



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MINERAL**



**UFOP**  
Universidade Federal  
de Ouro Preto

**ENGENHARIA  
MINERAL**



ALMA MATER IN  
MINERALIA BRASILIENSIS

**ASPECTOS MORFOMÉTRICOS E PERMEABILIDADE DE GRANÉIS**

**Paulo Victor da Cruz**

Ouro Preto – MG  
2023

**Paulo Victor da Cruz**

**ASPECTOS MORFOMÉTRICOS E PERMEABILIDADE DE GRANÉIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral, da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Mineral.

**Orientador:** Prof. José Aurélio Medeiros da Luz

**Área de concentração:** Tratamento de Minérios

Ouro Preto – MG  
2023

## SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

C957a Cruz, Paulo Victor da.  
Aspectos morfométricos e permeabilidade de granéis. [manuscrito] /  
Paulo Victor da Cruz. - 2023.  
98 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientador: Prof. Dr. José Aurélio Medeiros da Luz.  
Dissertação (Mestrado Acadêmico). Universidade Federal de Ouro  
Preto. Departamento de Engenharia de Minas. Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Mineral.  
Área de Concentração: Tratamento de Minérios.

1. Beneficiamento de minério. 2. Morfometria. 3. Porosidade. 4.  
Materiais granulados - Permeabilidade. I. Luz, José Aurélio Medeiros da. II.  
Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU 622.7.05

Bibliotecário(a) Responsável: Sione Galvão Rodrigues - CRB6 / 2526



## FOLHA DE APROVAÇÃO

**Paulo Victor da Cruz**

### **Aspectos morfométricos e permeabilidade de granéis**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Mineral

Aprovada em 28 de fevereiro de 2023

#### Membros da banca

Prof. Dr. - José Aurélio Medeiros da Luz — Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)  
Prof. Dr. Felipe de Orquiza Milhomem (Universidade Federal de Mato Grosso)  
Dr. Marcus Alexandre Carvalho Winitskowski da Silveira (Instituto Euvaldo Lodi/IPT/Vale)

José Aurélio Medeiros da Luz, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito no Repositório Institucional da UFOP em 09/07/2023



Documento assinado eletronicamente por **Jose Aurelio Medeiros da Luz, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 09/07/2023, às 21:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.ufop.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0555405** e o código CRC **FFE0765E**.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, que me concedeu essa grande oportunidade e me deu forças para superar esse desafio e meta de vida.

Agradeço também a meus pais, Cleuza e Paulo Afonso, que ficaram ao meu lado em todos os momentos, dando-me apoio, e a meus irmãos, Gessika e Rômulo, que me mantiveram motivado e me deram a maior força.

Em especial, agradeço ao professor José Aurélio, que me manteve focado, não me deixou desistir, mesmo nos piores momentos, e foi um grande guia durante toda essa fase de estudos.

A meus amigos que pude conhecer durante essa fase, mesmo com a distância provocada pela pandemia, saibam que irei levar todos para sempre comigo. Em especial, agradeço à minha grande amiga, que Deus me proporcionou conhecer, Bruna, que me ajudou em vários momentos difíceis e que compartilhou comigo momentos muito bons no laboratório (vou sentir saudades das nossas *playlists* e dos momentos de conversas durante os intervalos). Também deixo um agradecimento especial para o meu grande amigo Jorge, que, do Peru, trouxe novas culturas e uma grande amizade; sempre vou guardar nossos momentos de bate-papo e também dos almoços feitos com muito carinho para a gente.

Agradeço a todos os professores que conheci e que compartilharam conhecimentos valiosos que levarei para toda a minha vida. Como também ao programa CAPES, por promover e investir no desenvolvimento científico no país.

“Você não precisa ser o melhor, o mais rápido, nem o mais esperto,  
você só precisa dar o melhor de si”.

Pablo Neruda

## **RESUMO**

A porosidade e a permeabilidade de leitos estáticos de sistemas particulados polidispersos são aspectos morfométricos de grande relevância em várias instâncias das engenharias e das ciências, em destaque na engenharia mineral, onde é relevante evidenciar o impacto que tais parâmetros geram dentro dos processos de tratamento de minérios, em foco na filtragem e manuseio de granéis. Então, este trabalho consistiu no estudo de equações preditivas desses parâmetros a partir de ensaios em bancada com aparato simples e padronizado de permeamtria e de quantificação da porosidade, com o auxílio de microscópio e programa de análise de imagem para determinar a área superficial das partículas. Empregaram-se duas amostras de sistemas particulados, areia e esférulas de vidro, segundo distribuições de Rosin-Rammler, controlando-se o coeficiente de agudez do sistema, mediante o adequado proporcionamento das frações granulométricas. Um modelo matemático foi desenvolvido para previsibilidade da porosidade e da permeabilidade dos sistemas particulados, onde trouxe boa aderência para ser empregado em estudos com coeficientes de agudez menores.

Palavras-chave: Sistema particulado. Morfometria. Porosidade. Permeabilidade.

## **ABSTRACT**

The porosity and permeability of static beds of polydisperse particulate systems are morphometric aspects of great relevance in several instances of engineering and science, especially in mineral engineering, where it is relevant to highlight the impact that such parameters generate within the processes of mineral treatment, focusing on bulk filtration and handling. Therefore, this work consisted of studying predictive equations for these parameters based on bench tests with a simple and standardized apparatus for permeametry and porosity quantification, with the aid of a microscope and an image analysis program to determine the surface area of the particles. Two samples of particulate systems, sand and glass beads were used, according to Rosin-Rammler distributions, controlling the sharpness coefficient of the system, through the appropriate proportioning of the granulometric fractions. A mathematical model was developed for predicting the porosity and permeability of particulate systems, which brought good adherence to be used in studies with lower sharpness coefficients.

**Keywords:** Particulate system. Morphometry. Porosity. Permeability.



## FIGURAS

Figura 1 — Imagem ilustrativa dos tipos de porosidade apresentados em rocha.....	24
Figura 2 — Imagem esquemática do empacotamento de Apolônio visto em 2D .....	25
Figura 3 — Imagem esquemática reproduzida em supercomputador de um empacotamento apoloniano em 3D .....	26
Figura 4 — Porosidade inicial x tamanho de partícula .....	29
Figura 5 — Imagem esquemática de um meio poroso e permeável.....	31
Figura 6 — Imagem esquemática do aparato utilizado pelo Darcy nos estudos de permeabilidade.....	32
Figura 7 — Escoamento laminar e incompressível em dutos retilíneos: demonstração do fator de forma — $\beta$ .....	35
Figura 8 — Representação esquemática das etapas do processo de modelagem matemática.....	40
Figura 9 — Imagem das esférulas de vidro vistas em microscópio (a tela, empregada para efeito de escala possui abertura de 150 $\mu\text{m}$ ).....	42
Figura 10 — Imagem ilustrativa do quarteador do tipo Jones (a) e do peneirador mecânico (b) .....	43
Figura 11 — Imagem ilustrativa do sequenciamento dos estágios de pesagem por picnometria.....	46
Figura 12 — Imagem ilustrativa do microscópio do tipo caneta utilizado nos estudos para determinação da área das partículas .....	46
Figura 13 — Imagem das amostras de esférulas de vidro (A) e areia (B) coletadas com o auxílio do microscópio .....	47
Figura 14 — Demonstração esquemática da remoção da escala da imagem coletada no microscópio com o Paint (A), e também a imagem original ainda com a escala (B).....	48
Figura 15 — Definição das medidas de graduação do programa.....	49
Figura 16 — Demonstração esquemática para maximizar a resolução da imagem e focar nas partículas. ....	49
Figura 17 — Demonstração esquemática para destacar as partículas de interesse através do item “ <i>Threshold</i> ”. .....	50
Figura 18 — Imagem ilustrativa da janela “ <i>Set Measurements</i> ”, no qual foi indicado os dados que o programa precisa informar. ....	51

Figura 19 — Imagem ilustrativa da janela “ <i>Set Measurements</i> ”, no qual foi indicado os dados que o programa precisa informar. ....	52
Figura 20 — Imagem ilustrativa da janela com demonstração dos resultados gerados através da análise.....	53
Figura 21 — Imagem esquemática dos dois recipientes utilizados na no ensaio de porosidade.....	54
Figura 22 — Imagem esquemática do aparelho técnico utilizado para execução do ensaio de permeabilidade, realizado em bancada.....	57
Figura 23 — Instrumento utilizado nos dos ensaios de permeabilidade .....	59
Figura 24 — Representação esquemática do sistema do ensaio de permeabilidade.....	61
Figura 25 — Demonstração do fluxograma esquemático das etapas do modelo matemático.....	63
Figura 26 — Demonstração da distribuição granulométrica global para as duas amostras analisadas.....	64
Figura 27 — Demonstração da distribuição granulométrica das cinco amostras geradas a partir da equação de Rosin-Rammler, variando o coeficiente de agudez ( $n$ ) .....	65
Figura 28 — Resultados das médias gerais para as massas específicas reais e aparentes das amostras de esférulas de vidro e areia.....	67
Figura 29 — Resultados da análise da área projetada das partículas das amostras de areia e de esférulas de vidro .....	70
Figura 30 — Resultados da análise da circularidade das partículas das amostras de areia e de esférulas de vidro .....	70
Figura 31 — Resultados da análise do perímetro das partículas das amostras de areia e de esférulas de vidro.....	71
Figura 32 — Resultados dos ensaios de porosidade.....	72
Figura 33 — Resultados dos ensaios da primeira campanha de permeabilidade, com as amostras de esférulas de vidro em três coeficientes de agudez ( $n$ ).....	73
Figura 34 — Resultados obtidos com a segunda campanha de ensaios de permeabilidade com as amostras de esférulas de vidro e de areia, nas diferentes distribuições granulométricas geradas com a variação do coeficiente de agudez ( $n$ ) ....	75
Figura 35 — Representação comparativa dos resultados obtidos através da modelagem matemática com os dados dos ensaios laboratoriais.....	77

Figura 36 — Representação gráfica dos resultados obtidos através da modelagem matemática em comparativo dos dados encontrados nos ensaios em bancada com amostra de areia .....	78
Figura 37 — Representação gráfica dos resultados obtidos através da modelagem matemática em comparativo dos dados encontrados nos ensaios em bancada com amostra de esferulas de vidro .....	78
Figura 38 — Representação esquemática dos resultados obtidos através da modelagem matemática da porosidade em comparativo com os resultados dos ensaios em bancada .....	.80
Figura 39 — Representação esquemática dos resultados obtidos através da modelagem matemática da permeabilidade em comparativo com os resultados dos ensaios em bancada .....	81

## TABELAS

Tabela 1 — Valores de porosidade para materiais comuns.....	24
Tabela 2 — Classificação de poros quanto ao tamanho .....	27
Tabela 3 — Dado dos tipos de empacotamento para esferas idênticas .....	28
Tabela 4 — Esfericidade dos materiais .....	37
Tabela 5 — Classe de peneiras utilizadas na distribuição granulométrica, seguindo a série Tyler .....	44
Tabela 6 — Classes de distribuição granulométrica definidas de acordo com o coeficiente de agudez (n) da distribuição .....	45
Tabela 7 — Demonstração das massas específicas da amostra de areia .....	66
Tabela 8 — Demonstração das massas específicas da amostra de esférulas de vidro ...	66
Tabela 9 — Resultados da análise da área projetada das frações da amostra de areia...	68
Tabela 10 — Resultados da análise da área projetada das frações da amostra de esférulas de vidro.....	69
Tabela 11 — Demonstração dos dados obtidos com a primeira campanha de ensaio de permeabilidade realizados com a amostra de esférulas de vidro em três diferentes coeficientes de agudez.....	74
Tabela 12 — Demonstração comparativa entre o aumento do coeficiente de agudez das amostras, com o impacto nos dados de porosidade e da permeabilidade dos ensaios com amostras de areia .....	75
Tabela 13 — Demonstração comparativa entre o aumento do coeficiente de agudez das amostras, com o impacto nos dados de porosidade e da permeabilidade dos experimentos com amostras de esférulas de vidro .....	76
Tabela 14 — Representação dos resultados obtidos para a esfericidade dos materiais de areia e de esférulas de vidro .....	76
Tabela 15 — Representação dos resultados obtidos através da modelagem matemática para a amostra de areia .....	79
Tabela 16 — Representação dos resultados obtidos através da modelagem matemática para a amostra de esférulas de vidro.....	79

## SÍMBOLOS

$\Delta p$	perda de carga [Pa]
$\mu_\delta$	média do padrão populacional [-]
$A$	área transversal acessível ao fluxo [m <sup>2</sup> ]
$A_e$	área superficial da esfera de mesmo volume que a partícula [m <sup>2</sup> ]
$A_p$	área superficial da partícula [m <sup>2</sup> ]
$d_p$	diâmetro característico da partícula, em metros [m]
$\epsilon$	porosidade [-]
$\epsilon_m$	porosidade inicial do leito [-]
$h$	altura da carga hidráulica, constante durante o ensaio [m]
$i$	gradiente hidráulico (h/L)
$k$	condutividade hidráulica [m <sup>2</sup> ]
$L$	altura/espessura do leito poroso (distância a ser percolada) [m]
$q$	quantidade de fluido por unidade de tempo [m <sup>3</sup> /s]
$Q$	volume d'água observado na proveta no tempo t [m <sup>3</sup> ]
$Q_v$	vazão volumétrica do fluido através do meio poroso [m <sup>3</sup> /s]
$Q_{vf}$	vazão volumétrica de filtrado [m <sup>3</sup> /s]
$R$	razão entre volumes proposto por Furnas [-]
$S_p$	superfície específica da partícula, área superficial por unidade de volume [-]
$t$	tempo decorrido para a água percolar no volume Q [s]
$v$	velocidade de fluxo [m/s]
$V_s$	volume do sólido [m <sup>3</sup> ]
$V_t$	volume total [m <sup>3</sup> ]
$V_v$	volume de vazios [m <sup>3</sup> ]
$x_{max}$	tamanho máximo de partícula da distribuição [μm]
$x^*$	tamanho quando o passante acumulado corresponde a 0,4060 [μm]
$\beta$	fator de forma [-]
$\eta$	coeficiente de viscosidade do fluido [Pa.s]
$\eta_f$	coeficiente de viscosidade dinâmica do fluido [Pa.s]
$\lambda$	Lambda
$\pi$	valor de pi igual a 3,14159...
$\sigma_\delta$	desvio padrão populacional dos valores [-]
$\Psi$	esfericidade da partícula [-]
$f$	fração volumétrica da partícula de maior diâmetro [-]

$n$	coeficiente de agudez [-]
$x$	tamanho da partícula [ $\mu\text{m}$ ]
$x^*$	tamanho quando o passante acumulado corresponde a 63,21 % [ $\mu\text{m}$ ]
$x_{16}$	tamanho quando o passante acumulado corresponde a 16,00 % [ $\mu\text{m}$ ]
$x_{50}$	tamanho quando o passante acumulado corresponde a 50,00 % [ $\mu\text{m}$ ]
$x_{84}$	tamanho quando o passante acumulado corresponde a 84,00 % [ $\mu\text{m}$ ]
$y$	passante acumulado [-]
$\rho$	massa específica [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]
$\rho_p$	massa específica aparente do leite [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]
$\rho_f$	massa específica real do fluido [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]
$\rho_s$	massa específica real do sólido [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
<b>2 OBJETIVO .....</b>	<b>17</b>
<b>3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>18</b>
3.1 Histórico da mineração .....	18
3.2 Tratamento de Minérios.....	18
3.3 Separação Sólido–Líquido.....	19
3.4 Distribuição Granulométrica .....	21
3.5 Porosidade.....	23
3.5.1 <i>Previsão da porosidade</i> .....	25
3.6 Permeabilidade .....	31
3.6.1 <i>Perda de Carga</i> .....	36
3.7 Modelagem matemática.....	38
<b>4 MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>41</b>
4.1 Materiais.....	41
4.2 Distribuição granulométrica .....	42
4.3 Consecução da distribuição granulométrica .....	44
4.4 Massa Específica .....	45
4.5 Análise de Imagem Simplificada.....	46
4.5.1 <i>Procedimento técnico para aferição</i> .....	47
4.6 Ensaio de Estimação de Porosidade .....	53
4.7 Ensaio de determinação de permeabilidade.....	55
4.7.1 <i>Primeira campanha para estudo da permeabilidade</i> .....	56
4.7.2 <i>Segunda campanha para estudo da permeabilidade</i> .....	58
4.8 Modelagem empírica: previsão dos parâmetros .....	61
<b>5 RESULTADOS .....</b>	<b>64</b>
5.1 Distribuição Granulométrica .....	64

5.1.1 Distribuição Granulométrica Global .....	64
5.1.2 Distribuição Granulométrica segundo Rosin-Rammler .....	64
5.2 Massa Específica .....	65
5.3 Análise de Imagem Simplificada.....	68
5.4 Ensaio de Porosidade.....	71
5.5 Ensaio de determinação de permeabilidade.....	73
5.5.1 Primeira campanha para estudo da permeabilidade.....	73
5.5.2 Segunda campanha para estudo da permeabilidade.....	74
<b>6 ANÁLISE DA VALIDADE DOS MODELOS EMPIRÍCOS.....</b>	<b>77</b>
6.1 Análise da validade do modelo de Prado aos dados empíricos .....	77
6.2 Previsão da permeabilidade .....	78
6.3 Análise do modelo de validade estendida.....	80
<b>7 CONCLUSÃO.....</b>	<b>82</b>
<b>8 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>83</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>84</b>
<b>ADENDO I – Distribuição granulométrica (modelo).....</b>	<b>88</b>
<b>ADENDO II – Distribuição granulométrica (ensaios) .....</b>	<b>96</b>
<b>ADENDO III – Resultados dos ensaios .....</b>	<b>97</b>
<b>ADENDO IV – Resultados dos ensaios.....</b>	<b>98</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Os minerais fazem parte dos recursos naturais, ao lado das terras para agricultura, das águas (de superfície e subterrânea), da biodiversidade etc. Frequentemente, um bem mineral não pode ser utilizado tal como é lavrado na natureza e, por isso, necessita de tratamentos para se transformar em um produto que atenda às exigências tanto químicas como granulométricas do mercado.

Sendo assim, temos as operações de tratamento de minérios, ou beneficiamentos, nas quais o minério extraído na natureza passa por processamentos com o objetivo de alterar a concentração relativa das espécies minerais presentes ou modificar a granulometria sem mudar, contudo, a identidade química ou física dos minerais existentes (SAMPAIO; FRANÇA; BRAGA, 2007).

Embora há um grande avanço tecnológico e em estudos para aumentar a compreensão dos fenômenos atuantes nas etapas de tratamento de minérios, ainda se tem uma enorme área a ser explorada com propósito de compreender todos os mecanismos atuantes dentro dos processos para buscar aprimorar a eficiência das atividades (LUZ; SAMPAIO; ALMEIDA, 2004).

Para apontar a eficiência operacional de um processo de tratamento de minérios, é importante possuir o conhecimento das propriedades morfométricas da rocha ou mineral no qual se procura trabalhar. É de suma importância procurar compreender tais propriedades morfométricas do material para entender como ele irá reagir dentro de um processo de beneficiamento, e, dentro de tais parâmetros, é relevante visar conhecer as propriedades de permeabilidade e porosidade do meio que se deseja trabalhar.

A permeabilidade e a porosidade dos materiais são propriedades de grande relevância para variadas áreas das ciências e das engenharias. A porosidade é uma propriedade com valor dimensional utilizado para indicar a taxa de espaços vazios em um leito empacotado, uma vez que é a relação entre volume de espaços vazios presentes no empacotamento do material e o volume total ocupado por este (PRADO, 2015).

Então o conhecimento da porosidade do meio é de suma importância, devido às suas influências, como já dito, diversas aplicações que variam desde processos de filtração, flotação, caracterização de potencial petrolífero de rochas reservatório, manuseio de matéria-prima (tanto no estoque quanto no transporte), processos pirometalúrgicos, aglomeração, sinterização a até mesmo produção de coque (PÖTTKER; APPOLONI, 2000; ZOU; GAN; YU, 2011).

Em várias instâncias das engenharias, em foco a de minas, surge a necessidade de se determinar a porosidade e também a permeabilidade dos meios dispersos, como se pode verificar nos poucos exemplos listados a seguir que buscaram estudar a princípio a porosidade dos sistemas. Os pesquisadores Furnas e Anderegg foram os dianteiros no estudo do empacotamento de materiais particulados. Furnas primeiro começou pesquisando a porosidade de leitos binários, alternando a taxa de partículas maiores em relação às menores e também a relação de tamanho entre as maiores e as menores (FURNAS, 1928). Já em outra pesquisa, Furnas (1931) gerou equações matemáticas para a determinação de maior empacotamento. Nesse contexto aplicou dados experimentais alcançados pelo pesquisador Anderegg (1931) para afirmar seus resultados obtidos (FURNAS, 1931). O pesquisador Anderegg estimou a porosidade de um sistema particulado utilizando argamassa (combinação de areia, cimento, rocha e água) (ANDEREGG, 1931). A porosidade é um ponto decisivo para as propriedades do material, devido à sua influência tanto na facilidade de trabalhar com aquele quanto em sua posterior resistência mecânica (ANDEREGG, 1931).

Segundo Silva (1979), mesmo a porosidade sendo de elevada importância, a previsibilidade desse parâmetro do meio é ainda complicada e pouco generalizada. Classicamente, são mencionados os estudos de Furnas, sobre a porosidade resultante da junção em proporções distintas, de partículas de dois tamanhos diferentes. Já Norton apresenta um trabalho com ábacos de isovalores de porosidade para leitos de partículas esféricas com três tamanhos distintos. Pesquisas similares com sistemas polidispersos são ainda escassas (NORTON, 1973).

Este estudo se introduz nesse contexto, objetivando preencher essa lacuna de grande impacto técnico e econômico. Utilizando-se amostras sintéticas de esférulas de vidro e também amostras de areia em distribuições granulométricas controladas, a porosidade de leitos é granulometricamente definida por distribuições de Rosin-Rammler, estipuladas laboratorialmente sob compactação e processos padronizados. Um dos importantes resultados desta pesquisa foi a obtenção de uma equação para a porosidade de leitos granulares dispersos, em função do coeficiente de agudez —  $n$ , da distribuição de Rosin-Rammler truncada à direita

Quando se utiliza esses tipos de materiais, algumas características são importantes, como distribuição granulométrica, tamanho das partículas, massa específica real e aparente, porosidade, como já bem citada, e também, não menos importante, a

permeabilidade do meio. A distribuição granulométrica é importante, pois é uma forma de se expressar a dimensão das partículas presentes no material.

Já a permeabilidade, outra grande propriedade a ser estudada nessa pesquisa, é um parâmetro de alta relevância para o estudo do transporte de fluidos em meios porosos. Para os pesquisadores, que trabalham com escoamento em meios porosos, um dos principais objetivos é encontrar uma equação que possibilite determinar a permeabilidade em meios granulares (ZHU; ZHUANG; YU, 2015).

O processo de escoamento em meios granulares é de interesse de uma elevada variedade de cientistas e engenheiros. Nesse contexto, um dos principais pesquisadores foi o engenheiro francês Henry Darcy, que, em 1856, descobriu empiricamente a lei unidimensional, servindo como ponto de partida para diversas utilizações práticas e como um desafio constante para os pesquisadores futuros. Enquanto as circunstâncias originais pesquisadas por Darcy são encontradas em várias condições práticas, suas extensões para casos mais gerais precisam de uma análise teórica especial, por se tratar de situações nas quais experimentos são difíceis de executar (WHITAKER, 1986).

Mesmo tendo grande relevância, estudos científicos para previsão dos parâmetros de porosidade e permeabilidade no âmbito de sistemas polidispersos ainda são escassos e de baixa generalidade.

Este estudo tem alta relevância, devido ao grande impacto que tais características, porosidade e permeabilidade, ocasionam nos processos de tratamento de minérios, em foco a operação de filtragem, como: tornam os sistemas de separação sólido-líquido mais complexos, impactam diretamente nos parâmetros dos processos, afetam diretamente os custos com equipamentos e consumo energético das operações. Então, conhecê-las bem é resultar na diminuição dos custos com equipamentos e também no consumo energético por tonelada de produto produzido nos processos de tratamento de minérios.

Devido à elevada complexidade na obtenção dessas propriedades, surge a necessidade de elaboração de métodos mais precisos, simples, e de custo menor. Sendo assim o desenvolvimento de mecanismos indiretos para definição da porosidade e da permeabilidade aplicando outras variáveis; por exemplo, o coeficiente de agudez da distribuição de Rosin-Rammler se torna especialmente vantajoso.

Este projeto se insere dentro de todo esse contexto procurando a previsibilidade desses parâmetros e propriedades do material, para entender melhor todo o sistema, algo

que será de grande valor para tomadas de decisões e correções nas operações influenciadas por eles.

## **2 OBJETIVO**

Diversos são os processos em que materiais granulares estão presentes, e algumas vezes a compreensão dos parâmetros e das propriedades morfométricas desses materiais é de suma importância, visto que haverá espaços vazios entre as partículas que irão afetar o empacotamento e o escoamento do fluido no meio, o que pode ser desejado ou não ao sistema, como exemplo, no processo de filtração dentro do tratamento de minérios.

Dentro desse contexto, a porosidade e a permeabilidade são propriedades relevantes em diversas áreas, principalmente para quem busca entender os seus processos e melhorar a eficiência das suas atividades.

Para embasar todo o estudo e para executar os ensaios, são realizados estudos e análises para entender as características morfométricas das amostras.

O estudo, inclusive, buscou formas que possibilitem a obtenção de valores precisos e confiáveis para a porosidade e para a permeabilidade. Então, trouxe o desenvolvimento de correlações matemáticas e métodos indiretos, principalmente focado em ensaios laboratoriais em bancada, onde será uma das etapas principais desse projeto.

Logo, também, um dos objetivos desse estudo, foi a elaboração de um modelo matemático direto e apurado para determinar tais propriedades já mencionadas. E com essa fase, buscou-se atender junto com as outras, o objetivo central de todo estudo, que é realizar análises e determinações no formato simples e com custo reduzido.

### **3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

#### **3.1 Histórico da mineração**

A história mostra que 400 anos antes de Cristo, os egípcios já estavam recuperando ouro de depósitos aluvionares por gravidade. Séculos depois, a revolução industrial do século XVIII trouxe inovações significativas no beneficiamento do minério e, em meados do século XIX, o uso do beneficiamento de minerais praticamente se limitava à extração de ouro, chumbo e cobre nativo.

Segundo Luza, Sampaio e Almeida (2004), os maiores desenvolvimentos na área de beneficiamento de minérios ocorreram entre o final do século XIX e o século XX, com destaque para o início da utilização industrial do processo de flotação, ocorrido na Austrália em 1905, citado como uma das inovações mais marcantes. Nas décadas que se seguiram, o progresso foi impulsionado por um ponto de vista mais tecnológico, com o desenvolvimento de equipamentos maiores e mais eficientes. O final do século XIX e os anos seguintes viram a aplicação da otimização de processos através da computação e automação.

Apesar dos enormes avanços em tecnologia e pesquisas para melhorar a compreensão dos fenômenos no processamento de minério, ainda há uma grande área a ser explorada para entender todos os mecanismos envolvidos nos processos para melhorar a eficiência (LUZ; SAMPAIO; ALMEIDA, 2004).

#### **3.2 Tratamento de Minérios**

O tratamento ou beneficiamento de minérios consiste em processos pelos quais os recursos minerais são modificados na concentração relativa dos minerais presentes ou o tamanho do grão é alterado sem influenciar a identidade química ou física dos minerais presentes. No entanto, há autores que defendem uma definição diferente de beneficiamento de minério, que pode ser um conjunto de processos em que os bens minerais podem até sofrer alterações químicas, em decorrência de reações típicas produzidas pelo calor ou por simples decomposição térmica (SAMPAIO; FRANA; BRAGA, 2007).

Segundo Chaves (1996), as espécies minerais devem ser processadas para serem utilizadas industrialmente, pois ocorrem na natureza de forma mista. A finalidade do tratamento a que as espécies minerais são expostas é atender as exigências do mercado tanto em termos químicos quanto granulométricos.

Todo circuito de beneficiamento é constituído por uma sequência de processos que se denominam “operações unitárias”, porque elas são sempre as mesmas; o que varia é a combinação, e a sequência delas, para atender a um determinado objetivo (CHAVES, 1996).

As operações unitárias podem ser esquematicamente classificadas em:

- Cominuição: britagem e moagem;
- Peneiramento (separação por tamanho) e classificação (ciclonação, classificação espiral);
- Concentração: gravítica, magnética, eletrostática, flotação etc.;
- Desaguamento: espessamento e filtração;
- Secagem: secador rotativo etc.;
- Disposição de rejeito.

### **3.3 Separação Sólido-Líquido**

Na indústria mineral, existem diversos processos que requerem uma operação de separação sólido-líquido em alguma etapa do processamento.

O projeto dos equipamentos para realizar a separação das fases sólida e líquida depende das exigências de cada processo, bem como da natureza da alimentação. Entende-se que a etapa de separação sólido-líquido tem dois objetivos principais, a saber: a produção de sólidos desaguados e a produção de líquidos clarificados (SAMPAIO; FRANÇA; BRAGA, 2007).

No entanto, ao lidar com poulpas minerais, é relevante escolher uma operação de separação sólido-líquido com base na análise das propriedades da poupa, como a concentração de sólidos. Polpas mais diluídas (baixa concentração de sólidos) geralmente requerem algum tipo de pré-tratamento, como espessamento antes do processo de desaguamento; polpas com maior concentração de sólidos podem ser processadas diretamente na planta de desaguamento (LUZ; SAMPAIO; ALMEIDA, 2004).

De acordo com o tipo de produto que se deseja produzir nas etapas de separação sólido-líquido, é preciso selecionar os equipamentos com base no atendimento de algumas condições operacionais:

- Capacidade requerida;
- Distribuição de tamanhos e forma das partículas;
- Aglomeração das partículas (coagulação e floculação);
- Concentração de sólidos na polpa.

Segundo Luz, Sampaio e Almeida (2004), dentre as propriedades dos materiais, a distribuição do tamanho e da forma das partículas é a mais relevante para determinar a eficiência e o custo da etapa de separação sólido-líquido. Se a polpa mineral tratada neste processo contiver uma grande quantidade de partículas finas ou ultrafinas, a preocupação com as medidas contrastantes da área superficial torna-se ainda mais importantes. É aconselhável notar que quanto mais finas forem as partículas de polpa a serem tratadas, menos produtivo e eficiente será o processo e mais limitada será a escolha do equipamento a ser utilizado.

Segundo Sampaio, França e Braga (2007), na forma das partículas, isso afeta a eficiência do sistema de separação sólido-líquido quando as partículas estão longe de serem esféricas. As partículas com formato lamelar ou placoidal são desprezadas no processo de filtração, por gerarem tortas com pouca permeabilidade e logo baixas taxas de filtração. Partículas com forma mais alongada (similar a agulhas), também causam complicações à produção de torta de filtração, uma vez que podem entupir os poros do meio filtrante (tecido), impossibilitando a permeação do líquido.

O processo de filtração e concentração da polpa do minério resulta na criação de tortas e sedimentos que se configuram apresentando alterações na compactação ao longo de sua estrutura, causadas pela infiltração de líquidos, e o processo é estudado por meio de equações matemáticas básicas que buscam demonstrar o sistema dentro do processo (SAMPAIO; FRANÇA; BRAGA, 2007).

Segundo França, Luz e Sampaio (2010), durante a etapa de filtração, a suspensão escoar sob a ação da pressão sobre o meio filtrante, resultando na separação do produto filtrado da torta de filtro. Durante este processo, a maior parte do líquido na suspensão constitui o filtrado, e as partículas sólidas formam uma torta de filtro saturada com uma porcentagem muito baixa de líquido. O meio filtrante utilizado no processo é formado a partir de tecidos projetados para reter partículas no início da operação, mas depois essa tarefa é realizada pela própria torta de filtro (devido ao aumento de sua espessura ao longo do tempo de operação).

O processo de filtração é baseado na diferença de pressão ( $\Delta P$ ) que deve existir através da torta de sólidos criada durante o processo. A queda de pressão é imediatamente relacionada com a porosidade da torta, que é em função da distribuição de tamanho das partículas no meio. Então, quanto menores os espaços interparticulares (interstícios), maior será o decaimento da pressão pela passagem do fluido através do leito poroso

(torta). E quanto maior for a diferença de pressão requerida, maiores serão os custos com equipamento e consumo energético por tonelada de produto na operação dessa etapa (FRANÇA; LUZ; SAMPAIO, 2010).

### 3.4 Distribuição Granulométrica

Embora existam vários métodos comprovados para análise de tamanho de partículas em sistemas de particulados polidispersos, em algumas condições isso não é uma tarefa simples (FRERY *et al.*, 2012).

Cada método disponível tem suas vantagens e desvantagens em sua aplicação. Mesmo se você escolher o método mais apropriado para uma aplicação específica desejada, geralmente o mecanismo de análise de tamanho de partícula resultará em dimensionamento de proporções pontuais, muitas vezes exigindo uma função contínua. Assim, vários modelos matemáticos surgiram neste contexto que podem ser usados para converter pontos gerados experimentalmente em funções contínuas. E é ressaltado que raramente, em sistemas minerais, ocorre adequada aderência estatística à distribuição normal de Gauss, pois, via de regra, há assimetria (LUZ; SAMPAIO; ALMEIDA, 2004).

São listadas a seguir algumas das equações em que esse mesmo autor (PRADO, 2015) ilustrou como as com maior frequência de aplicabilidade, são: distribuição de Gauss, de log-normal, de Weibull, de Whiten, de Hill, de Rosin-Rammler, de Gates-Gaudin-Schumann.

Como exemplos de distribuições contínuas não truncadas (à direita), tem-se (LUZ, 2022):

- Distribuição de Gauss (normal):

$$Y = p(0 \leq x \leq X) = \frac{1}{\sigma \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \int_0^x \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2 \times \sigma^2}\right) \times dx \quad (1)$$

- Distribuição log-normal:

$$Y = p(0 \leq x \leq X) = \frac{1}{\sigma_\delta \times \sqrt{2 \times \pi}} \times \int_0^x \exp\left(-\frac{(\ln(x)-\mu_\delta)^2}{2 \times \sigma_\delta^2}\right) \times dx \quad (2)$$

Com:

$$\sigma_\delta = \frac{1}{2} \times [\ln \ln(x_{84}) - \ln(x_{16})] \quad (3)$$

- Distribuição de Weibull:

$$Y = p(0 \leq x \leq X) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-\delta}{x^*}\right)^n\right] \quad (4)$$



- Distribuição de Rosin-Rammler, ou de Rosin-Rammler-Sperling-Benett (caso especial da distribuição de Weibull, para  $\delta = 0$ ):

$$Y = p(0 \leq x \leq X) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{x}{x^*} \right)^n \right] = 1 - \exp \left[ \ln \ln \left( \frac{1}{2} \right) \times \left( \frac{x}{x_{50}} \right)^n \right] \quad (5)$$

- Distribuição logística modificada (distribuição de Whiten):

$$Y = p(0 \leq x \leq X) = \frac{1}{1 + \left( \frac{x}{x_{50}} \right)^{-\lambda}} \quad (6)$$

- Distribuição de Hill (equivalente à logística):

$$Y = p(0 \leq x \leq X) = \frac{x^a}{x^a + x_{50}^a} \quad (7)$$

Na prática industrial, em que há a existência de granéis, a distribuição de Weibull (com  $\delta = 0$ ) é a mais usada como descritora da granulometria, em comparativo com outros modelos existentes (KING, 2001; SILVA *et al.*, 2004; FRERY *et al.*, 2012). A distribuição de Rosin-Rammler (quando o parâmetro de deslocamento de escala é nulo) é dada por:

$$Y = 100 \left( 1 - e^{-\left( \frac{x}{x^*} \right)^n} \right) \quad (8)$$

Como as distribuições granulométricas são comumente truncadas à direita, deve-se fazer a chamada normalização. Assim, pode-se citar a distribuição de Rosin-Rammler truncada à direita, isto é: bitolada com tamanho máximo  $x_{max}$  (LUZ, 2005; LUZ, 2022):

$$\begin{aligned} Y = p(0 \leq x \leq X) &= 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\frac{x}{x_{max}} - \frac{x}{x_{50}}}{\frac{x_{max}}{x_{50}} - 1} \right)^n \right] \\ &= 1 - \exp \left[ \ln \ln \left( \frac{1}{2} \right) \times \left( \frac{\frac{x}{x_{max}} - \frac{x}{x_{50}}}{\frac{x_{max}}{x_{50}} - 1} \right)^n \right] \end{aligned} \quad (9)$$

- Distribuição de Gates-Gaudin-Schumann (caso especial da distribuição de Harris para o parâmetro  $b = 1$ ):

$$Y = p(0 \leq x \leq X \leq x_{max}) = \left( \frac{x}{x_{max}} \right)^a \quad (10)$$

Luz (2005) evidencia o relacionamento entre o parâmetro  $n$ , relator do coeficiente de agudez da distribuição estatística de Rosin-Rammler, e o parâmetro  $\lambda$ , seu similar na distribuição de Whiten-Hill. As resoluções demonstraram que os dois parâmetros

conseguem ser associados através da seguinte equação de conversão, alcançada por análise de regressão não linear (aplicando o programa computacional *Easyplot*).

$$\lambda = \alpha = 34,555 \times e^{-\left(\frac{3,9}{n^{0,5984}}\right)} \quad (11)$$

A equação anterior mostrou grande precisão, com todos os valores de diâmetro mediano experimentados. Obteve-se um coeficiente de regressão de 99,9 %, com isso, faz-se possível converter distribuições de Whiten ou de Hill (algebricamente idênticas) em distribuições de Rosin-Rammler (sem apresentar grandes perdas de informação), transformando mais generalizado os resultados obtidos para a previsão da porosidade (LUZ, 2005).

### 3.5 Porosidade

No estudo da porosidade, é importante destacar uma porosidade intraparticular onde uma rocha possui poros ou interstícios que são espaços vazios contidos em sua estrutura, e quando uma rocha apresenta mais poros do que outra, diz-se que possui maior porosidade.

A fração volumétrica de vazios presentes em uma amostra de material, conhecida como porosidade, representada pela equação a seguir, é uma propriedade importante em diversas aplicações. Estas aplicam-se desde processos de filtração, como também na determinação do potencial petrolífero de rochas reservatório, e até em processos de flotação, onde a porosidade presente na espuma é a porosidade interparticular, e afeta o fluxo de polpa hidrofílica que contamina a parte hidrofóbica. (PRADO, 2015).

$$\varepsilon = \left[ \frac{V_v}{V_t} \right] = \left[ \frac{V_v}{(V_s + V_v)} \right] \quad (12)$$

Onde:

$\varepsilon$  — porosidade [-];

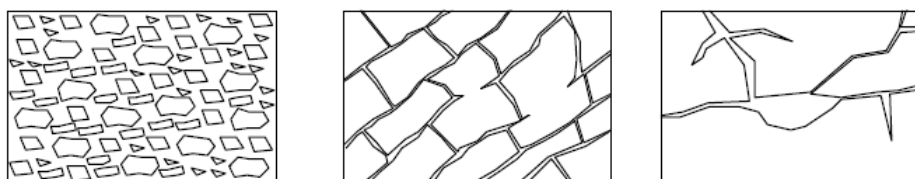
$V_v$  — volume de vazios [m<sup>3</sup>];

$V_s$  — volume do sólido [m<sup>3</sup>];

$V_t$  — volume total [m<sup>3</sup>].

De acordo com estudos, a rocha pode apresentar vários tipos de porosidade, como demonstrado na Figura 1.

Figura 1 — Imagem ilustrativa dos tipos de porosidade apresentados em rocha



(1) Porosidade intergranular    (2) Porosidade de fracturas    (3) Canais de dissolução

Fonte: COSTA; LANÇA (2001)

Na Figura 1, é possível visualizar a porosidade intergranular – areias e argilas (1); porosidade de fraturas – granitos e gnaisses (2); porosidade de canais de dissolução – calcários, dolomitos e rochas carbonatadas (3); e a porosidade não comunicante – basaltos.

A porosidade pode surgir durante a formação da rocha e é referida como porosidade primária, porosidade intergranular e porosidade não comunicante. Se se originou após a formação da rocha, foi designado como secundário, como é o caso das porosidades de fissuras e canais de dissolução (COSTA; LANÇA, 2001).

A obtenção de valores de porosidade pode ser complexa e também depende de vários parâmetros. Portanto, alguns pesquisadores caracterizaram as faixas de porosidade de vários materiais comuns, como mostrado na Tabela 1 (PRADO, 2015).

Tabela 1 — Valores de porosidade para materiais comuns

<b>Material</b>	<b>Faixa de porosidade</b>
Areia e cascalho	20 – 50 %
Areia não consolidada	35 – 45 %
Silte	35 – 50 %
Argila	33 – 60 %
Sedimentos clásticos	3 – 30 %
Calcário	< 1 – 30 %
Basalto	1 – 12 %
Pedra-Pomes	< 87 %
Rochas cristalinas fragmentadas	1 – 5 %
Rochas cristalinas não fragmentadas	~ 1 %
Depósitos de arenito	15 – 35 %
Arenito compactado	5 – 15 %
Dolomito	10 – 30 %
Conglomerado	1 – 15 %

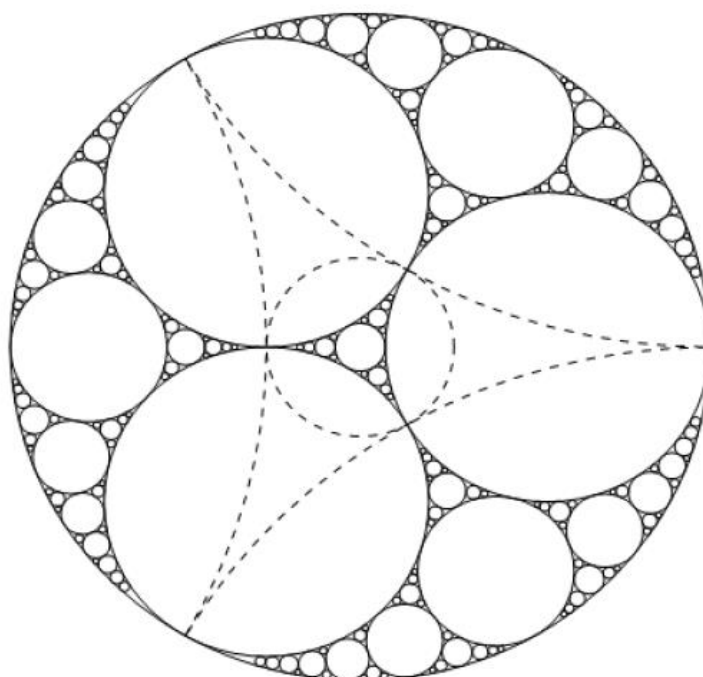
Fonte: PRADO, 2015

### 3.5.1 Previsão da porosidade

A previsão de porosidade de sistemas granulares foi primeiramente estudada pelo matemático grego Apolônio, que concebeu o problema de determinar a porosidade final de sistemas de esferas osculantes em que os vazios são frequentemente preenchidos (de forma fractal) por esferas osculantes menores (FURNAS, 1931).

Nesse cenário de empacotamento é bastante lembrado, como empacotamento apoloniano. Aproximando-se brevemente da teoria, que visualiza o problema em duas dimensões, o empacotamento partisse em quatro círculos, três dos quais são iguais em diâmetro, delimitados por um círculo maior. Neste caso, todos os quatro círculos são tangentes entre si. Então faça isso adicionando um círculo de maior diâmetro possível que seja tangente aos outros três círculos. Portanto, essas inclusões são constantes e formam um empacotamento, conforme verificado na Figura 2 (BORKOVEC; DE PARIS; PEIKERT, 1994).

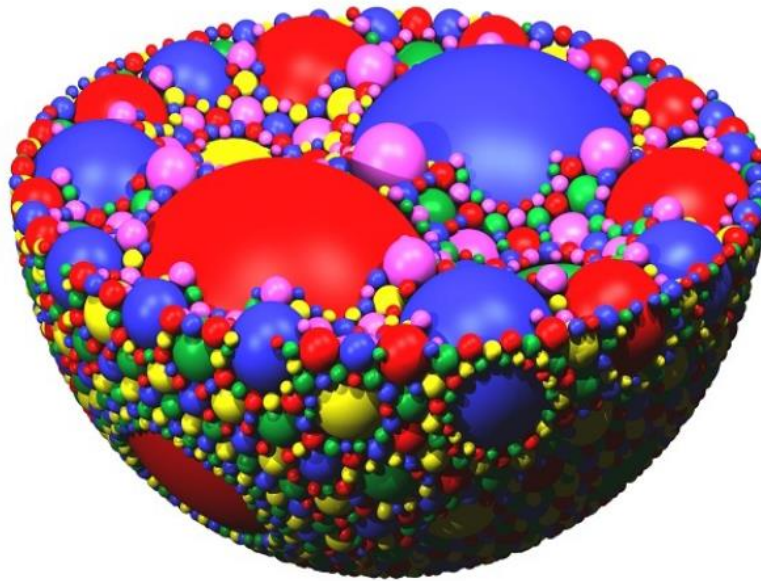
Figura 2 — Imagem esquemática do empacotamento de Apolônio visto em 2D



Fonte: BORKOVEC; DE PARIS; PEIKERT, 1994

Borkovec, De Paris e Peikert (1994) demonstraram didaticamente, empacotamentos bidimensionais, porém, este estudo, como fez de forma semelhante em três dimensões, utilizou esferas. Para montar essa cena, foi usado um supercomputador, que gerou com sucesso um empacotamento apoloniano contendo 31.944.875.541.924 esferas. Na Figura 3 é apresentada parte do empacotamento reproduzido pelos autores.

Figura 3 — Imagem esquemática reproduzida em supercomputador de um empacotamento apoloniano em 3D



Fonte: BORKOVEC; DE PARIS; PEIKERT, 1994

Em estudos destinados a prever a porosidade de empacotamento de sistemas de partículas, onde o leito é formado a partir de duas ou mais classes de tamanho, foram desenvolvidas relações matemáticas envolvendo leitos de materiais fragmentados. A equação a seguir dá as circunstâncias para um leito binário demonstrar maior densidade (FURNAS, 1931).

$$f = \frac{1}{1+\varepsilon_m} \quad (13)$$

Onde:

$f$  — Fração volumétrica das partículas mais grossas por volume de sólido [-];

$\varepsilon_m$  — Porosidade inicial do leito [-].

Para apresentar um estudo de caso mais realista, várias frações com diferentes tamanhos de partículas foram analisadas. A fração mais grossa deixa uma certa porcentagem de vazios ( $\varepsilon_m$ ), enquanto a segunda fração maior é pequena o suficiente para ocupar esses espaços; a terceira fração ocupa o espaço deixado pela segunda fração, e assim por diante, o que é consistente com o comportamento de Apolônio, eliminando o fato de que, em seu trabalho, foram consideradas partículas esféricas, limitação que Furnas não apontou. Furnas concluiu que a faixa de volume ocupado por volume inicial

de sólido (leito binário) pela primeira fração de partículas será  $f$ ; já para a segunda fração será  $1-f$ , continuando para a próxima fração encontra-se  $(1-f)^2/f$  (SELLEY, 2000).

Assim, obteve-se que a faixa de volume ocupado pelas frações segue a razão apresentada na equação a seguir:

$$R = \frac{1-f}{f} \quad (14)$$

Onde:

R — Razão entre volumes proposto por Furnas [-].

É importante enfatizar que o formato das partículas, o tamanho das partículas, o arranjo das partículas e os materiais cimentantes são os parâmetros que têm maior impacto na porosidade do meio. A porosidade do leito aumenta à medida que as partículas se afastam da forma esférica, ou seja, a esfericidade se afasta do valor unitário. No entanto, quando se trata de partículas esféricas uniformes, a porosidade é independente do tamanho das esferas (SELLEY, 2000).

Os tamanhos dos poros podem ser classificados conforme apresentação na Tabela 2 (ALLEN, 1997).

Tabela 2 — Classificação de poros quanto ao tamanho

<b>Tipos de poros</b>	<b>Tamanho dos poros</b>
Macroporos	Maior que 50 nm
Mesoporos	Entre 2 e 50 nm
Microporos	Entre 0,6 e 2 nm
Ultramicroporos	Menor que 0,6 nm

Fonte: ALLEN, 1997

Scott (SCOTT, 1960) realizou um grande estudo de empacotamento utilizando esferas de aço com diâmetro de 3,175 mm. Ele observou que a maior dificuldade em fazer essa pesquisa foi reduzir o efeito parede para que o empacotamento pudesse ser classificado como aleatório. Portanto, recipientes esféricos foram usados como meio de reduzir o efeito parede durante os experimentos. Isso ocorre porque a esfera é a forma que apresenta a menor área superficial por unidade de volume, minimizando assim a influência da fronteira criada pelo contato com a parede do recipiente.

Durante a execução do experimento, observou-se uma reação: se as partículas fossem cuidadosamente colocadas no recipiente, a porosidade tinha um determinado

valor específico. No entanto, se agitados levemente, essa porosidade diminui; por outro lado, se forem agitados vigorosamente, sua porosidade aumenta. Quando as partículas são cuidadosamente derramadas, denominam-se empacotamento frouxo, enquanto, depois de agitadas delicadamente, denominam-se empacotamento denso. Scott encontrou valores de porosidade para os dois casos estudados, que foram respectivamente 0,41 e 0,37 (SCOTT, 1960).

No estudo de Xolin, o empacotamento de esferas monodispersas foi considerado, e demonstrou tipos ordenados, os tipos de empacotamento periódicos e suas propriedades foram mostrados conforme a Tabela 3. Os dados apresentados são números de coordenação (número de contatos entre uma partícula e as em seu entorno), valor de compactação (fração volumétrica de sólidos no volume total) e valor de porosidade (XOLIN, 2005 apud PRADO, 2015).

Tabela 3 — Dado dos tipos de empacotamento para esferas idênticas

<b>Tipo de empacotamento</b>	<b>Número de coordenação</b>	<b>Compactação</b>	<b>Porosidade</b>
Cúbico Face Centrada	12	0,740	0,260
Quadrático	10	0,708	0,302
Cúbico Centrado	8	0,680	0,320
Ortorrômico	8	0,605	0,395
Cúbico Simples	6	0,524	0,476
Diamante	4	0,340	0,660

Fonte: XOLIN, 2005 apud PRADO, 2015

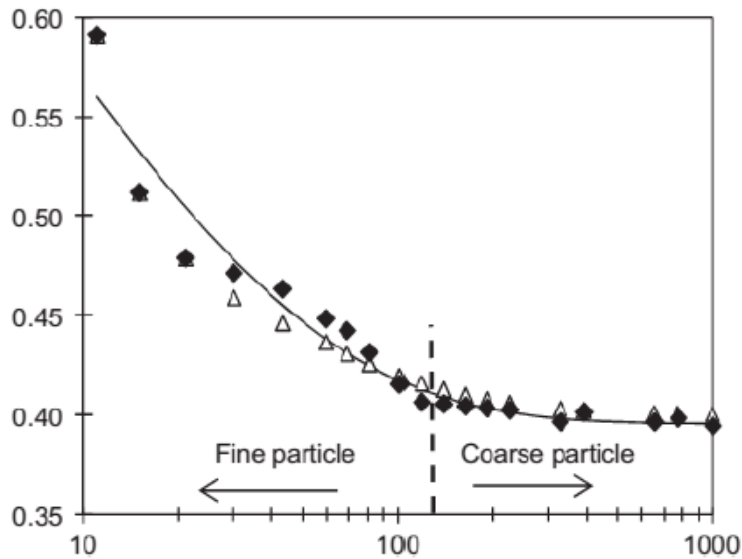
Na análise, os valores encontrados por Xolin não concordaram com os valores dados por Scott porque os pontos de empacotamento produzidos pelo estudo de Scott eram aleatórios, ao contrário do ordenado na execução por Xolin. Desta forma, devido à porosidade diferente, cada partícula pode apresentar diferentes números de coordenação, dependendo da facilidade ou dificuldade de escoamento durante a formação do leito (PRADO, 2015).

Segundo Zou, Gan e Yu (2011), em um estudo recente foi constatado que o empacotamento de partículas ocorre por três fatores principais: forma da partícula, distribuição granulométrica e tamanho absoluto das partículas.

O interessante de se observar é a atuação de forças no decorrer do empacotamento. No caso de partículas grosseiras (maior que 150  $\mu\text{m}$ ), as forças dominantes são as gravitacionais. Forças interpartículas (forças de van der Waals/London) podem ter um

efeito considerável quando partículas finas estão envolvidas. Devido a essas propriedades, a porosidade inicial das partículas finas tende a ser maior. A Figura 4 mostra que a porosidade inicial tende a ser constante nas frações mais grossas. No entanto, na fração de partículas mais finas, o valor de porosidade tende a aumentar. Isso significa que quando as forças interpartículas dominam, o empacotamento é mais complexo, deixando mais espaços vazios no leito (ZOU; GAN; YU, 2011).

Figura 4 — Porosidade inicial x tamanho de partícula



Fonte: ZOU; GAN; YU, 2011

Considerando que em muitos casos a porosidade do leito de partículas é desconhecida, Valadares e Luz (2000), Valadares e Luz (2004) empregaram sistemas granulares (amostras controladamente proporcionadas de esferulas de vidro) cujas distribuições granulométricas eram bem descritas pela distribuição Weibull-Rosin-Rammler, e estabeleceram uma relação preliminar entre as propriedades do coeficiente de agudez ( $n$ ) e a porosidade, como é visto na equação 15.

$$\varepsilon(n) = 0,476 \left[ \frac{e^{\left(\frac{n}{1114.2}\right)} - 1}{e^{\left(\frac{n}{1114.2}\right)} - 0,9984} \right] \quad (15)$$

A equação precedente resultou em coeficiente de determinação de Pearson  $R^2 = 0,9635$ . No entanto, como os pesquisadores apontaram, a equação 15 possui características indesejáveis, justificável pelos conceitos das observações matemáticas. Esta equação é suscetível à imprecisão porque o denominador tem um valor pequeno (uma pequena mudança no coeficiente de agudez pode causar uma grande mudança na porosidade prevista para o sistema).



Prado (2015) e Prado e colaboradores (2022) deram continuidade à linha de pesquisa a essa linha e propôs uma equação mais empiricamente unificada para a correlação entre porosidade e agudez de Rosin-Rammler, equação 16.

$$\varepsilon(n) = 0,2204 \times \left[ 1 - e^{-\left(\frac{n}{1,1419}\right)^{1,4411}} \right] + 0,1503 \quad (16)$$

Sendo:  $\varepsilon(n)$  — valor da porosidade [-];  $n$  — coeficiente de agudez [-]. A equação precedente acusou coeficiente de determinação  $R^2 = 0,9752$ .

Esses autores, também levando em questão que as abordagens da porosidade de sistema particulados compactos comumente utilizam como parâmetro independente o diâmetro mediado da distribuição ( $x_{50}$ ), e, alternativamente (mas com menos frequência) o diâmetro harmônico médio ( $x_h$ ), também evidenciaram um relacionamento quantitativo entre os dois parâmetros para o caso da distribuição de Rosin-Rammler (Prado e colaboradores, 2022). Com coeficiente de determinação de 0,99898, a equação resultante foi:

$$x_h = \left\{ 1 - e^{-\left(\frac{n}{1,8374}\right)^{1,870}} \right\} x_{50} \quad (17)$$

Outro ponto observado durante o processo de revisão é a discrepância entre valores para porosidade de meios monodispersos. Uma possível explicação dessa diferença entre os valores encontrados por Furnas, Scott e Norton, quando o leito de particulados está gerado somente por um tamanho de partículas, é a forma das partículas, visto que, de acordo com Bernardo, Ordoñez e Wiecheteck (1997), quanto menor for o coeficiente de esfericidade do material em que se trabalha, mais elevado será o valor de porosidade para o leito empacotado ao acaso.

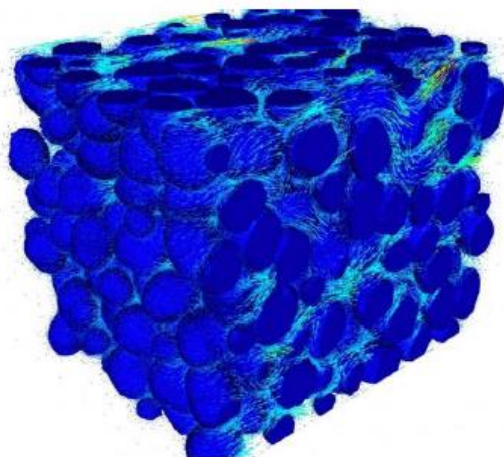
No estudo, Scott deixou claro que foram utilizadas esferas na sua pesquisa, enquanto Furnas utilizou material fragmentado, muito provavelmente com menor esfericidade. Apenas Norton não especificou a forma das partículas que usou em suas pesquisas. Isso valida a afirmação, pois Scott foi quem encontrou o menor valor de porosidade, e as partículas que Norton aplicou podem não ser tão esféricas quanto as de Scott, mas são mais esféricas do que aquelas que Furnas usou quando encontrou 65,1 % para a porosidade. Além disso, discrepâncias no coeficiente de atrito entre partículas são capazes de levar à diferença no grau de empacotamento e, logo, na porosidade resultante (PRADO, 2015).

### 3.6 Permeabilidade

A permeabilidade é uma propriedade que está intrinsecamente ligada à porosidade do meio. Ela indica a maior ou a menor facilidade com que a água se desloca no interior do meio sob ação da gravidade, ou de campo de pressão aplicado. A permeabilidade depende do tamanho e do número dos poros e da sua forma e distribuição dos elementos sólidos componentes do meio (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006).

De acordo com Rosa e colaboradores (2006), a permeabilidade é uma propriedade que indica o quão bem um meio poroso permite o escoamento de um fluido. A permeabilidade está diretamente relacionada à porosidade do meio porque apenas uma parte dos poros está livre para o fluxo de fluido, como é possível verificar na Figura 5.

Figura 5 — Imagem esquemática de um meio poroso e permeável



Fonte: GARCÍA *et al.*, 2010

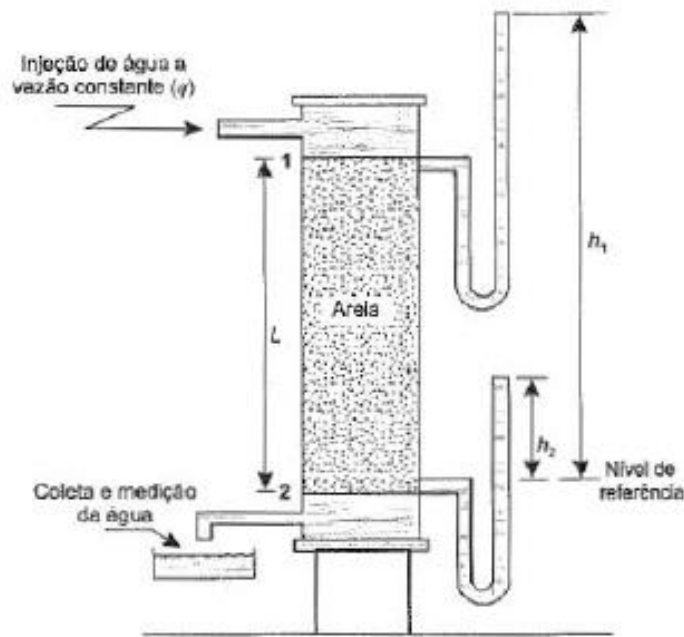
Segundo Medeiros (2015), a permeabilidade está intimamente relacionada com a porosidade do meio, o raio dos poros e a disposição do material que compõem o meio.

Em sistemas como os fibrosos e os porosos, a distribuição aleatória das partículas resulta em um meio com poros altamente não uniformes, levando a grandes diferenças na permeabilidade proposto por modelos tradicionais e valores reais (JACKSON; JAMES, 1986).

Segundo Thomas (2001), um material disperso e altamente poroso são os que armazenam a maior quantidade de água durante o processamento do minério. Portanto, trazem maior complexidade ao processo de separação sólido-líquido. Quanto mais estreitos, tortuosos e com canais porosos cheios de gargalos, ou seja, por onde o fluido passa, mais difícil é para o fluido escoar e, portanto, menor será a sua permeabilidade.

A equação mais aplicada para o estudo da permeabilidade em meios porosos é a equação de Darcy. Essa equação foi elaborada pelo engenheiro francês Henry Darcy em 1856, enquanto estudava o fluxo de água em um sistema com leitos de areia com o objetivo de purificá-la. Na Figura 6 é demonstrado o aparato utilizado por Darcy para realizar esse estudo (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006).

Figura 6 — Imagem esquemática do aparato utilizado pelo Darcy nos estudos de permeabilidade



Fonte: ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006

A lei de Darcy afirma que um meio poroso é homogêneo quando a resistência de escoamento é a mesma em qualquer posição e segundo uma direção. Quando a resistência ao escoamento é igual em todas as direções, o meio poroso é denominado como isotrópico, porém a maioria dos meios porosos naturais são anisotrópicos (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006).

Segundo Medeiros (2015), os experimentos de Darcy revelaram que sob regimes de fluxo laminar (isto é, baixo número de Reynolds), que a taxa de vazão através de um meio poroso é proporcional à área permeável transversal ao fluxo, ao gradiente de pressão e inversamente proporcional à espessura ou comprimento do leito poroso e viscosidade dinâmica de um fluido, como:

$$Q_v = k \times \frac{A \times \Delta p}{\eta \times L} \quad (18)$$

Sendo:

$Q_v$  — vazão volumétrica do fluido através do meio poroso [ $m^3/s$ ];

$k$  — coeficiente de permeabilidade hidráulica [ $m^2$ ];

$A$  — área transversal acessível ao fluxo [ $m^2$ ];

$\Delta p$  — perda de carga [Pa];

$\eta$  — viscosidade do fluido [Pa.s];

$L$  — espessura do leito poroso (distância a ser percolada) [m].

A permeabilidade é uma constante de proporcionalidade relacionada à facilidade com que o fluido passa por um meio poroso. Os métodos utilizados para a definição laboratorial são geralmente baseados na lei de Darcy e pode ser determinado pela seguinte equação:

$$k = \frac{V \times L}{h \times A \times t} \quad (19)$$

Sendo:

$k$  — condutividade hidráulica ou permeabilidade [ $m^2$ ];

$V$  — volume d'água observado na proveta no tempo  $t$  [ $m^3$ ];

$h$  — altura da carga hidráulica, constante durante o ensaio [m];

$A$  — área da secção transversal do corpo de prova [ $m^2$ ];

$L$  — altura do corpo de prova [m];

$t$  — tempo decorrido para a água percolar no volume  $V$  [s].

Assim, seguindo o fluxo matemático da equação 19, é possível, por meio da aplicação da equação citada abaixo, encontrar o valor da quantidade de fluido que se passa por unidade de tempo pelo meio filtrante:

$$\begin{aligned} v &= k \times i \\ q &= k \times i \times A \end{aligned} \quad (20)$$

Onde:

$v$  — velocidade de fluxo [m/s];

$k_h$  — condutividade hidráulica [ $m^2$ ];

$q$  — quantidade de fluido por unidade de tempo [ $m^3/s$ ];

$i$  — gradiente hidráulico [h/L].

E dando sequência no estudo, a equação 21 pode ser deduzida pela integração da equação de Darcy (lembrando que a vazão volumétrica é a derivada do volume no tempo), para se determinar a permeabilidade vislumbrando a carga variável do sistema. Essa integração resulta na equação a seguir mostrada, estando explicitado coeficiente de permeabilidade do leito (expresso em m<sup>2</sup>):

$$k = \ln_e \left( \frac{z_i}{z_f} \right) \times \frac{\eta_f \times L}{\rho_f \times g \times (t_f - t_i)} \quad (21)$$

Onde:

$Z_i$  — altura hidráulica no instante inicial [m];

$Z_f$  — altura hidráulica no instante final [m];

$\rho_f$  — massa específica do fluido percolante [Pa.s];

$\Delta t = (t_f - t_i)$  — tempo decorrido para o fluido percolar através de corpo de prova na variação da carga [s].

A constante de proporcionalidade da equação resultante é chamada de coeficiente de permeabilidade.

O coeficiente de permeabilidade hidráulica (expressa em m<sup>2</sup>) pode ser relacionado com a porosidade ( $\epsilon$ ) e o tamanho das partículas do meio (corrigido pela esfericidade de Wadell) através da relação Kozeny-Carman, conforme mostrado na equação a seguir.

$$k = \frac{\epsilon^3 \times (d_p \times \psi)^2}{36 \times \beta \times (1 - \epsilon)^2} \quad (22)$$

Onde:

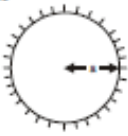
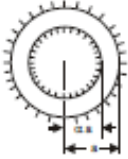
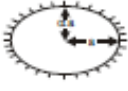
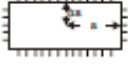
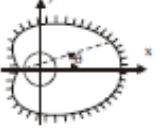
$d_p$  — diâmetro característico da partícula, em metros [m];

$\psi$  — esfericidade de Wadell [-];

$\beta$  — fator de forma [-].

Esse fator de forma ( $\beta$ ) evidenciado na equação 22 foi analisado pelo pesquisador Berker (1963), e demonstrado na Figura 7. O fator de forma ( $\beta$ ) é um dado adimensional que depende da forma da seção transversal do duto de ensaio, no qual para cada formato se encontra um fator diferente. A equação de Kozeny-Carman se aplica bem a sistemas granulares, os quais exibem conectividade dos poros.

Figura 7 — Escoamento laminar e incompressível em dutos retilíneos: demonstração do fator de forma —  $\beta$

Seção Transversal do Duto	Fator $\beta$	Observações
<p>Círculo</p> 	2	—
<p>Região anular entre circunferências concêntricas</p> 	$\frac{2(1-\alpha)^2}{1+\alpha^2 - \left[ \frac{1-\alpha^2}{\ln(1/\alpha)} \right]}$ $0 \leq \alpha < 1$ $2 \leq \beta < 3$	—
<p>Elipse</p> 	$\frac{(1+\alpha^2)\pi^2}{4E^2}$ $0 < \alpha \leq 1$ $2 \leq \beta < 2,46$	$E = \int_0^{\pi/2} (1+k^2 \sin^2 \phi)^{1/2} d\phi$ $k = (1-\alpha^2)^{1/2}$
<p>Retângulo</p> 	$\frac{16}{(1+\alpha)^2 f}$ $0 \leq \alpha \leq 1$ $1,78 \leq \beta < 3$	$f = \frac{16}{3} - \frac{1024}{\pi^5} \alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\operatorname{tg}(am)}{(2n+1)^5}$ $m = (2n+1)\pi / (2\alpha a)$
<p>Cardiíde</p>  <p> <math>x = \cos \theta + \alpha \cos 2\theta</math>  <math>y = \sin \theta + \alpha \sin 2\theta</math> </p>	$\frac{2\pi^2(1+2\alpha^2)^3}{(1+4\alpha^2)(1+4\alpha^2-2\alpha^4)I^2}$ $0 \leq 2\alpha < 1$ $2 \leq \beta \leq 2,23$	$I = \int_0^{\pi} \left( 1 - \frac{4\alpha}{4\alpha^2+1} \cos \theta \right)^{1/2} d\theta$

Fonte: BERKER, 1963.

Apesar da anisotropia, os meios porosos podem ser considerados homogêneos desde que se consiga ordenar graus homogêneos compatíveis com às respectivas dimensões. Essa lei estabelece que o volume de água que passa por um leito de areia ou outro material é proporcional à pressão, proporcional a um coeficiente que depende das propriedades do material e inversamente proporcional à espessura do leito percorrido (COSTA; LANÇA, 2001).

Rosa, Carvalho e Xavier (2006) estabelecem que a equação de Darcy foi proposta dentro das seguintes situações:

- Fluxo isotérmico, laminar e permanente;
- Fluido incompressível, homogêneo e com viscosidade constante;
- Meio poroso homogêneo e não reativo.

Segundo estudos de Pettijohn, Potter e Siever (1987), no meio composto por areia, a porosidade e a permeabilidade geralmente apresentam uma boa correlação. A equação de Kozeny-Carman, equação 23, apresenta uma visão simples da dependência da porosidade sobre a permeabilidade, especialmente para arenitos não consolidados.

$$k = \frac{\varepsilon^3}{5(1-\varepsilon)^2 S_p^2} \quad (23)$$

Sendo:  $S_p$  — superfície específica da partícula, área superficial por unidade de volume [-].

A área superficial por unidade de volume ( $S_p$ ) pode ser facilmente estimada quando as partículas têm geometrias particularmente simples. No entanto, em cenários em que meios são consolidados artificialmente, a definição da superfície específica é complicada, portanto é mais indicado fazer sua aferição experimentalmente em laboratório (MEDEIROS, 2015).

De acordo com Yu e colaboradores (2003), o estudo dos parâmetros cinéticos de permeabilidade tem atraído muita atenção devido às suas aplicações em vários campos, como: ciência dos solos, engenharia química, engenharia de minas, produção de petróleo e moldagem de polímeros compósitos.

### 3.6.1 Perda de Carga

Em uma tubulação, as linhas de corrente, durante o escoamento do fluido, atiram-se nas paredes do tubo, encontrando uma resistência e, assim, perdendo energia. A dissipação de energia do fluido no escoamento, devido aos efeitos adversos de seu movimento, é denominada de perda de carga. Em um leito poroso, esse fenômeno tem um fator de aumento no atrito devido à resistência criada pela forma esférica das partículas da fase sólida (superfícies de contato).

A equação de Ergun abaixo é mais comumente usada para calcular a perda de carga em um leito fixo. Esta equação combina as perdas de cargas associadas ao movimento viscoso (fluxo laminar, a primeira expressão entre colchetes, equivalente à equação de Darcy) e o estado inercial (no regime turbulento, segunda expressão entre colchetes, chamado de termo de Forchheimer) (ECO EDUCACIONAL..., 2014).

$$\frac{\Delta P}{L} = \left[ \frac{150 \times \eta \times \left(\frac{Q_v}{A}\right) \times (1-\varepsilon)^2}{(d_p \times \psi)^2 \times \varepsilon^3} \right] + \left[ \frac{1,75 \times \rho \times \left(\frac{Q_v}{A}\right)^2 \times (1-\varepsilon)}{(d_p \times \psi) \times \varepsilon^3} \right] \quad (24)$$

Para calcular a perda de carga para partículas não esféricas, o diâmetro médio da equação de Ergun é corrigido pela esfericidade. Estimando assim o valor da perda de pressão devido à falta de uniformidade das partículas (QUARANTA *et al.*, 2016).

$$\frac{\Delta P}{L} = \left[ \frac{150 \times \eta \times v \times (1 - \varepsilon)^2}{(\psi \times d_p)^2 \times \varepsilon^3} \right] + \left[ \frac{1,75 \times \rho \times v^2 \times (1 - \varepsilon)}{\psi \times d_p \times \varepsilon^3} \right] \quad (25)$$

O parâmetro  $\psi$  é dito velocidade espacial. Vale ressaltar que a esfericidade do material é um dado importante, que pode ser calculado pela média aritmética da esfericidade de cada partícula (YANG, 2003). A esfericidade pode ser compreendida com a razão entre a área superficial da esfera ( $A_e$ ) que possui o mesmo volume da partícula e a área superficial da partícula ( $A_p$ ), como apresentado na equação a seguir.

$$\psi = \frac{\text{Área superficial da esfera de mesmo volume que a partícula}}{\text{Área superficial da partícula}} = \frac{A_e}{A_p} \quad (26)$$

Para uma partícula esférica, a esfericidade é igual a um ( $\Psi = 1$ ), e para uma partícula não esférica, de qualquer outra forma, o valor da esfericidade varia de zero a um ( $0 < \Psi < 1$ ).

Para vários sólidos particulados, a esfericidade é de cerca de 0,6 a 0,8, como mostra a Tabela 4; para sólidos arredondados por abrasão, pode ser superior a 0,95.

Tabela 4 — Esfericidade dos materiais

<b>Material</b>	<b>Esfericidade</b>
Areia arredondada	0,83
Pó de carvão	0,73
Areia de sílex	0,65
Vidro quebrado por abrasão	0,65

Fonte: MCCABE; SMITH; HARRIOT, 2005

Em sentido amplo, uma alternativa ao controle industrial dos parâmetros cinéticos da permeabilidade e porosidade em sistemas contínuos é aplicar correlações matemáticas às suas previsões em leitos de partículas granulares. A desvantagem desta técnica é a necessidade de controlar e compreender outras propriedades intervenientes no sistema e no material (PRADO, 2015).

Os pesquisadores Neto e Coury (2006) comparam os dados de porosidade obtidos por equações estabelecidas (como a de Ergun) com os dados de porosidade obtidos pelo procedimento descrito por Schmidt e Löffler e constataram que os resultados são bastante diferentes. A equação de Ergun é uma generalização da equação de Kozeny-Carman, onde a perda de carga é devido à passagem de um fluido newtoniano através de um leito



de granulado (LUZ, 2005). Ela é apresentada na equação 27, que vislumbra vários parâmetros, além da porosidade:

$$\frac{\Delta P}{L} = 150 \times \left[ \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \right] \times \frac{\eta_f}{(\Psi \times d_p)^2} \times \left( \frac{Q_{vf}}{A} \right) + 1.75 \times \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \times \frac{\rho_f}{\Psi \times d_p} \times \left( \frac{Q_{vf}}{A} \right)^2 \quad (27)$$

Sendo:

$\Delta_p$  — perda de carga [Pa];

A — área transversal acessível ao fluxo [m<sup>2</sup>];

$\Psi$  — esfericidade de Wadell média das partículas [-];

$\eta_f$  — coeficiente de viscosidade dinâmica do fluido [Pa.s];

$\varepsilon$  — porosidade [-];

$\rho_f$  — massa específica real do fluido [kg/m<sup>3</sup>];

L — espessura do leito poroso [m];

$d_p$  — diâmetro característico das partículas [m];

$Q_{vf}$  — vazão volumétrica de filtrado [m<sup>3</sup>/s].

### 3.7 Modelagem matemática

Segundo Almeida, Araújo e Bisognin (2011), em geral, uma atividade de modelagem matemática pode ser representada em duas fases: uma com a situação problema (inicial) e outra com a situação final desejada (ou seja, representa uma solução à situação inicial) e um conjunto de procedimentos e conceitos básicos para poder construir esta ponte entre a fase inicial e final. Nesse sentido, a relação entre a realidade (origem da situação-problema) e a matemática (o campo em que se baseiam os conceitos e procedimentos) funciona como um subsídio para ativar e/ou gerar informações matemáticas e não matemáticas.

Os modelos matemáticos, por sua vez, são sistemas conceituais, descritivos ou podendo ser explicativos, apresentados por meio de linguagem ou estruturas matemáticas em sua formação, destinados a descrever o comportamento de outro sistema e permitir a realização de previsões sobre este outro assunto abordado (ALMEIDA; ARAÚJO; BISOGNIN, 2011).

Relacionado a este conjunto de procedimentos está um grupo de ações como a busca de informações, determinar e selecionar variáveis, a simplificação, geração de hipóteses, a obtenção representações matemáticas (modelos matemáticos), transformar o problema através do procedimento correto, e realizar a análise dos resultados que implica numa validação, reconhecendo a sua aceitabilidade ou não (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009).

A modelagem matemática na etapa de "como fazer" está, assim, ligada aos princípios do pragmatismo, onde a execução é algo que pode ser reproduzido por operar bem, para que o sistema construído para orientar a atividade de modelagem possa ser repetido ou modificado dependendo dos interesses, acertos ou erros, e o encaminhamento atribuído à tarefa pode ser substituído por outro, com a expectativa que funcione melhor (KLÜBER, 2010).

O objetivo principal de desenvolver um modelo matemático é imprimir resultados para apoiar a tomada de decisão, baseado em expectativas hipotéticas de uma situação-problema, e é fundamental em diversos campos da ciência. Nesse contexto, é compreensível que a modelagem matemática não seja apenas matemática, mas também epistemológica, pois os modelos visam compreender e explicar os eventos e fenômenos observados na realidade, sendo o conhecimento e a compreensão da realidade (CIFUENTES; NEGRELLI, 2009).

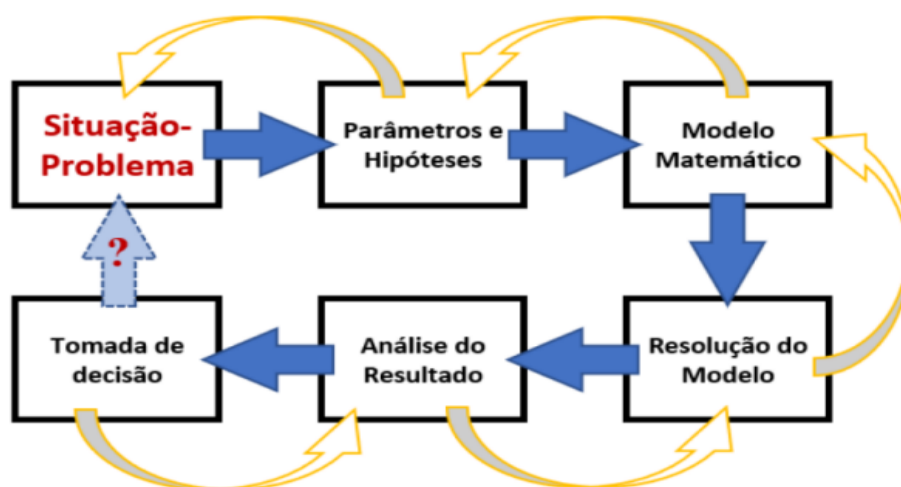
Segundo Almeida, Araújo e Bisognin (2011), o modelo matemático finalmente gerado é entendido como um conjunto de equações de vários tipos, como equações algébricas ou diferenciais, dependendo da complexidade do cenário que está sendo modelado, ou um conjunto de sentenças, que, como as equações, podem ser vistas como hipóteses sobre a realidade em estudo.

A teoria será criada em uma linguagem com uma lógica subjacente específica, nesse caso de a teoria estar entregue, por exemplo, através de equações matemáticas, que podem ser constituídas por regras e procedimentos que levam à solução dessas equações (ALMEIDA; ARAÚJO; BISOGNIN, 2011).

A matemática é uma boa ferramenta dinâmica, não se destina a modelos fechados e engessados. Compreender a situação-problema, e identificar parâmetros e hipóteses simplificadores são fundamentais para desenvolver um modelo coerente capaz de mostrar a realidade, que não necessariamente será única (SANTOS *et al.*, 2020).

Na literatura há diversas visões sobre a aplicação da modelagem matemática, dentre as quais pode-se citar os estudos de Biembengut & Hein e Bassanezi. Contudo, vale dar atenção ao desenvolvimento da modelagem através da sequência cíclica de etapas, como exposto na Figura 8 (BEAN, 2001).

Figura 8 — Representação esquemática das etapas do processo de modelagem matemática



Fonte: BEAN, 2001 apud SANTOS *et al.*, 2020

O sistema começa com uma análise da situação-problema e visa compreender os conceitos não matemáticos necessários para construir o modelo. Após esta análise, podem ser determinados os parâmetros e as hipóteses preponderantes para formulação do modelo (SANTOS *et al.*, 2020).

Esta fase inclui uma simplificação da situação real, pelo que é necessário identificar a situação-problema sob análise para evitar perda de lógica no processo de simplificação.

Segundo Santos e colaboradores (2020), a geração de modelos matemáticos envolve a determinação de relações entre os parâmetros a partir de informações e dados conhecidos, levando em consideração premissas preestabelecidas.

Portanto, nesta etapa, busca-se obter um modelo matemático que possa ser resolvido, mas também condizente com a realidade que se deseja resolver ou prever. E os resultados do modelo devem ser alcançados por meio de estratégias e técnicas mais adequadas aos objetivos da atividade.

A compreensão dos resultados visa apurar a adequação do modelo desenvolvido, que é considerado relevante ou apropriado se os dados gerados forem satisfatórios ou representativos.

Portanto, levando em conta as simplificações estabelecidas, o modelo é validado quando os resultados representam a realidade. No entanto, se algum conflito for compreendido, é necessário reiniciar a análise da situação-problema. Logo, reinicia-se o ciclo e faça-se os ajustes necessários (SANTOS *et al.*, 2020).

## **4 MATERIAIS E MÉTODOS**

Com a finalidade de se proceder no estudo da porosidade e permeabilidade dos sistemas, serão utilizados e aplicados diversos materiais e procedimentos para basear cientificamente todo o referente trabalho. Dentro das etapas serão executados estudos para buscar entender também melhor as características das amostras.

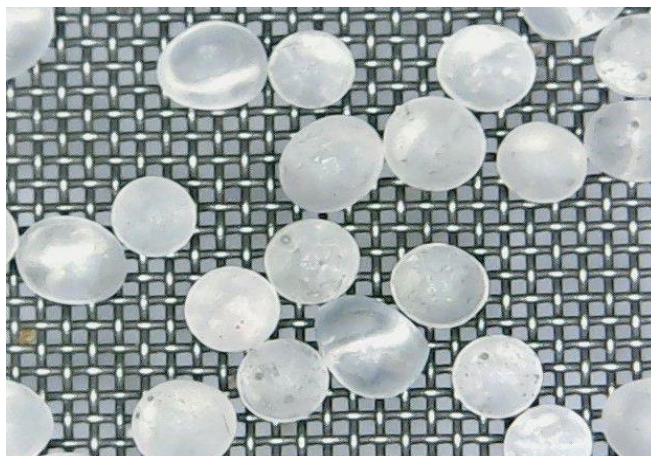
### **4.1 Materiais**

Durante todo o estudo experimental, utilizou-se dois tipos de materiais típicos que fossem representantes dos dois grupos em estudo, homogêneo e heterogêneo. A escolha da areia quartzosa e das esférulas de vidro ocorreu devido ao fato de estas terem características e propriedades que conferem regularidades aos resultados, de modo a obter conclusões gerais acerca dos grupos em estudo.

A areia foi escolhida para construir sistemas granulares compactados configurando leitos de partículas com distintas distribuições granulométricas. Dois grandes pontos foram decisivos para a definição do uso da areia: primeiro, devido à sua alta facilidade de ser encontrada no mercado e, segundo, por sua representatividade na criação de um modelo genérico que poderá ser replicado para outros diferentes materiais.

Para ajudar como referência e embasar outros trabalhos similares constantes na literatura, foram utilizadas esférulas de vidro (Marca Zirtec), com altos valores de esfericidade, para a realização de ensaios comparativos. A tela de fundo da micrografia da Figura 9 tem aberturas quadradas de 150  $\mu\text{m}$  (para servir de escala à imagem).

Figura 9 — Imagem das esférulas de vidro vistas em microscópio (a tela, empregada para efeito de escala possui abertura de 150  $\mu\text{m}$ )



Fonte: arquivo do autor, 2023

As esférulas de vidro foram escolhidas por existirem em diversos diâmetros vendidos comercialmente, e com um valor bem abaixo que de outros materiais. Poderia ser aplicado outro material neste estudo para comparação dos resultados, como plástico ou isopor, os quais têm valor ainda mais baixos. Porém, como a ideia principal era de que o material ficasse submerso em água, esses materiais poderiam flutuar e alterar o valor dos parâmetros do sistema.

A área superficial de partículas diminutas e os seus volumes, em materiais granulares, são difíceis de se determinar com acurácia. Para tal, são realizados ensaios de peneiramento ou análises microscópicas para a definição dos diâmetros e ensaios de adsorção ou perda de carga para se determinar a área superficial (MCCABE; SMITH; HARRIOT, 2005).

#### **4.2 Distribuição granulométrica**

A apresentação detalhada das propriedades das partículas na coletividade deve ser razoavelmente simples e genérica, de forma que não seja necessário determinar as propriedades de cada partícula separadamente (ALMEIDA *et al.*, 2002).

Nessa fase do trabalho as amostras, em um primeiro momento, passaram pelo processo de quarteamento e homogeneização para serem separadas e divididas em amostras menores, e também para torná-las mais representativas. Em seguida, as duas amostras, tanto de areia quanto de esférulas de vidro, foram peneiradas através de peneirador mecânico, para, assim, serem separadas de acordo com cada faixa granulométrica (FIGURA 10), seguindo a série Tyler de peneiras (TABELA 5).

Logo após o peneiramento, as amostras foram coletadas e pesadas separadamente para posterior aplicação nos ensaios.

Figura 10 — Imagem ilustrativa do quarteador do tipo Jones (a) e do peneirador mecânico (b)



(a)

(b)

Fonte: arquivo do autor, 2022

Foi realizado, primeiramente, o quarteamento da amostra total de areia e de esférulas de vidro, utilizando o quarteador do tipo carrossel, devido ao grande volume de ambas as amostras. Logo depois de separadas em fatias com menor volume, foi realizada a divisão novamente, mas usando, nessa segunda etapa, o quarteador do tipo Jones. Com as amostras já divididas e adequadas em volume, foram realizadas as etapas de peneiramento, em duas etapas, devido ao equipamento não suportar todas as peneiras em uma única vez.

Essa etapa foi executada peneirando as porções de amostras dentro de um período de 10 minutos, que logo depois foram separadas e pesadas em balança para definir a massa retida em cada peneira.

Tabela 5 — Classe de peneiras utilizadas na distribuição granulométrica, seguindo a série Tyler

Classe	Peneiras [μm]	Tamanho médio [μm]
1	4760	—
2	4760 – 3360	4060
3	3360 – 2380	2870
4	2380 – 1680	2030
5	1680 – 1180	1430
6	1180 – 840	1010
7	840 – 600	720
8	600 – 425	512,5
9	425 – 300	362,5
10	300 – 212	256
11	212 – 150	181
12	150 – 106	128
13	106 – 75	90,5
14	75 – 53	64
15	53 – 38	46
16	00 – 38	—

Fonte: arquivo do autor, 2022.

### 4.3 Consecução da distribuição granulométrica

Nessa fase do estudo foi dado destaque à aplicação da equação de distribuição de Rosin-Rammler truncada (bitolada com tamanho máximo  $x_{max}$ ), como demonstrado na equação 9.

$$Y = p(0 \leq x \leq X) = 1 - \exp \left[ \ln \ln \left( \frac{1}{2} \right) \times \left( \frac{\frac{x}{x_{max}} - \frac{x}{x_{50}}}{\frac{x_{max}}{x_{max}} - \frac{x}{x_{50}}} \right)^n \right] \quad (9)$$

Onde:

$x$  – tamanho da partícula [μm];

$x_{max}$  – tamanho máximo de partícula da distribuição [μm];

$x_{50}$  – tamanho quando o passante acumulado corresponde a 0,5 [μm];

$n$  – coeficiente de agudez [-].

Definiu-se, para os parâmetros  $X_{50}$  e  $X_{max}$ , os valores 512,5 μm e 4060 μm, respectivamente. O primeiro valor é referente a uma classe granulométrica central disponível, enquanto o segundo valor foi definido por ser esse o maior tamanho médio das classes granulométricas.

Com a fração mássica de cada classe, multiplica-se esse dado pelo valor de massa total utilizado no ensaio, obtendo o valor mássico de cada classe. A massa total utilizada por ensaio foi definida após vários ensaios preliminares, nos quais foi verificado que a massa que produzia resultados com menores oscilações foi de 0,450 kg.

Através dessa equação conseguimos modelar diversas amostras do mesmo material, porém com distintas distribuições granulométricas. Para se chegar ao ponto de termos variação entre as amostras, foi alterado o coeficiente de agudez para gerar cada classe de distribuição granulométrica distinta que seria utilizado nos ensaios em bancada, segundo a Tabela 6. Sendo assim formando as amostras que serão aplicadas posteriormente nos experimentos de porosidade e permeabilidade.

Tabela 6 — Classes de distribuição granulométrica definidas de acordo com o coeficiente de agudez (n) da distribuição

Classe	Coeficiente de agudez [n]
1	0,7
2	1,4
3	2,1
4	2,8
5	3,5

Fonte: arquivo do autor, 2021

#### 4.4 Massa Específica

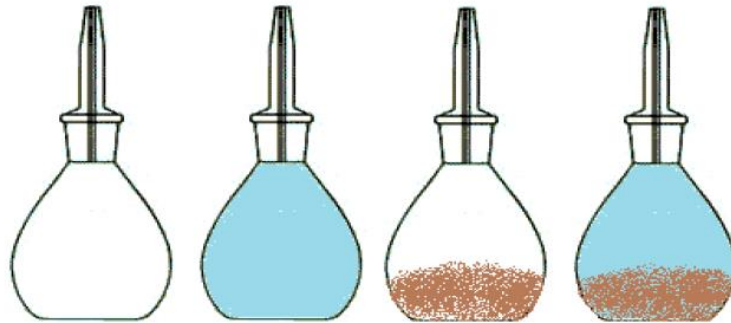
Para compreender melhor as amostras foram realizadas experimentos laboratoriais para determinação da massa específica real e aparente em cada fração granulométrica das duas amostras.

A técnica aplicada para determinação da massa específica real foi através da picnometria, descrita na norma NBR 6508 de 2016, substituída pela versão corrigida 2 de 2017, representada na Figura 11. E também foi determinada a massa específica aparente pelo método de proveta, para melhor análise dos resultados finais.

Estes dados são de suma importância para a definição da porosidade e permeabilidade do leito. Para definir a massa específica real, o picnômetro, representado na Figura 11, foi pesado em balança de precisão em quatro estágios: vazio, com água, com amostra e com amostra e água. Esses dados permitem computar a massa específica real dos materiais.



Figura 11 — Imagem ilustrativa do sequenciamento dos estágios de pesagem por picnometria



Fonte: MEDEIROS, 2015

As análises foram realizadas em triplicata em cada fração da amostra, e, logo depois, a média geral foi retirada para encontrar o valor final.

#### 4.5 Análise de Imagem Simplificada

Para buscar entender melhor as características das partículas que compõem as amostras, estudos e análises foram realizados por meio do microscópio para determinar as áreas das partículas, em foco a área projetiva, o perímetro, e o cálculo da circularidade.

Nesse estágio do trabalho, foi utilizado o microscópio portátil do tipo caneta (modelo: MP-150), representado na Figura 12. E logo depois de extraídas as imagens pelo microscópio, estas eram analisadas com o suporte do software *Fiji (ImageJ)*, que conseguia examinar e demonstrar os dados referentes à área projetiva e às dimensões das superfícies das partículas. Essas análises foram realizadas em cada fração das amostras, seguindo a série Tyler utilizada no estudo da distribuição granulométrica.

Figura 12 — Imagem ilustrativa do microscópio do tipo caneta utilizado nos estudos para determinação da área das partículas



Fonte: arquivo do autor, 2022

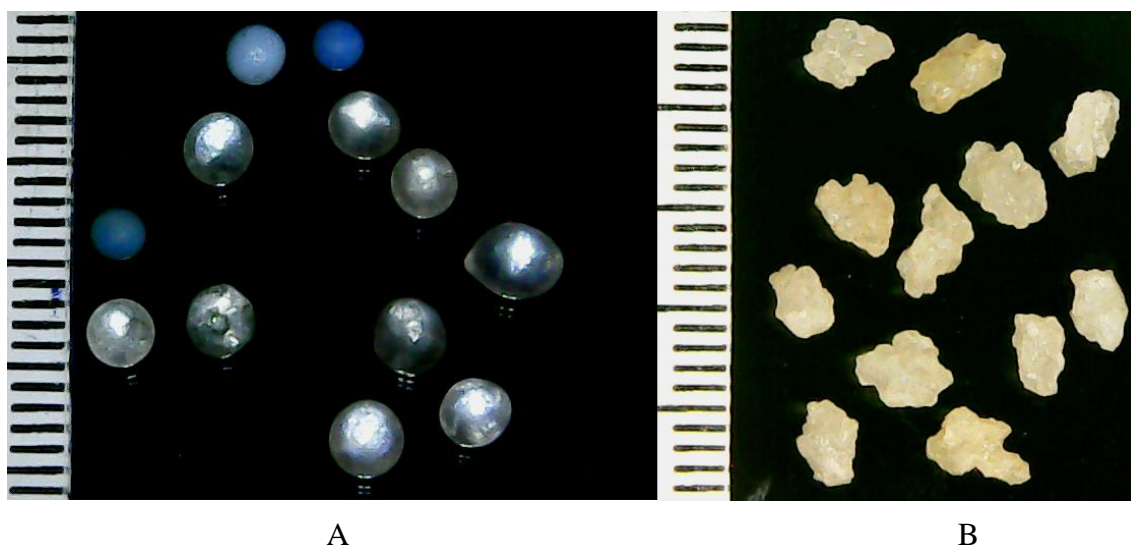
Nesse estágio do trabalho, foi utilizado o microscópio portátil do tipo caneta (modelo: MP-150), representado na Figura 12.

#### 4.5.1 Procedimento técnico para aferição

Dentro do procedimento, primeiro inicia-se separando uma pequena quantidade da amostra na qual se deseja determinar a área superficial, em média entre 1 e 5g. Logo depois, espalhar de forma distribuída, com auxílio da espátula, o material sobre a mesa do microscópio. Assim, realizar a verificação e ajustar o microscópio de forma que faça a melhor leitura e captura das partículas dispersas em sua mesa.

Para a imagem coletada ser aplicada no programa posterior, foi utilizado uma escala ou paquímetro junto a amostra, colocada na mesa do microscópio, para graduação. Na Figura 13 é demonstrado uma imagem coletada das amostras de esférulas de vidro e de areia, com auxílio do microscópio do tipo caneta (modelo: MP-150).

Figura 13 — Imagem das amostras de esférulas de vidro (A) e areia (B) coletadas com o auxílio do microscópio



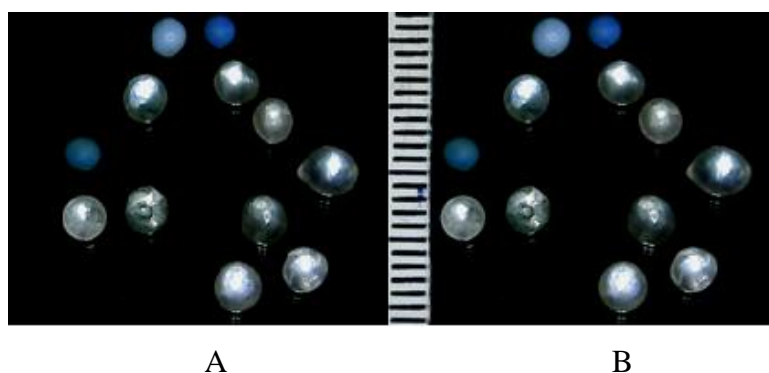
Fonte: arquivo do autor, 2022

Esse software *ImageJ*, é muito indicado para projetos acadêmicos, devido sua utilização ser liberada e não precisar de licenças para efetuar a propagação dos resultados gerados a partir dele. Esse ponto é de suma importância devido outros processadores serem de alto custo para obter a licença de utilização.

Iniciado o processo, primeiramente é indicado realizar o tratamento da imagem para que o programa possa processar a leitura mais exata e real possível. Por exemplo, homogeneizar as cores da imagem, retirando claridades provocadas pela luz ambiente.

Primeiramente, duplicar a imagem. Na cópia da imagem, com o auxílio da ferramenta *Paint*, apagar a escala/paquímetro, como demonstrado na Figura 14. O importante, é realizar essa etapa sem redimensionar o tamanho da imagem, somente tampar a parte da escala.

Figura 14 — Demonstração esquemática da remoção da escala da imagem coletada no microscópio com o Paint (A), e também a imagem original ainda com a escala (B)

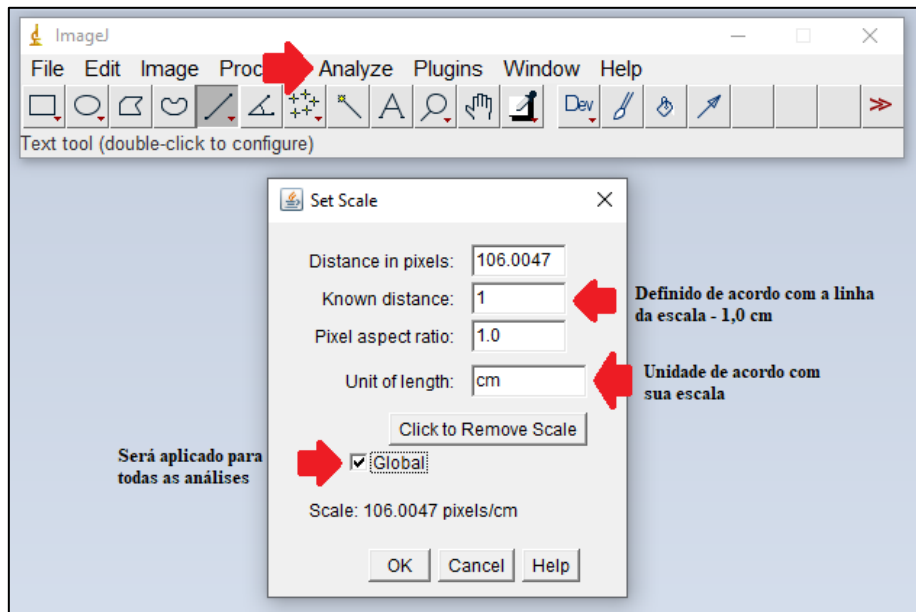


Fonte: arquivo do autor, 2022

Ambas as imagens foram utilizadas, aquela com escala (B), foi utilizada para o software realizar a parametrização da graduação, ao passo que a figura A foi aplicada para o processamento efetivo dos dados. Seguindo os seguintes pontos descritos abaixo:

- A. Abre-se a imagem no programa, seguindo a sequência:  
→ *Selecionar File*; → *Open*; → Selecionando a imagem no banco de dados do computador.
- B. A primeira imagem selecionada é a com a escala. Assim, será gerado uma linha para o programa basear sua graduação de leitura, seguindo o fluxo:  
  
Seleciona-se a ferramenta linha, para assim marcar de um ponto a outro, usando a referência da escala, marca-se cerca de 1 cm com a linha, como demonstrado na Figura 15. A linha deve ser a mais reta possível para evitar serrilhamentos ao pontuar.
- C. Logo depois, configuração da escala do programa, selecionando no menu:  
→ *Analyse* → *Set Scale*, será aberto a seguinte janela onde foi realizada a indicação dos parâmetros.

Figura 15 — Definição das medidas de graduação do programa.



Fonte: arquivo do autor, 2022

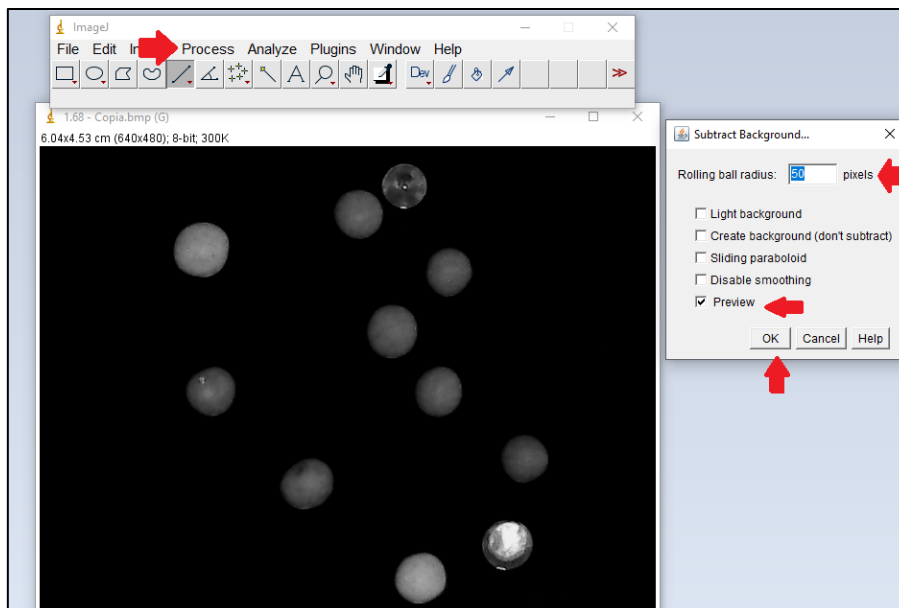
D. Logo após, é repetido o item C, para abrir a segunda imagem sem a escala estar aparente. Foi realizado o tratamento da imagem, primeiro, alterado o formato da imagem, seguindo:

**1º passo:** menu principal → *Image*; → *Type*; → *Alterar* para 8-bit;

**2º passo:** menu principal → *Process*; → *Subtract Background*.

Nesse ponto, foi alterado a medida até encontrar a que melhore a resolução da imagem, com o auxílio do *preview*, Figura 16.

Figura 16 — Demonstração esquemática para maximizar a resolução da imagem e focar nas partículas.



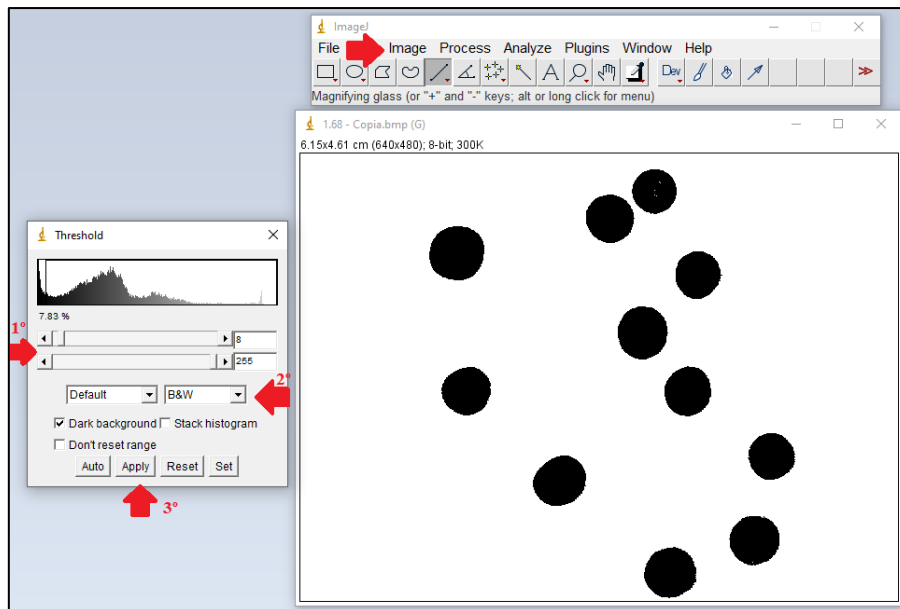
Fonte: arquivo do autor, 2022

E. Nesse ponto, é iniciado o processo de destacar as partículas para facilitar que o programa realize a leitura, seguindo o fluxo: menu principal; → *Image*; → *Adjust* → *Threshold*.

Ao selecionar o limiar ou *threshold* no programa, ele automaticamente destaca as partículas de interesse, seguindo os pontos abaixo:

- 1º ponto** — é aberto uma janela ao lado da imagem para fazer os ajustes manualmente, e para verificar se o programa pegou todas as dimensões das partículas;
- 2º ponto** — nesse ajuste também é definido a cor que será apresentada as partículas com relação ao fundo da imagem, Figura 17;
- 3º ponto** — depois de realizado todos os ajustes na imagem, é clicado em “*Apply*” para fechar a janela de ajustes.

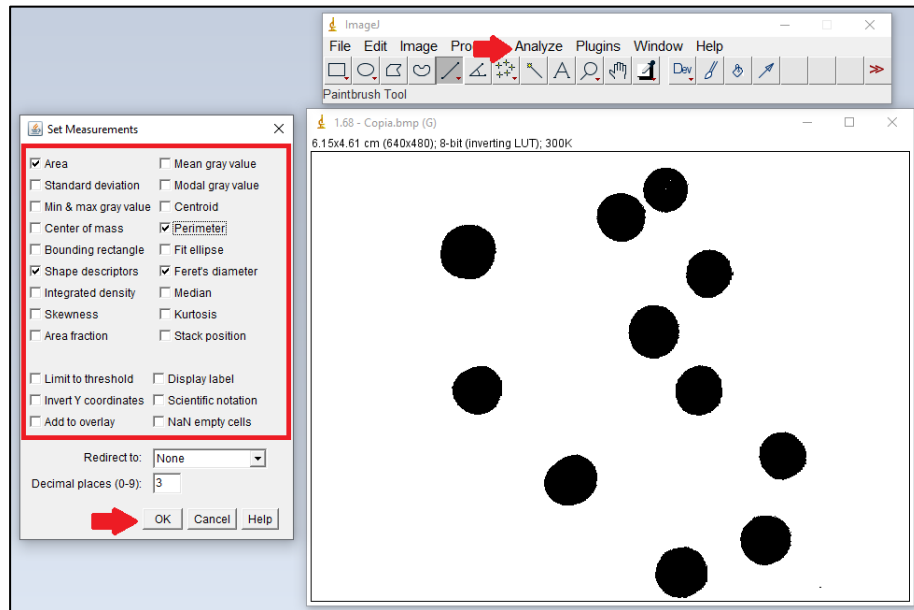
Figura 17 — Demonstração esquemática para destacar as partículas de interesse através do item “*Threshold*”.



Fonte: arquivo do autor, 2022

Agora com a imagem tratada e todas as partículas destacadas, a mesma a partir desse ponto é submetida a análise (Menu principal: *Analyze*; → *Set Measurements*). Será aberto uma janela no qual foi indicada quais informações para o programa extrair da imagem em análise, Figura 18.

Figura 18 — Imagem ilustrativa da janela “Set Measurements”, no qual foi indicado os dados que o programa precisa informar.

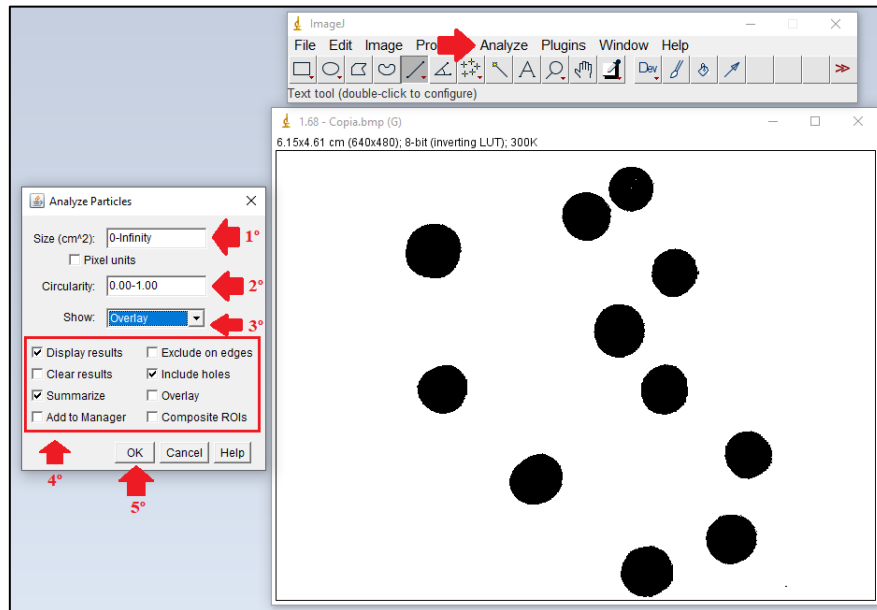


Fonte: arquivo do autor, 2022

Nessa etapa será aberto a janela no qual foi realizado as últimas parametrizações para o programa processar (Menu principal: → *Analyze*; → *Analyze Particle*), seguindo os passos destacados abaixo:

- 1º passo** — definiu-se o intervalo de tamanho das partículas para o programa realizar a análise;
- 2º passo** — define-se a forma das partículas, informando ao programa o quanto que a partícula está próxima de um círculo (0,0 — distante de ser um círculo, e 1,0 — círculo perfeito);
- 3º passo** — seleciona-se o item “*overlay*”, no qual o programa vai colorizar de azul claro as partículas que ele detectou e mediu;
- 4º passo** — deixa-se selecionado os três itens (*display results*, *summarize e include holes*). O item “*include holes*” é para que o programa preencha os pontos vazios detectados dentro das partículas para não ocorrer erros no processamento, Figura 19.
- 5º passo** — clicar em “*OK*” para finalizar a parametrização e para o programa realizar a análise.

Figura 19 — Imagem ilustrativa da janela “Set Measurements”, no qual foi indicado os dados que o programa precisa informar.



Fonte: arquivo do autor, 2022

Logo após finalizado a etapa anterior, o programa realizou o processamento automaticamente e abriu duas janelas com os resultados, Figura 20. Onde é destacado pontos principais:

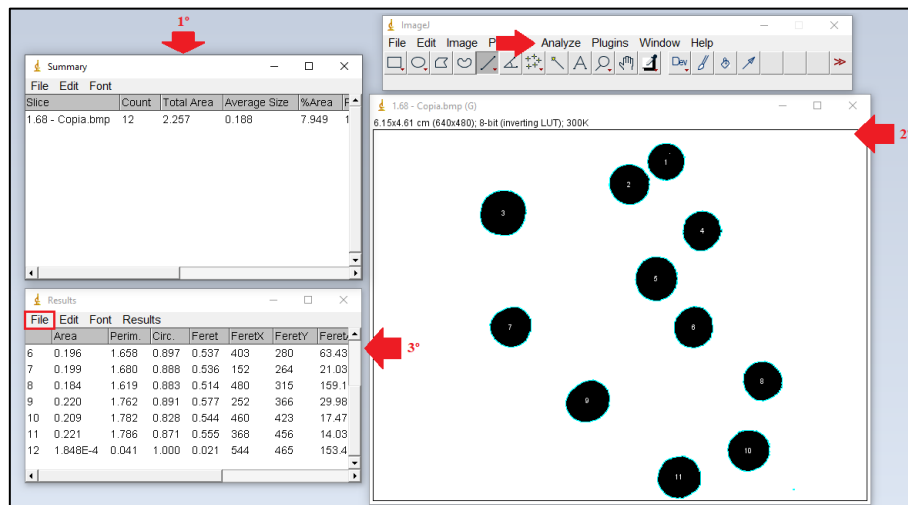
**1º ponto** — é aberto a primeira janela, “Summary”, essa janela não traz muitos resultados, no qual é ignorada;

**2º ponto** — a segunda janela, demonstrou a imagem onde o programa evidência quais e quantas partículas foram analisadas;

**3º ponto** — na terceira janela, é demonstrado os valores encontrados através da análise, onde, logo após, é salvo os resultados para serem aplicados nos estudos (*Menu* → *File*; → *Save as*).

Observação, é importante verificar se o programa realizou a análise de partículas que não são de interesse, pode trazer resultados divergentes que interfiram nos dados finais. Nesse ponto, é indicado utilização da ferramenta de limitar o intervalo de tamanho das partículas a serem analisadas, evitando leituras errôneas (1º passo — *Analyze Particle*);

Figura 20 — Imagem ilustrativa da janela com demonstração dos resultados gerados através da análise.



Fonte: arquivo do autor, 2022

Logo após salvar os resultados no dispositivo, fora do programa ImageJ, segue instruções para organizar os resultados na planilha do Excel:

- 1º passo** — abre-se o arquivo com o programa “Bloco de Notas”;
- 2º passo** — no menu principal, seleciona-se o item “Editar”, e depois clicar na opção “substituir”;
- 3º passo** — abre-se uma janela, onde primeiramente irá pedir para substituir a vírgula por um ponto e vírgula, e depois clica-se em substituir tudo;
- 4º passo** — irá solicitar para substituir o ponto por vírgula, logo depois, selecionar em substituir tudo novamente.
- 5º passo** — logo após, é somente fechar o programa “Bloco de Notas” e abrir o arquivo com o programa do Excel. Assim, os resultados já irão apresentar de forma organizada em planilha.

#### 4.6 Ensaio de Estimação de Porosidade

Para esse estudo, o objetivo foi modelar um ensaio em laboratório que seria fácil para ser executado e replicado para outros futuros trabalhos. Dentro do laboratório foram realizados diversos ensaios até ser encontrado o que melhor representasse e resultasse no valor mais real da porosidade. Diversos parâmetros operacionais foram variados e aplicados até se chegar na proposta do ensaio realizado neste projeto.

Os primeiros ensaios eram executados utilizando-se somente uma mesa vibratória para compactar o material e gerar um leito mais denso, porém a segregação foi notória em tempos de vibração longos, e as partículas mais grossas tendiam para a superfície, enquanto as finas se direcionavam para o fundo do leito, interferindo no objetivo do estudo, que era formar um meio disperso e heterogêneo.



Depois de diversas tentativas e com o suporte de estudos já realizados, como o de Prado (2015), encontramos a melhor e mais simples maneira de executar o ensaio de porosidade. Primeiramente, prepara-se a amostra, separando cada massa de acordo com a distribuição granulométrica de Rosin-Rammler, para resultar no definido coeficiente de agudez ( $n$ ) do sistema. Logo depois, todas as massas eram agrupadas e homogeneizadas, garantindo a dispersão dentro do sistema. Assim, a amostra era colocada dentro de um dos recipientes. No ensaio foram utilizados dois recipientes esférico de fundo hemisférico, no interior dos quais as amostras foram cuidadosamente distribuídas, como pode ser verificado na Figura 21.

Com a amostra já colocada no interior do recipiente, este era lacrado e assim iniciava-se o processo de inverter o recipiente por vinte vezes (giro de  $180^\circ$ , com retorno imediato à posição inicial). Logo depois, o recipiente era processado por dez segundos, em cima de uma mesa vibratória (melhor tempo verificado e que ajudou na distribuição e compactação das partículas dentro do recipiente). Em seguida, o recipiente era colocado na bancada, na qual passava pelo processo de levar cinco leves batidas (quedas de cerca de 10 mm sobre manta de borracha de 3 mm de espessura) e, com o auxílio de um bastão de vidro, o leito superior tornava-se regularizado na etapa final. Com o suporte de uma caneta de ponta fina, marcava-se no recipiente a extremidade superior do leito. Então o ensaio reiniciava por mais duas vezes, para acurácia dos resultados obtidos (FIGURA 21).

Figura 21 — Imagem esquemática dos dois recipientes utilizados na no ensaio de porosidade



Fonte: arquivo do autor, 2021

Então, realizados os ensaios com a amostra em determinado (pré-especificado) coeficiente de agudez ( $n$ ), o recipiente era esvaziado e limpo. Antes de realizada essa

operação, analisava-se e registrava-se o nível do volume da amostra dentro do recipiente, para permitir o cálculo do volume aparente da amostra do sistema granular.

Na sequência, o recipiente (agora vazio) era pesado em balança analítica para retirar tara e, depois, adicionava-se água até a marca anotada no corpo do recipiente e retirava-se o valor da massa de água correspondente ao volume aparente do sistema granular.

Os dados finais do experimento eram posteriormente aplicados dentro das equações para determinar o valor final da porosidade. A expressão para o cálculo efetivo da porosidade pode ser inferida da seguinte forma, demonstrada pela equação 12, onde é preciso possuir o volume total do leito e o volume de sólido.

O volume total é o mesmo que o volume de água. Como se tem a massa do volume de água e a massa específica da água já é conhecida cientificamente, define-se com facilidade o volume total.

$$\varepsilon = \left[ \frac{V_v}{(V_s + V_v)} \right] \quad (12)$$

O volume de sólido também é facilmente definido, porque se conhece a massa utilizada de cada classe e sua respectiva massa específica (real e aparente), que foi determinada utilizando os métodos de picnometria e a proveta. Com as massas específicas determinadas, a porosidade também pode ser definida algebricamente pela equação 28.

$$\varepsilon = \frac{\rho_s - \rho_{ap}}{\rho_s} \quad (28)$$

Onde:

$\varepsilon$  — porosidade [-];

$V_v$  — volume de vazios [m<sup>3</sup>];

$V_s$  — volume do sólido [m<sup>3</sup>];

$\rho_s$  — massa específica real do sólido [kg/m<sup>3</sup>];

$\rho_p$  — massa específica aparente do sólido [kg/m<sup>3</sup>].

#### 4.7 Ensaio de determinação de permeabilidade

Dentro desse estudo foi realizado duas campanhas distintas de ensaios de permeabilidade, no qual se buscou definir o melhor método que entregasse dados representativos da realidade.

Os experimentos para determinar a permeabilidade realizados dentro desse estudo procuraram ter o mesmo objetivo do ensaio de porosidade, buscando ser simples e atender, de forma generalizada, a aplicação com outros materiais. Foram modelados dentro do laboratório dois equipamentos para verificar o ideal para realizar o ensaio e suficiente para entregar resultados com qualidade. A fim de simular os meios porosos, foram utilizados dois conjuntos distintos de amostras também nesse ensaio, primeiro a amostra de esférulas de vidro e, depois, a amostra de areia.

Os dois métodos definidos como primeira e segunda campanha serão mais bem explanados a seguir dentro do estudo.

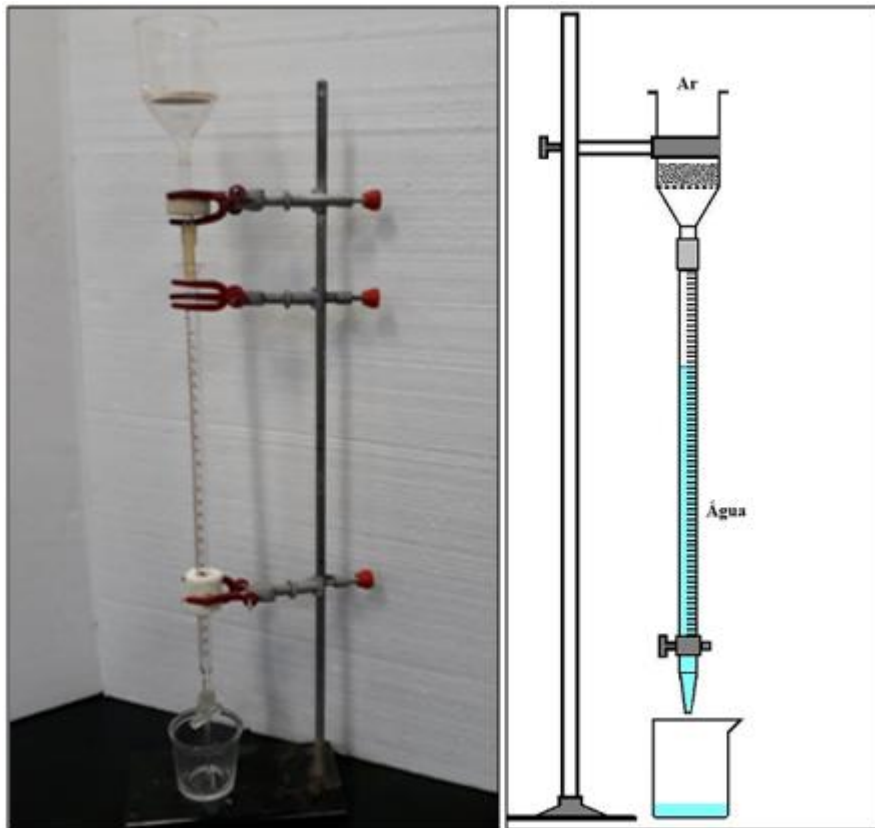
#### *4.7.1 Primeira campanha para estudo da permeabilidade*

A primeira campanha de ensaio para determinação da permeabilidade foi baseada dentro da teoria de Darcy, que vislumbra o estudo da carga variável do sistema e destacado através da equação 21.

Esse ensaio foi modelado para este cenário de estudo, no qual foi gerado dentro do laboratório, se baseando no formato de ser simples e generalista para aplicação em outros estudos, como já mencionado e reforçado anteriormente.

O instrumento para execução do ensaio foi constituído por equipamentos disponíveis dentro do laboratório. Onde na parte superior, tinha um funil de Büchner ligado a uma bureta. A região de ligação era vedada, de forma a manter o vácuo no interior da bureta. Na parte inferior, havia um béquer de vidro. Todo o instrumento era sustentado por uma haste universal com garras, a fim de manter o nível e estabilidade da operação durante o ensaio, como pode ser visto na Figura 22.

Figura 22 — Imagem esquemática do aparelho técnico utilizado para execução do ensaio de permeabilidade, realizado em bancada.



Fonte: arquivo do autor, 2021

Para a execução do ensaio, a bureta é preenchida até o nível máximo da escala; logo após é conectada hermeticamente à saída do funil de Büchner (sem infiltração de ar entre as partes para garantir a qualidade do ensaio).

Logo a seguir, passava-se para a etapa de preparação da amostra, proporcionando as classes granulométricas de acordo com o coeficiente de agudez desejado ( $n$ ).

Em seguida, a amostra era homogeneizada e colocada dentro do funil de Büchner. Como havia formação de coroa de amostra no topo do funil, ultrapassando os limites do mesmo, passava-se um bastão de vidro de forma a regularizar/uniformizar a superfície do leito, mantendo a mesma cota em todos os pontos.

Para iniciar o ensaio todo o instrumento era verificado em seus pontos de sensível influência: regularização do leito poroso, nivelamento do aparato de ensaio, e vedação entre a ligação do funil de Büchner e a bureta. Com o auxílio de um cronômetro era medido o tempo de intervalo de abertura e fechamento da válvula da bureta, durante o qual água se esgotava da bureta solidária ao funil de Büchner, fazendo com que o ar fluísse pelo leito particulado (mantido seco) acondicionado no funil de Büchner, acima.

Por fim os dados para o cálculo da permeabilidade eram coletados sistematizados. Assim como na campanha experimental de determinação de porosidade, todos os ensaios de determinação de permeabilidade foram realizados em triplicata.

#### *4.7.2 Segunda campanha para estudo da permeabilidade*

A procura de se obter o melhor método para estudo e determinação da permeabilidade, foi modelado uma segunda campanha de ensaios, no qual teve sua construção em laboratório distinta da primeira campanha, mas se baseando nas teorias do grande pesquisador dessa área, Darcy.

Essa segunda campanha seguiu também os mesmos objetivos da anterior, ser constituído dentro do laboratório, no formato simples, mas com padrão de qualidade adequado para gerar dados científicos e realistas.

O primeiro passo foi preparar os lotes de amostras (por proporcionamento controlado de frações granulométricas), seguindo as distribuições granulométricas com o coeficiente de agudez para cada uma delas, já estabelecidos nos estudos anteriores deste projeto.

A segunda etapa foi a preparação e a adequação do aparato utilizado nos ensaios. O instrumento é composto por um cilindro rígido de acrílico com fundo torisférico, o qual se ligava, a um frasco de Kitasato.

Uma tela metálica de resistência hidráulica desprezível era colocada no flange de conexão entre o cilindro e o fundo torisférico, visando a servir de barreira ao afunilamento das partículas (o que tenderia a alterar o valor da porosidade).

Por seu turno na parte superior do corpo cilíndrico havia um funil invertido, devidamente flangeado, sendo que o mesmo permitia a alimentação do meio fluido (água), sob vazão volumétrica regular e com excesso em relação à vazão percolada pelo meio poroso (leito granular), de forma a manter a pressão interveniente constante, por intermédio do transbordamento do excesso através de uma saída (“ladrão”), à meia altura do cilindro. Com isso o nível hidráulico permanecia constante durante a fase do experimento, garantindo a condição de pressão constante durante o ensaio. Esse aparato pode ser visto na Figura 23.

Figura 23 — Instrumento utilizado nos dos ensaios de permeabilidade



Fonte: arquivo do autor, 2022

Vários foram os ensaios preliminares para determinação da metodologia utilizada para indicar a permeabilidade, mas somente na composição e com os procedimentos descritos abaixo que se conseguiu atingir um resultado com qualidade.

Nos primeiros ensaios, a amostra não estava ficando nivelada dentro do instrumento, então foi usada uma espátula para corrigir o nivelamento, o que afetava diretamente a porosidade do sistema e interferia no ensaio da permeabilidade, o material chegando, por vezes, a se tornar praticamente impermeável. Depois, a alimentação do fluido foi regulada cuidadosamente para se evitar distribuição assimétrica do fluido nas paredes do cilindro, ocorrência que foi observada algumas vezes, nos ensaios prospectórios, interferindo na integridade do leito do corpo da amostra.

Por fim chegou à otimização do ensaio como aqui descrito. Depois de a amostra estar preparada de acordo com a distribuição granulométrica desejada, ela passava pelo processo de homogeneização. Logo depois, com cuidado, a amostra era distribuída de

forma regular dentro do corpo do instrumento. Para regularizar o leito superior da amostra foi utilizado um bastão de vidro.

Após o condicionamento da amostra, iniciava-se a alimentação do fluido cuja vazão era ajustada até que a lâmina sobrenadante chegasse na marca do nível de operação que foi definido no instrumento. A saída lateral do corpo cilíndrico mantinha esse nível constante durante todo o experimento.

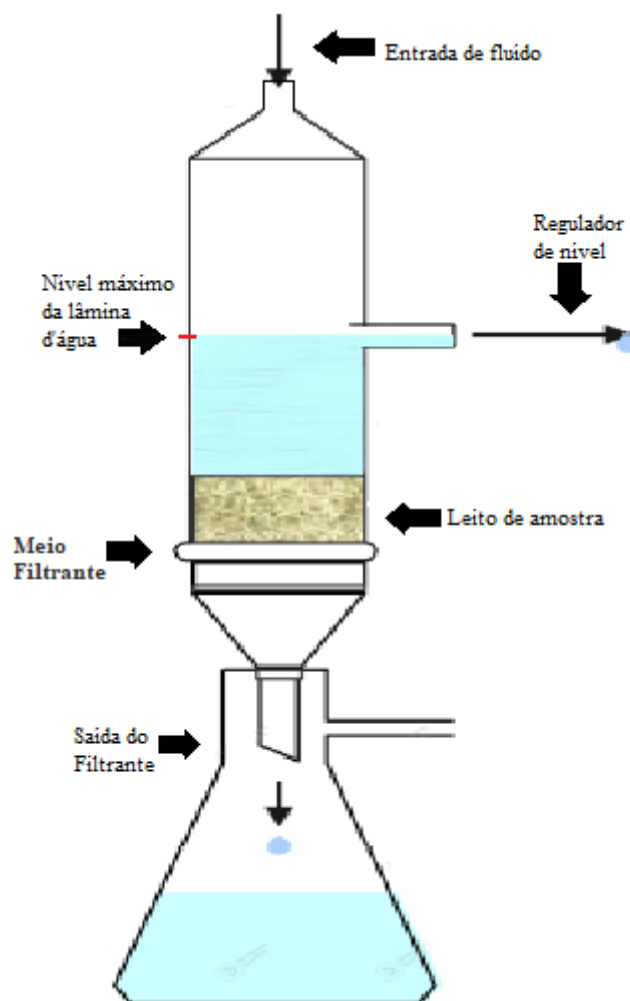
Depois de ajustado o nível da lâmina fluida e a vazão de alimentação, mantinha-se o experimento por dez minutos até todo o sistema estar estável. O fluido que percolava pelo material era coletado no kitassato na parte inferior do cilindro, como pode ser compreendido pela análise da Figura 24.

Uma vez preparado todo o instrumento e verificados os pontos de sensível influência (como: a homogeneidade e regularização da superfície superior do leito poroso, o nivelamento do aparato de ensaio), começava-se o ensaio propriamente dito. O tempo de intervalo de filtração do experimento era então registrado com o auxílio de um cronômetro. Dentro desse período eram retiradas, primeiramente, por meio de uma régua milimétrica, as medidas da altura do corpo de prova e também do nível hidráulico. Por fim, com todos os dados definidos, estes eram posteriormente aplicados nas equações para determinação da permeabilidade.

Depois de terminado o processo, todos os ensaios foram repetidos por duas vezes, visando a ter melhor representatividade estatística dos resultados. E a amostra, por fim, era retirada do instrumento e levada para secar na estufa, de onde seguia para ser arquivada.

Para se determinar a permeabilidade, foram aplicadas as equações 19 e 20 baseadas nas equações e estudos de Darcy. Onde foi possível determinar matematicamente a permeabilidade e também a vazão volumétrica do fluido através do meio poroso para todas as amostras, baseado nos dados retirados nos ensaios em bancada.

Figura 24 — Representação esquemática do sistema do ensaio de permeabilidade



Fonte: arquivo do autor, 2022

#### 4.8 Modelagem empírica: previsão dos parâmetros

Visando a obter um modelo matemático para auxiliar na previsão da porosidade e da permeabilidade dos meios, neste trabalho foi esquematizado um sistema sequencial cíclico, de acordo com a teoria de Bean (2001), baseado nas equações e nas teorias anteriormente vistas aqui.

Dentro do sistema, num primeiro passo, houve a construção de um modelo para prever as distribuições granulométricas de acordo com a equação de Rosin-Rammler truncada (bitolada com tamanho máximo  $x_{max}$ ), como demonstrado na equação 9. Somente indicando o coeficiente de agudez ( $n$ ) e a massa de material desejado, o sistema conseguiria definir a distribuição correta para cada fração analisada, segundo a série Tyler de peneiras.



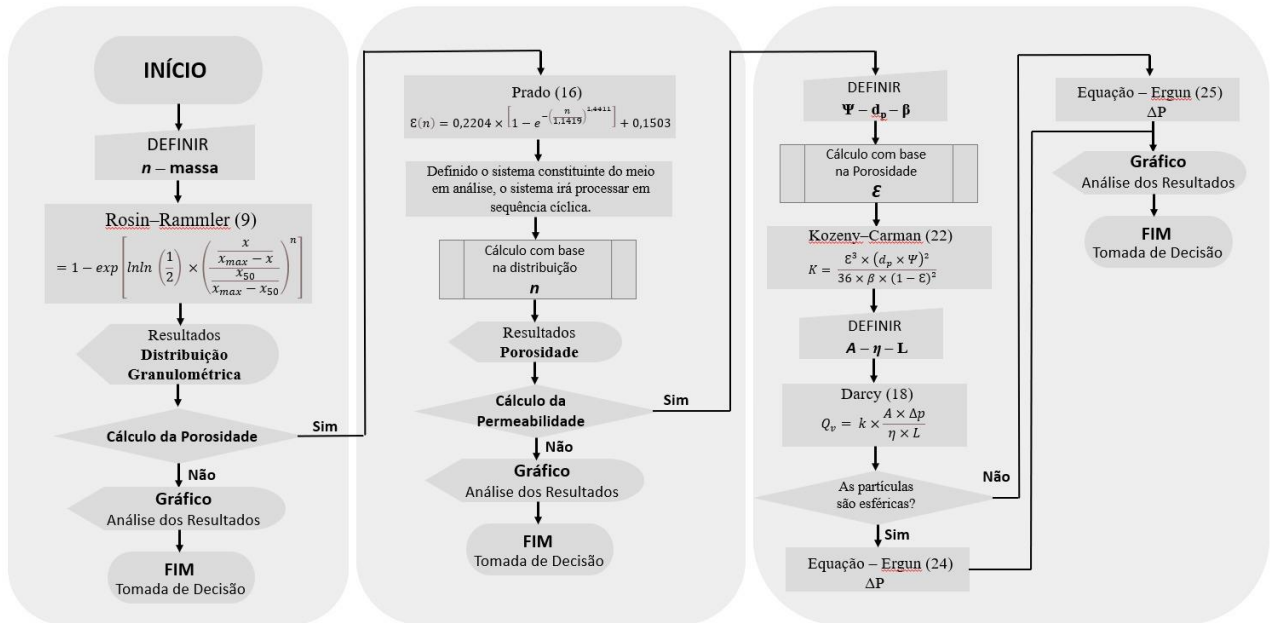
Logo em seguida, o sistema para análise dos dados empíricos, foi aplicado o modelo de prado para determinação das porosidades, em que foi gerado um sistema matemático com foco na equação levantada anteriormente. Através da equação 16, foi possível determinar a porosidade de meios polidispersos não esferoidais, no qual foi aplicado para análise da amostra de areia.

Assim, foi possível determinar as porosidades de acordo com os coeficientes de agudez do sistema, assim trazendo dados mais próximos do real, apresentados nos ensaios em bancada e de acordo com a distribuição granulométrica do material. Ao final dessa etapa, o modelo determinava o resultado da porosidade do meio, para a amostra de areia em correlação a que foi utilizada nos ensaios desse projeto

Para previsão da permeabilidade e outros indicadores que estão ligados ao sistema particulado (perda de carga e vazão volumétrica do fluido percolado), também foi modelado um sistema inteiramente voltado para atuar em conjunto, visto que a permeabilidade é uma propriedade ligada diretamente à porosidade do meio.

Então, para melhor obtenção dos resultados, foi gerado um modelo único, com a dependência entre as fases. Nessa etapa, para determinação da permeabilidade, foi dada ênfase na aplicação da equação de Darcy para cálculo da vazão volumétrica do fluido (equação 18), e através da equação de Konzeny-Carman, foi determinado a permeabilidade (equação 22). Para definição da perda de carga gerada no sistema, foi aplicado dentro do modelo matemático as equações de Ergun, para sistemas com partículas esféricas e não esféricas em leito fixo, equações 24 e 25. Todas as equações foram explanadas anteriormente neste projeto. No fim desse sistema são apresentados os resultados e gerados os gráficos para melhor análise dos dados obtidos. E para uma melhor visão geral, é apresentado o fluxograma esquemático modelado para este projeto, Figura 25.

Figura 25 — Demonstração do fluxograma esquemático das etapas do modelo matemático



Fonte: arquivo do autor, 2023

Na figura anterior é possível verificar as etapas geradas dentro do modelo, no qual cada uma apresenta um vínculo contínuo com a etapa anterior. Assim, formando um modelo que traz maior ligação com o cenário real apresentado no meio, onde é baseado que cada parâmetro estudado dentro desse projeto, tem uma ligação de forte influência um com o outro, como podemos ver que a porosidade é ligada diretamente a distribuição granulométrica das partículas que compõem o meio, e a permeabilidade, que é ligada intrinsecamente com a porosidade do sistema.

Dentro do contexto, é de suma importância reforçar a visão de que o modelo matemático proposto nesse projeto, se trata da elaboração de um circuito primordialmente matemático para previsibilidade dos parâmetros aqui estudados, tais como: porosidade e permeabilidade. O modelo foi embasado nas teorias e trabalhos dos grandes estudiosos das respectivas áreas em foco: distribuição granulométrica, porosidade e permeabilidade.

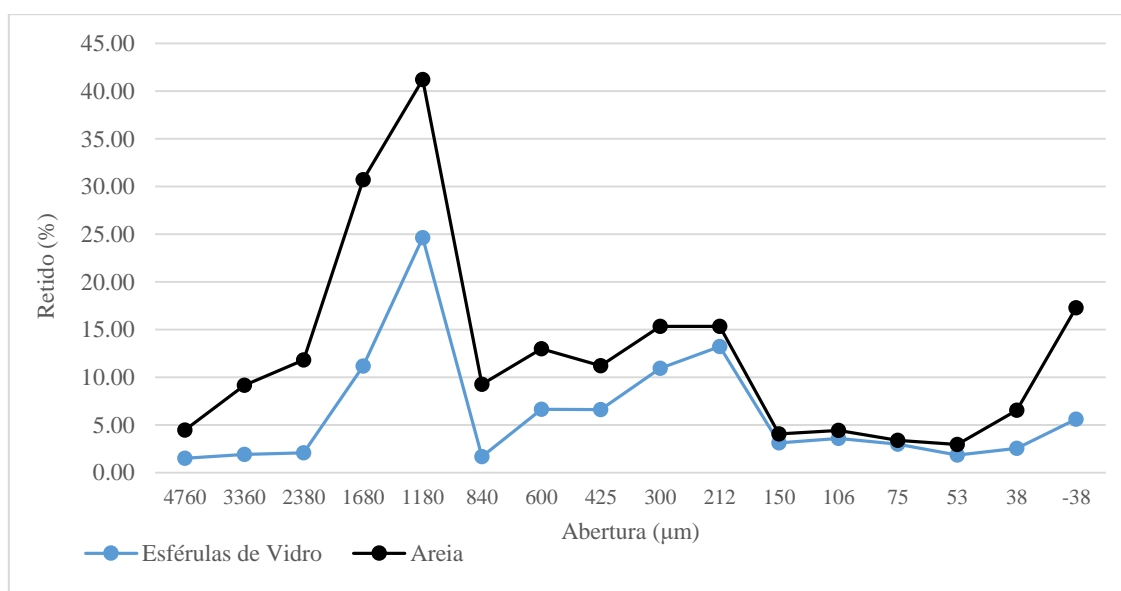
## 5 RESULTADOS

### 5.1 Distribuição Granulométrica

#### 5.1.1 Distribuição Granulométrica Global

As amostras de esférulas de vidro e de areia estavam inicialmente mescladas. A seguir, as distribuições granulométricas globais das duas categorias de amostras (esférulas de vidro e areia) são mostradas na Figura 26. Pelas curvas e massas disponíveis, constatou-se que as duas amostras atenderiam os ensaios subsequentes que foram realizados nesse trabalho.

Figura 26 — Demonstração da distribuição granulométrica global para as duas amostras analisadas



Fonte: arquivo do autor, 2022

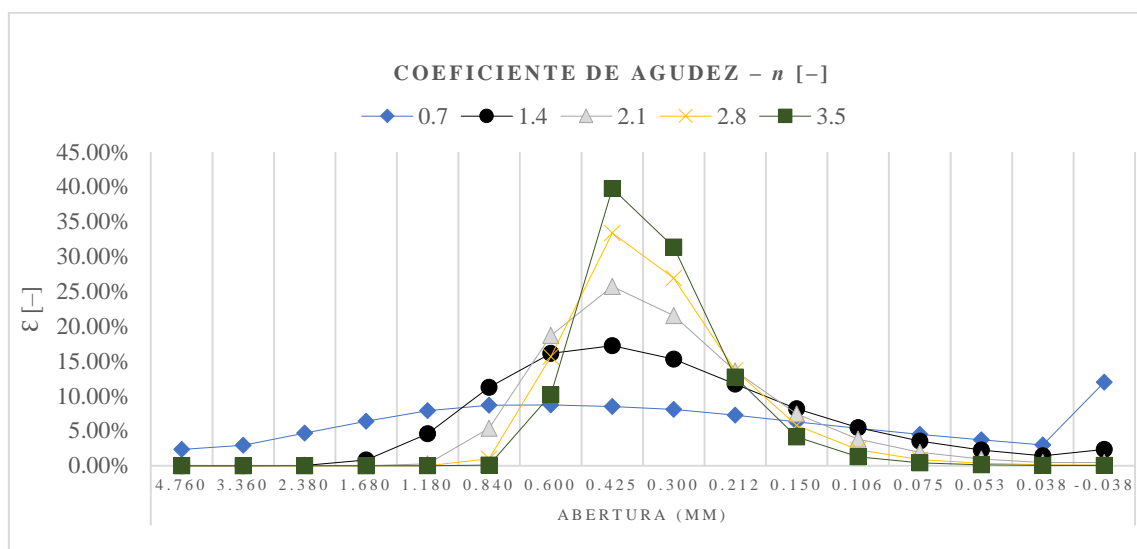
Com a análise realizada, e com a concomitante separação das diversas frações granulométricas, foi possível validar as amostras para utilização nos ensaios, e formular a síntese das amostras, preparadas segundo a distribuição de Rosin-Rammler, de acordo com cinco diferentes coeficientes de agudez definidos no projeto ( $n = 0,7; 1,4; 2,1; 2,8$  e  $3,5$ ).

#### 5.1.2 Distribuição Granulométrica segundo Rosin-Rammler

Através da aplicação da distribuição de Rosin-Rammler (equação 9), conseguimos preparar todos os lotes de amostras para atender os posteriores ensaios de porosidade e permeabilidade, dentro das distribuições granulométricas definidas com cada variação do coeficiente de agudez ( $n$ ).

Em primeira análise, para execução dos ensaios, foram formados cinco lotes de amostras de areia e de esférulas de vidro, dentro dos valores de coeficientes de agudez distintos, como já mencionados anteriormente. Na Figura 27 é possível verificar como ficou a distribuição granulométrica das amostras de acordo com a distribuição de Rosin-Rammler planejada.

Figura 27 — Demonstração da distribuição granulométrica das cinco amostras geradas a partir da equação de Rosin-Rammler, variando o coeficiente de agudez ( $n$ )



Fonte: arquivo do autor, 2022

Os primeiros resultados obtidos nesse projeto foram a visão de como as faixas granulométricas se comportaram em cada lote de amostra. Assim, foi possível confirmar que com o coeficiente de agudez de 0,7 gerou-se uma amostra com a melhor distribuição de massas entre todas as faixas granulométricas analisadas. Quando os valores do coeficiente de agudez foram gradativamente aumentando, as massas foram se concentrando entre as faixas de 0,840 mm e 0,150 mm, e mesmo assim foram geradas as cinco amostras com as distribuições granulométricas distintas em cada uma delas.

## 5.2 Massa Específica

Dentro dos resultados obtidos na análise da massa específica real e aparente das amostras de areia e de esférulas de vidro, que foram obtidas a partir dos métodos de picnometria e proveta, é possível verificar, nas Tabelas 7 e 8, os resultados gerados dos três ensaios realizados em cada faixa granulométrica analisada.

Tabela 7 — Demonstração das massas específicas da amostra de areia

Classe	$\mu\text{m}$	Massa específica real [kg/m <sup>3</sup> ]				Massa específica aparente [kg/m <sup>3</sup> ]			
		Medida 1	Medida 2	Medida 3	Média	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Média
		1	-38	2,299	2,314	2,314	2,309	1,163	1,174
2	38	2,662	2,608	2,662	2,644	1,228	1,222	1,242	1,231
3	53	3,750	2,829	3,046	3,208	1,320	1,312	1,310	1,314
4	75	3,200	2,152	2,500	2,617	1,362	1,382	1,376	1,373
5	106	2,639	2,857	2,712	2,736	1,392	1,403	1,390	1,395
6	150	3,431	2,674	2,662	2,922	1,470	1,454	1,478	1,467
7	212	2,291	2,632	2,619	2,514	1,509	1,479	1,501	1,496
8	300	3,279	2,357	2,772	2,803	1,409	1,394	1,398	1,400
9	425	3,333	2,750	2,640	2,908	1,452	1,423	1,422	1,432
10	600	4,326	2,640	2,618	3,195	1,411	1,418	1,411	1,413
11	840	3,589	2,683	2,646	2,973	1,411	1,415	1,411	1,412
12	1180	2,635	2,636	2,646	2,639	1,388	1,393	1,389	1,390
13	1680	3,138	2,651	2,654	2,814	1,418	1,403	1,409	1,410
14	2380	2,928	2,681	2,676	2,762	1,314	1,322	1,320	1,319
15	3360	2,301	2,735	2,661	2,566	1,316	1,306	1,312	1,311
16	4760	2,004	2,009	2,004	2,006	1,293	1,356	1,311	1,320

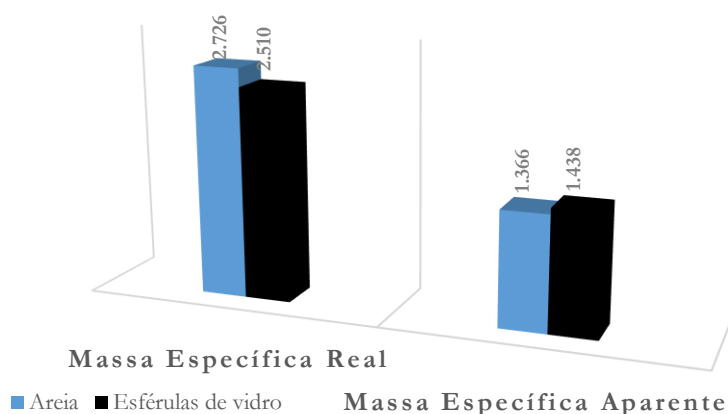
Fonte: arquivo do autor, 2022

Tabela 8 — Demonstração das massas específicas da amostra de esférulas de vidro

Classe	$\mu\text{m}$	Massa específica real [kg/m <sup>3</sup> ]				Massa específica aparente [kg/m <sup>3</sup> ]			
		Medida 1	Medida 2	Medida 3	Média	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Média
		1	-38	2,750	2,564	2,415	2,576	1,457	1,419
2	38	2,750	2,564	2,912	2,742	1,371	1,387	1,379	1,379
3	53	2,750	2,564	2,475	2,596	1,381	1,409	1,391	1,394
4	75	2,469	2,439	2,390	2,433	1,412	1,434	1,420	1,422
5	106	2,778	2,564	2,161	2,501	1,481	1,493	1,489	1,488
6	150	2,573	2,519	2,422	2,505	1,474	1,504	1,486	1,488
7	212	2,188	2,284	2,456	2,309	1,474	1,501	1,492	1,489
8	300	2,544	2,519	2,577	2,547	1,463	1,471	1,468	1,467
9	425	2,500	2,427	2,323	2,417	1,479	1,473	1,472	1,475
10	600	2,676	2,439	2,451	2,522	1,514	1,485	1,502	1,500
11	840	2,469	2,481	2,519	2,490	1,503	1,518	1,506	1,509
12	1180	2,544	2,551	2,831	2,642	1,487	1,512	1,507	1,502
13	1680	2,369	2,438	2,438	2,415	1,404	1,328	1,372	1,368
14	2380	2,494	2,590	2,500	2,528	1,326	1,317	1,327	1,323
15	3360	2,500	2,381	2,381	2,421	1,345	1,330	1,339	1,338
16	4760	2,510	2,498	2,531	2,513	1,452	1,446	1,448	1,449

Como pode ser verificado nas duas tabelas, as massas específicas, tanto aparentes quanto a real, não apresentaram grandes diferenças entre as diversas classes granulométricas para ambas as amostras testadas; contudo, na real, as massas específicas da areia demonstraram uma média relativamente superior em relação às das esférulas de vidro, sendo menor apenas nas classes 1, 2, 12 e 16. Cenário que se inverteu quando analisadas as massas específicas aparentes das duas amostras, em que os resultados da amostra de esférulas de vidro apresentaram estarem moderadamente mais elevados que os das amostras de areia, exceto nas classes 7 e 13. Na Figura 28, é possível verificar de forma mais amplificada, através do gráfico, os dados das massas específicas reais e aparentes das amostras de esférulas de vidro e areia, com base na média geral dos resultados encontrados com todas as frações analisadas para as duas amostras.

Figura 28 — Resultados das médias gerais para as massas específicas reais e aparentes das amostras de esférulas de vidro e areia



Fonte: arquivo do autor, 2022

Ainda em comparação das massas específicas aparentes e reais, pode-se verificar uma discrepância bastante elevada, pois as massas específicas reais apresentaram estar nitidamente superiores em relação aos resultados das massas específicas aparentes, onde o volume dos poros foi contabilizado.

Vale também destacar, que as massas específicas aparentes da areia ficaram menores que as da outra amostra, contrário ao cenário apresentado na análise da real, devido a mesma apresentar uma esfericidade bem menor que a das esférulas de vidro, e com isso, ter gerado uma porosidade maior no sistema no momento de realizar a determinação, e como já mencionado, o método de provetas contabiliza os espaços vazios o que impacta no resultado final encontrado no ensaio.

### 5.3 Análise de Imagem Simplificada

Os resultados gerados na análise com microscópio, e também com suporte da ferramenta computacional *ImageJ*, trazem as dimensões das superfícies das partículas, nas quais os resultados obtidos para a amostra de areia e para de esférulas de vidro, nessa sequência, são demonstrados nas Tabelas 9 e 10.

A análise foi realizada em cada fração, seguindo a série Tyler de peneiras, buscando entender melhor as características das amostras e para posterior aplicação nos estudos do parâmetro cinético da permeabilidade e da porosidade. Foram obtidos os resultados da área projetada, perímetro e circularidade das partículas para melhor entendimento.

Tabela 9 — Resultados da análise da área projetada das frações da amostra de areia

AREIA			
Fração [ $\mu\text{m}$ ]	Área Projetada [ $\text{m}^2$ ]	Perímetro [m]	Circularidade [-]
4760	9,17E-03	4,63E-02	5,37E+01
3360	2,11E-03	1,94E-02	7,02E+01
2380	1,05E-03	1,38E-02	6,94E+01
1680	4,78E-04	9,05E-03	7,34E+01
1180	2,63E-04	6,82E-03	7,10E+01
840	1,41E-04	4,84E-03	7,58E+01
600	7,17E-05	3,39E-03	7,84E+01
425	4,23E-05	2,48E-03	8,67E+01
300	1,31E-05	1,43E-03	8,04E+01
212	7,86E-06	1,04E-03	9,16E+01
150	5,24E-06	8,29E-04	9,60E+01
106	2,37E-06	5,47E-04	9,93E+01
75	1,27E-06	3,72E-04	1,15E+02
53	1,05E-06	3,28E-04	1,23E+02
38	8,99E-07	3,07E-04	1,20E+02
-38	6,93E-08	8,27E-05	1,27E+02

Fonte: arquivo do autor, 2021

Tabela 10 — Resultados da análise da área projetada das frações da amostra de esférulas de vidro

<b>ESFÉRULAS DE VIDRO</b>			
<b>Fração [μm]</b>	<b>Área Projetada [m<sup>2</sup>]</b>	<b>Perímetro [m]</b>	<b>Circularidade [-]</b>
4760	2,33E-03	1,91E-02	8,03E+01
3360	1,27E-03	1,36E-02	8,57E+01
2380	8,79E-04	1,14E-02	8,50E+01
1680	5,07E-04	8,47E-03	8,89E+01
1180	1,88E-04	5,16E-03	8,87E+01
840	9,12E-05	3,56E-03	9,06E+01
600	5,23E-05	2,82E-03	8,26E+01
425	3,05E-05	2,16E-03	8,25E+01
300	1,67E-05	1,72E-03	7,08E+01
212	5,62E-06	8,91E-04	8,91E+01
150	3,19E-06	6,45E-04	9,63E+01
106	2,52E-06	5,66E-04	9,91E+01
75	1,87E-06	4,65E-04	1,09E+02
53	4,84E-07	2,28E-04	1,17E+02
38	4,67E-07	2,31E-04	1,10E+02
-38	4,13E-07	2,09E-04	1,19E+02

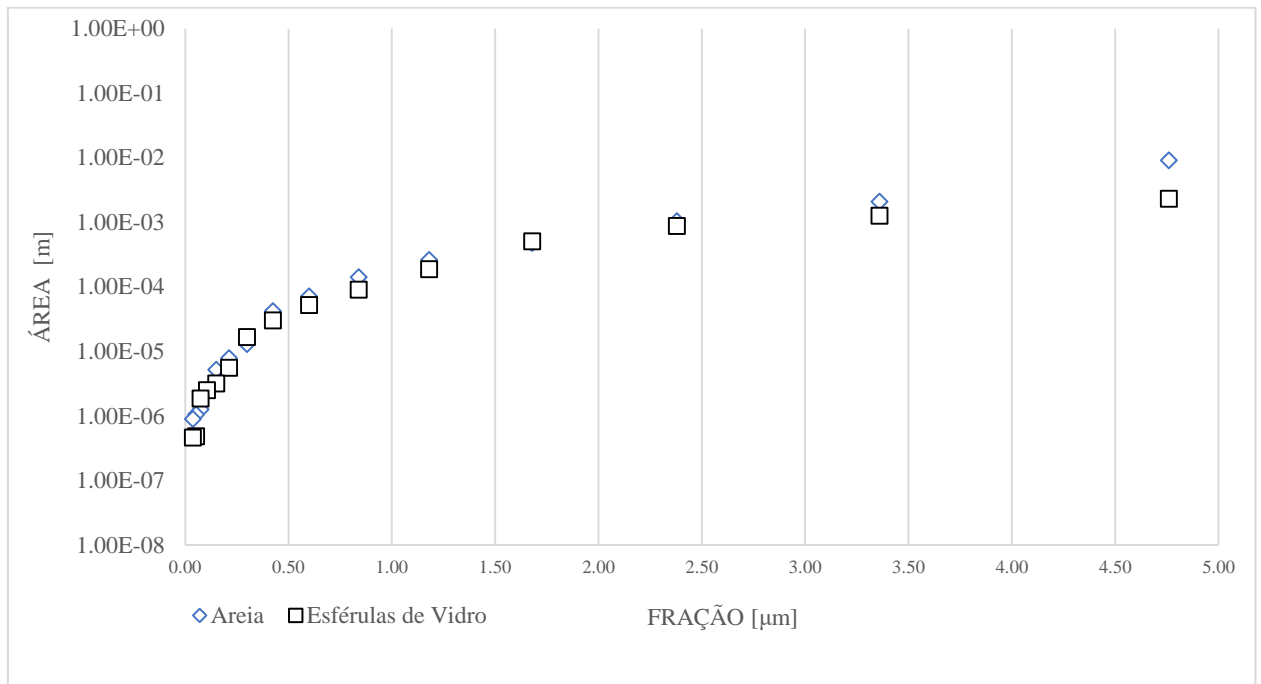
Fonte: arquivo do autor, 2021

Na observação, pode-se verificar que em quase todas as frações analisadas a amostra de areia demonstrou ter uma área superior à das amostras de esférulas de vidro, como demonstrado nas Figuras 29, 30 e 31. Somente em cinco frações (1680, 300, 106, 75 e -38 μm) os resultados da projeção da área da amostra de esférulas de vidro conseguiram superar o da amostra de areia.

Contudo, na média final do somatório de todas as frações, a amostra de areia apresentou ter área e perímetro das partículas superiores àqueles da amostra de esférulas de vidro, fator principalmente ligado ao formato irregular das partículas que compõem a amostra. Porém na análise da circularidade, as partículas da amostra de esférulas de vidro apresentaram ser maiores na metade de todas as frações em comparativo com as de areia, apresentando essa maior tendência nas frações superiores a 600 μm.

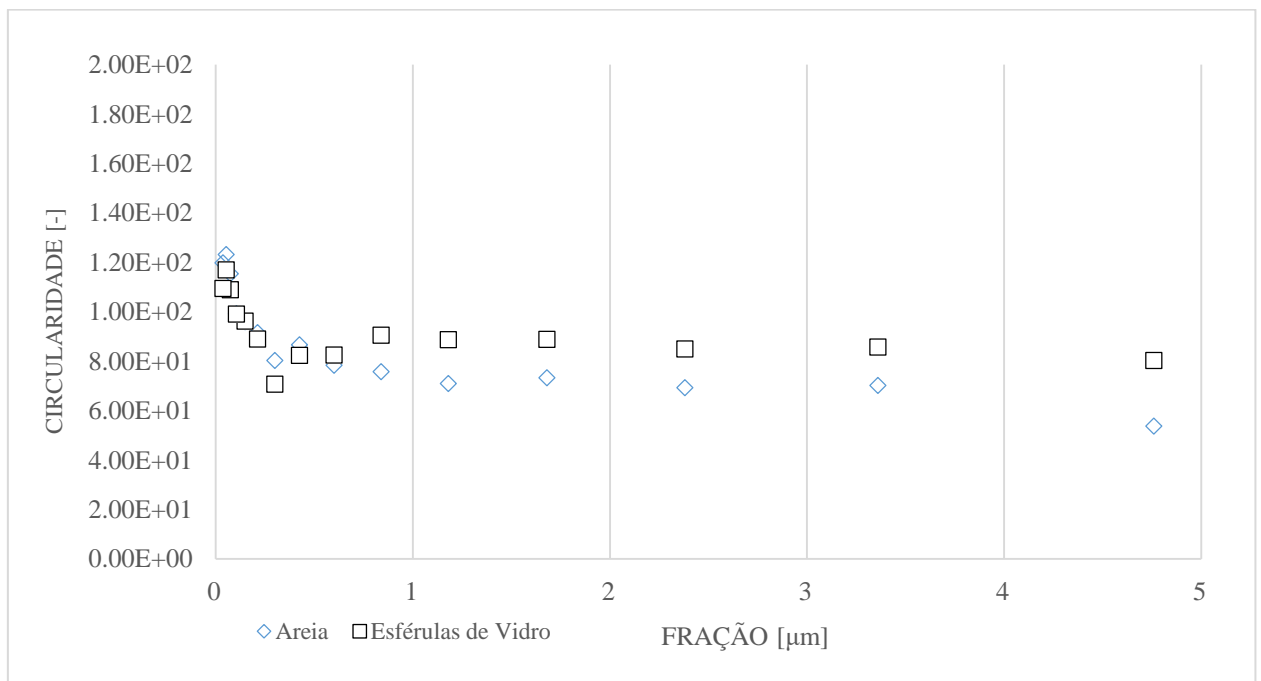


Figura 29 — Resultados da análise da área projetada das partículas das amostras de areia e de esférulas de vidro



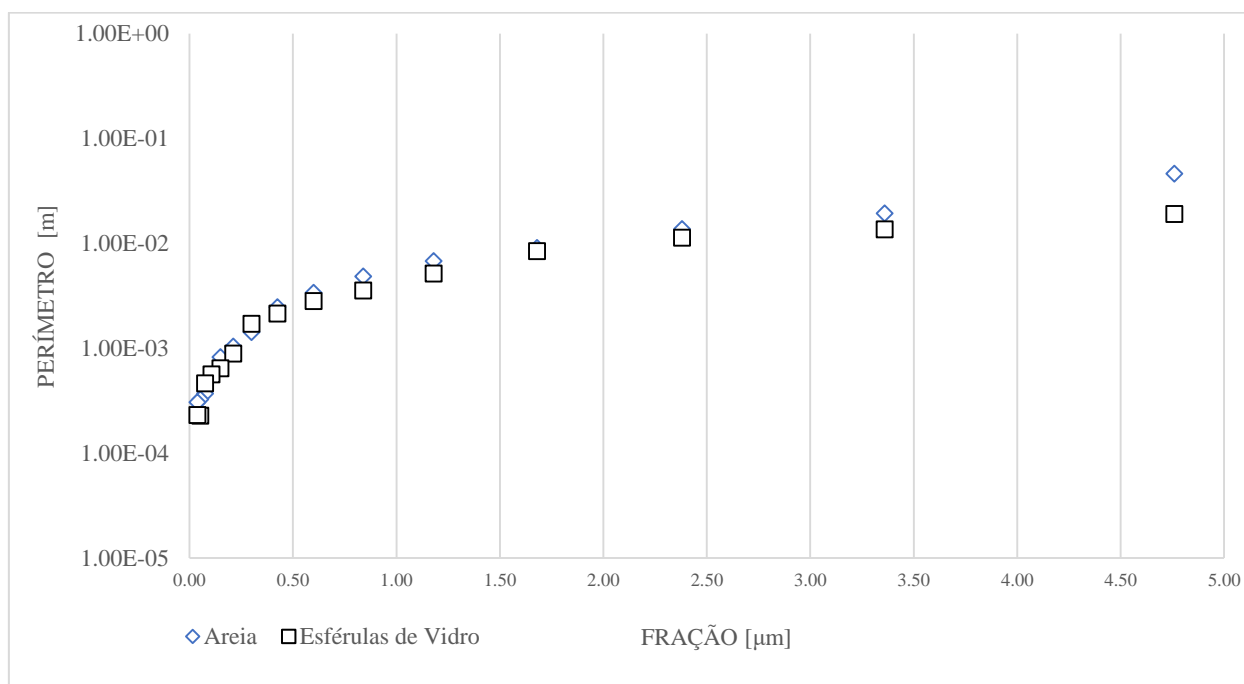
Fonte: arquivo do autor, 2021.

Figura 30 — Resultados da análise da circularidade das partículas das amostras de areia e de esférulas de vidro



Fonte: arquivo do autor, 2021

Figura 31 — Resultados da análise do perímetro das partículas das amostras de areia e de esférulas de vidro



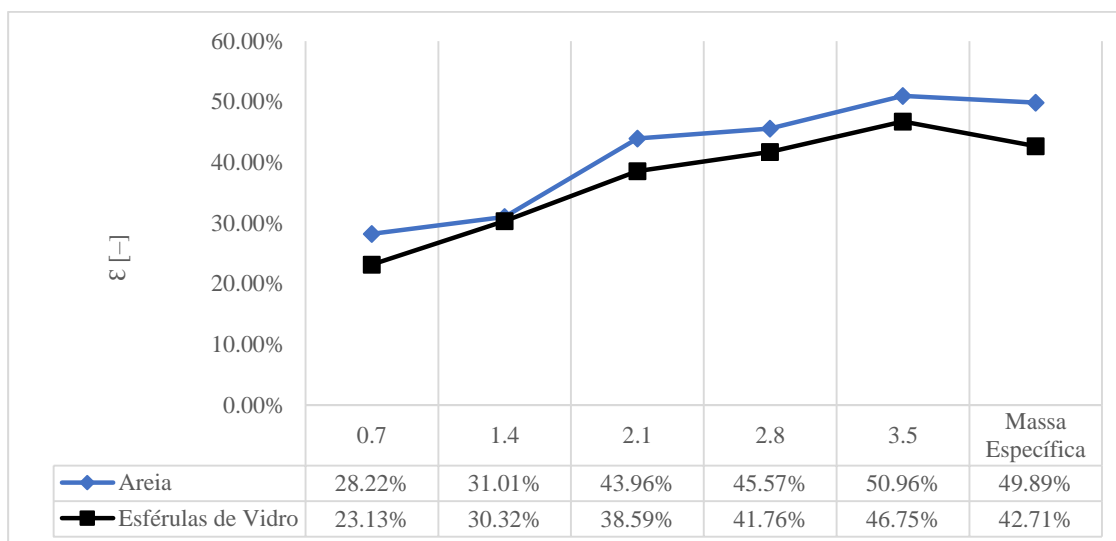
Fonte: arquivo do autor, 2021

#### 5.4 Ensaio de Porosidade

Através dos ensaios, conseguimos obter os dados necessários para serem aplicados nas equações para determinação da porosidade, de acordo com a Figura 32. Conseguimos verificar que a porosidade da areia apresentou ser maior em comparação à da amostra de esférulas de vidro nos cinco graus de coeficiente de agudez utilizados nos experimentos.

Assim, à medida que o grau de coeficiente de agudez da distribuição granulométrica aumentava, a porosidade do sistema também seguia a elevação gradativamente. E mesmo com as partículas ficando mais concentradas entre as faixas de 840 μm e 150 μm, e diminuindo ligeiramente nas outras faixas, de acordo com o aumento do nível do coeficiente de agudez dos ensaios, a porosidade continuou apresentando uma elevação considerável.

Figura 32 — Resultados dos ensaios de porosidade



Fonte: arquivo do autor, 2021

Além disso, para análise comparativa, foi determinada a porosidade das duas amostras por meio dos dados das massas específicas real e aparentes dos materiais (média geral). Assim, conseguimos verificar que esses resultados ficaram distantes de maior parte daqueles encontrados por meio dos ensaios laboratoriais, ficando somente mais próximos dos dados obtidos no ensaio com o coeficiente de agudez de 3,5 para areia, e 2,8 em relação à amostra de esférulas de vidro.

Então, na análise da porosidade podemos ressaltar dois pontos importantes, o primeiro que até Valadares e Luz (2004) evidenciaram em estudos anteriores e que foi comprovado nesse trabalho, que é a forte ligação entre o coeficiente de agudez com a porosidade do meio, podemos ver claramente, como o crescimento gradual da porosidade aconteceu junto com o aumento da agudez entre as amostras. E em segundo, é importante destacar o ponto que quanto menor a esfericidade, maior será a porosidade para o leito empacotado ao acaso, o que explica a areia ficar maior que as esférulas de vidro, em todas as análises realizadas nos ensaios.

Evidenciando que a porosidade do leito aumenta à medida que as partículas se afastam da forma esférica, ou seja, a esfericidade se afasta do valor unitário.

Sendo assim, usando-se apenas a equação 28, não é possível representar a porosidade real dos meios granulares, pelo motivo de não serem levadas em consideração as distribuições granulométricas envolvidas no meio que compõe as amostras, dando mais

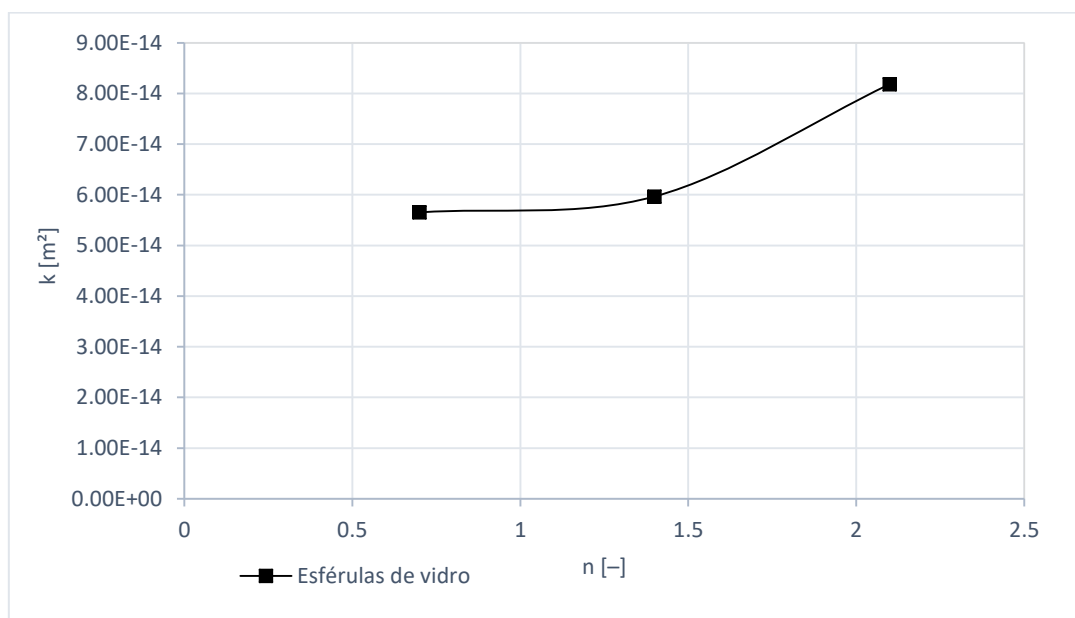
relevância aos estudos com aplicação da equação que anexa o dado de coeficiente de agudez do sistema para se determinar a porosidade do meio em estudo.

## 5.5 Ensaio de determinação de permeabilidade

### 5.5.1 Primeira campanha para estudo da permeabilidade

Através dos ensaios em bancada usando o aparato constituído para a execução da primeira campanha, conseguimos determinar os parâmetros cinéticos de permeabilidade nas três amostras de esférulas de vidro. Na Figura 33 é possível verificar os resultados obtidos nos ensaios de permeabilidade dessa campanha.

Figura 33 — Resultados dos ensaios da primeira campanha de permeabilidade, com as amostras de esférulas de vidro em três coeficientes de agudez ( $n$ )



Fonte: arquivo do autor, 2022

Em análise dos resultados obtidos, foi possível verificar um crescimento gradual entre os valores encontrados nos três coeficientes de agudez aplicados nesse ensaio, em virtude principalmente por conta de seguir a tendência da porosidade que foi aumentando na mesma linha lógica como pode ser avaliado na Tabela 11.

Destacando o ponto alto gerado no coeficiente de agudez de 2,1, que apresentou ter um crescimento mais elevado na permeabilidade do que nos outros dois ensaios realizados anteriormente, com os coeficientes de agudez das amostras de 0,7 e 1,4. Fator que está ligado diretamente a porosidade da amostra de 2,1, que também apresentou um salto em comparativo com as outras duas analisadas.

Já com os primeiros resultados encontrados nos ensaios, verificou-se discrepância muito alta dos valores dos parâmetros cinéticos de permeabilidade, ficando bem menores em comparativo com os dados encontrados por estudos teóricos presentes em literatura, em análise realizadas com materiais similares.

Na Tabela 11 é apresentado os dados obtidos através dos ensaios de permeabilidade, gerados nessa primeira campanha de experimentos. Dentro desse ensaio foi definido a porosidade própria, encontrada no funil de Büchner, onde se utilizou da equação 12 para determinar esse dado, como também aplicado no estudo desse parâmetro nos ensaios anteriores.

Tabela 11 — Demonstração dos dados obtidos com a primeira campanha de ensaio de permeabilidade realizados com a amostra de esférulas de vidro em três diferentes coeficientes de agudez

<b>Amostra: esférulas de vidro</b>			
n [-]	0,7	1,4	2,1
k [m <sup>2</sup> ]	5,65E-14	5,97E-14	8,19E-14
Q <sub>v</sub> [m <sup>3</sup> /s]	8,817E-07	9,050E-07	8,858E-07
ε [-]	26,98%	32,82%	38,27%

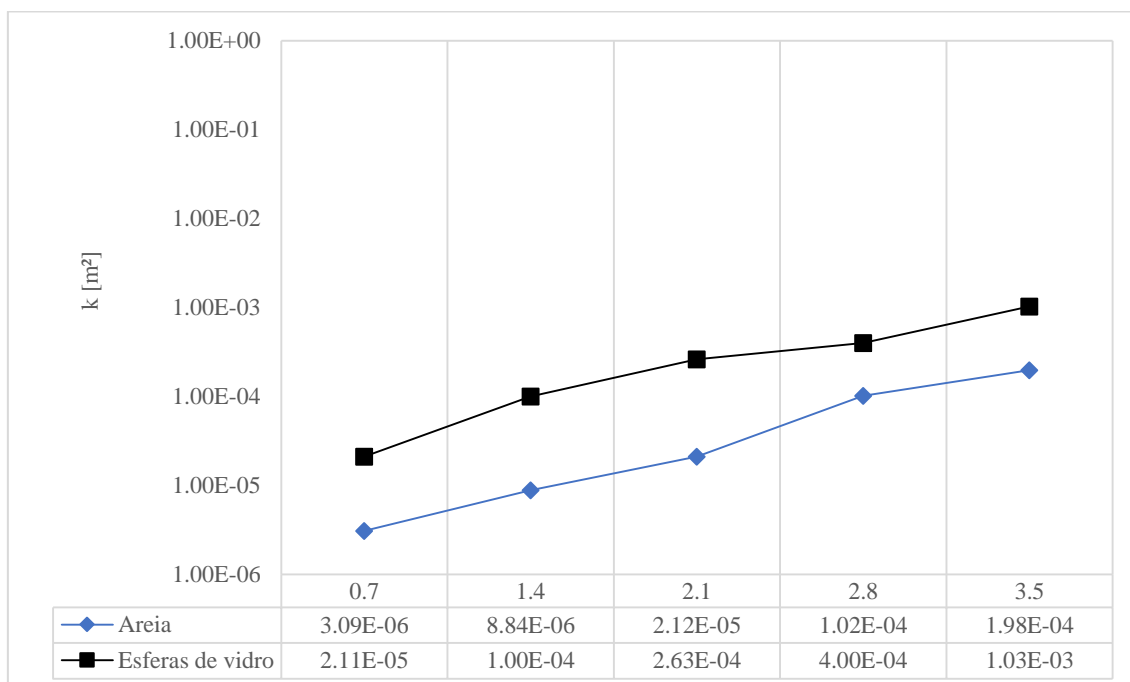
Fonte: arquivo do autor, 2022

Em vista dessa alta discordância com os dados encontrados em consulta a outros estudos, foi o ponto decisivo para a tomada de decisão em não continuar a execução dos ensaios de permeabilidade utilizando-se esse modelo e aparato laboratorial. Finalizando a campanha de ensaios, aplicando-a somente às amostras de esférulas de vidro e somente para três coeficientes de agudez (0,7, 1,4 e 2,1).

### *5.5.2 Segunda campanha para estudo da permeabilidade*

Por meio dos ensaios em bancada utilizando o aparato mencionado anteriormente para a segunda campanha, conseguimos determinar a permeabilidade nas amostras de esférulas de vidro e de areia. Na Figura 34 é possível verificar os resultados dos ensaios de permeabilidade.

Figura 34 — Resultados obtidos com a segunda campanha de ensaios de permeabilidade com as amostras de esférulas de vidro e de areia, nas diferentes distribuições granulométricas geradas com a variação do coeficiente de agudez ( $n$ )



Fonte: arquivo do autor, 2022

Verifica-se que quando o coeficiente de agudez da distribuição granulométrica que compunha as amostras aumenta, aumenta o valor da permeabilidade. E mesmo com essa diferença da permeabilidade entre as amostras, foi definido que, à medida que o coeficiente de agudez aumenta, a porosidade segue elevando-se. Por consequência final, tem-se que a permeabilidade é diretamente impactado e segue também a mesma linha lógica, como é possível verificar nas Tabelas 12 e 13.

Tabela 12 — Demonstração comparativa entre o aumento do coeficiente de agudez das amostras, com o impacto nos dados de porosidade e da permeabilidade dos ensaios com amostras de areia

<b>Amostra: areia</b>					
n [-]	0,7	1,4	2,1	2,8	3,5
k [m²]	3,09E-06	8,84E-06	2,12E-05	1,02E-04	1,98E-04
Q <sub>v</sub> [m³/s]	9,78E-08	3,18E-07	5,97E-07	2,67E-06	5,01E-06
ε [-]	28,22%	31,01%	43,96%	45,57%	50,96%

Fonte: arquivo do autor, 2022

Tabela 13 — Demonstração comparativa entre o aumento do coeficiente de agudez das amostras, com o impacto nos dados de porosidade e da permeabilidade dos experimentos com amostras de esférulas de vidro

<b>Amostra: esférulas de vidro</b>					
n [-]	0,7	1,4	2,1	2,8	3,5
k [m <sup>2</sup> ]	2,11E-05	1,00E-04	2,63E-04	4,00E-04	1,03E-03
Q <sub>v</sub> [m <sup>3</sup> /s]	8,99E-07	2,64E-06	7,40E-06	1,05E-05	2,48E-05
ε [-]	23,13%	30,32%	38,59%	41,76%	46,75%

Fonte: arquivo do autor, 2022

Em comparativo com os dados obtidos entre as duas amostras, de areia e de esférulas de vidro, é possível verificar que a amostra de areia apresentou maior porosidade, porém dados da permeabilidade e de vazão volumétrica bem abaixo em relação aos das esférulas de vidro, tendência que deve ter sido afetada devido a forma das partículas e também pelo arranjo do material dentro do aparato experimental. Como as partículas de areia são irregulares, devem ter gerado um sistema onde os poros evidenciaram tortuosidades e estrangulamentos, impactando diretamente o fluxo de fluido no sistema, assim gerando resultados menores que os apresentados para as esférulas de vidro.

Como já mencionado em estudos anteriores, quanto menor a esfericidade de um material, maior será sua porosidade e isso é notado e verificado neste estudo, entre as amostras de areia e de esférulas de vidro. A maior porosidade afeta todo os outros parâmetros estudados, mas é de extrema importância ser pontuado que outras propriedades podem afetar o sistema, como o arranjo e a forma das partículas no meio granular. Na Tabela 14 são verificadas as esfericidades das duas amostras estudadas.

Tabela 14 — Representação dos resultados obtidos para a esfericidade dos materiais de areia e de esférulas de vidro

<b>Esfericidade – Ψ</b>	
Areia	0,40
Esférulas de vidro	1,00

Fonte: arquivo do autor, 2022

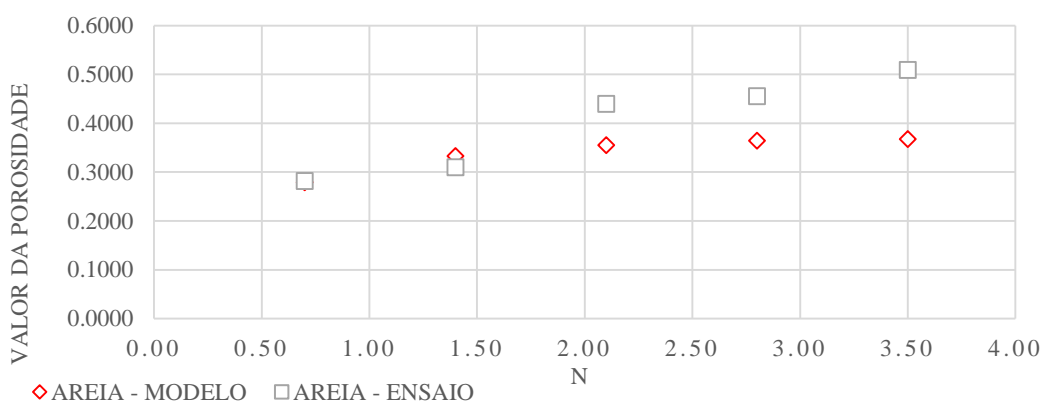
## 6 ANÁLISE DA VALIDADE DOS MODELOS EMPIRÍCOS

Dentro do trabalho também foram realizadas análises empíricas para previsão da permeabilidade e porosidade dos sistemas, com o objetivo de se preverem resultados sem a necessidade de realização de ensaios.

### 6.1 Análise da validade do modelo de Prado aos dados empíricos

Na Figura 35 é possível visualizar os resultados encontrados por meio da modelagem, em comparativo com os dados obtidos nos ensaios com as amostras de areia realizados em bancada no laboratório.

Figura 35 — Representação comparativa dos resultados obtidos através da modelagem matemática com os dados dos ensaios laboratoriais



Fonte: arquivo do autor, 2022

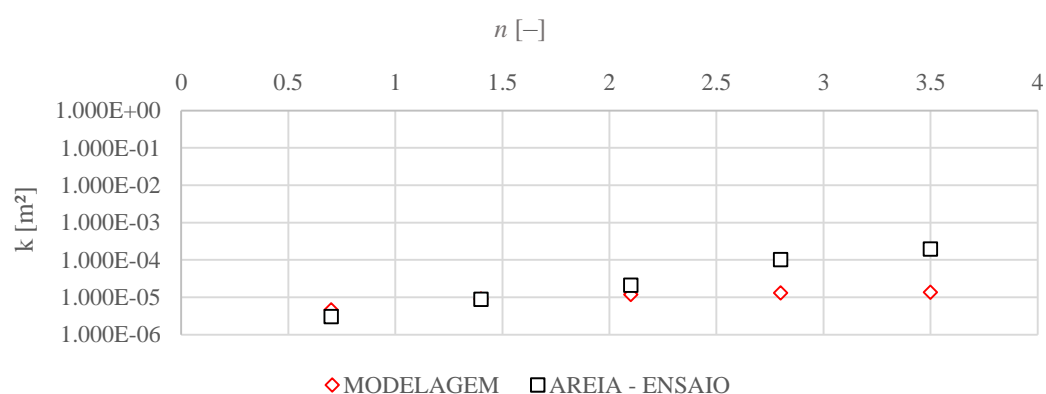
Os resultados mostram que, quando gradativamente o coeficiente de agudez dos ensaios foi aumentando, os resultados do modelamento foram se apresentando um pouco mais baixos do que os obtidos nos ensaios em bancada. Mas seguindo a mesma tendência praticada nos ensaios, onde a porosidade da areia se manteve com crescimento gradual com a elevação da agudez do sistema. Naturalmente, pelo fato de os ensaios que serviram de base à equação preditora da porosidade (levados a cabo por Prado e colaboradores, 2022) terem sido efetuados com esférulas de vidro, o nível de compactação seria maior do que o obtido com partículas com esfericidade menor (pelas anfractuosidades e vilosidades associadas às partículas não esferoidais). Assim, com maior bitolamento do sistema particulado (maior coeficiente de agudez), esse efeito fica mais visível.



## 6.2 Previsão da permeabilidade

Já na modelagem visando prever a permeabilidade e demais variáveis ligados a ele, nas Figura 36 e 37 é possível visualizar os resultados obtidos através da modelagem matemática em comparativo com os resultados encontrados nos ensaios em bancada com as amostras de areia e de esférulas de vidro.

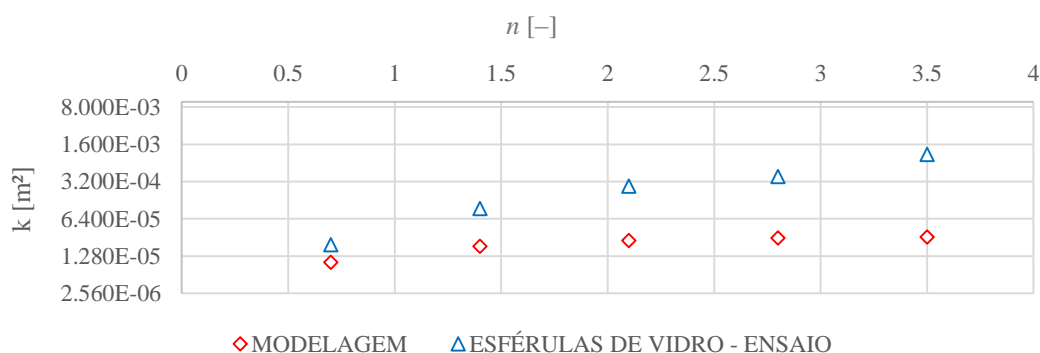
Figura 36 — Representação gráfica dos resultados obtidos através da modelagem matemática em comparativo dos dados encontrados nos ensaios em bancada com amostra de areia



Fonte: arquivo do autor, 2022

Verifica-se, na Figura 36, nitidamente que os resultados obtidos através da modelagem chegaram bem próximos dos resultados encontrados nos ensaios com as amostras de areia. Porém é possível visualizar que nos dois últimos ensaios em que os coeficientes de agudez estavam maiores, os resultados ficaram um pouco distantes dos obtidos por meio da modelagem. A explicação disso é a mesma dada no item anterior.

Figura 37 — Representação gráfica dos resultados obtidos através da modelagem matemática em comparativo dos dados encontrados nos ensaios em bancada com amostra de esférulas de vidro



Fonte: arquivo do autor, 2022

Já na Figura 37, que revela um comparativo entre os resultados da modelagem matemática com os dos ensaios em bancada utilizando as amostras de esférulas de vidro, foi possível verificar que os resultados apresentaram certa diferença visível entre todas as amostras. E à medida que se aumentava o coeficiente de agudez do ensaio, crescia também a diferença entre os resultados, notando-se, além disso, que a modelagem matemática apresentou uma elevação mais constante em comparativo do apresentado nos ensaios em bancada, em que os resultados tiveram um aumento elevado entre um experimento e outro.

Visando o aproveitamento do sistema, foi aperfeiçoada a modelagem matemática para poder determinar, entre os dados já apresentados, outros resultados que são de fundamental importância nos estudos da permeabilidade. Nas Tabelas 15 e 16 é possível verificar os resultados.

Tabela 15 — Representação dos resultados obtidos através da modelagem matemática para a amostra de areia

<b>n [-]</b>	<b><math>\epsilon</math> [-]</b>	<b>Desvio Padrão <math>\epsilon</math> [-]</b>	<b>k [m<sup>2</sup>]</b>	<b>Desvio Padrão k [m<sup>2</sup>]</b>	<b><math>\Delta p</math> [Pa]</b>	<b>Q<sub>v</sub> [m<sup>3</sup>/s]</b>
0,7	0,2796	0,0018	4,636E-06	1,121E-06	9,533E-12	1,470E-07
1,4	0,3330	0,2355	9,141E-06	2,128E-07	9,533E-12	2,899E-07
2,1	0,3551	0,0597	1,186E-05	6,607E-06	9,533E-12	3,760E-07
2,8	0,3643	0,0647	1,316E-05	6,282E-05	9,533E-12	4,175E-07
3,5	0,3680	0,1001	1,374E-05	1,303E-04	9,533E-12	4,358E-07

Fonte: arquivo do autor, 2022

Tabela 16 — Representação dos resultados obtidos através da modelagem matemática para a amostra de esférulas de vidro

<b>n [-]</b>	<b><math>\epsilon</math> [-]</b>	<b>Desvio Padrão <math>\epsilon</math> [-]</b>	<b>k [m<sup>2</sup>]</b>	<b>Desvio Padrão k [m<sup>2</sup>]</b>	<b><math>\Delta p</math> [Pa]</b>	<b>Q<sub>v</sub> [m<sup>3</sup>/s]</b>
0,7	0,2073	0,0365	9,890E-06	7,927E-06	9,533E-12	3,136E-07
1,4	0,2707	0,0306	1,950E-05	5,692E-05	9,533E-12	6,184E-07
2,1	0,3064	0,0244	2,529E-05	1,681E-04	9,533E-12	8,021E-07
2,8	0,3281	0,0186	2,808E-05	2,630E-04	9,533E-12	8,906E-07
3,5	0,3417	0,0131	2,931E-05	2,931E-05	9,533E-12	9,296E-07

Fonte: arquivo do autor, 2022

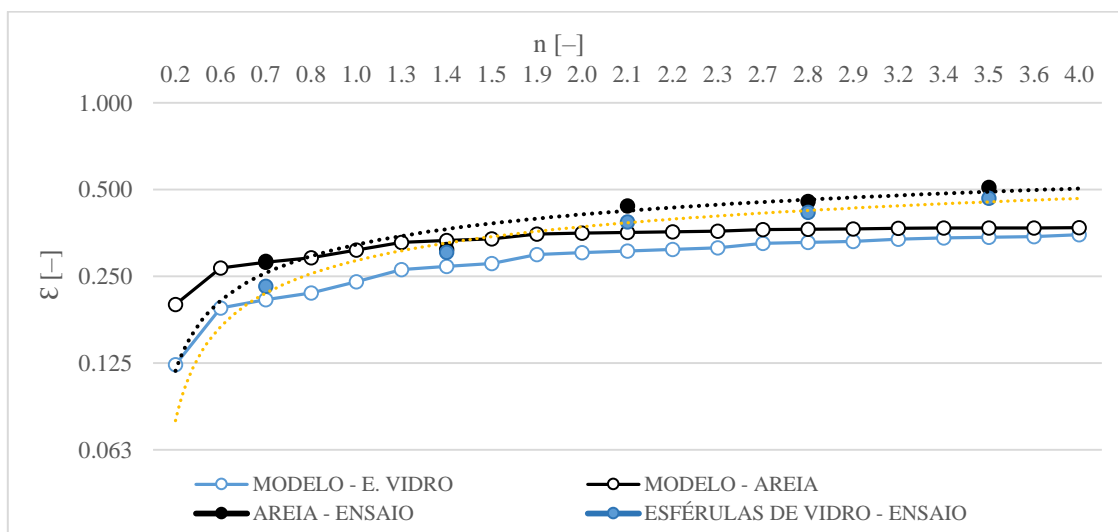
Para determinação da vazão volumétrica do fluido através do meio poroso (Q<sub>v</sub>) do sistema, foi aplicada a equação 18; já para a obtenção da perda de carga ( $\Delta p$ ) do sistema, foi dado destaque nas equações 24 e 25. As equações também foram detalhadas

anteriormente neste trabalho. Assim, foi possível obter, através dos resultados, uma visualização para os dois sistemas (areia e esférulas de vidro), sendo uma ajuda para entender melhor todo o meio envolvido, em que a perda de carga se manteve constante e a vazão volumétrica nos dois ensaios foi seguindo o aumento constante da permeabilidade em virtude das mudanças dos coeficientes de agudez.

### 6.3 Análise do modelo de validade estendida

Para se ter uma melhor visão acerca dos resultados e da performance do modelo matemático, gerou-se um gráfico com dados obtidos em ensaios com 21 diferentes coeficientes de agudez, dentro do intervalo de coeficientes entre 0,2 e 4,0, em virtude que são os cenários mais encontrados na natureza (e na prática industrial). Nas Figuras 38 e 39 é possível visualizar as tendências.

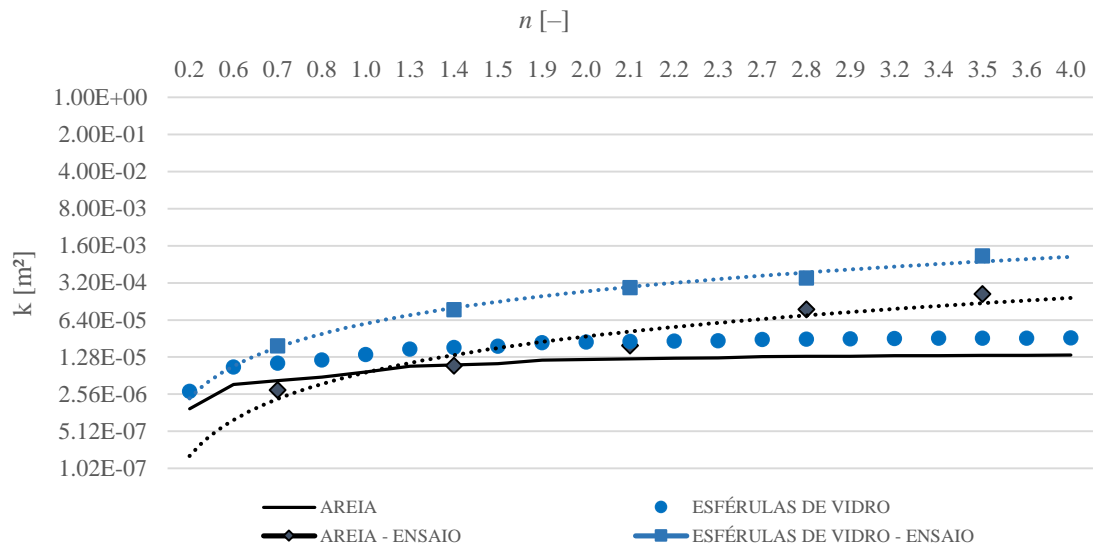
Figura 38 — Representação esquemática dos resultados obtidos através da modelagem matemática da porosidade em comparativo com os resultados dos ensaios em bancada



Fonte: arquivo do autor, 2022

Na Figura 38 verifica-se como o modelo matemático para previsão da porosidade se comportou em comparação aos resultados gerados por meio dos ensaios em bancada com as amostras de areia e de esférulas de vidro. Com a geração de mais resultados, com diferentes coeficientes de agudez, foi possível verificar melhor que os modelos de previsão chegaram resultados bem próximos dos encontrados nos ensaios e seguindo a mesma tendência de evolução, demonstrando sua eficácia e sua confiabilidade.

Figura 39 — Representação esquemática dos resultados obtidos através da modelagem matemática da permeabilidade em comparativo com os resultados dos ensaios em bancada



Fonte: arquivo do autor, 2022

Na Figura 39, observam-se os resultados gerados com o modelo para os 21 diferentes coeficientes de agudez, dentro do intervalo de 0,2 e 4,0, acompanhando os cenários gerados do estudo da porosidade. O modelo de previsão para amostra de areia trouxe resultados bem próximos dos praticados nos ensaios com a mesma amostra, mas os resultados obtidos para as esférulas de vidro se mantiveram com uma diferença nítida, aumentando de acordo com a elevação do coeficiente de agudez. Mas é importante destacar que os modelos seguiram a mesma tendência afirmada nos ensaios, onde os parâmetros cinéticos de permeabilidade das esférulas de vidro se mantiveram superiores aos encontrados com a as das amostras de areia.

Essas pequenas diferenças notadas entre os resultados obtidos para esférulas de vidro podem estar ligadas, principalmente, ao fato de nesse modelo os resultados serem calculados em cima de dados fixados na literatura, o que pode contribuir para o erro sistemático, como, por exemplo, a esfericidade da amostra.

## 7 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi possível realizar diversos estudos de forma simples, com custos baixos, e capazes de atender aos requisitos científicos e de qualidade na entrega de resultados, e modelos que possam ser usados em pesquisas fora dos campos acadêmicos e para trabalhos futuros.

Conseguiu-se entender melhor as características morfométricas das amostras e seus impactos no sistema. Como a esfericidade das amostras encontradas com base nos valores das análises das áreas superficiais projetadas das partículas, que trouxeram um embasamento maior para entender os resultados das massas específicas aparentes e reais.

Já no estudo da porosidade, evidenciou-se o impacto que traz a variação do coeficiente de agudez e da esfericidade das amostras. Trazendo uma obtenção de porosidades crescentes de acordo com que aumentava o coeficiente de agudez entre as amostras geradas. E os resultados da porosidade também aumentou para a amostra de areia com relação a das esférulas de vidro, por apresentar partículas que se afastaram da forma esférica (com esfericidade menor em comparação a da outra amostra).

Nos ensaios de permeabilidade aplicados na segunda campanha, que foi decidida como modelo padrão para realização desse estudo, utilizaram-se as amostras de esférulas de vidro e de areia. Onde se verificou que a mudança das distribuições granulométricas das amostras impacta diretamente na porosidade, que, por fim, afeta o escoamento intersticial do fluido, trazendo uma maior permeabilidade, de acordo com a elevação das porosidades das amostras, mostrando uma ligação direta entre as propriedades.

E mesmo tendo uma esfericidade menor e uma porosidade maior, no caso da areia, a mesma apresentou ter uma permeabilidade menor que as das esférulas de vidro, fator principalmente ligado a teoria, que quanto mais poroso o material, com menor esfericidade, e mais disperso no sistema, mais dificuldades o meio apresenta para o fluxo do fluido entre as partículas. O que levou a inverter os cenários dos resultados nesse ensaio em comparação aos encontrados na porosidade.

O modelo matemático empregado conseguiu boa aderência aos dados apesar da variabilidade dos resultados de porosidade e da permeabilidade em comparativo com os resultados gerados nos ensaios em bancada, principalmente nos coeficientes de agudez maiores. Demonstrado ser uma modelo bastante aplicável e confiável para os coeficientes de agudez abaixo de 2,1.

O modelo matemático desenvolvido demonstrou ser uma ferramenta útil para dar um norte a uma aplicação prática, porém não eliminando a importância e eficácia dos ensaios em bancada.

## **8 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS**

Para trabalhos futuros que desejam seguir a linha de estudo praticado aqui, é interessante pontuar que será de extrema funcionalidade continuar o aprofundamento em conhecer melhor os materiais estudados, assim conseguindo trazer outros parâmetros que poderão somar aos já aplicados, para resultar em dados mais próximos do real praticado fora dos laboratórios.

Será de extrema conveniência também para os trabalhos futuros, examinar os parâmetros das equações utilizadas, prosseguir com a verificação da aderência aos modelos desenvolvidos ou mesmo a amplificação da aplicação de fatores de correção segundo a variação da esfericidade das partículas.

É também importante seguir no aperfeiçoamento dos modelos gerados neste estudo, o que servirá de grande valia em atividades práticas, nas quais será possível melhorar os parâmetros para atender outros diferentes materiais, tornando-os ainda mais genéricos e realistas para os diferentes meios em que suas aplicações sejam úteis. Dessa forma, é pertinente realizar mais ensaios práticos, com mais coeficientes de agudez e utilizando outros diferentes materiais nos experimentos, para aumentar a confiabilidade dos modelos gerados nesse estudo.

## REFERÊNCIAS

- ALLEN, T. *Particle size measurement: surface area and pore size determination*. London: Chapman & Hall, 1997. Vol. 2.
- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 2, n. 2, 2009.
- ALMEIDA, S. L. M.; LUZ, A. B.; MONTE, M. 8. M., SAMPAIO, J. A. *Tratamento de Minérios*. 3. ed. Rio de Janeiro: CETEM, 2002.
- ALMEIDA, W. M. L.; ARAÚJO, L. J.; BISOGNIN, E. *Práticas de modelagem na educação matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas*. Londrina: EDUEL, 2011.
- ANDEREGG, F. O. Grading Aggregates II. The Application of Mathematical Formulas to Mortars. *Industrial & Engineering Chemistry*, v. 23, n. 9, p. 1058-1064, 1931.
- BEAN, D. O que é Modelagem Matemática? *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, ano 8, 2001.
- BERKER, R. *Intégration des Équations du Mouvement d'un Fluide Visqueux Incompressible*. Berlim: s. e., 1963. Vol. VIII/2.
- BERNARDO, L.; ORDOÑEZ, F. R. M.; WIECHETECK, G. K. Determinação experimental da porosidade e do coeficiente de esfericidade de carvão antracitoso utilizado na filtração. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental, 19. Feira Internacional de Tecnologias de Saneamento Ambiental. *Anais...* Foz do Iguaçu – Brasil: Associação Brasileira de Engenharia Sanitária e Ambiental, 1997.
- BORKOVEC, M.; DE PARIS, W.; PEIKERT, R. The fractal dimension of the apollonian sphere packing. *Fractals*, v. 2, n. 4, p. 521-526, 1994.
- CHAVES, Arthur Pinto. *Teoria e Prática do Tratamento de Minérios*. 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 1996.
- CIFUENTES, J. C.; NEGRELLI, L. G. A modelagem matemática: uma epistemologia da matemática aplicada. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática – CNMEM, Londrina, 2009. *Anais...* Londrina: CNMEM, 2009.
- COSTA, T.; LANÇA, R. *Escoamento em Meios Porosos*. Faro: Escola de Tecnologia; Universidade do Algarve, 2001.
- ECO EDUCACIONAL, NCD INDÚSTRIA E COMÉRCIO DE EQUIPAMENTOS DIDÁTICOS LTDA. *Experimento de Escoamento em Meios Porosos: Determinação da Perda de Carga e de Fluidização – Sistema Sólido-Líquido (Roteiro de Aula Prática)*. São José, 2014.
- FRANÇA, S. C. A.; LUZ, A. B.; SAMPAIO, J. A. *Tratamento de Minérios*. 5. edição, Rio de Janeiro: CETEM, 2010.
- FRERY, C. A. *et al.* Stochastic particle packing with specified granulometry and porosity. *Granular Matter*, v. 14, p. 27-36, 2012.

- FURNAS, C. C. *The relations between specific volume, voids, and size composition in systems of broken solids of mixed sizes*. Washington, D.C.: U.S. Dept. of Commerce, Bureau of Mines, 1928.
- FURNAS, C. C. Grading Aggregates I. Mathematical Relations for Beds of Broken Solids of Maximum Density. *Industrial & Engineering Chemistry*, v. 23, n. 9, p. 1052-1058, 1931.
- GARCÍA, X. *et al.* A two-phase adaptive finite element method for solid–fluid coupling in complex geometries. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, v. 66, 2010.
- JACKSON, G. W.; JAMES, D. F. Permeability of fibrous porous media. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 64, 1986.
- KING, R. P. *Modeling and Simulation of Mineral Processing Systems*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
- KLÜBER, T. E. Modelagem matemática na educação básica numa perspectiva de educação matemática. In: BURAK, D. *et al.* (Org.). *Educação Matemática: Reflexões e Ações*. Curitiba: CRV, 2010.
- LUZ, A. B.; SAMPAIO, J. A.; ALMEIDA, S. L. M. *Tratamento de Minérios*. 4. edição, Rio de Janeiro: CETEM, 2004.
- LUZ, J. A. M. Conversibilidade entre distribuições probabilísticas usadas em modelos de hidrociclones. *Revista Escola de Minas*, v. 58, p. 89-93, 2005.
- LUZ, J. A. M. *Fracionamento granulométrico de sistemas particulados*. Ouro Preto: Demin/UFOP. 2022. 139 p.
- MCCABE, W. L.; SMITH, J. C.; HARRIOT, P. *Unit operations of chemical engineering*. 7. ed. Boston: McGraw-Hill, 2005.
- MEDEIROS, W. B. B. *Estudo da permeabilidade de meios porosos com solução polimérica*. 2015. Monografia (Graduação em Engenharia Química) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2015.
- NETO, O. G. S.; COURRY, J. R. Porosidades de tortas: resultados experimentais versus resultados estimados pelas correlações encontradas na literatura. In: Congreso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental. Punta del Este. 2006. *Anais...* Punta del Este, Uruguay: Asociación Interamericana de Ingeniería Sanitaria y Ambiental; Sección Uruguay, 2006.
- NORTON, F. H. *Introdução à Tecnologia Cerâmica*. São Paulo: Edgard Blücher, 1973.
- PETTIJOHN, F. J.; POTTER, P. E.; SIEVER, R. *Sand and Sandstone*. 2. ed. Nova Iorque: Springer-Verlag, 1987.
- PÖTTKER, W. E.; APPOLONI, C. R. Medida da porosidade de materiais amorfos por transmissão de raios gama. In: International Nuclear Atlantic Conference (INAC), 2000; Encontro de Aplicações Nucleares (ENAN), 5., 2000. *Anais...* INAC; ENAN, 2005.
- PRADO, D. R. *Porosidade de Sistemas Polidispersos*. Dissertação (Pós-Graduação em Engenharia Mineral) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.



- PRADO, D. R. *et al.* On bed porosity of multisized spheroidal particles. *Brazilian Journal of Development*, Curitiba, v. 8, n. 2, p. 14217-14237, 2022. Disponível em: <<https://brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/44486>>. Acesso em: 29 abr. 2022.
- QUARANTA, I. C. C. *et al.* Protótipo de leito fixo para avaliar a perda de carga em escoamento em meio poroso. In: *Congresso Brasileiro de Engenharia Química*, 21., Fortaleza (CE), set. 2016. *Anais...* Fortaleza: COBEQ, 2016.
- ROSA, A. J.; CARVALHO, R.S.; XAVIER, J.A.D. *Engenharia de reservatórios de petróleo*. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.
- SAMPAIO, J. A.; FRANÇA, S. C. A.; BRAGA, P. F. A. *Tratamento de Minérios: práticas laboratoriais*. Rio de Janeiro: CETEM, 2007.
- SANTOS, L. M. *et al.* Optimizing the surgery queue through mathematical modeling. *Brazilian Journal of Development*, Curitiba, v. 6, n. 11, p. 91368-91383, 2020.
- SCOTT, G. D. Packing of Spheres: Packing of Equal Spheres. *Nature*, n. 193, p. 465-466, 1960.
- SELLEY, R. C. *Applied Sedimentology*. 2. ed. London: Academic Press, 2000.
- SILVA, A. T. da. *Tratamento de Minérios*. Ouro Preto: UFOP, 1979.
- SILVA, E. M. D. *et al.* Comparação de modelos matemáticos para o traçado de curvas granulométricas. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, v. 39, n. 4, abr. 2004.
- THOMAS, J. E. *Fundamentos de Engenharia de Petróleo*. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2001.
- VALADARES, T. N.; LUZ, J. A. M. *Porosidade de sistemas polidispersos compactados*. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 2000.
- VALADARES, T. N.; LUZ, J. A. M. *Porosidade de Sistemas Polidispersos Compactados*. In: Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa (ENTMME), 20., Florianópolis, 2004. *Anais...* Florianópolis: ENTMME, 2004. p. 235-242.
- WHITAKER, S. Flux in porous media I: a theoretical derivation of Darcy's Law. *Transport in Porous Media*, v. 1. p. 3-25, 1986.
- XOLIN, E. *Etude des propriétés physiques et mécaniques de matériaux granulaires cohésifs: applications aux meules abrasives à liant vitreux*. L'institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon, France, 2005.
- YANG, W.C. Flow through fixed beds. *Handbook of fluidization and fluid-particle systems*. Boca Raton: CRC Press, 2003.
- YU, B. *et al.* Permeabilities of unsaturated fractal porous media. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 29, 2003.
- ZHU, Q. Y.; ZHUANG, Y. J.; YU, H. Z. An analytical permeability model for power-law fluids in porous fibrous media with consideration of electric double layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 91, 2015.

ZOU, R. P.; GAN, M. L.; YU, A. B. Prediction of the porosity of multi-component mixtures of cohesive and non-cohesive particles. *Chemical Engineering Science*, v. 66, 2011.

ZULUAGA, Robinson Andrés Giraldo. *Uma nova abordagem simples para simular o comportamento de solos em condições unidimensionais: um estudo analítico e experimental*. 2011. 118 f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) – Universidade de Brasília, Brasília, 2011.

ADENDO I – DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA (MODELO)

<b>DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA</b>					
<b>Coefficiente de agudez [η]</b>	<b>Classe</b>	<b>Abertura [μm]</b>	<b>Retido Simples</b>	<b>Retido Acumulado</b>	<b>Massa [kg]</b>
0,20	1	+ 4760	32,50%	32,50%	0,1462
0,20	2	3360 - 4760	2,55%	35,04%	0,0115
0,20	3	2380 - 3360	2,55%	37,60%	0,0115
0,20	4	1680 - 2380	2,54%	40,14%	0,0114
0,20	5	1180 - 1680	2,56%	42,70%	0,0115
0,20	6	840 - 1180	2,51%	45,21%	0,0113
0,20	7	600 - 840	2,41%	47,62%	0,0109
0,20	8	425 - 600	2,38%	50,00%	0,0107
0,20	9	300 - 425	2,37%	52,37%	0,0107
0,20	10	212 - 300	2,33%	54,70%	0,0105
0,20	11	150 - 212	2,26%	56,96%	0,0102
0,20	12	106 - 150	2,19%	59,14%	0,0098
0,20	13	75 - 106	2,12%	61,26%	0,0095
0,20	14	53 - 75	2,04%	63,30%	0,0092
0,20	15	38 - 53	1,94%	65,24%	0,0087
0,20	16	0 - 38	34,76%	100,00%	0,1564
0,60	1	+ 4760	5,21%	5,21%	0,0234
0,60	2	3360 - 4760	3,87%	9,08%	0,0174
0,60	3	2380 - 3360	5,17%	14,25%	0,0233
0,60	4	1680 - 2380	6,29%	20,53%	0,0283
0,60	5	1180 - 1680	7,19%	27,72%	0,0323
0,60	6	840 - 1180	7,58%	35,30%	0,0341
0,60	7	600 - 840	7,45%	42,74%	0,0335
0,60	8	425 - 600	7,26%	50,00%	0,0327
0,60	9	300 - 425	6,94%	56,94%	0,0312
0,60	10	212 - 300	6,37%	63,32%	0,0287
0,60	11	150 - 212	5,67%	68,99%	0,0255
0,60	12	106 - 150	4,98%	73,97%	0,0224
0,60	13	75 - 106	4,31%	78,28%	0,0194
0,60	14	53 - 75	3,68%	81,96%	0,0166
0,60	15	38 - 53	3,07%	85,03%	0,0138
0,60	16	0 - 38	14,97%	100,00%	0,0673
<b>0,70</b>	1	+ 4760	2,32%	2,32%	0,0104
<b>0,70</b>	2	3360 - 4760	2,91%	5,23%	0,0131
<b>0,70</b>	3	2380 - 3360	4,65%	9,88%	0,0209
<b>0,70</b>	4	1680 - 2380	6,38%	16,26%	0,0287

<b>0,70</b>	5	1180 - 1680	7,88%	24,13%	0,0354
<b>0,70</b>	6	840 - 1180	8,68%	32,81%	0,0390
<b>0,70</b>	7	600 - 840	8,70%	41,50%	0,0391
<b>0,70</b>	8	425 - 600	8,50%	50,00%	0,0382
<b>0,70</b>	9	300 - 425	8,05%	58,05%	0,0362
<b>0,70</b>	10	212 - 300	7,24%	65,29%	0,0326
<b>0,70</b>	11	150 - 212	6,28%	71,57%	0,0283
<b>0,70</b>	12	106 - 150	5,35%	76,91%	0,0241
<b>0,70</b>	13	75 - 106	4,48%	81,39%	0,0201
<b>0,70</b>	14	53 - 75	3,69%	85,08%	0,0166
<b>0,70</b>	15	38 - 53	2,97%	88,05%	0,0134
<b>0,70</b>	16	0 - 38	11,95%	100,00%	0,0538
0,80	1	+ 4760	0,83%	0,83%	0,0037
0,80	2	3360 - 4760	1,82%	2,65%	0,0082
0,80	3	2380 - 3360	3,74%	6,39%	0,0168
0,80	4	1680 - 2380	6,04%	12,43%	0,0272
0,80	5	1180 - 1680	8,26%	20,70%	0,0372
0,80	6	840 - 1180	9,64%	30,34%	0,0434
0,80	7	600 - 840	9,92%	40,26%	0,0446
0,80	8	425 - 600	9,74%	50,00%	0,0438
0,80	9	300 - 425	9,13%	59,13%	0,0411
0,80	10	212 - 300	8,05%	67,18%	0,0362
0,80	11	150 - 212	6,79%	73,97%	0,0306
0,80	12	106 - 150	5,60%	79,57%	0,0252
0,80	13	75 - 106	4,53%	84,10%	0,0204
0,80	14	53 - 75	3,60%	87,70%	0,0162
0,80	15	38 - 53	2,79%	90,49%	0,0126
0,80	16	0 - 38	9,51%	100,00%	0,0428
1,00	1	+ 4760	0,04%	0,04%	0,0002
1,00	2	3360 - 4760	0,37%	0,41%	0,0017
1,00	3	2380 - 3360	1,65%	2,06%	0,0074
1,00	4	1680 - 2380	4,36%	6,42%	0,0196
1,00	5	1180 - 1680	8,03%	14,46%	0,0362
1,00	6	840 - 1180	11,06%	25,51%	0,0498
1,00	7	600 - 840	12,25%	37,77%	0,0551
1,00	8	425 - 600	12,23%	50,00%	0,0551
1,00	9	300 - 425	11,25%	61,25%	0,0506
1,00	10	212 - 300	9,49%	70,73%	0,0427
1,00	11	150 - 212	7,55%	78,29%	0,0340
1,00	12	106 - 150	5,82%	84,10%	0,0262
1,00	13	75 - 106	4,38%	88,48%	0,0197
1,00	14	53 - 75	3,23%	91,71%	0,0145
1,00	15	38 - 53	2,32%	94,03%	0,0105

1,00	16	0 - 38	5,97%	100,00%	0,0269
1,30	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
1,30	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
1,30	3	2380 - 3360	0,15%	0,15%	0,0007
1,30	4	1680 - 2380	1,43%	1,58%	0,0064
1,30	5	1180 - 1680	5,62%	7,20%	0,0253
1,30	6	840 - 1180	11,54%	18,74%	0,0519
1,30	7	600 - 840	15,27%	34,02%	0,0687
1,30	8	425 - 600	15,98%	50,00%	0,0719
1,30	9	300 - 425	14,28%	64,28%	0,0643
1,30	10	212 - 300	11,21%	75,49%	0,0504
1,30	11	150 - 212	8,11%	83,60%	0,0365
1,30	12	106 - 150	5,61%	89,21%	0,0253
1,30	13	75 - 106	3,77%	92,98%	0,0170
1,30	14	53 - 75	2,49%	95,47%	0,0112
1,30	15	38 - 53	1,60%	97,07%	0,0072
1,30	16	0 - 38	2,93%	100,00%	0,0132
<b>1,40</b>	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
<b>1,40</b>	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
<b>1,40</b>	3	2380 - 3360	0,04%	0,04%	0,0002
<b>1,40</b>	4	1680 - 2380	0,81%	0,86%	0,0037
<b>1,40</b>	5	1180 - 1680	4,56%	5,42%	0,0205
<b>1,40</b>	6	840 - 1180	11,25%	16,66%	0,0506
<b>1,40</b>	7	600 - 840	16,11%	32,77%	0,0725
<b>1,40</b>	8	425 - 600	17,23%	50,00%	0,0775
<b>1,40</b>	9	300 - 425	15,26%	65,26%	0,0686
<b>1,40</b>	10	212 - 300	11,67%	76,93%	0,0525
<b>1,40</b>	11	150 - 212	8,16%	85,09%	0,0367
<b>1,40</b>	12	106 - 150	5,45%	90,54%	0,0245
<b>1,40</b>	13	75 - 106	3,53%	94,07%	0,0159
<b>1,40</b>	14	53 - 75	2,24%	96,30%	0,0101
<b>1,40</b>	15	38 - 53	1,39%	97,69%	0,0062
<b>1,40</b>	16	0 - 38	2,31%	100,00%	0,0104
1,50	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
1,50	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
1,50	3	2380 - 3360	0,01%	0,01%	0,0000
1,50	4	1680 - 2380	0,41%	0,42%	0,0019
1,50	5	1180 - 1680	3,53%	3,95%	0,0159
1,50	6	840 - 1180	10,74%	14,70%	0,0483
1,50	7	600 - 840	16,84%	31,53%	0,0758
1,50	8	425 - 600	18,47%	50,00%	0,0831
1,50	9	300 - 425	16,21%	66,21%	0,0729
1,50	10	212 - 300	12,08%	78,29%	0,0544

1,50	11	150 - 212	8,17%	86,46%	0,0368
1,50	12	106 - 150	5,25%	91,71%	0,0236
1,50	13	75 - 106	3,27%	94,99%	0,0147
1,50	14	53 - 75	2,00%	96,99%	0,0090
1,50	15	38 - 53	1,20%	98,18%	0,0054
1,50	16	0 - 38	1,82%	100,00%	0,0082
1,90	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
1,90	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
1,90	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
1,90	4	1680 - 2380	0,01%	0,01%	0,0000
1,90	5	1180 - 1680	0,76%	0,77%	0,0034
1,90	6	840 - 1180	7,32%	8,08%	0,0329
1,90	7	600 - 840	18,57%	26,65%	0,0836
1,90	8	425 - 600	23,35%	50,00%	0,1051
1,90	9	300 - 425	19,84%	69,84%	0,0893
1,90	10	212 - 300	13,24%	83,08%	0,0596
1,90	11	150 - 212	7,77%	90,85%	0,0350
1,90	12	106 - 150	4,30%	95,15%	0,0194
1,90	13	75 - 106	2,31%	97,46%	0,0104
1,90	14	53 - 75	1,22%	98,68%	0,0055
1,90	15	38 - 53	0,63%	99,31%	0,0028
1,90	16	0 - 38	0,69%	100,00%	0,0031
2,00	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
2,00	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
2,00	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
2,00	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
2,00	5	1180 - 1680	0,45%	0,45%	0,0020
2,00	6	840 - 1180	6,32%	6,77%	0,0284
2,00	7	600 - 840	18,69%	25,46%	0,0841
2,00	8	425 - 600	24,54%	50,00%	0,1104
2,00	9	300 - 425	20,70%	70,70%	0,0931
2,00	10	212 - 300	13,42%	84,12%	0,0604
2,00	11	150 - 212	7,60%	91,72%	0,0342
2,00	12	106 - 150	4,05%	95,77%	0,0182
2,00	13	75 - 106	2,09%	97,86%	0,0094
2,00	14	53 - 75	1,06%	98,92%	0,0048
2,00	15	38 - 53	0,53%	99,46%	0,0024
2,00	16	0 - 38	0,54%	100,00%	0,0025
<b>2,10</b>	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
<b>2,10</b>	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
<b>2,10</b>	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
<b>2,10</b>	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
<b>2,10</b>	5	1180 - 1680	0,25%	0,25%	0,0011

<b>2,10</b>	6	840 - 1180	5,35%	5,61%	0,0241
<b>2,10</b>	7	600 - 840	18,68%	24,28%	0,0840
<b>2,10</b>	8	425 - 600	25,72%	50,00%	0,1157
<b>2,10</b>	9	300 - 425	21,54%	71,54%	0,0969
<b>2,10</b>	10	212 - 300	13,56%	85,10%	0,0610
<b>2,10</b>	11	150 - 212	7,41%	92,50%	0,0333
<b>2,10</b>	12	106 - 150	3,80%	96,31%	0,0171
<b>2,10</b>	13	75 - 106	1,89%	98,20%	0,0085
<b>2,10</b>	14	53 - 75	0,93%	99,13%	0,0042
<b>2,10</b>	15	38 - 53	0,45%	99,57%	0,0020
<b>2,10</b>	16	0 - 38	0,43%	100,00%	0,0019
2,20	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
2,20	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
2,20	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
2,20	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
2,20	5	1180 - 1680	0,13%	0,13%	0,0006
2,20	6	840 - 1180	4,45%	4,58%	0,0200
2,20	7	600 - 840	18,54%	23,12%	0,0834
2,20	8	425 - 600	26,88%	50,00%	0,1209
2,20	9	300 - 425	22,36%	72,36%	0,1006
2,20	10	212 - 300	13,67%	86,03%	0,0615
2,20	11	150 - 212	7,19%	93,22%	0,0324
2,20	12	106 - 150	3,56%	96,78%	0,0160
2,20	13	75 - 106	1,71%	98,48%	0,0077
2,20	14	53 - 75	0,81%	99,29%	0,0036
2,20	15	38 - 53	0,37%	99,66%	0,0017
2,20	16	0 - 38	0,34%	100,00%	0,0015
2,30	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
2,30	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
2,30	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
2,30	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
2,30	5	1180 - 1680	0,06%	0,06%	0,0003
2,30	6	840 - 1180	3,62%	3,69%	0,0163
2,30	7	600 - 840	18,29%	21,98%	0,0823
2,30	8	425 - 600	28,02%	50,00%	0,1261
2,30	9	300 - 425	23,16%	73,16%	0,1042
2,30	10	212 - 300	13,74%	86,90%	0,0618
2,30	11	150 - 212	6,97%	93,87%	0,0314
2,30	12	106 - 150	3,32%	97,19%	0,0149
2,30	13	75 - 106	1,53%	98,72%	0,0069
2,30	14	53 - 75	0,70%	99,42%	0,0031
2,30	15	38 - 53	0,31%	99,74%	0,0014
2,30	16	0 - 38	0,26%	100,00%	0,0012

2,70	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
2,70	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
2,70	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
2,70	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
2,70	5	1180 - 1680	0,00%	0,00%	0,0000
2,70	6	840 - 1180	1,32%	1,32%	0,0059
2,70	7	600 - 840	16,31%	17,63%	0,0734
2,70	8	425 - 600	32,37%	50,00%	0,1457
2,70	9	300 - 425	26,18%	76,18%	0,1178
2,70	10	212 - 300	13,73%	89,91%	0,0618
2,70	11	150 - 212	6,01%	95,91%	0,0270
2,70	12	106 - 150	2,46%	98,38%	0,0111
2,70	13	75 - 106	0,98%	99,36%	0,0044
2,70	14	53 - 75	0,39%	99,75%	0,0017
2,70	15	38 - 53	0,15%	99,90%	0,0007
2,70	16	0 - 38	0,10%	100,00%	0,0005
<b>2,80</b>	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
<b>2,80</b>	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
<b>2,80</b>	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
<b>2,80</b>	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
<b>2,80</b>	5	1180 - 1680	0,00%	0,00%	0,0000
<b>2,80</b>	6	840 - 1180	0,97%	0,97%	0,0044
<b>2,80</b>	7	600 - 840	15,63%	16,60%	0,0703
<b>2,80</b>	8	425 - 600	33,40%	50,00%	0,1503
<b>2,80</b>	9	300 - 425	26,88%	76,88%	0,1210
<b>2,80</b>	10	212 - 300	13,67%	90,55%	0,0615
<b>2,80</b>	11	150 - 212	5,76%	96,31%	0,0259
<b>2,80</b>	12	106 - 150	2,28%	98,58%	0,0102
<b>2,80</b>	13	75 - 106	0,88%	99,46%	0,0039
<b>2,80</b>	14	53 - 75	0,33%	99,80%	0,0015
<b>2,80</b>	15	38 - 53	0,13%	99,92%	0,0006
<b>2,80</b>	16	0 - 38	0,08%	100,00%	0,0004
2,90	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
2,90	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
2,90	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
2,90	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
2,90	5	1180 - 1680	0,00%	0,00%	0,0000
2,90	6	840 - 1180	0,70%	0,70%	0,0032
2,90	7	600 - 840	14,90%	15,60%	0,0670
2,90	8	425 - 600	34,40%	50,00%	0,1548
2,90	9	300 - 425	27,57%	77,57%	0,1241
2,90	10	212 - 300	13,58%	91,16%	0,0611
2,90	11	150 - 212	5,51%	96,67%	0,0248



2,90	12	106 - 150	2,10%	98,77%	0,0094
2,90	13	75 - 106	0,78%	99,55%	0,0035
2,90	14	53 - 75	0,29%	99,83%	0,0013
2,90	15	38 - 53	0,10%	99,94%	0,0005
2,80	16	0 - 38	0,06%	100,00%	0,0003
3,20	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
3,20	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
3,20	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
3,20	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
3,20	5	1180 - 1680	0,00%	0,00%	0,0000
3,20	6	840 - 1180	0,23%	0,23%	0,0010
3,20	7	600 - 840	12,55%	12,78%	0,0565
3,20	8	425 - 600	37,22%	50,00%	0,1675
3,20	9	300 - 425	29,54%	79,54%	0,1329
3,20	10	212 - 300	13,21%	92,76%	0,0595
3,20	11	150 - 212	4,79%	97,55%	0,0216
3,20	12	106 - 150	1,63%	99,19%	0,0074
3,20	13	75 - 106	0,55%	99,73%	0,0025
3,20	14	53 - 75	0,18%	99,91%	0,0008
3,20	15	38 - 53	0,06%	99,97%	0,0003
3,20	16	0 - 38	0,03%	100,00%	0,0001
3,40	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
3,40	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
3,40	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
3,40	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
3,40	5	1180 - 1680	0,00%	0,00%	0,0000
3,40	6	840 - 1180	0,09%	0,09%	0,0004
3,40	7	600 - 840	10,96%	11,06%	0,0493
3,40	8	425 - 600	38,94%	50,00%	0,1752
3,40	9	300 - 425	30,77%	80,77%	0,1385
3,40	10	212 - 300	12,89%	93,66%	0,0580
3,40	11	150 - 212	4,34%	98,01%	0,0195
3,40	12	106 - 150	1,38%	99,38%	0,0062
3,40	13	75 - 106	0,43%	99,81%	0,0019
3,40	14	53 - 75	0,13%	99,94%	0,0006
3,40	15	38 - 53	0,04%	99,98%	0,0002
3,40	16	0 - 38	0,02%	100,00%	0,0001
<b>3,50</b>	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
<b>3,50</b>	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
<b>3,50</b>	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
<b>3,50</b>	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
<b>3,50</b>	5	1180 - 1680	0,00%	0,00%	0,0000
<b>3,50</b>	6	840 - 1180	0,09%	0,09%	0,0004

<b>3,50</b>	7	600 - 840	10,96%	11,06%	0,0493
<b>3,50</b>	8	425 - 600	38,94%	50,00%	0,1752
<b>3,50</b>	9	300 - 425	30,77%	80,77%	0,1385
<b>3,50</b>	10	212 - 300	12,89%	93,66%	0,0580
<b>3,50</b>	11	150 - 212	4,34%	98,01%	0,0195
<b>3,50</b>	12	106 - 150	1,38%	99,38%	0,0062
<b>3,50</b>	13	75 - 106	0,43%	99,81%	0,0019
<b>3,50</b>	14	53 - 75	0,13%	99,94%	0,0006
<b>3,50</b>	15	38 - 53	0,04%	99,98%	0,0002
<b>3,50</b>	16	0 - 38	0,02%	100,00%	0,0001
3,60	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
3,60	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
3,60	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
3,60	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
3,60	5	1180 - 1680	0,00%	0,00%	0,0000
3,60	6	840 - 1180	0,09%	0,09%	0,0004
3,60	7	600 - 840	10,96%	11,06%	0,0493
3,60	8	425 - 600	38,94%	50,00%	0,1752
3,60	9	300 - 425	30,77%	80,77%	0,1385
3,60	10	212 - 300	12,89%	93,66%	0,0580
3,60	11	150 - 212	4,34%	98,01%	0,0195
3,60	12	106 - 150	1,38%	99,38%	0,0062
3,60	13	75 - 106	0,43%	99,81%	0,0019
3,60	14	53 - 75	0,13%	99,94%	0,0006
3,60	15	38 - 53	0,04%	99,98%	0,0002
3,60	16	0 - 38	0,02%	100,00%	0,0001
4,00	1	+ 4760	0,00%	0,00%	0,0000
4,00	2	3360 - 4760	0,00%	0,00%	0,0000
4,00	3	2380 - 3360	0,00%	0,00%	0,0000
4,00	4	1680 - 2380	0,00%	0,00%	0,0000
4,00	5	1180 - 1680	0,00%	0,00%	0,0000
4,00	6	840 - 1180	0,09%	0,09%	0,0004
4,00	7	600 - 840	10,96%	11,06%	0,0493
4,00	8	425 - 600	38,94%	50,00%	0,1752
4,00	9	300 - 425	30,77%	80,77%	0,1385
4,00	10	212 - 300	12,89%	93,66%	0,0580
4,00	11	150 - 212	4,34%	98,01%	0,0195
4,00	12	106 - 150	1,38%	99,38%	0,0062
4,00	13	75 - 106	0,43%	99,81%	0,0019
4,00	14	53 - 75	0,13%	99,94%	0,0006
4,00	15	38 - 53	0,04%	99,98%	0,0002
4,00	16	0 - 38	0,02%	100,00%	0,0001

## ADENDO II – DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA (ENSAIOS)

DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA - ROSIN-RAMMLER													
CLASSES GRANULOMÉTRICAS				COEFICIENTE DE AGUDEZ [n]									
				0,7		1,4		2,1		2,8		3,5	
Classe	A (µm)	Tyler	Tamanho médio (µm)	Retido Simples (%)	Massa de composição (g)	Retido Simples (%)	Massa de composição (g)	Retido Simples (%)	Massa de composição (g)	Retido Simples (%)	Massa de composição (g)	Retido Simples (%)	Massa de composição (g)
1	+ 4760	4	<b>4760</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>
2	3360 - 4760	4 - 6	4060	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>
3	2380 - 3360	6 - 8	2870	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>
4	1680 - 2380	8 - 10	2030	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>
5	1180 - 1680	10 - 16	1430	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>	0,00%	<b>0,000</b>
6	840 - 1180	16 - 20	1010	0,09%	<b>0,427</b>	0,09%	<b>0,427</b>	0,09%	<b>0,427</b>	0,09%	<b>0,427</b>	0,09%	<b>0,427</b>
7	600 - 840	20 - 28	720	10,96%	<b>49,340</b>	10,96%	<b>49,340</b>	10,96%	<b>49,340</b>	10,96%	<b>49,340</b>	10,96%	<b>49,340</b>
8	425 - 600	28 - 40	<b>512.5</b>	38,94%	<b>175,233</b>	38,94%	<b>175,233</b>	38,94%	<b>175,233</b>	38,94%	<b>175,233</b>	38,94%	<b>175,233</b>
9	300 - 425	40 - 50	362.5	30,77%	<b>138,468</b>	30,77%	<b>138,468</b>	30,77%	<b>138,468</b>	30,77%	<b>138,468</b>	30,77%	<b>138,468</b>
10	212 - 300	50 - 65	256	12,89%	<b>58,025</b>	12,89%	<b>58,025</b>	12,89%	<b>58,025</b>	12,89%	<b>58,025</b>	12,89%	<b>58,025</b>
11	150 - 212	65 - 100	181	4,34%	<b>19,537</b>	4,34%	<b>19,537</b>	4,34%	<b>19,537</b>	4,34%	<b>19,537</b>	4,34%	<b>19,537</b>
12	106 - 150	100 - 150	128	1,38%	<b>6,189</b>	1,38%	<b>6,189</b>	1,38%	<b>6,189</b>	1,38%	<b>6,189</b>	1,38%	<b>6,189</b>
13	75 - 106	150 - 270	90,5	0,43%	<b>1,924</b>	0,43%	<b>1,924</b>	0,43%	<b>1,924</b>	0,43%	<b>1,924</b>	0,43%	<b>1,924</b>
14	53 - 75	200 - 270	64	0,13%	<b>0,593</b>	0,13%	<b>0,593</b>	0,13%	<b>0,593</b>	0,13%	<b>0,593</b>	0,13%	<b>0,593</b>
15	38 - 53	270 - 400	46	0,04%	<b>0,181</b>	0,04%	<b>0,181</b>	0,04%	<b>0,181</b>	0,04%	<b>0,181</b>	0,04%	<b>0,181</b>
16	0 - 38	-400	0	0,02%	<b>0,083</b>	0,02%	<b>0,083</b>	0,02%	<b>0,083</b>	0,02%	<b>0,083</b>	0,02%	<b>0,083</b>
<b>Total</b>				<b>100,00%</b>	<b>450,00</b>	<b>100,00%</b>	<b>450,00</b>	<b>100,00%</b>	<b>450,00</b>	<b>100,00%</b>	<b>450,00</b>	<b>100,00%</b>	<b>450,00</b>

ADENDO III – RESULTADOS DOS ENSAIOS

AREIA								
Coefficiente de Agudez -n	$\xi$ [-]		Desvio Padrão $\xi$ [-]	k [m <sup>2</sup> ]		Desvio Padrão k [m <sup>2</sup> ]	$\Delta p$ [Pa]	Qv [m <sup>3</sup> /s]
0,20	0,1995	0,0480	0,0757	1,3631E-06	9,4663E-07	2,0826E-07	9,5329E-12	4,3229E-08
0,60	0,2673	0,1199	0,0737	3,9182E-06	2,7210E-06	5,9861E-07	9,5329E-12	1,2426E-07
0,70	0,2796	0,1342	0,0727	4,6359E-06	3,2194E-06	7,0826E-07	9,5329E-12	1,4702E-07
0,80	0,2904	0,1475	0,0715	5,3535E-06	3,7177E-06	8,1790E-07	9,5329E-12	1,6978E-07
1,00	0,3083	0,1711	0,0686	6,7428E-06	4,6825E-06	1,0301E-06	9,5329E-12	2,1383E-07
1,30	0,3280	0,2008	0,0636	8,5990E-06	5,9715E-06	1,3137E-06	9,5329E-12	2,7270E-07
1,40	0,3330	0,2095	0,0618	9,1410E-06	6,3479E-06	1,3965E-06	9,5329E-12	2,8989E-07
1,50	0,3375	0,2176	0,0600	9,6423E-06	6,6960E-06	1,4731E-06	9,5329E-12	3,0578E-07
1,90	0,3507	0,2457	0,0525	1,1257E-05	7,8175E-06	1,7199E-06	9,5329E-12	3,5700E-07
2,00	0,3530	0,2518	0,0506	1,1572E-05	8,0362E-06	1,7680E-06	9,5329E-12	3,6699E-07
210	0,3551	0,2576	0,0488	1,1856E-05	8,2333E-06	1,8113E-06	9,5329E-12	3,7599E-07
220	0,3570	0,2631	0,0470	1,2111E-05	8,4104E-06	1,8503E-06	9,5329E-12	3,8407E-07
230	0,3586	0,2683	0,0452	1,2340E-05	8,4104E-06	1,8503E-06	9,5329E-12	3,9133E-07
270	0,3634	0,2868	0,0383	1,3035E-05	9,0523E-06	1,9915E-06	9,5329E-12	4,1339E-07
280	0,3643	0,2910	0,0366	1,3165E-05	9,1420E-06	2,0112E-06	9,5329E-12	4,1749E-07
290	0,3650	0,2949	0,0350	1,3279E-05	9,2217E-06	2,0288E-06	9,5329E-12	4,2112E-07
320	0,3668	0,3059	0,0305	1,3552E-05	9,4108E-06	2,0704E-06	9,5329E-12	4,2976E-07
340	0,3677	0,3124	0,0276	1,3685E-05	9,5036E-06	2,0908E-06	9,5329E-12	4,3400E-07
350	0,3680	0,3155	0,0263	1,3741E-05	9,5422E-06	2,0993E-06	9,5329E-12	4,3576E-07
360	0,3684	0,3185	0,0249	1,3790E-05	9,5763E-06	2,1068E-06	9,5329E-12	4,3732E-07
400	0,3693	0,3294	0,0199	1,3936E-05	9,6774E-06	2,1290E-06	9,5329E-12	4,4194E-07

ADENDO IV – RESULTADOS DOS ENSAIOS

ESFÉRULAS DE VIDRO								
$n$ [-]	$\xi$ [-]		Desvio Padrão $\xi$ [-]	$k$ [m <sup>2</sup> ]		Desvio Padrão $k$ [m <sup>2</sup> ]	$\Delta p$ [Pa]	$Q_v$ [m <sup>3</sup> /s]
0,20	0,1235	0,0480	0,0377	2,9080E-06	2,0194E-06	4,4427E-07	9,5329E-12	9,2220E-08
0,60	0,1944	0,1199	0,0373	8,3586E-06	5,8046E-06	1,2770E-06	9,5329E-12	2,6507E-07
0,70	0,2073	0,1342	0,0365	9,8896E-06	6,8678E-06	1,5109E-06	9,5329E-12	3,1363E-07
0,80	0,2190	0,1475	0,0358	1,1421E-05	7,9310E-06	1,7448E-06	9,5329E-12	3,6218E-07
1,00	0,2394	0,1711	0,0341	1,4384E-05	9,9891E-06	2,1976E-06	9,5329E-12	4,5617E-07
1,30	0,2638	0,2008	0,0315	1,8344E-05	1,2739E-05	2,8026E-06	9,5329E-12	5,8175E-07
1,40	0,2707	0,2095	0,0306	1,9500E-05	1,3542E-05	2,9792E-06	9,5329E-12	6,1841E-07
1,50	0,2770	0,2176	0,0297	2,0570E-05	1,4284E-05	3,1426E-06	9,5329E-12	6,5232E-07
1,90	0,2980	0,2457	0,0262	2,4015E-05	1,6677E-05	3,6689E-06	9,5329E-12	7,6158E-07
2,00	0,3024	0,2518	0,0253	2,4687E-05	1,7143E-05	3,7716E-06	9,5329E-12	7,8289E-07
2,10	0,3064	0,2576	0,0244	2,5292E-05	1,7564E-05	3,8641E-06	9,5329E-12	8,0208E-07
2,20	0,3102	0,2631	0,0236	2,5836E-05	1,7942E-05	3,9472E-06	9,5329E-12	8,1934E-07
2,30	0,3137	0,2683	0,0227	2,6324E-05	1,8281E-05	4,0217E-06	9,5329E-12	8,3481E-07
2,70	0,3256	0,2868	0,0194	2,7808E-05	1,9311E-05	4,2485E-06	9,5329E-12	8,8188E-07
2,80	0,3281	0,2910	0,0186	2,8084E-05	1,9503E-05	4,2906E-06	9,5329E-12	8,9061E-07
2,90	0,3304	0,2949	0,0177	2,8328E-05	1,9673E-05	4,3280E-06	9,5329E-12	8,9838E-07
3,20	0,3366	0,3059	0,0154	2,8909E-05	2,0076E-05	4,4167E-06	9,5329E-12	9,1680E-07
3,40	0,3401	0,3124	0,0138	2,9194E-05	2,0274E-05	4,4603E-06	9,5329E-12	9,2584E-07
3,50	0,3417	0,3155	0,0131	2,9313E-05	2,0356E-05	4,4784E-06	9,5329E-12	9,2960E-07
3,60	0,3433	0,3185	0,0124	2,9418E-05	2,0429E-05	4,4944E-06	9,5329E-12	9,3292E-07
4,00	0,3484	0,3294	0,0095	2,9728E-05	2,0645E-05	4,5418E-06	9,5329E-12	9,4277E-07