSPD-H, uma frota de veículos opera a partir de um único depósito para atender a todos os clientes. Há uma demanda de entrega e coleta onde todos os itens de entrega saem da origem e todos os itens de coleta vão para o depósito. Os itens nos veículos são organizados como uma única pilha linear onde apenas o último item carregado é acessível. As operações de manuseio são necessárias se os itens de entrega não forem os últimos carregados. Os autores propuseram uma

meta-heurística ALNS para resolver o problema.

Olgun *et al.* (2021) propuseram uma formulação matemática para o VRPSPD verde (G-VRPSPD, do termo em inglês *green vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery*). Os autores desenvolveram um algoritmo hiper-heurístico baseado no *Iterated Local Search* (ILS) e no VND para obter soluções de alta qualidade. O G-VRPSPD constrói rotas de veículos enquanto atende simultaneamente às demandas de coleta e entrega dos clientes para minimizar os custos de combustível. Para calcular o consumo de combustível, o autor utiliza a função de Xiao *et al.* (2012), em que a taxa de consumo de combustível por unidade de volume é diretamente proporcional à distância percorrida e ao peso do veículo. Além disso, foi investigado o efeito da função objetivo verde no custo total do consumo de combustível, comparando o G-VRPSPD com o VRPSPD.

Yu *et al.* (2023) estudaram uma variante do VRPSPD com motoristas parceiros envolvidos no sistema de entrega em conjunto com motoristas dedicados. Os motoristas têm restrições de disponibilidade e capacidade, como o tipo de cliente, a distância do cliente até a sua rota, e a capacidade de atender apenas um cliente por vez. O objetivo é minimizar o custo total do sistema de entrega, incluindo o custo dos motoristas dedicados e parceiros. Os autores desenvolveram um algoritmo baseado na meta-heurística *Simulated Annealing* para tratar o problema.

Mais detalhes sobre os métodos de solução desenvolvidos para o VRPSPD podem ser vistos na recente pesquisa de Çağrı Koç *et al.* (2020). A seguir, são apresentados alguns trabalhos da literatura que tratam do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea e janela de tempo (VRPSPDTW, do termo em inglês *vehicle routing problem with simultaneous pickup-delivery and time windows*), que é uma extensão do VRPSPD. O VRPSPDTW é mais desafiador computacionalmente e tem ampla aplicação na indústria de logística, mas ainda é menos investigado na literatura do que o VRPSPD. A solução do VRPSPDTW ajudará as empresas de logística a reduzir custos e fornecer um melhor atendimento ao cliente, aumentando a competitividade das empresas de logística que enfrentam uma concorrência acirrada (SHI *et al.*, 2020).

Um algoritmo exato para o VRPSPDTW é apresentado em Angelelli e Mansini (2002), utilizando uma abordagem de *branch-and-price*. O problema elementar do caminho mais curto com uma janela de tempo e restrições de capacidade é usado como um *pricing problem*. Um procedimento de *branch-and-bound* é empregado para obter soluções inteiras. Esse artigo foi o primeiro a abordar a extensão do VRPSPDTW e a maior instância resolvida contém 20 clientes.

Louati *et al.* (2021) abordaram um problema real em uma grande empresa de avicultura da Tunísia chamada CHAHIA. O objetivo é encontrar as melhores rotas para os veículos entregarem os produtos aos clientes e recolherem as caixas vazias, minimizando os custos de transporte. Os autores consideraram aspectos como capacidade dos veículos, janelas de tempo e tempos de carregamento e descarregamento. Três modelos de programação linear inteira mista foram propostos para resolver o problema. No primeiro, a coleta e a entrega são realizadas simultaneamente. No segundo, a coleta e a entrega podem ser realizadas simultaneamente ou

separadamente. Por fim, no terceiro, a coleta e a entrega são realizadas simultaneamente e o recolhimento de todas as caixas vazias não é obrigatório. No entanto, as caixas vazias não recolhidas são penalizadas na função objetivo. Os autores utilizaram dados reais da empresa para validar os modelos matemáticos por meio do solver CPLEX.

Como a primeira tentativa de resolver o VRPSPDTW implementando heurísticas, Cao e Lai (2007) propuseram um algoritmo genético aprimorado ao projetar uma nova codificação decimal de acordo com uma sequência anterior entre todos os clientes. Além disso, seus resultados experimentais mostraram que o algoritmo aprimorado poderia efetivamente encontrar a solução ótima ou uma boa solução quando o número máximo de clientes é igual a oito.

Shi *et al.* (2018) investigaram o problema de roteamento estocástico de atendimento domiciliar de saúde considerando a entrega e coleta simultâneas dos medicamentos. Um algoritmo *Hybrid Simulated Annealing* foi projetado para obter soluções boas.

Khodashenas *et al.* (2022) abordaram conjuntamente dois problemas: o VRPSPDTW sob incertezas e arranjo ótimo de mercadorias nos caminhões. Algoritmos exatos e heurísticos foram propostos para tratar os dois problemas. Os algoritmos foram validados por meio de instâncias da literatura, e posteriormente, o melhor algoritmo, foi aplicado a um estudo de caso real da *Golrang Broadcasting Company*, empresa líder na indústria de eletrodomésticos do Irã.

Os problemas de roteamento de veículos também podem ser divididos em duas classes, de acordo com o tipo de carga transportada: problemas de roteamento de caminhões cheios e problemas de roteamento de cargas menores. Os problemas de roteamento de caminhões cheios lidam com veículos de capacidade unitária e demanda ou oferta unitária em cada localização do cliente. Assim, em uma situação de *backhauling*, uma rota de veículo pode incluir apenas um local de entrega e um local de coleta entre duas paradas no depósito. No caso de locais de coleta e entrega emparelhados, apenas o cliente pode ser visitado entre uma coleta e o local de entrega associado.

Gronalt e Hirsch (2007) apresentam um método de solução baseado em busca tabu para agendamento de caminhões de toras de madeira. Uma frota de m caminhões de toras situada nas respectivas residências dos caminhoneiros deve realizar n transportes de toras entre vários locais de estocagem de madeira e instalações industriais. Todos os transportes são realizados como caminhões cheios. Como os movimentos dos caminhões cheios são conhecidos, o objetivo é minimizar a duração total dos movimentos dos caminhões vazios. Além do VRP padrão, foram consideradas restrições de peso na malha viária, depósitos múltiplos e janela de tempo nas instalações industriais e nas residências dos caminhoneiros.

A Tabela 2.1 resume a comparação da proposta desta dissertação com trabalhos da literatura que tratam do VRPSPD, citados nesta seção. Observa-se que muitas das características da proposta não foram abordadas em outros trabalhos.

2.3. Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados trabalhos da literatura que tratam de problemas de roteamento de veículos. Ao final, também é realizada uma comparação do estudo proposto nesta dissertação com estes trabalhos da literatura.

Tabela 2.1: Comparação desse trabalho com trabalhos da literatura.

Trabalhos	Tempo de prender e desprender	Tempo de carga e descarga	Tempo de construção da rampa	Capacidade de carga	Compatibilidade de tamanho-carga	Capacidade de umidificação	Entrega imediata após coleta	Janelas de tempo	Rotas balanceadas	Método	
										Heurística	Exato
Min (1989)	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	✓	-
Dell'Amico <i>et al.</i> (2006)	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	✓	-
Belgin <i>et al.</i> (2018)	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	✓	-
Wang <i>et al.</i> (2018)	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	✓	-
Homstra <i>et al.</i> (2020)	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	✓	-
Olgun <i>et al.</i> (2021)	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	✓	-
Xiao <i>et al.</i> (2012)	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	✓	-
Yu <i>et al.</i> (2023)	-	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-
Angelilli e Mansini (2002)	-	-	-	✓	-	-	-	✓	-	-	✓
Louati <i>et al.</i> (2021)	-	✓	-	✓	-	-	-	✓	-	-	✓
Cao e Lai (2007)	-	-	-	✓	-	-	-	✓	-	✓	-
Shi <i>et al.</i> (2018)	-	-	-	✓	-	-	-	✓	-	✓	-
Hof e Schneider (2019)	-	-	-	✓	-	-	-	✓	-	✓	-
Khodshenas <i>et al.</i> (2022)	-	✓	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Gronalt e Hirsch (2007)	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-
Esse trabalho	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

3. Caracterização do Problema

Este trabalho trata de um problema de roteamento de caminhões prancha para transportar equipamentos de mineração com janela de tempo em áreas de mina a céu aberto. Os caminhões prancha transportam equipamentos de carga e infraestrutura de acordo com as necessidades da operação. As características deste problema são apresentadas a seguir.

1. Caminhões prancha (\mathcal{H})

- (a) Existe um conjunto de caminhões prancha responsáveis pela coleta e entrega de equipamentos de mineração;
- (b) A frota de caminhões prancha \mathcal{H} é heterogênea;
- (c) Cada caminhão prancha $k \in \mathcal{H}$ tem uma capacidade de carga LC_k em toneladas;
- (d) Cada caminhão prancha $k \in \mathcal{H}$ tem uma localização no início do horizonte de planejamento;
- (e) Existe um tempo TBR_k para construir a rampa de carga e descarga em cada caminhão prancha $k \in \mathcal{H}$. A rampa é feita por uma carregadeira utilizando materiais como terra e escória.

2. Equipamentos de mineração a serem transportados (\mathcal{E})

- (a) Existe um conjunto de equipamentos de mineração \mathcal{E} que precisam ser transportados por caminhões prancha por longas distâncias;
- (b) Cada equipamento deverá ser coletado em um local e , logo após, deverá ser transportado até o local de entrega;
- (c) Cada equipamento a ser coletado ou entregue no local i tem peso EW_i em toneladas;
- (d) Cada equipamento a ser coletado ou entregue no local i necessita de um tempo LT_i , em minutos, para prender ou desprender as amarrações no caminhão prancha;
- (e) Existe um tempo de carga e descarga LU_i , em minutos, para cada equipamento a ser coletado ou entregue no local i .

A seguir é apresentado um pequeno exemplo do problema de roteamento de caminhões prancha para facilitar o entendimento. Neste exemplo, há quatro equipamentos de mineração e dois caminhões prancha. Para simplificar o exemplo, não foram considerados o tempo de carga e descarga, o tempo para prender e desprender as amarrações e o tempo de construção da rampa.

A Tabela 3.1 mostra a matriz de tempo de viagem para coleta (identificada por P) e entrega (identificada por D) em minutos. Por exemplo, o primeiro equipamento de mineração será coletado em P1 e entregue em D1. O depósito é identificado por DEP.

Tabela 3.1: Matriz de tempo de viagem entre os locais de coleta e entrega em minutos.

	Coleta					Entrega				
	DEP	P1	P2	P3	P4	D1	D2	D3	D4	DEP
DEP	0	38	56	18	49	56	25	21	50	0
P1	38	0	32	41	46	18	51	17	88	38
P2	56	32	0	66	77	29	76	39	98	56
P3	18	41	66	0	33	58	10	27	57	18
P4	49	46	77	33	0	56	36	44	89	49
D1	56	18	29	58	56	0	68	35	105	56
D2	25	51	76	10	36	68	0	37	52	25
D3	21	17	39	27	44	35	37	0	70	21
D4	50	88	98	57	89	105	52	70	0	50
DEP	0	38	56	18	49	56	25	21	50	0

A Tabela 3.2 apresenta uma solução viável para este roteamento. O caminhão prancha 1 sai do depósito e coleta o equipamento de mineração 1 no local P1, depois segue para o local D1 para a entrega. Depois disso, este caminhão prancha parte para o local P2 para a coletar o equipamento de mineração 2 e, em seguida, segue para o local D2 para realizar a entrega. Por fim, o caminhão prancha 1 retorna ao depósito para finalizar o seu percurso. Por outro lado, o caminhão prancha 2 sai do depósito, coleta o equipamento de mineração 3 no local P3 e segue para o local D3 para a entrega. Na sequência, segue para o local P4 para coletar o equipamento 4 e, em seguida, segue para o local D4 para a realizar a entrega. Por fim, o caminhão prancha 2 retorna ao depósito para finalizar o percurso. A Figura 3.1 ilustra esta solução. Os caminhões prancha 1 e 2 são identificados pelos termos em inglês *Heavy Hauler 1* e *Heavy Hauler 2*, respectivamente.



Figura 3.1: Exemplo de solução para dois caminhões prancha

A Tabela 3.2 apresenta a rota realizada e o tempo gasto para completar o percurso, em minutos, de cada caminhão prancha. Observa-se que a rota do caminhão prancha 1 tem um custo de 186 minutos e a do caminhão prancha 2 tem um custo de 228 minutos. Portanto, o valor da função objetivo é 228 minutos.

Tabela 3.2: Exemplo de solução para dois caminhões prancha.

Caminhão Prancha	Rotas	Custo (min)
1	DEP ⇒ P1 ⇒ D1 ⇒ P2 ⇒ D2 ⇒ DEP	186
2	DEP ⇒ P3 ⇒ D3 ⇒ P4 ⇒ D4 ⇒ DEP	228

3.1. Considerações Finais

O problema tratado neste trabalho foi descrito em detalhes neste capítulo, esclarecendo o processo de roteamento de caminhões prancha. Um exemplo fictício, de pequeno porte, foi utilizado para facilitar a compreensão do problema em estudo.

4. Formulação Matemática Proposta

Este capítulo apresenta a formulação de programação linear inteira mista proposta para resolver o problema.

4.1. Conjuntos, índices, parâmetros e variáveis de decisão

A seguir são apresentados os conjuntos, índices, parâmetros e variáveis de decisão usados na formulação.

- Conjuntos:

\mathcal{H} : conjunto de caminhões prancha;

\mathcal{P} : conjunto de locais de coleta;

\mathcal{D} : conjunto de locais de entrega;

\mathcal{L} : $\mathcal{P} \cup \mathcal{D}$;

\mathcal{V} : $\mathcal{P} \cup \mathcal{D} \cup \{v_0\} \cup \{v_{2n+1}\}$, onde n corresponde ao número de equipamentos que serão transportados, v_0 corresponde ao local de partida dos caminhões prancha e v_{2n+1} corresponde ao local de retorno dos caminhões prancha ao final da rota.

- Índices:

i, j : índice para os conjuntos \mathcal{P} , \mathcal{D} , \mathcal{L} e \mathcal{V} ;

k : índice para o conjunto \mathcal{H} .

- Parâmetros:

TT_{ij} : tempo de viagem entre dois vértices $i \in \mathcal{V}$ e $j \in \mathcal{V}$ (minutos);

LT_i : tempo necessário para prender ou desprender as amarrações dos equipamentos a serem coletados ou entregues em $i \in \mathcal{L}$ (minutos);

LU_i : tempo de carga ou descarga dos equipamentos a serem coletados ou entregues em $i \in \mathcal{L}$ (minutos);

TBR_k : tempo para construir rampa de carga e descarga no caminhão prancha $k \in \mathcal{H}$ (minutos);

EW_i : peso dos equipamentos de mineração a serem coletados ou entregues a $i \in \mathcal{L}$ (toneladas);

LC_k : capacidade de carga do caminhão prancha $k \in \mathcal{H}$ (toneladas);

A_i : início da janela de tempo para transporte dos equipamentos a serem coletados ou entregues em $i \in \mathcal{V}$;

B_i : fim da janela de tempo para transporte dos equipamentos a serem coletados ou entregues em $i \in \mathcal{V}$.

- Variáveis de decisão:

$$x_{ijk} : \begin{cases} 1 & \text{se o caminhão prancha } k \in \mathcal{H} \text{ parte do local } i \in \mathcal{V} \text{ em direção ao local} \\ & j \in \mathcal{V}; \\ 0 & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

w_{ik} : instante em que o caminhão prancha $k \in \mathcal{H}$ visita o local $i \in \mathcal{V}$;

s_{ik} : tempo gasto pelo caminhão prancha $k \in \mathcal{H}$ para coleta ou entrega no local $i \in \mathcal{L}$ (minutos);

mrd : duração máxima da rota.

4.2. A formulação matemática

$$\min \quad mrd \tag{4.1}$$

A equação (4.1) descreve a função objetivo do problema, que busca minimizar a maior rota. Isto implica em gerar rotas balanceadas, pois o instante final da maior rota será equivalente ao final da operação.

$$\sum_{k \in \mathcal{H}} \sum_{\substack{j \in \mathcal{V} - [v_0] \\ j \neq i}} x_{ijk} = 1, \quad \forall i \in \mathcal{L} \tag{4.2}$$

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{V} - [v_{2n+1}] \\ i \neq r}} x_{irk} - \sum_{\substack{j \in \mathcal{V} - [v_0] \\ j \neq r}} x_{rjk} = 0, \quad \forall k \in \mathcal{H}, \forall r \in \mathcal{L} \tag{4.3}$$

$$\sum_{\substack{i \in \mathcal{V} - [v_{2n+1}] \\ i \neq j}} x_{ijk} - \sum_{\substack{i \in \mathcal{L} \\ i \neq j+n}} x_{i,j+n,k} = 0, \quad \forall k \in \mathcal{H}, \forall j \in \mathcal{P} \tag{4.4}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{V} - [v_0]} x_{0jk} = 1, \quad \forall k \in \mathcal{H} \tag{4.5}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{V} - [v_{2n+1}]} x_{i,2n+1,k} = 1, \quad \forall k \in \mathcal{H} \tag{4.6}$$

As restrições (4.2) garantem que todos os locais sejam visitados apenas uma vez. As restrições (4.3) garantem o fluxo da rede. As restrições (4.4) asseguram que todos os equipamentos coletados por um caminhão sejam entregues. Já as restrições (4.5) e (4.6) garantem que todos os caminhões prancha saiam e retornem ao depósito apenas uma vez.

$$s_{0,k} = s_{2n+1,k} = 0, \quad \forall k \in \mathcal{H} \quad (4.7)$$

$$w_{0k} = 0, \quad \forall k \in \mathcal{H} \quad (4.8)$$

As restrições (4.7) garantem que nenhuma atividade seja realizada no depósito. Cada caminhão prancha parte do depósito no instante zero, o que é assegurado pelas restrições (4.8).

$$TBR_k + LU_i + LT_i = s_{ik}, \quad \forall k \in \mathcal{H}, \forall i \in \mathcal{L} \quad (4.9)$$

$$w_{ik} + s_{ik} + TT_{ij} - B_i(1 - x_{ijk}) \leq w_{jk}, \quad \forall k \in \mathcal{H}, \forall i \in \mathcal{V}, \forall j \in \mathcal{V} \quad (4.10)$$

$$w_{ik} + s_{ik} + TT_{i,n+i} = w_{n+i,k}, \quad \forall k \in \mathcal{H}, \forall i \in \mathcal{P} \quad (4.11)$$

Esse conjunto de restrições é novo na literatura. Ele trata de características particulares do problema abordado, como o tempo de carga e descarga, o tempo para prender e desprender as amarrações e o tempo de construção da rampa. Também é assegurado que a carga seja unitária (apenas um equipamento de mineração) e que a entrega seja realizada imediatamente após a coleta.

As restrições (4.9) calculam o tempo total que cada caminhão prancha permanece nos locais de carga e descarga. As restrições (4.10) garantem que o instante em que um local é visitado para coleta ou entrega de um equipamento deve ser maior que o instante de visita ao último local, mais os tempos de carregamento e de deslocamento até o local atual. As restrições (4.11) garantem que o instante de entrega do equipamento será logo após o instante de coleta, somando-se os tempos de carregamento e de transporte.

$$mrd \geq w_{2n+1,k}, \quad \forall k \in \mathcal{H} \quad (4.12)$$

$$x_{ijk}EW_j \leq LC_k, \quad \forall k \in \mathcal{H}, \forall i \in \mathcal{V}, \forall j \in \mathcal{L} \quad (4.13)$$

$$A_i \leq w_{ik}, \quad \forall k \in \mathcal{H}, \forall i \in \mathcal{V} \quad (4.14)$$

$$w_{ik} + s_{ik} \leq B_i, \quad \forall k \in \mathcal{H}, \forall i \in \mathcal{V} \quad (4.15)$$

As restrições (4.12) calculam a duração máxima da rota. As restrições (4.13) garantem que o caminhão prancha só transporte equipamentos com um peso menor que sua capacidade de carga. A garantia de que o horário de coleta dos equipamentos respeite o início da janela de tempo e que a entrega não ultrapasse o horário de término da janela de tempo é dada pelas restrições (4.15) e (4.14), respectivamente.

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in \mathcal{H}, \forall i \in \mathcal{V}, \forall j \in \mathcal{V} \quad (4.16)$$

$$s_{ik} \geq 0, \quad \forall k \in \mathcal{H}, \forall i \in \mathcal{V} \quad (4.17)$$

As de restrições (4.16) e (4.17) definem o domínio das variáveis x e s , respectivamente.

4.3. Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentado o modelo matemático com os seus conjuntos, índices, parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e restrições. No próximo capítulo é realizada a validação da formulação linear inteira mista utilizando um estudo de caso da mineração.

5. Experimentos Computacionais

Para avaliar o modelo matemático proposto, foram realizados experimentos computacionais usando um estudo de caso do complexo Carajás. O modelo foi implementado no solver Gurobi[®], versão 6.5.1. O computador utilizado nos experimentos computacionais foi um Intel Xeon CPU E5-2670 v3 2.30GHZ, com três processadores, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Windows Server 2012.

5.1. Estudo de Caso

A Tabela 5.1 informa os equipamentos de mineração que devem ser transportados no próximo turno de trabalho de 9 horas. Equipamentos com prefixos DR e SH correspondem a perfuratrizes e escavadeiras, respectivamente. Além disso, é informada as seguintes características de cada equipamento: *i*) local de coleta; *ii*) local de entrega; *iii*) peso do equipamento; *iv*) o tempo necessário para prender e desprender o equipamento no caminhão prancha; *v*) o tempo de carga e descarga; *vi*) a janela de tempo de coleta; *vii*) a janela de tempo de entrega.

Tabela 5.1: Características dos equipamentos de mineração a serem transportados.

Equip. para transporte	Local de Coleta	Local de Entrega	Peso Equip. (t)	Tempo de amarração (min)	Tempo de embarque (min)	Coleta		Entrega	
						Início janela de tempo (min)	Fim janela de tempo (min)	Início janela de tempo (min)	Fim janela de tempo (min)
DR 0601	P1	D1	58	2	10	0	350	0	540
DR 7114	P2	D2	110	5	12	0	380	0	540
DR 0710	P3	D3	58	2	10	50	400	0	540
DR 7305	P4	D4	58	2	10	70	450	0	540
SH 9602	P5	D5	58	2	10	80	520	0	540
SH 1117	P6	D6	58	2	10	0	250	0	540
SH 1116	P7	D7	58	2	10	0	300	0	540
SH 9604	P8	D8	58	2	10	100	540	0	540

Na Tabela 5.2 são apresentados os dados dos caminhões prancha. Para cada um deles, são descritas a capacidade de carga e o tempo necessário para a construção da rampa que permite o carregamento e descarregamento dos equipamentos de mineração. Os caminhões prancha estão identificados pela sigla HH, do termo em inglês *Heavy Hauler*. Existem três caminhões prancha (HH1, HH2 e HH3) no complexo de Carajás. Um quarto veículo foi utilizado para simular uma possível expansão da frota, o HH4 (cópia do HH2).

Tabela 5.2: Características dos caminhões prancha.

	Caminhões prancha			
	HH1	HH2	HH3	HH4
Capacidade de carga (t)	110	115	110	115
Tempo de construção da rampa (min)	20	20	20	20

Finalmente, a Tabela 5.3 exibe a matriz de tempo médio de viagem entre os locais de coleta e entrega, bem como ao depósito.

Tabela 5.3: Tempo médio de viagem em minutos.

	Coleta								Entrega									
	DEP	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	DEP
DEP	0	18	21	10	16	21	14	1	8	14	1	1	10	14	18	11	1	0
P1	18	0	3	14	6	11	5	18	23	29	18	18	14	5	1	26	18	18
P2	21	3	0	17	9	14	8	21	26	32	21	21	17	8	3	29	21	21
P3	10	14	17	0	12	17	11	10	14	20	10	10	1	11	14	17	10	10
P4	16	6	9	12	0	6	3	16	21	27	16	16	12	3	6	24	16	16
P5	21	11	14	17	6	0	8	21	26	32	21	21	17	8	11	23	21	21
P6	14	5	8	11	3	8	0	14	19	25	14	14	11	1	5	22	14	14
P7	1	18	21	10	16	21	14	0	8	14	1	1	10	14	18	11	1	1
P8	8	23	26	14	21	26	19	8	0	6	8	8	21	19	23	3	8	8
D1	14	29	32	20	27	32	25	14	6	0	14	14	20	25	29	3	14	14
D2	1	18	21	10	16	21	14	1	8	14	0	1	10	14	18	11	1	1
D3	1	18	21	10	16	21	14	1	8	14	1	0	10	14	18	11	1	1
D4	10	14	17	1	12	17	11	10	14	20	10	10	0	11	14	17	10	10
D5	14	5	8	11	3	8	1	14	19	25	14	14	11	0	5	22	14	14
D6	18	1	3	14	6	11	5	18	23	29	18	18	14	5	0	26	18	18
D7	11	26	29	17	24	29	22	11	3	3	11	11	17	22	26	0	11	11
D8	1	18	21	10	16	21	14	1	8	14	1	1	10	14	18	11	0	1
DEP	0	18	21	10	16	21	14	1	8	14	1	1	10	14	18	11	1	0

No complexo Carajás, normalmente seis equipamentos de mineração são transportados a cada turno de trabalho por meio de três caminhões prancha. Com base nisso, o modelo matemático foi avaliado em nove cenários, variando a quantidade de caminhões prancha e equipamentos a serem transportados. Os cenários analisados são apresentados na Tabela 5.4. A quantidade de caminhões prancha variou de dois a quatro, buscando simular a indisponibilidade de um caminhão prancha (para manutenção, por exemplo), o cenário real e o investimento na compra de um novo veículo para ampliar a frota. O número de equipamentos transportados variou de quatro a oito, ilustrando a variabilidade da demanda entre os turnos de trabalho.

Tabela 5.4: Cenários para avaliar o modelo matemático.

# Cenário	# Caminhões Prancha	# Equipamentos de Mineração
1		4
2	2	6
3		8
4		4
5	3	6
6		8
7		4
8	4	6
9		8

5.2. Análise dos resultados

Esta subseção relata os resultados obtidos pelo modelo matemático para cada cenário analisado. Foram considerados limites de tempo de 1 hora e 2 horas no resolvedor Gurobi, que

são adequados para a tomada de decisão na troca de turno de trabalho. A Tabela 5.5 apresenta o número de caminhões prancha utilizados, o número de equipamentos de mineração a serem transportados, o valor da função objetivo (duração da maior rota), o tempo gasto pelo solver e o GAP. Para os casos em que a solução ótima foi encontrada no tempo limite de 1 hora, não foi realizada a execução do cenário para um tempo limite de 2 horas.

Tabela 5.5: Resultados computacionais.

Número	Cenários		Tempo Limite de 1 hora			Tempo Limite de 2 horas		
	# Caminhões Prancha	# Equip.	Função Objetivo	Tempo Proc. (segundos)	GAP (%)	Função Objetivo	Tempo Proc. (segundos)	GAP (%)
1	2	4	218	0.48	0	-	-	-
2		6	296	87.75	0	-	-	-
3		8	394	3600.00	100.00	394	6449.76	0
4	3	4	201	0.54	0	-	-	-
5		6	218	115.47	0	-	-	-
6		8	269	3600.00	67.66	269	7200.00	43.87
7	4	4	156	0.60	0	-	-	-
8		6	201	269.24	0	-	-	-
9		8	206	3600.00	100.00	201	7200.00	85.09

Em seis cenários, para um tempo limite de 1 hora, o modelo matemático comprovou a otimalidade da solução encontrada ($GAP = 0$). Em um tempo limite de 2 horas, o modelo conseguiu encontrar a solução ótima para mais um cenário, o cenário 3. Em apenas dois cenários, 6 e 9, o modelo não confirmou a otimalidade ($GAP > 0$). Entretanto, a falta de comprovação de que a solução é ótima não indica que o resultado seja ruim. Devido à natureza do problema, os modelos matemáticos têm grande dificuldade em provar a otimalidade das soluções. Por exemplo, no cenário 3, o GAP foi de 100% para um limite de tempo de processamento de 1 hora e de 0% para um limite de 2 horas. No entanto, o valor da função objetivo foi o mesmo em ambos os casos. Portanto, o tempo limite de 1 hora foi insuficiente para provar a otimalidade da solução, que já era ótima.

A seguir, são detalhadas as rotas de três cenários: 5, 6 e 9. O cenário 5 foi representado por ser o mais comum no complexo Carajás. Nos cenários 6 e 9, o modelo matemático não provou a otimalidade. A Tabela 5.6 descreve detalhadamente as soluções geradas para esses cenários, informando quais caminhões prancha devem transportar cada equipamento de mineração, o instante em que cada equipamento é coletado e entregue, o tempo de preparação para carga e descarga, o tempo de viagem, o custo de cada rota e a função objetivo (em negrito). Observa-se que as rotas foram balanceadas, mesmo nos cenários onde a otimalidade não foi comprovada. Esses resultados mostram que todas as soluções geradas podem apoiar a tomada de decisão.

Tabela 5.6: Informações detalhadas para os cenários 05, 06 e 09.

Cenário	Caminhão prancha	Equipamento de Mineração	Instante de Coleta (min)	Tempo de Preparação de Carga (min)	Tempo de Viagem (min)	Tempo de Preparação de Descarga (min)	Instante de Entrega (min)	Custo da Rota (min)
5	HH1	DR 0601	18	32	29	32	111	206
		DR 0710	131	32	10	32	205	
	HH2	DR 7114	21	37	21	37	116	218
		DR 7305	132	32	12	32	208	
	HH3	SH 1117	14	32	5	32	83	180
		SH 9602	94	32	8	32	166	
6	HH1	SH 1117	14	32	5	32	83	241
		DR 7305	89	32	12	32	165	
		DR 0710	166	32	10	32	240	
	HH2	SH 1116	1	32	11	32	76	269
		SH 9602	105	32	8	32	177	
		SH 9604	196	32	8	32	268	
	HH3	DR 7114	21	37	21	37	116	241
		DR 0601	134	32	29	32	227	
	9	HH1	SH 1117	14	32	5	32	83
DR 7305			89	32	12	32	165	
HH2		DR 7114	21	37	21	37	116	201
		DR 0710	126	32	10	32	200	
HH3		SH 1116	1	32	11	32	76	191
		SH 9602	105	32	8	32	177	
HH4		DR 0601	18	32	29	32	111	190
		SH 9604	117	32	8	32	189	

As figuras 5.1, 5.2 e 5.3 ilustram as rotas geradas para os cenários 5, 6 e 9, respectivamente. Por exemplo, na rota do cenário 6, observa-se que o caminhão prancha HH1 sai do depósito em direção a P6, coleta o equipamento de mineração SH 1117 e parte em direção a D6 para entregá-lo. Em seguida, o caminhão HH1 parte em direção ao P4, coleta o equipamento de mineração DR 7305 e o entrega no local D4. Na sequência, o caminhão prancha HH1 parte em direção ao P3, coleta o equipamento de mineração DR 0710 e o entrega no local D3. Por fim, HH1 retorna ao depósito para completar a rota.

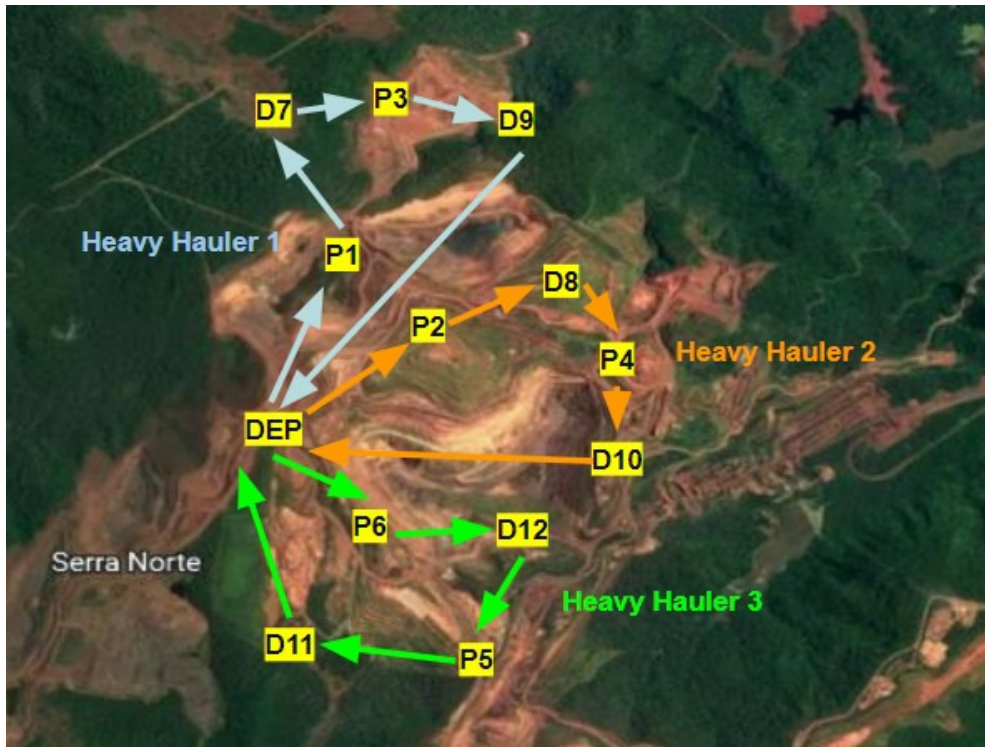


Figura 5.1: Rotas geradas para o cenário 05

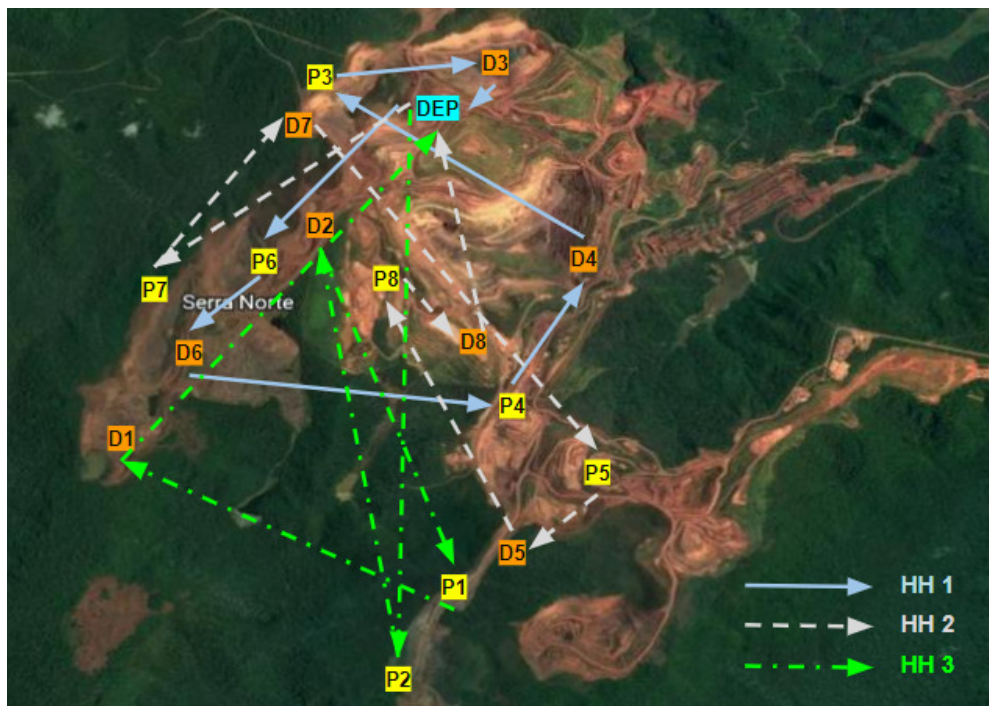


Figura 5.2: Rotas geradas para o cenário 06

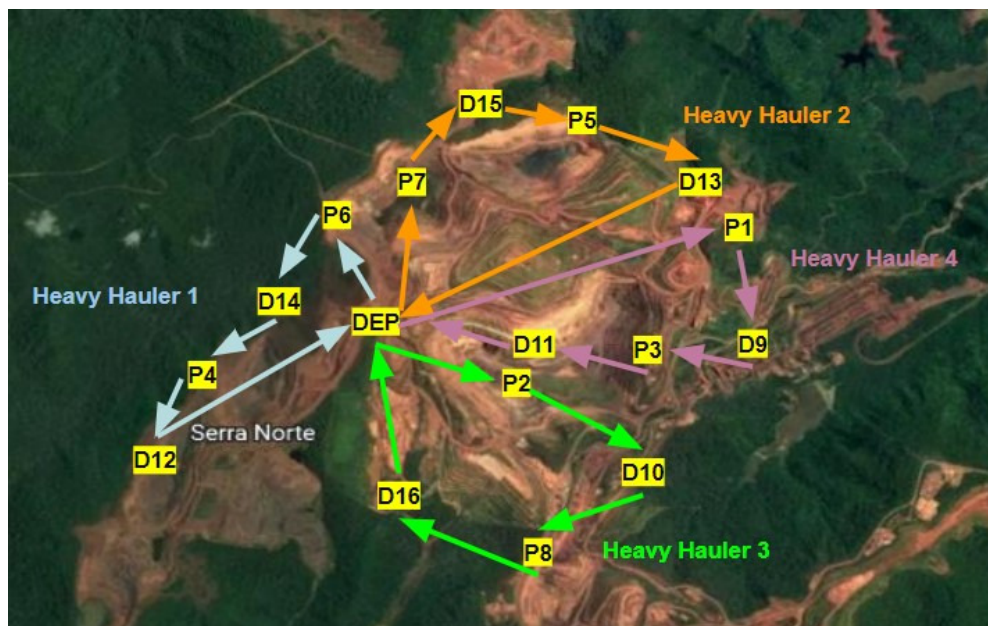


Figura 5.3: Rotas geradas para o cenário 09

5.3. Considerações Finais

A partir dos resultados apresentados neste capítulo, conclui-se que o modelo matemático proposto é capaz de encontrar boas soluções para o problema de roteamento de caminhões prancha no transporte de equipamentos de mina.

6. Conclusões

Este trabalho trata do problema de roteamento de caminhões prancha para transporte de equipamentos de mineração com janela de tempo em minas a céu aberto. Este problema possui características ainda não abordadas na literatura, como o tempo necessário para prender e desprender as amarrações, o tempo para construção de uma rampa, o tempo de carga e descarga, a capacidade de carga dos caminhões prancha e o peso do equipamento a ser transportado. O modelo proposto também considera que os equipamentos devem ser entregues imediatamente após sua coleta e que cada caminhão prancha pode transportar apenas um equipamento por vez.

O roteamento otimizado dos caminhões prancha impacta diretamente nas operações dos equipamentos de mineração em minas a céu aberto. Atualmente, esse roteamento ainda é feito de forma empírica, utilizando estratégias manuais.

Uma formulação de programação linear inteira mista foi proposta para resolver o problema. Esta formulação foi validada usando um estudo de caso do complexo Carajás, da Vale S.A, no Brasil. Foram utilizados nove cenários variando o número de caminhões prancha e equipamentos de mineração. O modelo proposto encontrou boas soluções com rotas balanceadas para os caminhões prancha em todos os cenários analisados. Os resultados validaram a utilização do modelo como um sistema de suporte à decisão para cenários similares aos avaliados.

7. Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros, sugere-se:

1. Desenvolver algoritmos meta-heurísticos para tratar instâncias de grande porte do problema;
2. Analisar incertezas presentes no tempo de viagem e nos tempos de amarração e desamarração da carga;
3. Estender o estudo para outras frotas de caminhões em minas a céu aberto, como caminhões pipa e comboios de lubrificação;
4. Realizar teste piloto do protótipo proposto em área operacional, realizar as melhorias necessárias e implementá-lo na forma de um sistema de suporte à decisão.

Referências Bibliográficas

- ANGELELLI, E., MANSINI, R. “The Vehicle Routing Problem with Time Windows and Simultaneous Pick-up and Delivery”. Em: Klose, A., Speranza, M. G., Van Wassenhove, L. N. (Eds.), *Quantitative Approaches to Distribution Logistics and Supply Chain Management*, pp. 249–267, Berlin, Heidelberg, 2002. Springer Berlin Heidelberg. ISBN: 978-3-642-56183-2.
- BELGIN, O., KARAOGLAN, I., ALTIPARMAK, F. “Two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery: Mathematical model and heuristic approach”, *Computers & Industrial Engineering*, v. 115, pp. 1–16, 2018. ISSN: 0360-8352. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.10.032>.
- CAO, E., LAI, M. “Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pick-Up with Time Windows”. Em: *International Conference on Transportation Engineering 2007*, pp. 160–166, ASCE Library header, 2007. doi: 10.1061/40932(246)27.
- DANTZIG, G. B., RAMSER, J. H. “The Truck Dispatching Problem”, *Management Science*, v. 6, n. 1, pp. 80–91, 1959. doi: 10.1287/mnsc.6.1.80.
- DELL’AMICO, M., RIGHINI, G., SALANI, M. “A Branch-and-Price Approach to the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Distribution and Collection”, *Transportation Science*, v. 40, n. 2, pp. 235–247, 2006. doi: 10.1287/trsc.1050.0118.
- GALINDRES, L. F., GUIMARÃES, F. G., GALLEGO-RENDÓN, R. A. “Multi-objective sustainable capacitated location routing problem formulation in sustainable supply-chain management”, *Engineering Optimization*, v. 55, n. 3, pp. 526–541, 2023. doi: 10.1080/0305215X.2021.2014476.
- GRONALT, M., HIRSCH, P. “Log-Truck Scheduling with a Tabu Search Strategy”. Em: Doerner, K. F., Gendreau, M., Greistorfer, P., et al. (Eds.), *Metaheuristics: Progress in Complex Systems Optimization*, pp. 65–88, Boston, MA, Springer US, 2007. ISBN: 978-0-387-71921-4. doi: 10.1007/978-0-387-71921-4_4.
- HOF, J., SCHNEIDER, M. “An adaptive large neighborhood search with path relinking for a class of vehicle-routing problems with simultaneous pickup and delivery”, *Networks*, v. 74, n. 3, pp. 207–250, 2019. doi: <https://doi.org/10.1002/net.21879>.

- HORNSTRA, R. P., SILVA, A., ROODBERGEN, K. J., et al.. “The vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery and handling costs”, *Computers & Operations Research*, v. 115, pp. 104858, 2020. ISSN: 0305-0548. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.104858>.
- KHODASHENAS, M., KAZEMIPOOR, H., NAJAFI, S. E., et al.. “A two-stage uncertain model to arrange and locate vehicle routing with simultaneous pickup and delivery”, *International journal of research in industrial engineering*, v. 11, n. 3, pp. 273–305, 2022.
- KUCUKOGLU, I., DEWIL, R., CATTRYSSSE, D. “The electric vehicle routing problem and its variations: A literature review”, *Computers & Industrial Engineering*, v. 161, pp. 107650, 2021. ISSN: 0360-8352. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107650>.
- LAPORTE, G. “Fifty Years of Vehicle Routing”, *Transportation Science*, v. 43, n. 4, pp. 408–416, 2009. doi: [10.1287/trsc.1090.0301](https://doi.org/10.1287/trsc.1090.0301).
- LENSTRA, J. K., KAN, A. R. “Complexity of vehicle routing and scheduling problems”, *Networks*, v. 11, n. 2, pp. 221–227, 1981.
- LOUATI, A., LAHYANI, R., ALDAEJ, A., et al.. “Mixed Integer Linear Programming Models to Solve a Real-Life Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery”, *Applied Sciences*, v. 11, n. 20, 2021. ISSN: 2076-3417. doi: [10.3390/app11209551](https://doi.org/10.3390/app11209551).
- LOZANO, J., GONZÁLEZ-GURROLA, L.-C., RODRÍGUEZ-TELLO, E., et al.. “A statistical comparison of objective functions for the vehicle routing problem with route balancing”. Em: *2016 Fifteenth Mexican international conference on artificial intelligence (MICAI)*, pp. 130–135. IEEE, 2016.
- MIN, H. “The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points”, *Transportation Research Part A: General*, v. 23, n. 5, pp. 377–386, 1989. ISSN: 0191-2607. doi: [https://doi.org/10.1016/0191-2607\(89\)90085-X](https://doi.org/10.1016/0191-2607(89)90085-X).
- OJEDA RIOS, B. H., XAVIER, E. C., MIYAZAWA, F. K., et al.. “Recent dynamic vehicle routing problems: A survey”, *Computers & Industrial Engineering*, v. 160, pp. 107604, 2021. ISSN: 0360-8352. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107604>.
- OLGUN, B., ÇAĞRI KOÇ, ALTIPARMAK, F. “A hyper heuristic for the green vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery”, *Computers & Industrial Engineering*, v. 153, pp. 107010, 2021. ISSN: 0360-8352. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.107010>.

- PINTO, E. S., SANTOS, G. A., VIEIRA MAGALHÃES, P. H., et al.. “A Novel Two Degrees of Freedom System for Measuring Iron Ore Water Content on a Conveyor Belt”, *IEEE Sensors Journal*, v. 21, n. 14, pp. 16291–16300, 2021. doi: 10.1109/JSEN.2021.3076428.
- SHI, Y., BOUDOUH, T., GRUNDER, O., et al.. “Modeling and solving simultaneous delivery and pick-up problem with stochastic travel and service times in home health care”, *Expert Systems with Applications*, v. 102, pp. 218–233, 2018. ISSN: 0957-4174. doi: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.02.025>.
- SHI, Y., ZHOU, Y., BOUDOUH, T., et al.. “A lexicographic-based two-stage algorithm for vehicle routing problem with simultaneous pickup–delivery and time window”, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 95, pp. 103901, 2020. ISSN: 0952-1976. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2020.103901>.
- TOTH, P., VIGO, D. *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. SIAM, 2014.
- VIDAL, T., LAPORTE, G., MATL, P. “A concise guide to existing and emerging vehicle routing problem variants”, *European Journal of Operational Research*, v. 286, n. 2, pp. 401–416, 2020. ISSN: 0377-2217. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.10.010>.
- WANG, Y., ZHANG, J., ASSOGBA, K., et al.. “Collaboration and transportation resource sharing in multiple centers vehicle routing optimization with delivery and pickup”, *Knowledge-Based Systems*, v. 160, pp. 296–310, 2018. ISSN: 0950-7051. doi: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2018.07.024>.
- XIAO, Y., ZHAO, Q., KAKU, I., et al.. “Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem”, *Computers & Operations Research*, v. 39, n. 7, pp. 1419–1431, 2012. ISSN: 0305-0548. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.08.013>.
- YU, V. F., ALOINA, G., JODIAWAN, P., et al.. “The vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery and occasional drivers”, *Expert Systems with Applications*, v. 214, pp. 119118, 2023.
- ÇAĞRI KOÇ, LAPORTE, G. “Vehicle routing with backhauls: Review and research perspectives”, *Computers & Operations Research*, v. 91, pp. 79–91, 2018. ISSN: 0305-0548. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.11.003>.
- ÇAĞRI KOÇ, BEKTAŞ, T., JABALI, O., et al.. “Thirty years of heterogeneous vehicle routing”, *European Journal of Operational Research*, v. 249, n. 1, pp. 1–21, 2016. ISSN: 0377-2217. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.07.020>.

ÇAĞRI KOÇ, LAPORTE, G., İLKNUR TÜKENMEZ. “A review of vehicle routing with simultaneous pickup and delivery”, *Computers & Operations Research*, v. 122, pp. 104987, 2020. ISSN: 0305-0548. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.104987>.