



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MINERAL



**DESENVOLVIMENTO DE *SOFTWARE* PARA DIMENSIONAMENTO DE
ESPESSADORES CONVENCIONAIS**

MARCUS VINICIUS CUNHA LOPES

**OURO PRETO - MG
Fevereiro de 2023**

MARCUS VINICIUS CUNHA LOPES

**DESENVOLVIMENTO DE *SOFTWARE* PARA DIMENSIONAMENTO DE
ESPESSADORES CONVENCIONAIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mineral da Universidade Federal de Ouro Preto como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral.

Área de Concentração: Tratamentos de Minérios.

Orientador: Prof. Dr^a. Érica Linhares Reis

Coorientador: Prof. Dr. Vladimir Kronemberger Alves

OURO PRETO - MG

Fevereiro de 2023

SISBIN - SISTEMA DE BIBLIOTECAS E INFORMAÇÃO

L864d Lopes, Marcus Vinicius Cunha.
Desenvolvimento de software para dimensionamento de
espessadores convencionais. [manuscrito] / Marcus Vinicius Cunha Lopes.
- 2023.

75 f.: il.: color., gráf., tab..

Orientadora: Profa. Dra. Érica Linhares Reis Reis.

Coorientador: Prof. Dr. Vladimir Kronemberger Alves.

Dissertação (Mestrado Acadêmico). Universidade Federal de Ouro
Preto. Departamento de Engenharia de Minas. Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Mineral.

Área de Concentração: Tratamento de Minérios.

1. Beneficiamento de minério. 2. Separação sólido-líquido -
Espessamento - Teste de sedimentação. 3. Software - Desenvolvimento.
I. Reis, Érica Linhares Reis. II. Alves, Vladimir Kronemberger. III.
Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

CDU 622.752

Bibliotecário(a) Responsável: Sione Galvão Rodrigues - CRB6 / 2526



FOLHA DE APROVAÇÃO

Marcus Vinicius Cunha Lopes

Desenvolvimento de *Software* para Dimensionamento de Espessadores Convencionais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral

Aprovada em 28 de fevereiro de 2023

Membros da banca

[Doutor] - Vladimir Kronemberger Alves - Orientador (Universidade Federal de Ouro Preto)

[Doutor] - Elton Destro - (Universidade Federal de Ouro Preto)

[Doutor] - Roberto Galery - (Universidade Federal de Minas Gerais)

Vladimir Kronemberger Alves, orientador do trabalho, aprovou a versão final e autorizou seu depósito no Repositório Institucional da UFOP em 26/05/2023



Documento assinado eletronicamente por **Vladimir Kronemberger Alves, PROFESSOR DE MAGISTERIO SUPERIOR**, em 26/05/2023, às 15:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufop.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0532450** e o código CRC **COA2B5DE**.

Dedico, primeiramente, ao maior Engenheiro multidisciplinar que há, Arquiteto de todo o Universo, pelo desenvolvimento da vida, de tudo que existe e pela permissão de minha existência; dedico também à minha família, parentes e amigos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para que este trabalho pudesse ser realizado. Aos meus pais, Toninho e Dôra, e minha irmã Lilian que me incentivam a todo tempo no prosseguimento dos estudos, para que eu supere, sempre, as diversidades com resiliência e otimismo. A minha esposa Vanusa que sempre acredita em mim e está ao meu lado me apoiando nos momentos bons e de dificuldades em que vivemos.

De forma especial, Dr. Vladimir Kronemberger Alves, meu orientador no mestrado, pelas reuniões e discussões técnicas tão enriquecidas de conhecimento e sabedoria, pelo incentivo que nunca se esgotou em qualquer momento, a paciência que sempre obteve.

A Professora Dra. Érica Linhares Reis e todos os demais Professores, que contribuíram durante todo o programa de Pós-Graduação na UFOP.

Aos grandes engenheiros e amigos Juliana Freitas, Walisson Mol Marques, Paulo Penha Santana, Thiago Santos Guedes, Eduardo Donizete Silva, Reginaldo Faria Zacarias, Kleber Menezes Reis, Ângelo da Penha Tomaz, Elton Romualdo Faria, pelos significativos exemplos e constantes incentivos.

Aos técnicos de processo e amigos Greicilene Aparecida Rioga, Evandro Xavier da Purificação, pela amizade e enorme contribuição com apoio e motivação dentro do ambiente de trabalho em momentos bons e nos difíceis.

RESUMO

A etapa de separação sólido-líquido, dentro do processamento de minérios, representa parte importante nas operações unitárias em uma usina de beneficiamento, no adensamento de polpas formadas por finos e ultrafinos. De forma prática, dentro de uma planta de beneficiamento o espessamento proporciona um condicionamento adequado para manuseio de polpas de minérios concentrados e rejeitos compostos, preparando-os para as etapas subsequentes, além de proporcionar a recuperação de água utilizada no processo e otimizar o recurso, o que também é um fator positivo na questão ambiental. Os espessadores, assim como toda a usina, precisam ser bem dimensionados pelos engenheiros, com a aplicação de técnicas de escalonamento de forma correta, para que os equipamentos operem com boa *performance* e de acordo com tipo de minério para o qual foram projetados. Os cálculos que mensuram dimensões de espessadores podem ser obtidos através de metodologias clássicas e embasadas com informações de ensaio de sedimentação feito em laboratório de estudo de processamento mineral. A proposta deste projeto é o desenvolvimento de um *software* que possibilite o dimensionamento de espessador convencional a partir de dados de um teste de sedimentação indicando o diâmetro e altura como principais parâmetros calculados dentre outros. Tal escalonamento é fundamentado no método de Talmage e Fitch no qual a projeção das retas paralelas e tangente para obtenção do tempo crítico de compactação são obtidos por modelagem matemática. Além do dimensionamento, o programa realiza um balanço de massa no espessador dimensionado a partir de parâmetros de processo obtidos no teste de sedimentação. Realizou-se sua validação através de simulação de um dimensionamento indicado em literatura clássica de tratamento de minério, obtendo então resultados satisfatórios quando comparados ao dimensionamento indicado na literatura.

Palavras-Chave: Tratamento de minérios; Dimensionamento de espessadores; Método de Talmage e Fitch; Teste de sedimentação; Desenvolvimento de *software*.

ABSTRACT

The solid-liquid stage in mineral processing represents important part of the beneficiation stages in ore treatment plants, at densification of pulps formed by fines solids and ultra-fines solids. In a practical way, inside beneficiation industrial plants thickening provides an adequate conditioning for handling ore pulps like concentrates and mix of tailings, preparing then for subsequent steps of treatment, in addition to providing the recovery of water used inside process. That is also a positive factor in the environmental issue. Thickeners as well as any industrial plant need to be well sized by engineers with correct applications of scaling techniques so that the equipment works with satisfactory performance according to the type of ore for which they are designed. The calculations that measure thickener dimensions, it can be obtained through classical methodologies based on data of settling test in a mineral processing study laboratory. The purpose of this project is the development of a software that allows the dimensioning of conventional thickener from a settling test indicating the diameter and height as the main parameters calculated, among others. Such scaling is based on the Talmage and Fitch method in which the projection of parallel lines, tangent to obtain the critical compaction time, are obtained by mathematical modeling. In addition to sizing, the program can perform a mass balance in the thickener sized from process parameters obtained in the settling test. It was performed by simulating a dimension indicated in a classical literature of ore treatment, obtaining satisfactory final results when compared to the scaling indicated in the literature.

Keywords: Ore treatment, Thickener sizing, Talmage and Fitch Method, Settling test, Software development.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Proveta com polpa de lama de minério de ferro após término de um teste de sedimentação.....	20
Figura 2 – Curva de sedimentação de sólidos do teste de laboratório.	23
Figura 3 - Parâmetros para cálculo - concentração de sólidos e velocidade de sedimentação pelo método de Kynch.....	24
Figura 4 - Modelo simplificado de espessador.	25
Figura 5 - Representação gráfica do método de dimensionamento de Oltmann	27
Figura 6 - Espessador convencional alta capacidade.	29
Figura 7 - Raspadores no interior do espessador.....	30
Figura 8 - Representação esquemática do feedwell.	31
Figura 9 - Sistema feedwell em um espessador.	31
Figura 10 - Espessador de uma planta de carvão.	32
Figura 11 – Ilustração esquemática de um espessador convencional.	33
Figura 12 - Disposição das retas para obtenção do parâmetro t_c	34
Figura 13 – Ilustração da aplicação da regra dos 3 pés	39
Figura 14 – Representação das retas a e b na curva de sedimentação.....	41
Figura 15 – Reta (vermelha), paralela ao eixo do X.	42
Figura 16 - Sistema linear com equações das retas a e b.....	42
Figura 17 - Matriz formada a partir do sistema linear.	43
Figura 18 - Ponto de interseção das retas a e b.....	43
Figura 19 – Projção da bissetriz.	44
Figura 20 – Obtenção do t_c pela reta tangente.	46
Figura 21 – Imagem abertura do Free Pascal Lazarus.	47
Figura 22 – Área de trabalho do Lazarus	47
Figura 23 - Janela de inicialização do programa.....	48
Figura 24 – Janela Laboratório.....	48
Figura 25 – Menu de opções	49
Figura 26 – Campo de registro do material testado	49
Figura 27 - Campo de cálculo de variáveis iniciais.....	50
Figura 28 - Campo de cálculo de dosagem de reagente.....	50
Figura 29 - Dados do ensaio de sedimentação.....	51
Figura 30 – Campo onde é gerado a curva de sedimentação.....	52
Figura 31 – Dados do underflow, parâmetro de projeção de retas, zona de compressão e dados do Espessador.....	52
Figura 32 -Janela Espessador.....	53
Figura 33 – Curva de sedimentação de 24 horas.	56
Figura 34 – Curva de sedimentação em período de 1 hora.....	56
Figura 35 – Obtenção do t_c no gráfico de sedimentação pelo método da bissetriz.....	57
Figura 36 – Resultado das variáveis de teste fornecidos pelo software.....	59

Figura 37 – Dados do ensaio de sedimentação	60
Figura 38 – Curva de Sedimentação do ensaio.	61
Figura 39 – Projeção das retas e da bissetriz	61
Figura 40 – Informações gerais do resultado do dimensionamento	62
Figura 41 – janela Laboratório com os dados levantados.....	63
Figura 42 – janela Espessador com balanço de massa.	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados de alimentação do teste de sedimentação.	55
Tabela 2 – Dados de leitura de teste de sedimentação.....	55
Tabela 3 – Resultados do underflow.....	57
Tabela 4 – Dados da zona de compressão.....	58
Tabela 5 – Resultado do dimensionamento.....	58
Tabela 6 – Balanço de massa espessador simulado	65
Tabela 7 - Comparativo de resultados	65

LISTA DE SÍMBOLOS, VARIÁVEIS E ABREVIACÕES

Alt.prov.: Altura interna da proveta;

D.s: Densidade do sólido;

Vp: Volume de polpa;

Mp: Massa de polpa;

Dp: Densidade de polpa;

Ms: Massa de sólido;

ma: Massa de água;

Cs: Concentração de sólido;

Csol: Concentração da solução do reagente;

Desloc.: Deslocamento da interface ao longo do tempo;

U.F: *Underflow*;

tc: Tempo crítico de compactação;

HA: Altura da interface sólido/líquido;

CA: Concentração da alimentação;

R: Razão de espessamento;

C: Concentração de sólidos final;

Ca: Concentração de sólidos no intervalo;

Z0: Altura inicial da interface;

Z: Altura da interface na sessão em suspensão;

t: Tempo;

Md: Massa da solução a ser aplicada na polpa;

dfloc: Dosagem do floculante;

ϕk : Concentração de sólidos final;

L: Altura inicial da interface;

$\phi 0$: Concentração inicial da polpa;

Vs: Velocidade de sedimentação;

Co: Concentração inicial de sólidos na alimentação;

Ho: Altura da polpa no início do teste;

Hu: Altura da interface para a concentração desejada do *underflow*;

Cu: Concentração desejada do *underflow*;

G: Parâmetro utilizado para calcular a área unitária;

Tu: Tempo necessário para atingir a concentração de sólidos desejado;

h: Altura da zona de compressão no espessador;
tf: Tempo final da compressão no espessador;
V: Volume médio da compressão no ensaio de bancada;
vproveta: Volume total da proveta;
cproveta: Constante da proveta;
A: Área do espessador;
Q: Vazão de sólidos na alimentação do espessador;
Au: Área unitária do espessador;
D.e: Diâmetro do espessador;
 π : 3,1415926536;
tpc: Tempo de permanência na zona de compressão;
ti: Tempo do ponto de início de compressão;
%S.UF: Percentual de sólidos no *underflow*;
vUF: Volume do *underflow*;
Q.UF: Vazão de sólidos na zona de compressão;
H: Altura total do espessador;
Ve: Volume total do espessador;

LISTA DE UNIDADES UTILIZADAS

(min): minutos;

(h): horas;

(mm): milímetros;

(mm/ml): milímetros por mililitros;

(g): gramas;

(g/l): gramas por litro;

(g/cm³): gramas por centímetros cúbicos;

(ml): mililitros;

(cm³): centímetros cúbicos;

(cm): centímetros;

(cm/min): centímetros por minutos;

(m): metros;

(m/h): metros por hora;

(m²): metros quadrados;

[m²/(t/h)]: metro quadrado por tonelada por hora;

(m³): metros cúbicos;

(m³/dia): metros cúbicos por dia;

(t): toneladas;

(t/h): tonelada por hora;

(t/m³): toneladas por metros cúbicos;

(%): percentual;

(ft): pés;

(ft/min): pés por minutos;

(ft²): pés ao quadrado;

(lb/ft³): libras por pés ao cubo;

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	OBJETIVOS	18
2.1	Objetivo geral	18
2.2	Objetivos específicos.....	18
3	REVISÃO DA LITERATURA	19
3.1	Testes de sedimentação em bancada.....	19
3.2	Métodos de Dimensionamento de Espessadores.....	23
3.2.1	Método de Kynch	24
3.2.2	Método de Mishler	25
3.2.3	Método de Oltmann	27
3.3	Espessadores convencionais.....	29
4	METODOLOGIA	34
4.1	Dimensionamento de espessadores	34
4.1.1	Cálculo da razão de espessamento.....	35
4.1.2	Cálculo da área do espessador	36
4.1.3	Cálculo do diâmetro do espessador	36
4.1.4	Cálculo da altura da zona de compressão do material	37
4.1.5	Regra dos 3ft.....	38
4.1.6	Cálculo da altura do espessador	39
4.2	Projeção das retas.....	39
4.2.1	Reta do eixo da altura – reta “a” e reta do eixo do tempo – reta “b”.	40
4.2.2	Reta paralela ao eixo do x.....	41
4.2.3	Ponto de interseção de retas	42
4.2.4	Projeção da bissetriz	44
4.2.5	Tangente e obtenção do valor t_c	44
4.5	Desenvolvimento do <i>Software</i>	47
4.5.1	Interfaces do programa.....	48
4.5.2	Análise comparativa e validação do <i>software</i>	54

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	55
5.1 Dimensionamento da literatura – Chaves 2010	55
5.2 Resultado de dimensionamento obtido utilizando o <i>software</i> MV-Simulator	59
6 CONCLUSÕES	67
SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	68
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	69
APÊNDICE I – RELATÓRIO GERADO PARTE 1	74
APÊNDICE II – RELATÓRIO GERADO PARTE 2.....	75

1 INTRODUÇÃO

A mineração, em sua vasta diversidade de setores, é uma importante atividade à sustentabilidade da sociedade humana para fornecimento das matérias-primas que participam ou agregam diretamente no desenvolvimento de outros produtos que estão presentes no dia a dia do homem. A utilização dos recursos minerais, no âmbito inicial, tem encontrado desafios no esforço de conseguir um produto com qualidade, que seja viável economicamente - no caso de concentrados minerais - ou que estejam em condições favoráveis para manuseio e transporte; ou ainda, que sejam dispostos em locais adequados, no caso dos rejeitos de minérios, ao final da cadeia de produção. Neste sentido, o beneficiamento de muitos tipos de minérios diferentes, dos quais se pretende ter como resultado uma concentração satisfatória de um elemento químico de interesse, possui como condicionante principal a utilização de água dentro de seu sistema interno para a contribuição no processamento.

As operações unitárias de uma planta, por exemplo, cominuição, classificação, manuseio de minérios e a própria etapa de concentração são favorecidas quando executadas em processamento a úmido. Todavia, o acréscimo de água dentro do sistema demanda também muita atenção e cuidado no que se refere à reutilização, manutenção da qualidade e preservação do recurso durante e após o processamento mineral (FRANÇA e MASSARANI, 2018).

Neste cenário, faz-se necessário o desaguamento de polpas formadas durante o processo, a fim de separar, o máximo possível, partículas sólidas minerais do líquido presente e preparar o material para processos posteriores. Para isso, existem várias técnicas de desaguamento como o espessamento e a hidrociclonagem, conforme Salvador, Silva e colaboradores (2015); ou utilização de centrífugas, filtro-prensa, filtração de alta pressão a disco, filtração de alta pressão por esteiras e utilização de membranas filtrantes (OSBORNE *et al.*, 2021).

O espessamento é um dos processos que desempenha bem esse papel na etapa de separação sólido-líquido. Além de importante função na preparação para manuseio de partículas finas, durante o fluxo de processos, contribui fortemente pela recuperação parcial do líquido de polpas de minério para ser reutilizado na usina, assim como separação de misturas

líquidas heterogêneas antes de seus descartes, contribuindo com questões ambientais (SVAROVSKY, 2001).

Tal recuperação da água inserida na polpa mineral pode ser entendida através da sedimentação de sólidos de granulometria muito fina, geralmente abaixo de 180 micrometros (μm) no interior do espessador. O *overflow*, como é chamado o líquido clarificado recuperado, é direcionado para reutilização no processo de beneficiamento; o outro produto no espessamento é a parte adensada, *underflow*, quando ocorre uma maior concentração de sólidos e pode ser considerada como produto pastoso, podendo ser disposta por empilhamento (LANGLOIS e CIPRIANO, 2019).

O adensamento de minérios com utilização de espessadores convencionais é um dos métodos empregados que contribuem diretamente nesse sentido e é utilizado por grande parte das mineradoras. De fato, os espessadores convencionais são equipamentos com características circulares de base cônica, que podem ser alimentados com pré-concentrados, concentrados e rejeitos de flotação ou produtos da etapa de deslamagem. Outro objetivo do espessamento, na usina, visa à preparação do produto adensado para processos subseqüentes como filtragem ou concentração (VALADÃO e ARAUJO, 2012).

No entanto, o dimensionamento de espessadores industriais é obtido por equações matemáticas provenientes de metodologias convencionais aplicadas, tendo como base informações apuradas a partir de testes de sedimentação realizados em laboratório, onde também, é possível conhecer a curva de sedimentação da interface entre o sólido e líquido na polpa e calcular a concentração de sólidos ao final do ensaio. Através desses dados de teste, realiza-se o dimensionamento em que as informações resultantes implicam, dentre outros fatores, o cálculo de diâmetro do espessador e a área de espessamento (FRANÇA e CASQUEIRA, 2007).

Pode-se, assim, considerar que as simulações de etapas unitárias industriais em laboratório de processos possibilitam uma noção não só de resultados preliminares relativos a operações industriais, como também um conjunto de parâmetros e variáveis em cada tipo de estudo de processo proposto. Sendo assim, a utilização de *softwares*, sistemas automatizados e modelamentos matemáticos contribuem diretamente no controle e previsibilidade operacional

dessas variáveis de processo nas usinas de beneficiamento, sendo uma importante ferramenta para engenheiros, dando a possibilidade de executarem simulações melhores a fim de obterem estudos de processos com melhor *performance* de circuito no projeto de beneficiamento mineral (MIRANDA *et al.*, 2016).

A partir deste contexto, compreende-se de fato que a realização do dimensionamento de equipamentos de tratamento de minérios pode ser feita com o auxílio de *softwares* que operam, essencialmente, tendo como base técnicas clássicas já consolidadas. Geralmente, estes aplicativos possuem o potencial de processar maior volume de dados mais elaborados em condições bem assertivas, através de comandos e códigos, representando um importante suporte no planejamento, acompanhamento e execução de projetos de engenharia. Sendo assim, este trabalho visa ao desenvolvimento de um *software* capaz de realizar os cálculos auxiliares preparatórios de ensaio laboratoriais de sedimentação e, a partir de informações de leituras de deslocamento da interface gerados, realizar o levantamento de dados que possibilitem o dimensionamento de espessador convencional, tendo como fundamento o método de Talmage e Fitch e utilizando modelamento matemático para levantamento dos parâmetros e representação gráfica do comportamento do minério testado no espessamento. O *software* traz como resposta as dimensões prévias do equipamento e o balanço de massa do fluxo no espessador a partir dos dados originados do teste em bancada e, por fim, possibilita a geração de um relatório final.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Desenvolver um *software* capaz de realizar o dimensionamento de espessador convencional a partir de informações obtidas em teste de sedimentação em laboratório.

2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- I. Interpretar informações de ensaios de sedimentação em bancadas para geração de *inputs* para o *software*.
- II. Desenvolver um *software* em uma linguagem de programação pascal capaz de ler dados do usuário e realizar cálculos de dimensionamento de espessador emitindo assim um relatório final com dados de balanço de massa do espessamento e medidas do espessador dimensionado.
- III. Validar o programa a partir de comparação de resultados fornecidos pelo *software* com informações obtidas da literatura.

3 REVISÃO DA LITERATURA

3.1 Testes de sedimentação em bancada

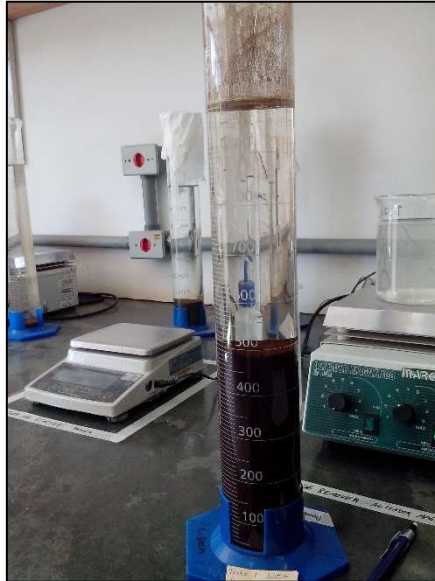
Os ensaios em escala bancada de sedimentação são relativamente simples, consiste em adicionar uma polpa em uma proveta graduada até que complete o volume máximo indicado. Com um agitador, faz-se a homogeneização completa e, após a agitação, inicia-se o período de avaliação do sistema, cronometrando e registrando a leitura da decantação dos sólidos em pontos específicos.

Alguns cuidados devem ser tomados na hora da execução do teste. Devido ao objetivo de avaliar o comportamento da polpa e realizar a leitura correta do deslocamento, a proveta deverá estar em local nivelado e não poderá haver qualquer tipo de vibração para que não ocorra nenhum tipo de turbulência interna, evitando interferência nas partículas em movimento e na porção adensada (SAMPAIO *et al.*, 2007).

O teste de sedimentação pode ser realizado em uma proveta com volume total de 2.000 mililitros (ml), com graduação no recipiente de acordo com França e Casqueira (2007). É comum também a realização de testes em provetas com volume de 1.000 ml nos casos em que a disponibilidade de amostra é menor, também quando a finalidade principal é unicamente conhecer o comportamento da polpa no processo de decantação de seus sólidos em condições específicas, determinadas com utilização de reagentes.

A Figura 1 ilustra um teste de sedimentação de lama de minério de ferro já finalizado, em que é possível ver a fase adensada e a fase clarificada. Contudo, o ensaio pode ser utilizado para medir a velocidade de decantação da interface do líquido clarificado e os sólidos na suspensão em função do intervalo de tempo (NETO, *et al.*, 2016).

Figura 1 - Proveta com polpa de lama de minério de ferro após término de um teste de sedimentação.



O deslocamento da interface da fase clarificada e dos sólidos em suspensão pode ser medida em centímetros por minuto (cm/min) e transformada para utilização nos cálculos de dimensionamento para metros por hora (m/h). De acordo com Chaves (2010), as informações consideradas nos experimentos laboratoriais de sedimentação podem ser:

Alimentação:

- ✓ Peso da proveta (g);
- ✓ Peso da polpa (g);
- ✓ Volume da polpa (ml);
- ✓ Densidade de polpa (g/cm^3);
- ✓ Percentual de sólidos (%);
- ✓ Massa de sólidos (g).

Parte adensada (*underflow*):

- ✓ Volume de polpa (ml);
- ✓ Volume de água (ml);
- ✓ Percentual de sólidos (%);
- ✓ Volume de sólidos (cm^3);
- ✓ Massa de sólidos (g);

- ✓ Densidade de polpa (g/cm³).

Overflow:

- ✓ Volume de água clarificada (ml);
- ✓ Índice de turbidez;
- ✓ pH.

Outra informação importante obtida através do teste é o ponto crítico de compressão dos sólidos na sedimentação. Tal ponto mostra em qual momento se inicia a zona de compressão no espessamento. Graficamente este ponto é possível de ser visualizado, no momento de inflexão da curva de sedimentação quando projetada (REIS, 2010).

Como informação, ao final do ensaio de sedimentação em bancada, dois parâmetros podem ser calculados. O primeiro é a velocidade final do fluxo de sólidos que pode ser obtida através de dados da sedimentação livre, ou seja, antes da zona de compressão e o segundo parâmetro é a concentração final de sólidos, a partir da equação 1. Ambos provenientes da metodologia desenvolvida por Kynch (abordada com mais detalhes no tópico 3.2.1), um matemático que desenvolveu um modelo simplificado de equações que utiliza dados extraídos da curva de sedimentação (FRANÇA e CASQUEIRA, 2007).

$$C = \frac{C_a \times Z_0}{Z} \quad (1)$$

Em que:

C = Concentração de sólidos final (g/cm³);

C_a = Concentração de sólidos no intervalo (g/cm³);

Z₀ = Altura inicial da interface (cm);

Z = Altura da interface na sessão em suspensão (m);

t = Tempo (min).

Em algumas situações, para maior velocidade de sedimentação dos sólidos em caso de operações com material muito fino e buscando maior recuperação do líquido clarificado, utilizam-se reagentes como floculantes, que contribuem no adensamento de partículas (GUIMARÃES, 2010).

Segundo Yonggang e colaboradores (2000), esse adensamento está relacionado à formação de flocos entre os componentes sólidos da polpa. Conforme Miller (2019) relata, o floculante proporciona pontes entre as partículas, favorece pequenas conexões entre elas e, proporciona, assim, a aglomeração dos sólidos resultando no aumento de velocidade de sedimentação. De fato, a formação dos flocos que contribuem na *performance* da sedimentação se dá pelo encontro turbulento entre partículas sólidas finas e ultrafinas em suspensão com as moléculas dos reagentes (JIAO, *et al.*, 2022).

O cálculo para a dosagem de floculantes pode ser realizado conforme equação 2 (TORQUATO, 2008).

$$Md = \frac{Cs \times dfloc}{100^2 \times Csol} \quad (2)$$

Em que:

Md= Massa da solução a ser aplicada na polpa (g);

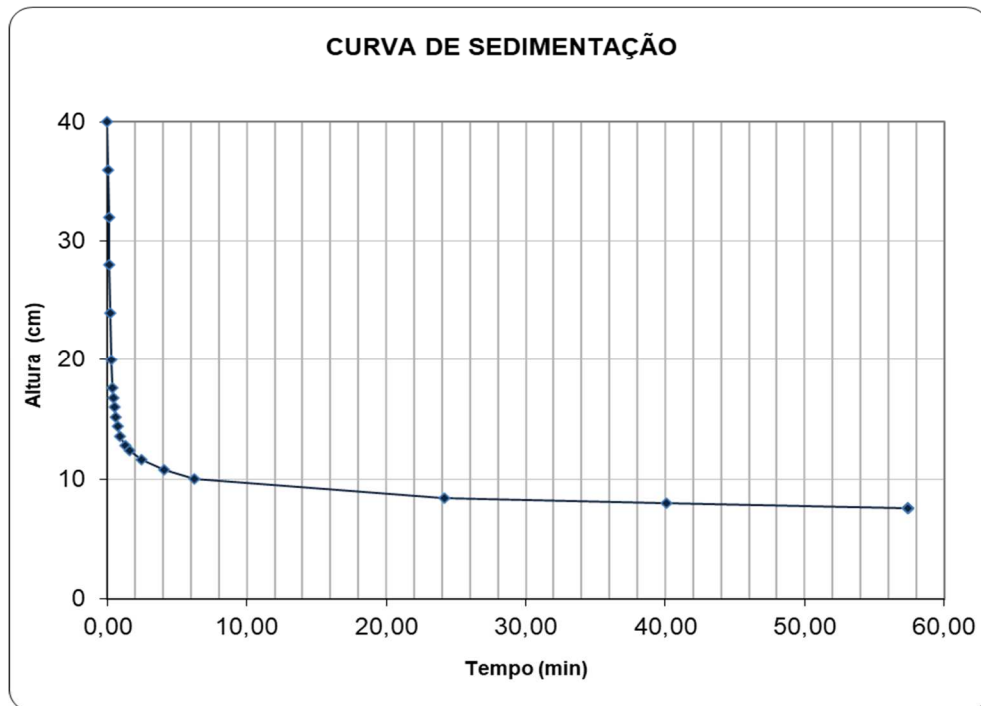
Cs = Concentração dos sólidos (g/l);

dfloc = Dosagem do floculante (g/t);

Csol = Concentração da solução do floculante (%).

Com os dados de deslocamento da interface na sedimentação apurados após o teste, faz-se a curva de sedimentação como ilustrado na Figura 2.

Figura 2 – Curva de sedimentação de sólidos do teste de laboratório.



3.2 Métodos de Dimensionamento de Espessadores

Cada equipamento - segundo as premissas presentes dentro dos processos a que pertencem - necessitam ter um funcionamento eficaz e, para tal, é fundamental um bom dimensionamento no momento de ser projetado. No espessamento, os espessadores precisam ser dimensionados para que possam, quando em funcionamento, elevar o percentual de sólidos de polpas a valores pré-definidos em função dos processos subsequentes e recuperar o máximo de água de processo possível com o mínimo de sólidos (PINTO, *et al.*, 2009). Tanto a capacidade operacional necessária para os fluxos de entrada e saída de produtos como o balanço de massa, diâmetro e altura são informações importantes no dimensionamento de espessadores (PINTO, *et al.*, 2009).

Com Coe e Clevenger, 1916 *apud* Chaves (2010), surgiram os conceitos iniciais sobre espessamento, dentre os quais estão a velocidade de sedimentação das partículas diretamente relacionada com a concentração de sólidos inicial da alimentação. Em seguida o conhecimento do ponto crítico estabelecido no momento de mudança de comportamento da curva de sedimentação, o que representa o início da zona de compactação. No entanto, foi o matemático

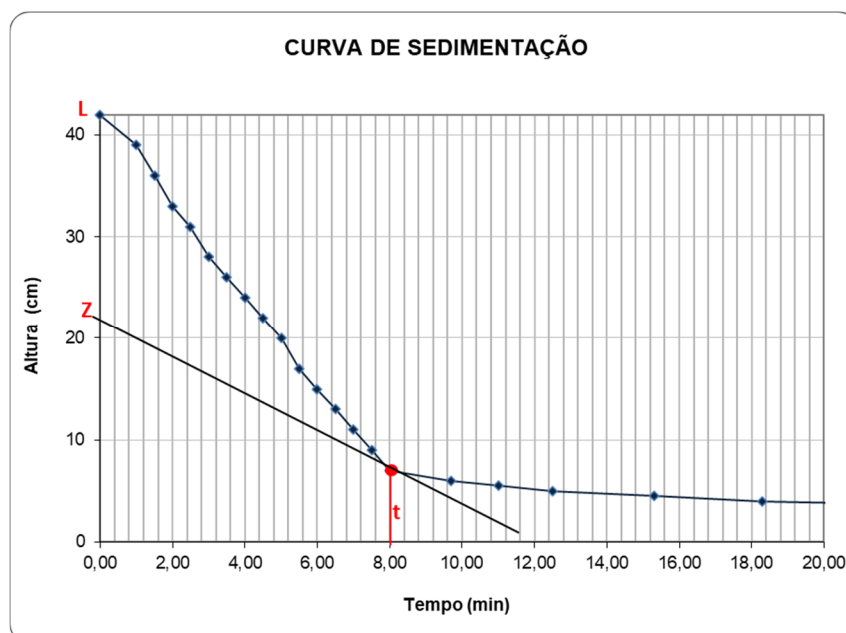
Kynch quem formulou uma equação para calcular a velocidade de sedimentação e a concentração de sólidos em um teste de sedimentação descontínuo (CHAVES, 2010).

Observa-se que muitos estudos para levantamento de parâmetros utilizados no dimensionamento foram desenvolvidos ao longo do tempo. Alguns desses métodos serão abordados a seguir.

3.2.1 Método de Kynch

No modelo de Kynch desenvolvido em 1952, conforme descrito por Sampaio e colaboradores (2007), o cálculo de concentração de sólidos e velocidade de sedimentação requer apenas um ensaio em bancada por ser uma metodologia mais simplificada. Como descreve Concha (2001), nesse método, como ilustrado na Figura 3 traça-se uma tangente no ponto de inflexão da curva de sedimentação para obter os valores necessários para os cálculos da concentração de sólidos e a velocidade de sedimentação. Tais parâmetros podem ser calculados com as equações 3 e 4 respectivamente.

Figura 3 - Parâmetros para cálculo - concentração de sólidos e velocidade de sedimentação pelo método de Kynch.



$$\varphi_k = \frac{L}{Z} \cdot \varphi_0 \quad (3)$$

φ_k = Concentração de sólidos final (%);

L = Altura inicial da interface (cm);

Z = Altura em determinado ponto da tangente traçada toca o eixo y (cm);

φ_0 = Concentração inicial da polpa (%).

$$V_s = \frac{Z}{t} \quad (4)$$

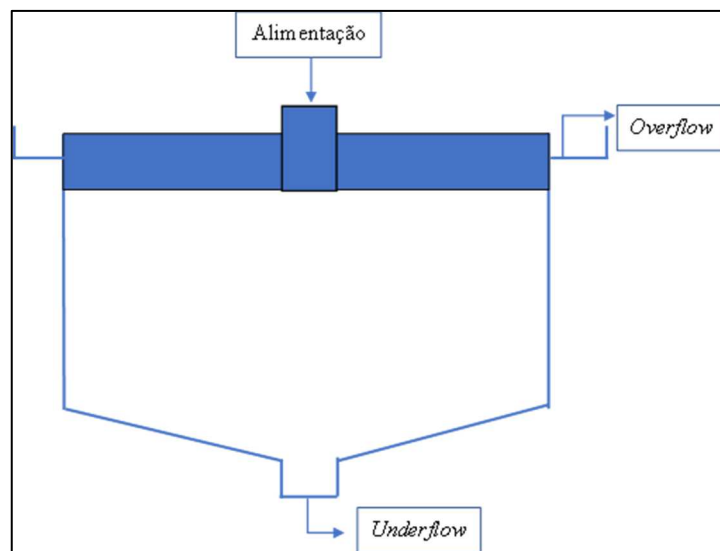
V_s = Velocidade de sedimentação (cm/min);

t = Tempo relativo à altura analisada (min).

3.2.2 Método de Mishler

Segundo Concha (2001), Mishler foi um dos primeiros modelos de cálculo de capacidade de um espessador considerando como base o cálculo de balanço de massa que passa pelo espessador, considerando conceitualmente o equipamento de forma bem simples, como mostra a figura 4.

Figura 4 - Modelo simplificado de espessador.



Fonte: Modificado de Valadão e Araújo (2012) *apud* Concha (1986).

Sendo assim o balanço de massa é expresso na equação 5 considerando total adensamento e o balanço de mássico de sólido considerando a diluição do sistema na equação 6 (GUIMARÃES, 2010):

$$A = D \quad (5)$$

A = vazão de sólidos na alimentação;

D = vazão de sólidos do *underflow*.

$$R = A \cdot (D_A - D_D) \quad (6)$$

D_A = concentração de sólidos da alimentação (%);

D_D = concentração de sólidos no *underflow* (%);

R = vazão de sólidos no *overflow*.

O fluxo volumétrico do *overflow* pode ser calculado pela equação 7:

$$Q_o = [A (D_A - D_D)] / \rho_f \quad (7)$$

Q_o = Vazão volumétrica do *overflow*;

ρ_f = massa específica do fluido.

Para encontrar a área transversal do espessador, segundo Guimarães (2010), Mishler considera a equação 8 sendo expressa por:

$$S = \frac{A \cdot (D_A - D_D)}{\rho_f \cdot R} \quad (8)$$

S = Área do espessador;

R = Velocidade de sedimentação.

Logo a região específica (G) onde o fluxo de massa de sólidos passa dentro do equipamento por ser determinada pela equação 9:

$$G = [(R \cdot \rho_f) / (D_A - D_D)] \quad (9)$$

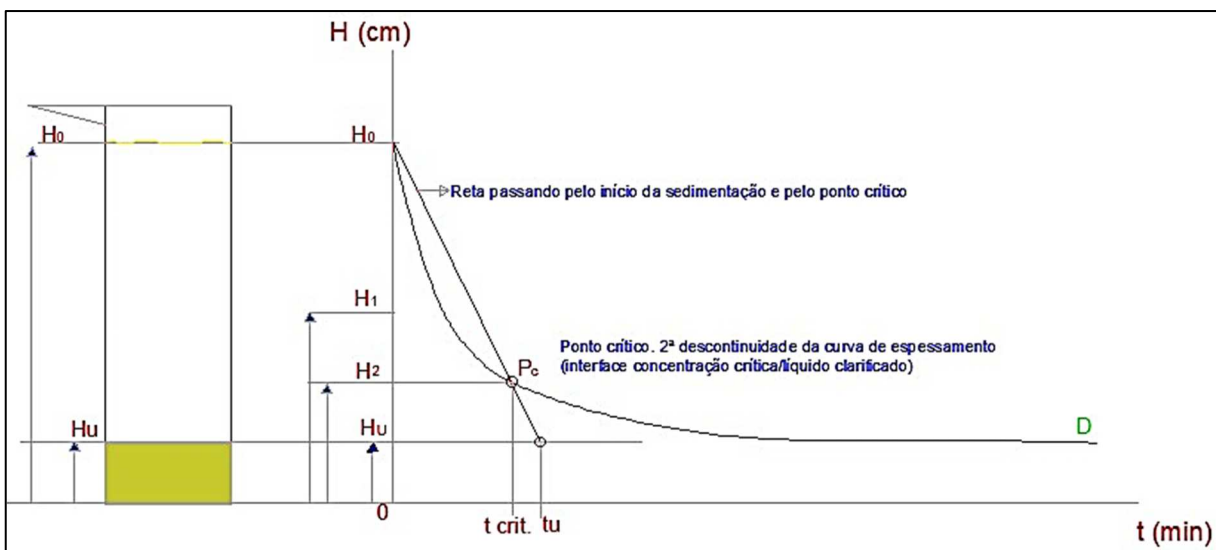
A área unitária de espessamento é obtida calculando o inverso de G e o produto da massa alimentada, (base seca) no equipamento pelo parâmetro G calcula-se a área total do equipamento.

3.2.3 Método de Oltmann

Na metodologia de Oltmann não é preciso muitos testes de sedimentação para levantamento dos dados, somente uma curva de sedimentação fornece as informações para realização dos cálculos de dimensionamento. Neste caso a construção da curva tem como premissa a concentração de sólidos do sedimentado (GUIMARÃES, 2010).

Logo após definido tal parâmetro, segue-se para determinação do ponto crítico, projetando na curva de sedimentação uma reta iniciando na altura da proveta até o ponto de compressão como indicado na Figura 5. Pode-se calcular a altura da interface em função da concentração desejada no *underflow* conforme a equação 10 (GUIMARÃES, 2010).

Figura 5 - Representação gráfica do método de dimensionamento de Oltmann



Fonte: Adaptado Chaves (2010).

$$Hu = \frac{Co.Ho}{Cu} \quad (10)$$

Em que:

Co = Concentração inicial de sólidos na alimentação (%);

Ho = Altura da polpa no início do teste (cm);

Hu = Altura da interface para a concentração desejada do *underflow* (cm);

Cu = Concentração desejada do *underflow* (%).

Faz-se então uma reta horizontal no gráfico partindo do ponto “Hu”. No instante em que a reta partindo da altura inicial da polpa toca a reta de “Hu”, obtém-se “tu” que é o tempo necessário para atingimento da concentração de sólidos requerida indicada por “Cu”. Logo após, realiza-se o cálculo do parâmetro G com a equação 11:

$$G = \frac{Co.Ho}{Tu} \quad (11)$$

Tu = tempo necessário para atingir a concentração de sólidos no sedimentado indicado em “Cu”. (minutos);

A altura de compressão pode ser calculada através da equação 12:

$$h = \frac{(tf - tc).V}{ms . Re} \quad (12)$$

h= Altura de compressão (cm);

tf = Tempo final da compressão (min);

tc = Tempo crítico da compressão (min);

ms = Massa dos sólidos seco (g);

Re = Razão de espessamento (m²/t/h);

V = Volume médio da compressão no ensaio de bancada (ml).

A razão de espessamento para este método é dada pela equação 13:

$$Re = \frac{\text{constante da proveta} \times tu}{ms} \quad (13)$$

A constante da proveta é a divisão da altura total pelo volume total.

3.3 Espessadores convencionais

Espessadores convencionais são grandes tanques circulares com base inclinada como ilustrado na Figura 6. O raspador, dentre várias partes do equipamento, é um dos principais componentes de funcionamento, Figura 7, ligado a um eixo central responsável por fazer o movimento circular no interior do espessador (DELKOR, 2010 *apud* Leite 2011).

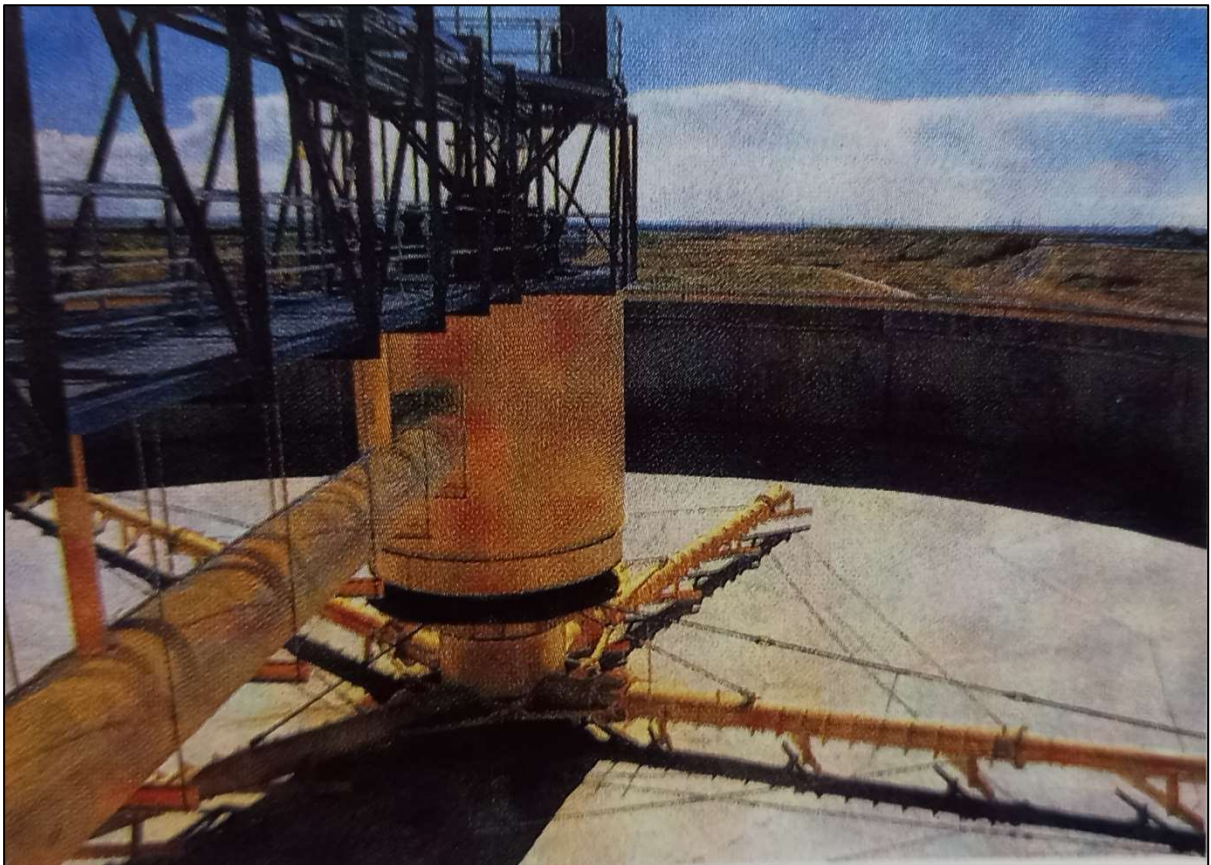
Figura 6 - Espessador convencional alta capacidade.



Fonte: Concha (2001).

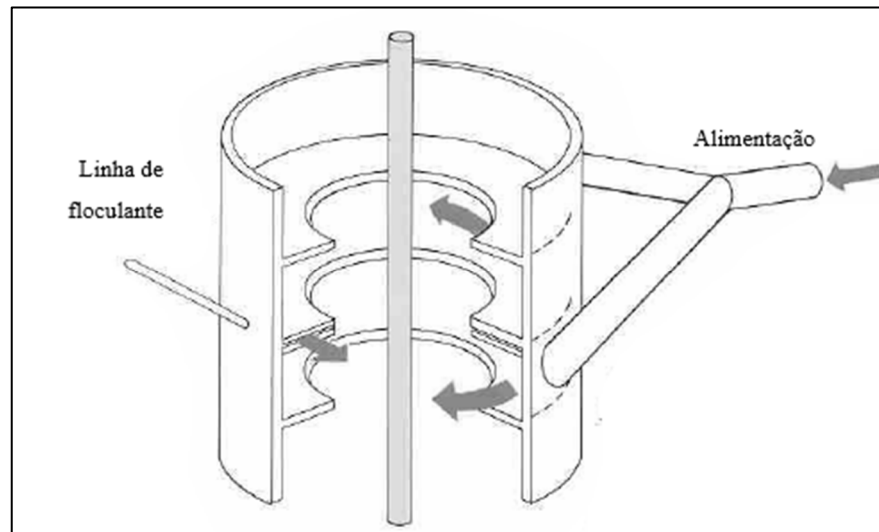
Para Miller (2019), os espessadores convencionais podem ser caracterizados pela utilização de baixas exigências de flocculantes e um sistema raso de alimentação. Como descrito por Leite (2011), geralmente, é alimentado através de um sistema responsável por quebrar o movimento turbulento da polpa proveniente da planta de beneficiamento que chega até ele, proporcionando uma alimentação em regime brando. Chaves (2010) cita tal mecanismo de alimentação como “*feedwell*” (Figuras 8 e 9).

Figura 7 - Raspadores no interior do espessador.



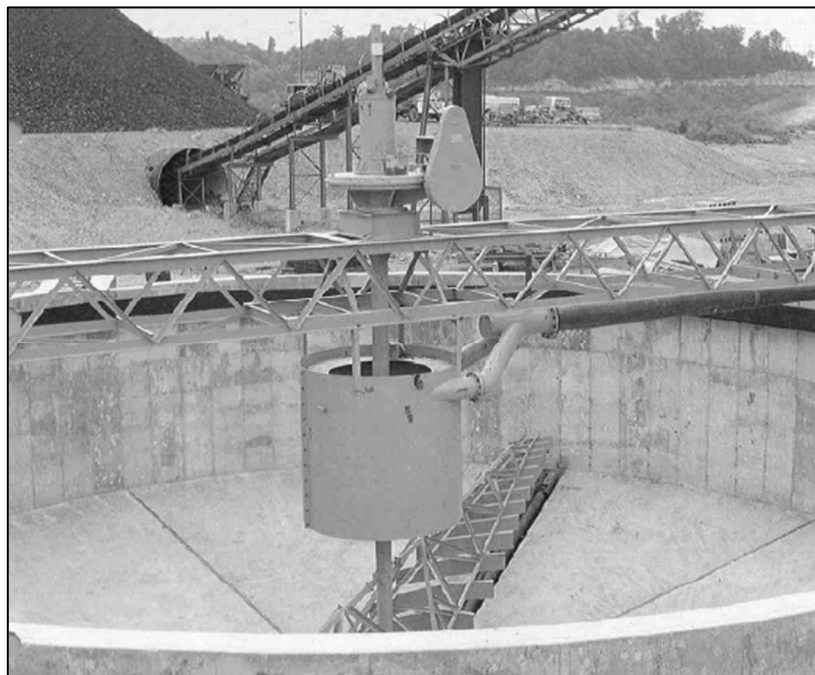
Fonte: Concha (2001).

Figura 8 - Representação esquemática do *feedwell*.



Fonte: Modificado de Concha (2001).

Figura 9 - Sistema *feedwell* em um espessador.

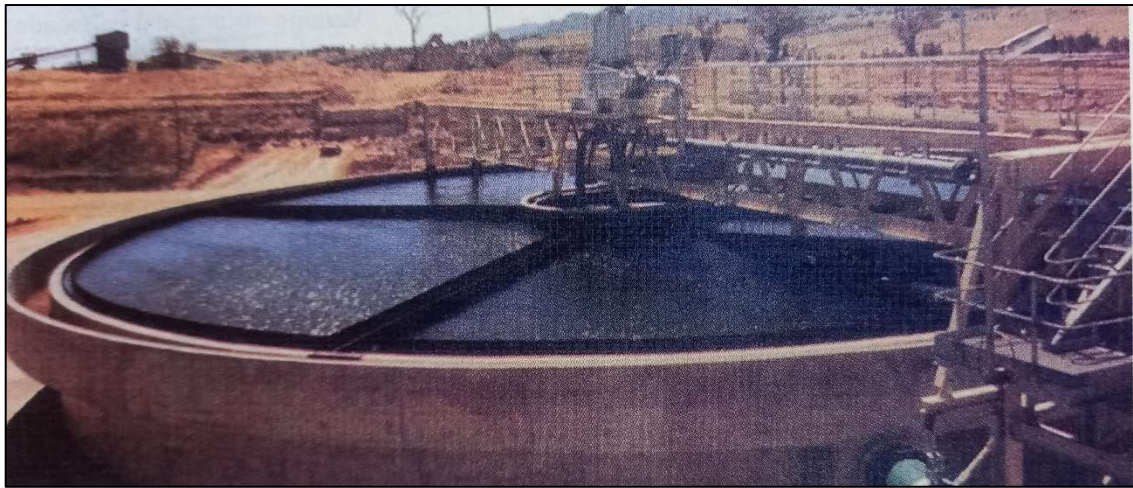


Fonte: Concha (2001).

O material adensado no interior sofre um arraste pela atuação do raspador, sendo movimentado para o centro onde há a saída do *underflow*. O líquido clarificado é coletado em um sistema de calhas responsável por recolher a água presente ao redor de todo o equipamento (LEITE,2011).

A Figura 10 ilustra um espessador de uma planta de beneficiamento de carvão que mostra nas extremidades o sistema de coleta do *overflow*.

Figura 10 - Espessador de uma planta de carvão.



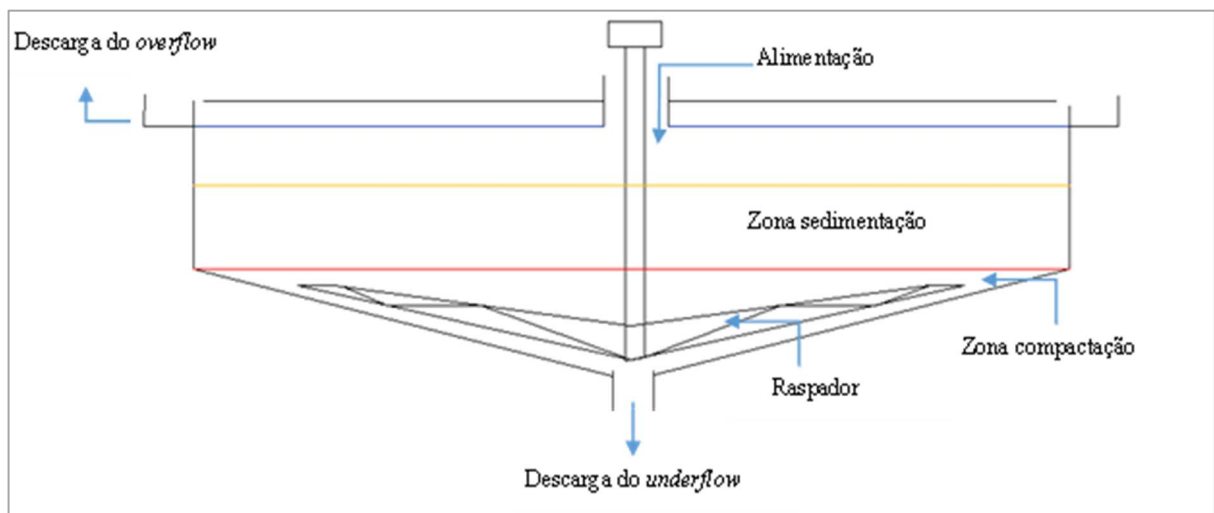
Fonte: Concha (2001).

Para Miller (2019), dentro de um espessador há três estágios básicos de comportamento para a relação de sólidos e a fase líquida que são: o primeiro é a sedimentação livre, em que partículas não possuem interferência de outras para decantarem e, neste caso, os aspectos influenciadores correspondem a forma da partícula, tamanho e viscosidade da fase líquida. O segundo estágio seria uma sedimentação mais lenta e dificultada devido à interação de partículas dentro do mesmo sistema, no qual interagem entre si e influenciam a velocidade de sedimentação. Por fim, o terceiro e último ciclo é a formação da zona de compactação pelas partículas decantadas.

Chaves (2010) também descreve que dentro de um espessador em operação contínua, formam-se zonas no interior que são influenciadas pelos diferentes momentos no processo de decantação dos sólidos. A primeira é zona de alimentação, onde a polpa é inserida por uma entrada na parte superior dispersando posteriormente; depois a zona de sedimentação, local em

que se inicia o adensamento das partículas e, abaixo das citadas, encontra-se situada no fundo do espessador a zona de compressão ou compactação que possui maior concentração de sólidos e onde ocorre a atuação do raspador. A zona de clarificação está localizada na parte superior do espessador, espaço em que o líquido clarificado é descarregado e coletado por calhas laterais sendo recondicionado. A Figura 11 ilustra os setores descritos.

Figura 11 – Ilustração esquemática de um espessador convencional.



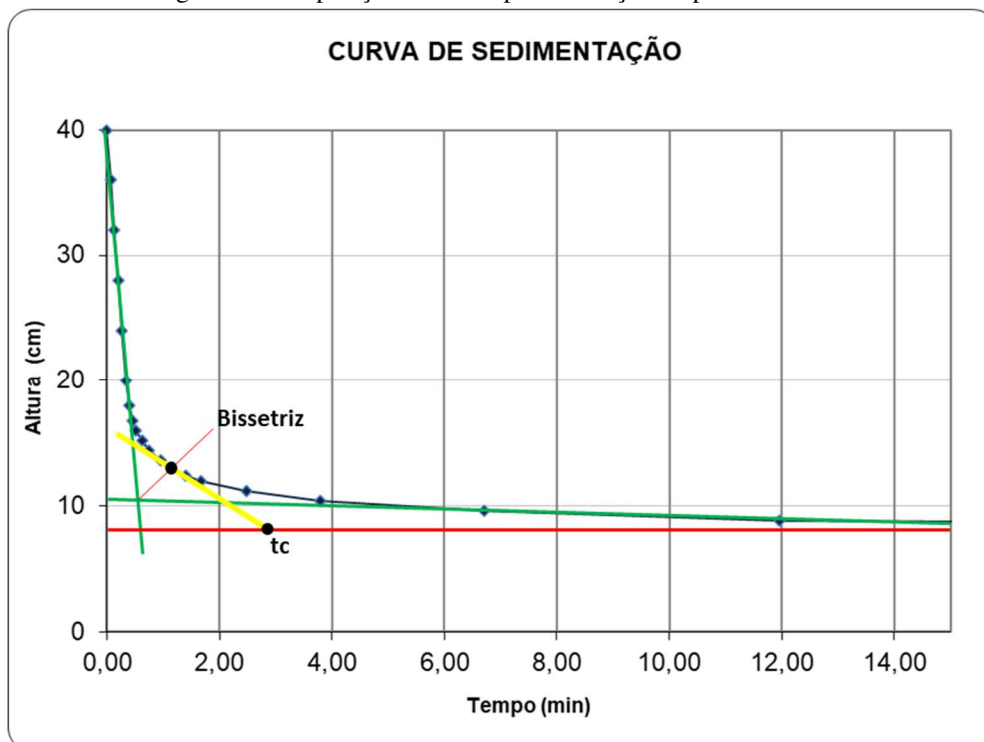
4 METODOLOGIA

4.1 Dimensionamento de espessadores

De acordo com Chaves (2010), no método de Talmage e Fitch, o dimensionamento é feito a partir dos dados gerados por apenas um ensaio de sedimentação e considerando parâmetros determinados por meio de condicionantes reais de operação como a razão de espessamento, nisto é necessário a obtenção do tempo crítico de compactação para calcular a área do espessador.

Para a execução do cálculo da razão de espessamento, são traçadas retas correspondentes aos segmentos da altura, do tempo e uma reta paralela ao eixo x no gráfico de sedimentação, em seguida, projeta-se uma bissetriz no ângulo formado entre as retas dos segmentos de altura e tempo, tendo o ponto de encontro entre elas como origem, perpassando pela curva de sedimentação. A partir do ponto de encontro da bissetriz e a curva, traça-se uma tangente até a reta paralela ao eixo x (eixo do tempo). No instante em que a tangente toca a reta paralela ao eixo do tempo, obtém-se o valor do t_c , como ilustrado na Figura 12.

Figura 12 - Disposição das retas para obtenção do parâmetro t_c .



4.1.1 Cálculo da razão de espessamento

Essa razão pode ser calculada conforme a equação 14.

$$R = \frac{tc}{CA \times HA} \quad (14)$$

No qual:

R = Razão de espessamento [m²/(t/h)]

tc= Tempo crítico de compactação (h).

A concentração de sólidos da alimentação é obtida pela equação 15.

$$CA = \frac{ms}{ma} \quad (15)$$

CA = Concentração da alimentação (%);

ms= Massa de sólidos na alimentação (g);

ma= Massa de água (g).

A altura inicial da polpa também pode ser obtida através do produto da constante da proveta e o volume da proveta, como descrito na equação 16.

$$HA = vproveta \times cproveta \quad (16)$$

HA = Altura inicial da polpa (mm);

vproveta = Volume total da proveta (ml);

cproveta = Constante da proveta (mm/ml).

A constante da proveta, parâmetro importante para continuidade do cálculo é obtido aplicando a equação 17.

$$c_{proveta} = \frac{\text{altura interna da proveta}}{v_{proveta}} \quad (17)$$

$c_{proveta}$ = Constante da proveta (mm/ml);
 altura interna da proveta dada (mm);
 $v_{proveta}$ = Volume da proveta (ml).

4.1.2 Cálculo da área do espessador

Chaves (2010) indica que a área pode ser calculada pela equação 18:

$$A = Q \times R \times \text{fator} \quad (18)$$

A = Área do espessador (m²);
 Q = Vazão de sólido na alimentação do espessador (t/h);
 R = Razão de espessamento [m²/(t/h)];
 Fator = 1,47.

A área unitária para o espessamento, seguindo a método de Talmadge e Fitch mencionado por Torquato (2008), pode ser calculada pela equação 19.

$$A_u = \frac{tu}{C_o \times H_o} \quad (19)$$

A_u = Área unitária do espessador (m²/t/dia);
 tu = Tempo de para atingir concentração de sólidos desejada (min);
 H_o = Altura inicial da interface (m);
 C_o = Concentração da massa de sólidos (t/m³);

4.1.3 Cálculo do diâmetro do espessador

A partir do cálculo de área mencionado anteriormente o diâmetro do espessador é calculado pela equação 20:

$$D.e = \sqrt{\frac{4.A}{\pi}} \quad (20)$$

D.e = Diâmetro do espessador (m);

A = Área do espessador (m²);

$\pi = 3,1415926536$.

4.1.4 Cálculo da altura da zona de compressão do material

Como mostrado na equação 21, calcula-se primeiramente o tempo de permanência da zona de compressão fazendo a diferença do tempo máximo, antes repetir o volume final do sedimentado nas medições no teste e o tempo inicial para atingir a zona de compressão.

$$tpc = tf - ti \quad (21)$$

tpc = Tempo de permanência na zona de compressão (min);

tf = Tempo máximo antes de repetir o volume do sedimentado (min);

ti = Tempo do ponto de início de compressão (min).

Após calcular o tempo de permanência na zona de compactação, calculam-se, respectivamente, o percentual - equação 22 - e a vazão - equação 23 - de sólidos na zona de compressão. A altura da zona de compressão é dada pela equação 24.:

$$\%S.UF = \frac{Ms}{\{Ms + [vUF - \left(\frac{MS}{DS}\right)]\}} \quad (22)$$

%S.UF = Percentual de sólidos no *underflow* (%);

Ms = Massa de sólidos (g);

vUF = Volume do *underflow* (ml).

$$Q.UF = \frac{Q}{\%S.UF} \quad (23)$$

$Q.UF$ = Vazão de sólidos na zona de compressão (t/h);

Q = Vazão da alimentação do espessador (t/h).

$$h = \frac{Q.UF}{A} \quad (24)$$

h = Altura da zona de compressão (m).

A altura da interface final pode ser calculada considerando a metodologia de Oltmann descrita no tópico 3.2.3.

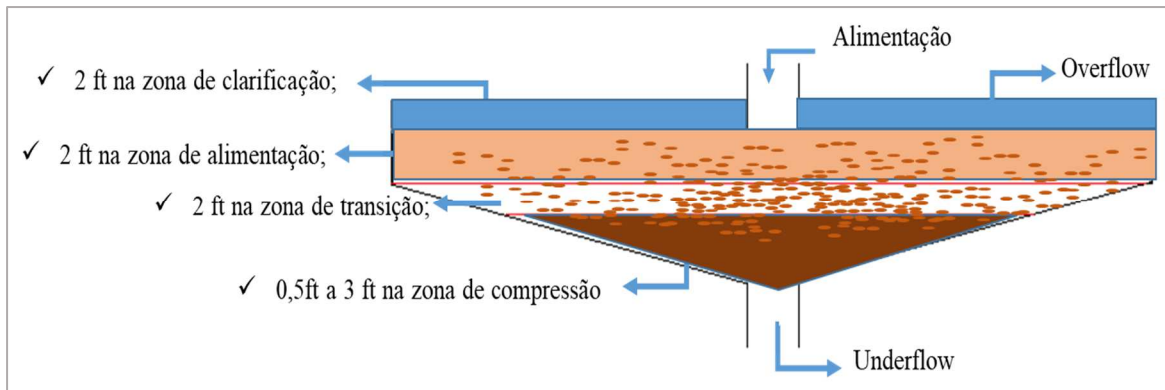
4.1.5 Regra dos 3ft

A fim de evitar subdimensionamentos a regra dos 3 pés é aplicada acrescentando 3 medidas sobre nas partes internas do espessador (GUIMARÃES, 2010).

Neste sentido Menezes (2010), acrescenta que a altura da camada do material espessado, ou seja, a zona de compressão for maior que 3 pés, tal região pode estar subdimensionada. É necessário, então, recalcular as dimensões da área de sedimentação com as seguintes aplicações: acréscimo de 2 ft na zona de clarificação, acréscimo de 2 ft na zona de alimentação, acréscimo de 2 ft na zona de transição e acréscimo de 0,5 ft a 3 ft na zona de compressão.

Após recalcular as zonas, pode-se obter uma altura total no espessador de 6,5 ft a 9 ft. A Figura 13, ilustra a relação citada acima.

Figura 13 – Ilustração da aplicação da regra dos 3 pés



4.1.6 Cálculo da altura do espessador

Para calcular este parâmetro no dimensionamento, deve-se obter o volume da polpa, volume de sólido mais volume de água que presente no espessador. Calcula-se a altura do espessador através da relação do volume com a área anteriormente calculada, equação 25.

$$H = \frac{Ve}{A} \quad (25)$$

H = Altura do espessador (m);

Ve = Volume do espessador (m³);

A = Área do espessador (m²).

4.2 Projeção das retas

Após a representação gráfica da curva de sedimentação, podem-se projetar retas com dados do processamento compilados pelo *software*. Uma relacionada ao movimento da interface em relação à altura considerando como ponto de início o valor da altura da proveta utilizada no teste e, para melhor entendimento, é identificada como reta “a”.

Uma segunda, denominada reta “b”, relacionada ao tempo final de compressão quando uma das extremidades encontra com a extremidade da reta “a”. E uma terceira reta paralela ao eixo x, considerando tempo final de compressão como origem até o eixo y. Tais projeções são

feitas tendo como base a aplicação de equações matemáticas relacionadas à geometria analítica, alimentadas com dados do ensaio de bancada.

Além disso, essas projeções possibilitam a definição de um ponto de encontro entre elas com formação de um ângulo no qual, conseqüentemente, acontece a projeção da bissetriz, passando pela curva de sedimentação projetada. Por seguinte, no ponto em que a bissetriz toca a curva de decantação, projeta-se uma reta tangente até a reta paralela ao eixo x. O t_c (tempo crítico de compactação) - parâmetro e uma das principais bases para o cálculo de dimensionamento de espessador pelo método - é obtido no instante em que a tangente toca a reta paralela ao eixo relativo ao tempo.

4.2.1 Reta do eixo da altura – reta “a” e reta do eixo do tempo – reta “b”.

As retas "a" e "b" são construídas a partir de um ponto por onde cada uma passa - $P_1(x_1, y_1)$ -, utilizando a equação da reta com sua fórmula geral do meio clássico da geometria analítica, como registra Lehmann (1995), representada pela equação 26.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad (26)$$

Onde:

y = Variável dependente;

y_1 = Valor do eixo da altura de P_1 ;

m= Valor de declividade da reta;

x= Variável independente da equação;

x_1 = Valor do eixo do tempo.

Na aplicação deste trabalho, no desenvolvimento da reta "a" os valores de P_1 são pertencentes ao conjunto de informações de altura do deslocamento da interface de sedimentação; na obtenção da reta "b", referente ao tempo, considera-se o ponto referente ao início de compressão e a altura final de deslocamento da interface antes do limite final de compressão. Conforme Lehmann (1995), com os pares ordenados $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$, calcula-

se o valor de declividade da reta, aplicando a equação 27. Na Figura 14 os segmentos verdes ilustram as retas “a” e reta “b”.

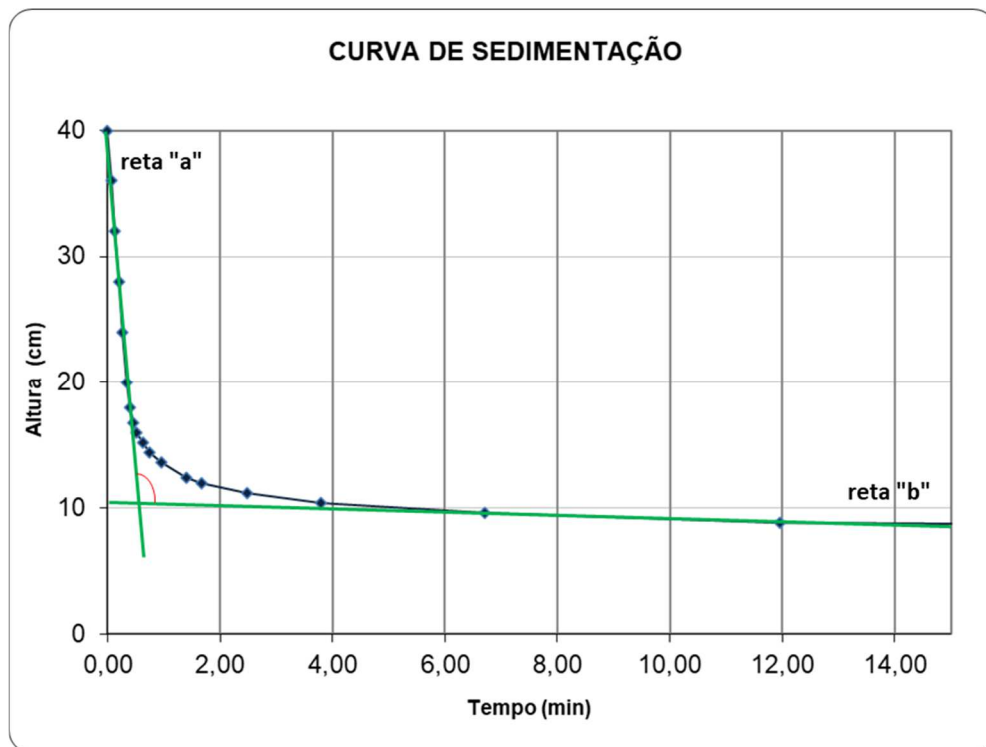
$$m = \frac{(y1 - y2)}{(x1 - x2)} \quad (27)$$

Sendo $x1 \neq x2$.

O ângulo formado entre as retas pode ser calculado a partir do cálculo do arco tangente de m, equação 28 (LEHMANN, 1995).

$$\alpha = \text{arc } tg(m) \quad (28)$$

Figura 14 – Representação das retas a e b na curva de sedimentação.

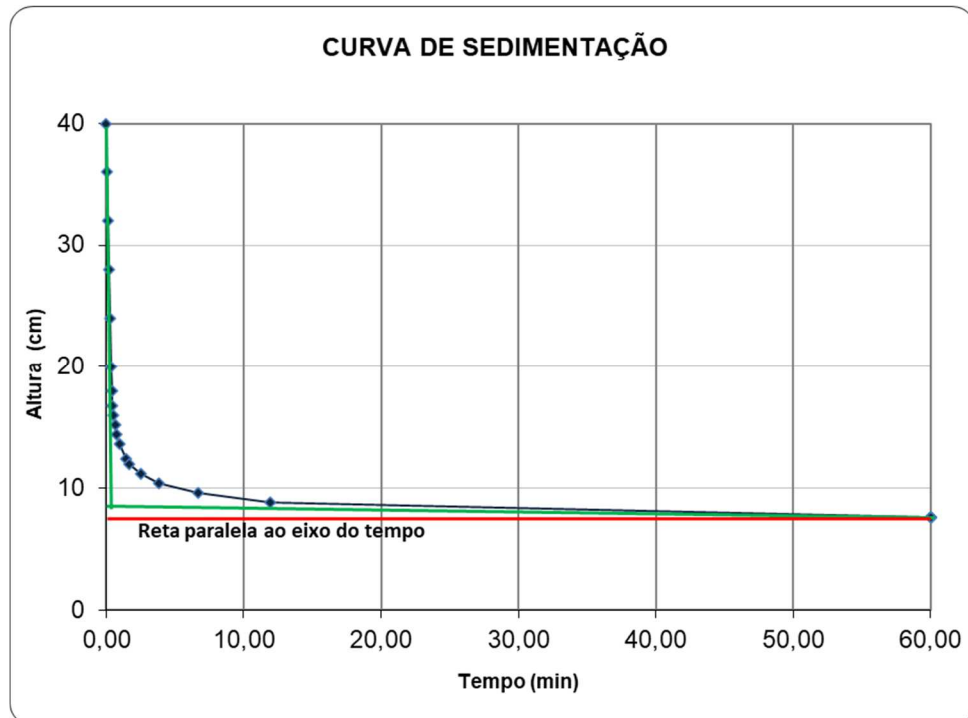


4.2.2 Reta paralela ao eixo do x.

De forma semelhante às retas “a” e “b”, a reta paralela ao eixo x representada em vermelho na Figura 15 é desenvolvida da mesma forma, contudo é esboçada paralela ao eixo x no gráfico. Os pontos utilizados, neste caso, são o último tempo de teste pertencente no intervalo final de medição e, conseqüentemente, a altura alcançada na medição final. Como reforça

Lehmannl (1995), este segmento paralelo ao eixo x, pode ser considerado uma reta assíntota horizontal, ou seja, neste caso o valor de m é nulo pois não há valor de declividade.

Figura 15 – Reta (vermelha), paralela ao eixo do X.



4.2.3 Ponto de interseção de retas

Para projeção da bissetriz é necessário achar o ponto de interseção das retas definidas "a" e "b". Diante das equações discriminadas, para a definição do ponto de encontro é desenvolvido um sistema linear conforme ilustrado na Figura 16.

Figura 16 - Sistema linear com equações das retas a e b.

$$\begin{cases} x(a) + y(a) = Y \leftarrow \text{Equação de a} \\ x(b) + y(b) = Y \leftarrow \text{Equação de b} \end{cases}$$

Para achar o ponto em comum, Figura 18, reformula-se o formato do sistema mostrado na Figura 16 em matriz como ilustrado na Figura 17.

Figura 17 - Matriz formada a partir do sistema linear.

$$\begin{vmatrix} x(a) & y(a) \\ x(b) & y(b) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Y(a) \\ Y(b) \end{vmatrix}$$

A resolução da matriz é realizada pelo método matemático de Cramer, calculando inicialmente o determinante em comum às duas equações e depois o determinante para cada variável x e y , D_x e D_y através das equações 29 e 30, encontrando, assim, as coordenadas do ponto de encontro.

$$x = \frac{D_x}{D} \quad (29)$$

Em que:

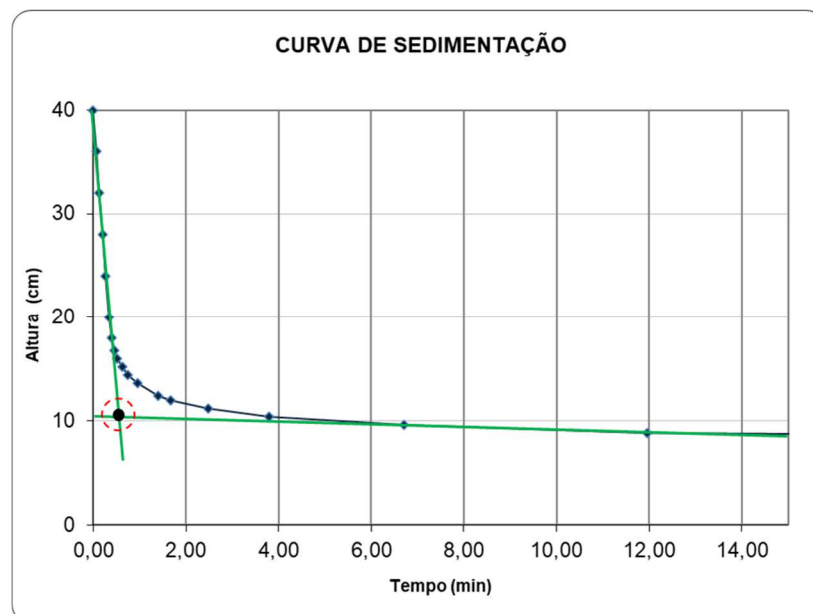
D_x = Determinante da variável x ;

D = Determinante comum às duas equações.

$$y = \frac{D_y}{D} \quad (30)$$

D_y = Determinante da variável y .

Figura 18 - Ponto de interseção das retas a e b.



4.2.4 Projeção da bissetriz

Conhecido o par ordenado referente ao ponto de encontro, aplicam-se as coordenadas x e y na metodologia de dedução da equação da reta conforme exposto anteriormente no tópico 4.2.1, procedimento referentes às retas “a” e “b”. Para a projeção da bissetriz como ilustrado na Figura 19, o cálculo da inclinação é feito a partir da equação 31.

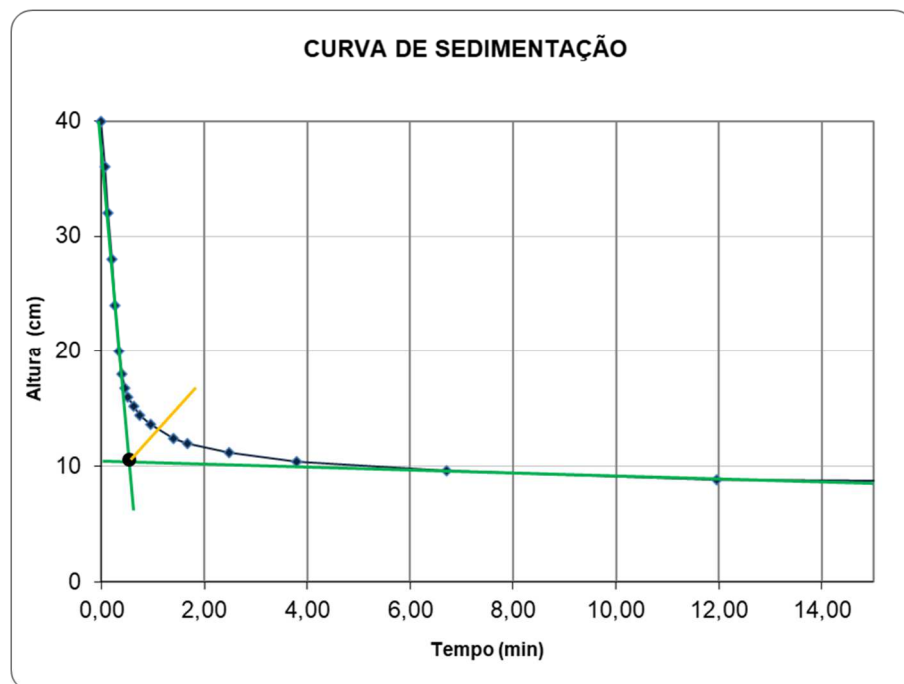
$$m1 = tg \frac{\alpha}{2} \quad (31)$$

Sendo:

α = Ângulo formado entre as retas “a” e “b”;

$m1$ = Declividade da bissetriz.

Figura 19 – Projeção da bissetriz.



4.2.5 Tangente e obtenção do valor t_c

Os dados referentes aos intervalos de tempo e as medições de altura da interface relativo a cada um desses intervalos levantados no teste de sedimentação, são utilizados para formação de uma função polinomial de grau 3 aplicando o ajuste polinomial múltiplo. Barroso e

colaboradores (1987) retratam que esse ajuste ocorre quando $X_1 = X$, $X_2 = X^2 \dots X_p = X^p$, considera-se a equação 32 para formação do polinômio.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x^1 + \beta_2 x^2 + \dots + \beta_p x^p \quad (32)$$

Neste caso $\beta_0, \beta_1, \beta_2 \dots \beta_p$ são coeficientes da equação em que p é o grau do polinômio interpolador. Sendo assim é possível obter os coeficientes da função através de equações normais que se dispõem conforme sistemas de equações 33:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 & \cdot & \cdot & \cdot & \Sigma x_i^p \\ \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i^3 & \cdot & \cdot & \cdot & \Sigma x_i^{p+1} \\ \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i^3 & \Sigma x_i^4 & \cdot & \cdot & \cdot & \Sigma x_i^{p+2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Sigma x_i^p & \Sigma x_i^{p+1} & \Sigma x_i^{p+2} & \cdot & \cdot & \cdot & \Sigma x_i^{2p} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y_i \\ \Sigma x_i \cdot y_i \\ \Sigma x_i^2 \cdot y_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Sigma x_i^p \cdot y_i \end{bmatrix} \quad (33)$$

Considerando:

Σx_i = Somatório dos elementos do eixo x com $i=1$;

Σx_i^2 = Somatório dos elementos do eixo x com $i=1$ elevado ao quadrado;

Σx_i^3 = Somatório dos elementos do eixo x com $i=1$ elevado à 3ª potência;

Σx_i^4 = Somatório dos elementos do eixo x com $i=1$ elevado à 4ª potência;

Σx_i^p = Somatório dos elementos do eixo x com $i=1$ elevado à “p” potência;

Σy_i = Somatório dos elementos do eixo y com $i=1$;

$\Sigma x_i \cdot y_i$ = Produto do somatório dos elementos do eixo x com elementos do eixo y correspondente considerando $i=1$;

$\Sigma x_i^2 \cdot y_i$ = Produto do somatório dos elementos do eixo x elevado ao quadrado com elementos do eixo y correspondente considerando $i=1$.

Os coeficientes para o polinômio interpolador podem ser obtidos pela resolução do sistema de equações utilizando o método de Eliminação de Gauss. Para encontrar a equação da tangente em um ponto específico à curva de sedimentação, calcula-se primeiramente o

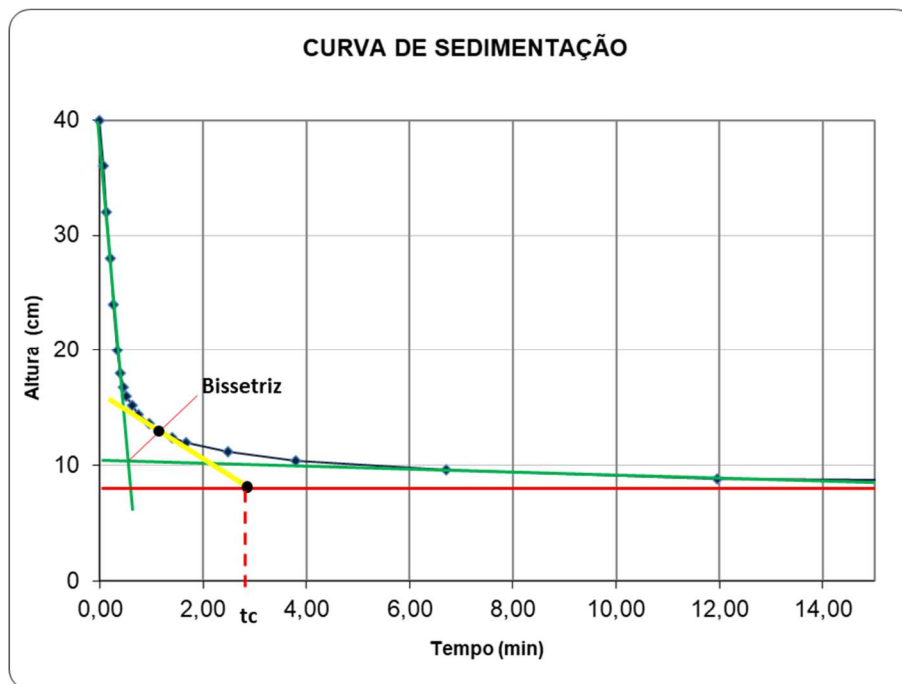
coeficiente angular da função polinomial, obtida a partir do par ordenado do ponto de encontro da bissetriz com a curva de sedimentação. Considerando a função polinomial $f(x)$, calcula-se sua derivada $f'(x)$. A tangente é obtida utilizando o ponto de encontro da bissetriz e a derivada polinomial com a aplicação da equação 34.

$$Y - Y1 = f'(x) \cdot (X - X1) \quad (34)$$

$Y1$ e $X1$ são coordenadas do ponto de interseção entre a bissetriz e a curva de sedimentação. Manipulando a equação 34 da tangente temos a forma da equação 35, utilizada para obtenção do t_c , tendo como variável dependente, X . A obtenção do t_c portanto consiste no valor final obtido da variável dependente na projeção da reta tangente até o encontro da reta paralela ao eixo do tempo desde o ponto de compactação máxima da curva de sedimentação, como ilustrado na Figura 20.

$$X = \frac{[(f'(x) \cdot x) + Y1 - Y]}{f'(x)} \quad (35)$$

Figura 20 – Obtenção do t_c pela reta tangente.



4.5 Desenvolvimento do *Software*

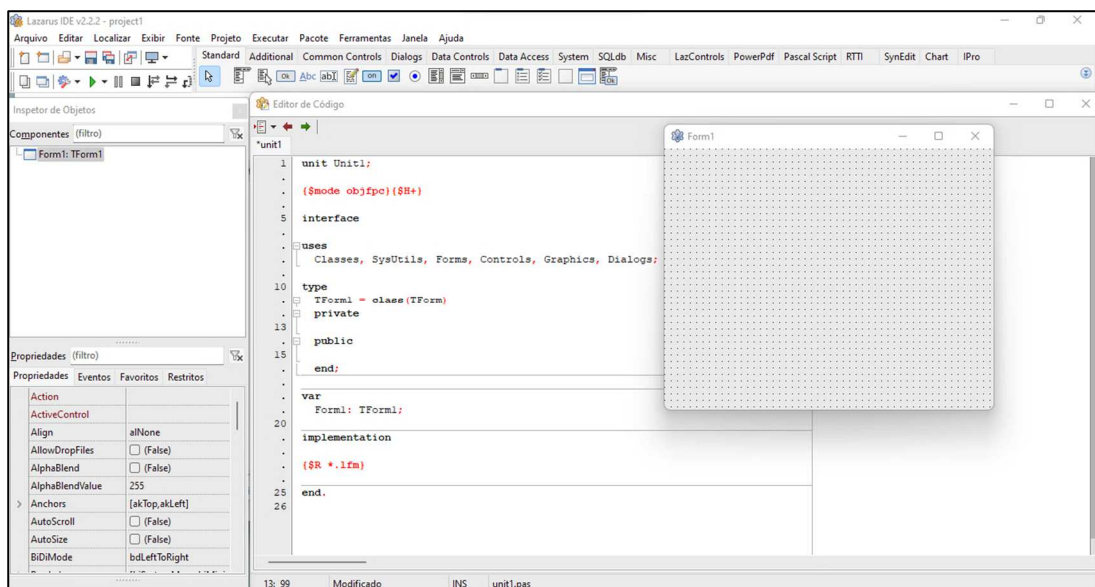
O desenvolvimento do *software* foi realizado utilizando o *Free Pascal Lazarus Project* como ferramenta de programação que possui código livre. A Figura 21 mostra a imagem de abertura do *Free Pascal Lazarus Project* e a Figura 22 sua área de trabalho.

Figura 21 – Imagem abertura do *Free Pascal Lazarus*.



Fonte: Aplicativo computacional Lazarus.

Figura 22 – Área de trabalho do Lazarus



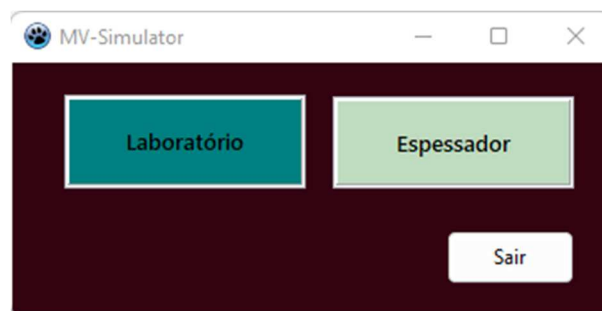
Fonte: Aplicativo computacional Lazarus.

O Lazarus possui bastantes ferramentas e recursos para utilização no desenvolvimento de funções de programas. Além disso, utiliza a linguagem Pascal, o que torna possível fazer várias depurações sobre erros nos códigos (AUGUSTO, 2015).

4.5.1 Interfaces do programa

O *software* desenvolvido no trabalho, nomeado “MV-Simulator” é composto de 3 interfaces: janela de inicialização, janela Laboratório e janela Espessador, as quais serão explicadas com mais detalhes a seguir.

Figura 23 - Janela de inicialização do programa



A janela de inicialização, Figura 23 compreende um menu principal e seus botões de comando direcionam para as outras 2 janelas e contém um botão de comando “Sair” para finalizar o programa. O usuário poderá escolher a janela Laboratório - mostrada na Figura 24, espaço em que podem ser inseridos os dados medidos manualmente em laboratório e realizar a compilação das informações para obtenção dos parâmetros para o dimensionamento.

Figura 24 – Janela Laboratório

Menu

Amostra :

21/02/2023

Dados do ensaio

Variáveis de teste	Tempo (min)	Interface (ml)	Interface (cm)	Desloc. (m/h)
Alt. prov. (mm)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Peso bruto (g)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Tara (g)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
D.s (g/cm ³)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Vp (ml)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Mp (g)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Dp (g/cm ³)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
% Sólidos	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Ms (g)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Consólid.(g/l)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Calcular Variáveis				
Reagente	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Csol (%)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Dosagem (g/l)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Calcular dosagem				
Limpar				
Executar				

INFORMAÇÕES

Underflow

Volume de polpa (ml)

Massa de polpa (g)

Densidade de polpa (g/cm³)

Água (g)

Massa de sólidos (g)

Volume de sólidos (ml)

% Sólidos final no U.F (%)

Projeção das retas - Parâmetros

Início de compressão (min)

Altura mínima de movimento (cm)

Tempo inicial da menor altura da interface (min)

X interseção

Y interseção

Escalonamento

tc (min) =

Espessador

Diâmetro (m) =

Altura (m) =

Volume total (m³) =

Área total (m²) =

Zona de Compressão

tc (h) =

HA (m) =

CA (l/m²) =

R (m²/t/h) =

Permanência (h) =

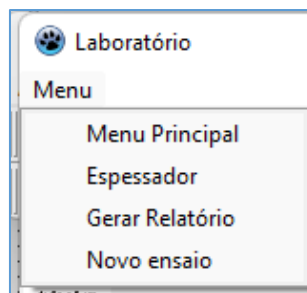
Vazão média (m³/h) =

Altura compressão (ft) =

Observa-se que na janela Laboratório, há um *menu* localizado na parte superior esquerda, conforme Figura 25, em que é possível fazer também a transição para a janela Espessador. Quando o usuário seleciona a opção *Menu Principal*, ele é direcionado para a janela de inicialização do programa; caso selecione “Laboratório”, permanecerá na mesma tela, e se selecionar a opção “Espessador”, o usuário é encaminhado para janela Espessador, Figura 32.

Caso esteja finalizado todo o dimensionamento do espessador no programa, é possível registrar os dados gerados através de um relatório criado pelo programa em arquivo .CSV, clicando em “Gerar Relatório”. Por fim, no “Novo ensaio” os dados são apagados para realização de novo dimensionamento.

Figura 25 – *Menu* de opções



Dentro da janela Laboratório é disposto um campo para registro do nome do material testado. O programa também registra a data da utilização do aplicativo assim que inicializado. A data é mostrada abaixo do registro do material inserido pelo usuário, Figura 26.

Figura 26 – Campo de registro do material testado

 A imagem mostra um formulário com um campo de texto rotulado "Amostra :". O campo de texto está atualmente vazio. Logo abaixo do campo de texto, a data "21/02/2023" é exibida em uma fonte azul.

O programa deste trabalho tem capacidade para a realização de cálculos básicos complementares de variáveis de processo para levantamento de parâmetros da polpa ao qual está sendo testada, a partir de dados obtidos por informações inseridas pelo usuário, conhecidas através de medições feitas com utilização de instrumentação de laboratório, como balanças e outros instrumentos para conhecimento da altura, peso da proveta e massa da polpa. A Figura 27 mostra o campo onde podem ser inseridos os dados para levantamento das informações complementares e as variáveis de processo calculadas respectivamente.

Figura 27 - Campo de cálculo de variáveis iniciais

Variáveis de teste	
Alt. prov. (mm)	<input type="text"/>
Peso bruto (g)	<input type="text"/>
Tara (g)	<input type="text"/>
D.s (g/cm ³)	<input type="text"/>
Vp (ml)	<input type="text"/>
Mp (g)	<input type="text"/>
Dp (g/cm ³)	<input type="text"/>
% Sólidos	<input type="text"/>
Ms (g)	<input type="text"/>
Con.sólid.(g/l)	<input type="text"/>

As variáveis consideradas neste campo são, altura da proveta; peso bruto que corresponde ao peso da proveta somado ao peso da polpa, peso da proveta vazia, densidade de sólidos, volume da polpa, massa da polpa, densidade da polpa, o percentual de sólidos da polpa, a massa de sólidos e a concentração. Também é possível realizar o cálculo de dosagem do reagente. De fato, esta parte não compõe diretamente no cálculo de dimensionamento, trata-se de um campo opcional ao usuário, contribuindo para funcionalidade do programa em caso de realização de testes mais direcionados, para fins de estudos pontuais de processo para otimização da performance da sedimentação de material teste. A Figura 28 mostra o campo onde é feito esse cálculo.

Figura 28 - Campo de cálculo de dosagem de reagente.

Reagente	<input type="text"/>
Csol (%)	<input type="text"/>
Dosagem (g/t)	<input type="text"/>
....	
<input type="button" value="Calcular dosagem"/>	<input type="button" value="Limpar"/>

No Campo “Reagente”, registra-se o nome do reagente utilizado, “Csol” - valor da diluição da solução dada em (%). No campo seguinte, pode-se inserir o valor desejado na

unidade de dosagem - dada em gramas por tonelada - comumente utilizada neste tipo de aplicação. Após inseridos os dados, a quantidade a ser coletada para aplicar no teste aparece acima do botão "Calcular dosagem". Caso seja necessário realizar novo cálculo, basta apagar as informações anteriores no botão "Limpar". Para compilação dos dados de teste de sedimentação e projeção da curva pode-se inserir os dados de tempo em minutos e interface em mililitros. Após o processamento dos dados, é calculado os valores de altura da interface em centímetros e a velocidade de sedimentação na coluna "Desloc. (m/h)". O programa possui o espaço para gerar o gráfico da velocidade de sedimentação de sólidos com os eixos de altura e tempo conforme figuras 29 e 30.

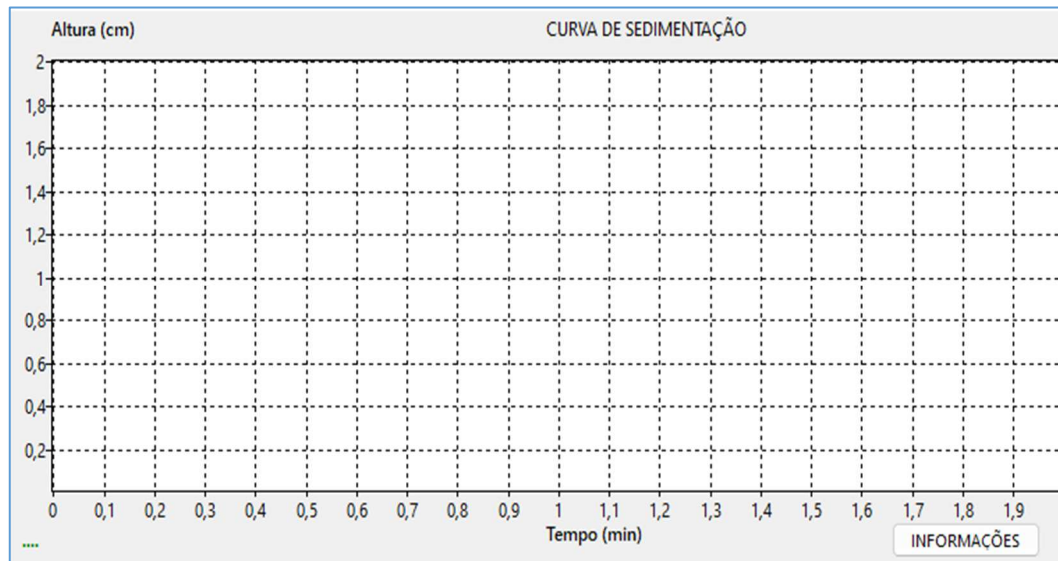
Figura 29 - Dados do ensaio de sedimentação.

Dados do ensaio

Tempo (min)	Interface (ml)	Interface (cm)	Desloc. (m/h)
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	
		0.00	

Para leitura da altura do deslocamento, realizam-se as marcações volumétricas. O programa faz uma aplicação do fator de conversão do deslocamento volumétrico para o deslocamento de altura, realizando a divisão da altura total da proveta pela sua capacidade volumétrica, conseqüentemente, calcula a velocidade de sedimentação em cada momento na unidade de metros por hora (m/h).

Figura 30 – Campo onde é gerado a curva de sedimentação.



O botão “INFORMAÇÕES” quando acionado, mostra orientações de manuseio para melhor visualização de regiões específicas do gráfico. Como parte final da janela Laboratório, os dados finais do *underflow*, da projeção das retas, da zona de compressão e informações do espessador são processadas em cada campo respectivo, com mostra a Figura 31.

Figura 31 – Dados do *underflow*, parâmetro de projeção de retas, zona de compressão e dados do Espessador.

INFORMAÇÕES		Projeção das retas - Parâmetros		X interseção	Y interseção
Underflow		Início de compressão (min)	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Volume de polpa (ml)	<input type="text"/>	Altura mínima de movimento (cm)	<input type="text"/>	Escalonamento	
Massa de polpa (g)	<input type="text"/>	Tempo inicial da menor altura da interface (min)	<input type="text"/>		
Densidade de polpa (g/cm ³)	<input type="text"/>	tc (min) =		Zona de Compressão	
Água (g)	<input type="text"/>	Espessador		tc (h) =	<input type="text"/>
Massa de sólidos (g)	<input type="text"/>			HA (m) =	<input type="text"/>
Volume de sólidos (ml)	<input type="text"/>			CA (t/m ³) =	<input type="text"/>
% Sólidos final no U.F (%)	<input type="text"/>			R (m ² /(t/h)) =	<input type="text"/>
Alimentação do espessador (t/h)	<input type="text"/>	Diâmetro (m) =	<input type="text"/>	Permanência (h) =	<input type="text"/>
Fator aplicado	<input type="text"/>	Altura (m) =	<input type="text"/>	Vazão média (m ³ /h) =	<input type="text"/>
Tempo da compressão (h)	<input type="text"/>	Volume total (m ³) =	<input type="text"/>	Altura compressão (ft) =	<input type="text"/>
		Área total (m ²) =	<input type="text"/>		

No campo do *underflow*, os dados calculados são exibidos na tela. Para a projeção das retas e levantamento final do dimensionamento do espessador é necessário inserir as informações de início de compressão, altura mínima de movimento e o tempo inicial correspondente à menor altura da interface a partir da análise dos dados gerados nos campos de intervalo de tempo, altura e deslocamento da interface.

Todavia, é importante informar a taxa de alimentação do espessador a ser dimensionado, o fator a ser aplicado e o tempo inicial de compressão. Para obtenção do t_c , é preciso que o usuário, através do gráfico, informe os pontos dos eixos das coordenadas e abscissas da bissetriz que interceptam com a curva de sedimentação projetada. As retas são projetadas através do botão “Escalonamento” conforme Figura 31.

Para complemento do trabalho, na janela “Espessador” conforme ilustrado na Figura 32, o sistema coleta os dados obtidos na janela anterior para realização do cálculo de balanço de massa do equipamento dimensionado. As informações de taxa de alimentação do espessador, percentual de sólidos, densidade da polpa, concentração de sólidos do *underflow* e a densidade atingida ao final do teste são extraídas quando o programa executa o balanço de massa do espessador.

Figura 32 -Janela Espessador.

The screenshot shows a software window titled 'Espessador' with a 'Menu' button. It contains several data entry tables and a central diagram of a thickener tank.

Input Parameters (Yellow boxes):

- Taxa alimentação (t/h)
- Sólidos na alimentação (%)
- Densidade polpa alimentação (t/m³)
- Concentração do underflow (%)
- Densidade polpa atingida (t/m³)

Alimentação (Blue header):

Vazão de sólidos (t/h)	
Concentração sólidos(%)	
Vazão de polpa (m ³ /h)	
Vazão de polpa (t/h)	
Vazão de água (t/h)	
Distribuição de água (%)	

Overflow (Red header):

Vazão de sólidos (t/h)	
Concentração sólidos(%)	
Vazão de polpa (m ³ /h)	
Vazão de polpa (t/h)	
Vazão de água (t/h)	
Distribuição de água (%)	

Underflow (Blue header):

Vazão de sólidos (t/h)	
Concentração sólidos(%)	
Vazão de polpa (m ³ /h)	
Vazão de polpa (t/h)	
Vazão de água (t/h)	
Distribuição de água (%)	

The central diagram shows a trapezoidal thickener tank with a central feed pipe and two side discharge pipes.

Os parâmetros de processo exibidos como resultados são: vazão de sólidos, concentração de sólidos, vazão volumétrica da polpa, vazão em massa da polpa, vazão volumétrica de água e seu percentual de distribuição.

4.5.2 Análise comparativa e validação do *software*

Para esta fase, foi realizado o dimensionamento de um espessador através do programa, contemplando premissas admitidas no dimensionamento realizado na literatura conforme indicado por Chaves (2010). Para a simulação da operação industrial, são consideradas a vazão da alimentação para o equipamento e a densidade do minério. Para parâmetros do teste de laboratório tem-se a massa de sólidos da amostra; o volume de polpa; peso e a diluição da polpa; peso e altura da proveta e os dados de leitura do ensaio de sedimentação, sendo a leitura do deslocamento da interface com as medições volumétricas e de altura, respectivamente, durante o ensaio.

Para o dimensionamento foi utilizado mesmo fator de projeto. Ao final, para validação do programa serão comparados o diâmetro, a área do espessador e o volume total fornecidos por Chaves (2010) e os respectivos resultados apontados pelo *software*.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

No espessador proposto por Chaves (2010) a taxa de alimentação é de 40 toneladas por hora de sólidos. A densidade específica do material considerado é de 2,65 g/cm³. A Tabela 1 mostra mais informações da alimentação consideradas no teste em questão.

5.1 Dimensionamento da literatura – Chaves 2010

Tabela 1 – Dados de alimentação do teste de sedimentação.

Parâmetros	Resultados
Tara proveta (g)	1140,00
Volume da proveta (ml)	2000,00
Constante da proveta (cm/ml)	0,02
Peso bruto Proveta com polpa (g)	3270,00
Peso da polpa (g)	2130,00
Densidade da polpa (g/cm ³)	1,07
Percentual de sólidos (%)	9,80
Massa de sólidos (g)	208,79

Fonte: Chaves (2010)

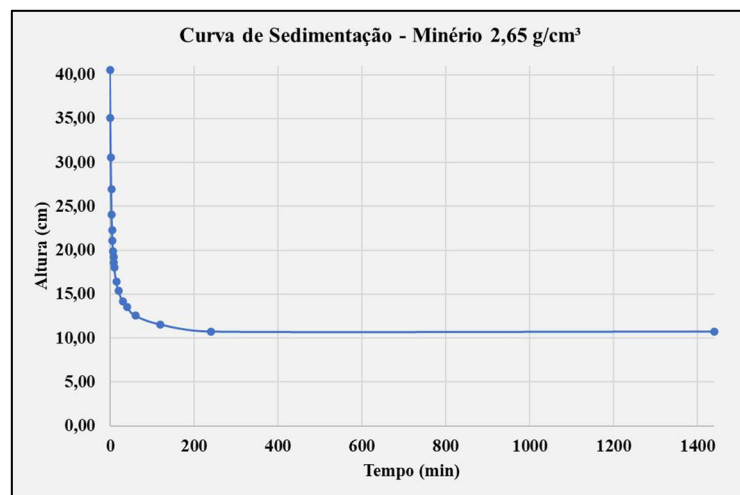
Tabela 2 – Dados de leitura de teste de sedimentação.

Tempo (min)	Volume (ml)	Altura (cm)
0	2000	40,50
1	1730	35,03
2	1510	30,58
3	1330	26,93
4	1190	24,10
5	1100	22,28
6	1040	21,06
7	980	19,85
8	950	19,24
9	920	18,63
10	890	18,02
15	810	16,40
20	760	15,39
30	700	14,18
40	670	13,57
60	620	12,56
120	570	11,54
240	530	10,73
1440	530	10,73

Fonte: Chaves (2010)

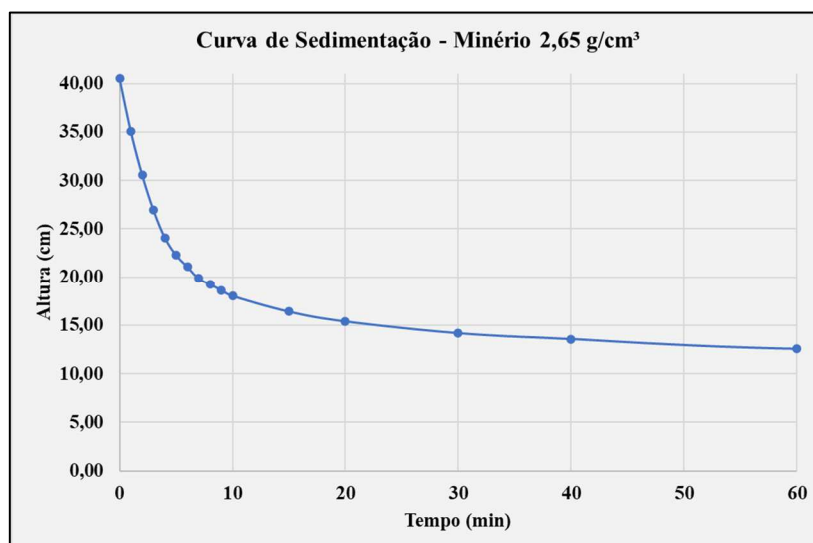
Além dos dados iniciais de parâmetros da polpa do ensaio de sedimentação, a Tabela 2 mostra os dados da leitura do teste de sedimentação considerando uma duração de 1440 minutos, correspondente a um período de 24 horas. Neste caso são levantados além do tempo, o volume de polpa em função de cada intervalo de tempo e a altura da interface correspondente. Diante dos dados levantados, foi realizado o gráfico da curva de sedimentação da interface da polpa, considerando como ponto máximo a altura inicial 40,50 cm no tempo 0 minutos e ponto mínimo a altura ao final de 10,73 com 1440 minutos. A Figura 33 representa o comportamento da interface no período de teste de 24h e na Figura 34 o período em 60 minutos.

Figura 33 – Curva de sedimentação de 24 horas.



Fonte: Modificado de Chaves (2010)

Figura 34 – Curva de sedimentação em período de 1 hora.



Fonte: Modificado de Chaves (2010)

Os dados do *underflow* são apresentados na Tabela 3. Os parâmetros levantados na zona de compressão são mostrados na Tabela 4. Por fim os dados de dimensionamento do espessador em questão são apresentados na Tabela 5.

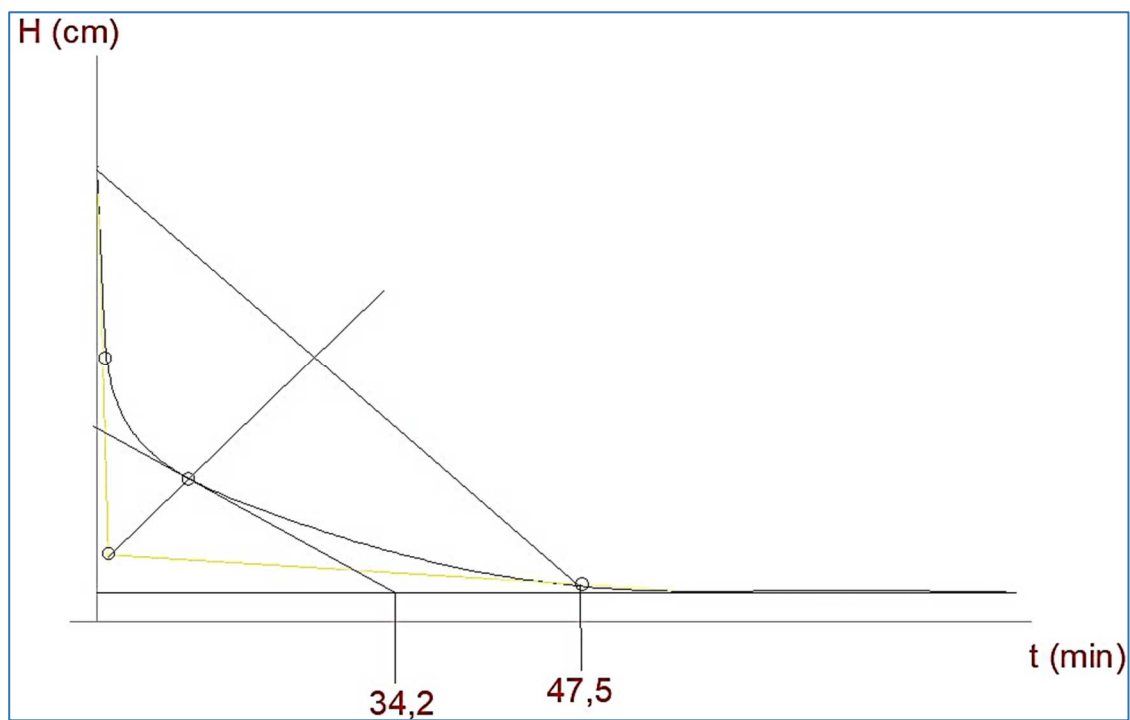
Tabela 3 – Resultados do *underflow*.

Dados do <i>underflow</i>	Resultados
Volume de polpa (ml)	530,00
massa de sólidos (g)	208,79
Volume de sólidos (ml)	78,79
Massa de polpa (g)	660,00
densidade de polpa (g/cm ³)	1,25
% sólidos no <i>underflow</i>	31,70

Fonte: Modificado de Chaves (2010)

Na Figura 35 é mostrado a representação das retas na curva de sedimentação para obtenção do t_c indicado pela literatura, (CHAVES, 2010).

Figura 35 – Obtenção do t_c no gráfico de sedimentação pelo método da bissetriz.



Fonte: Modificado de Chaves (2010)

Nesta situação, Chaves (2010) mostra, a título didático, em sua representação gráfica, o tempo de compressão considerando o método da bissetriz e Oltmann com valor do indicado para o tc de 47,5 min, cuja metodologia foi citada, anteriormente, neste trabalho. A obtenção do parâmetro no prosseguimento dos cálculos deste trabalho em questão é através do método da bissetriz, no qual são encontrados 34,2 minutos que correspondem a 0,57 horas.

Tabela 4 – Dados da zona de compressão.

Zona de compressão	Resultados
TC (h)	0,57
HA (m)	0,40
CA (t/m ³)	0,10
Razão de espessamento [m ² /(t/h)]	13,50
Permanencia zona de compressão (h)	3,43
Vazão média (m ³ /h)	108,30
Altura compressão (ft)	0,42
Altura compressão recalculada (ft)	0,50

Fonte: Modificado de Chaves (2010)

O tempo de permanência da zona de compressão é o período em que o material adensado se encontra na parte do fundo do espessador. Este tempo é importante para se ter noção do comportamento da polpa adensada para melhores interpretações operacionais do equipamento. O resultado neste caso foi de 3,43 horas. A vazão média indicada no resultado consiste na vazão volumétrica de material que passa pela zona de compressão. A quantidade de 108,30 metros cúbicos por hora foi o resultado obtido no dimensionamento do espessador da literatura. O cálculo da altura de compressão, inicialmente, resultou 0,42 pés. Tal valor pode ser considerado neste caso um subdimensionamento da zona de compressão, o que pode ser evitado, seguindo a regra dos 3 pés e recalculando a altura de compressão para 0,5 pés.

Tabela 5 – Resultado do dimensionamento.

Dimensionamento	Resultados
Diâmetro (m)	31,80
Altura (m)	1,98
Volume total (m ³)	1533,20
Área total (m ²)	793,80

Fonte: Modificado de Chaves (2010)

5.2 Resultado de dimensionamento obtido utilizando o *software MV-Simulator*

Foram inseridos no *software* na parte “Variáveis de teste” nos campos de inserção de dados - Figura 36 -, as premissas indicadas pela literatura para o caso em questão: altura da proveta considerando 410 mm; peso da proveta de 578 gramas e um peso bruto 2.708g; a densidade do sólido foi de 2,65 g/cm³ e um volume total de polpa de 2.000 mililitros.

Figura 36 – Resultado das variáveis de teste fornecidos pelo software.

<u>Variáveis de teste</u>	
Alt. prov. (mm)	410
Peso bruto (g)	2708
Tara (g)	578
D.s (g/cm ³)	2.65
Vp (ml)	2000
Mp (g)	2130.00
Dp (g/cm ³)	1.07
% Sólidos	9.80
Ms (g)	208.79
Con.sólid.(g/l)	104.39
Calcular Variáveis	

Também na Figura 36 são apresentados os resultados das seguintes variáveis: massa de polpa, densidade de polpa, massa de sólidos, concentração de sólidos cuja diluição é considerada gramas por litro. O valor da altura interna da proveta que foi utilizada no teste indicado pela literatura. De forma prática a obtenção desse valor pode ser obtida através de medição da proveta com auxílio de uma trena métrica.

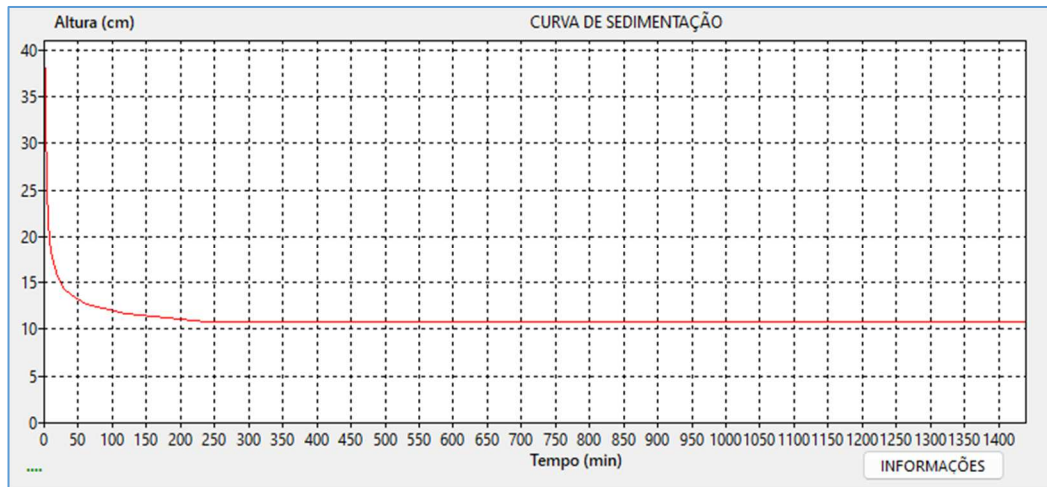
Figura 37 – Dados do ensaio de sedimentação

Dados do ensaio			
Tempo (min)	Interface (ml)	Interface (cm)	Desloc. (m/h)
0	2000	41.00	0.00
1	1730	35.47	3.32
2	1510	30.96	2.71
3	1330	27.27	2.21
4	1190	24.40	1.72
5	1100	22.55	1.11
6	1040	21.32	1.11
7	980	20.09	0.74
8	950	19.48	0.37
9	920	18.86	0.37
10	900	18.45	0.25
15	810	16.61	0.22
20	760	15.58	0.12
30	700	14.35	0.07
40	670	13.74	0.04
60	620	12.71	0.03
120	570	11.69	0.01
240	530	10.87	0.00
1440	530	10.87	0.00

A Figura 37 mostra os resultados de altura da interface em centímetros calculados a partir das medições volumétricas, o deslocamento de cada intervalo em metros por hora a partir da medição indicada por intervalo de tempo.

Analisando os resultados de sedimentação, no instante de 6 minutos, pode-se localizar o começo da zona de compressão tendo em vista o início de desaceleração da decantação dos sólidos na interface da polpa na proveta. A Figura 38, exibe a representação gráfica do comportamento da interface em função do tempo ao longo de 24h.

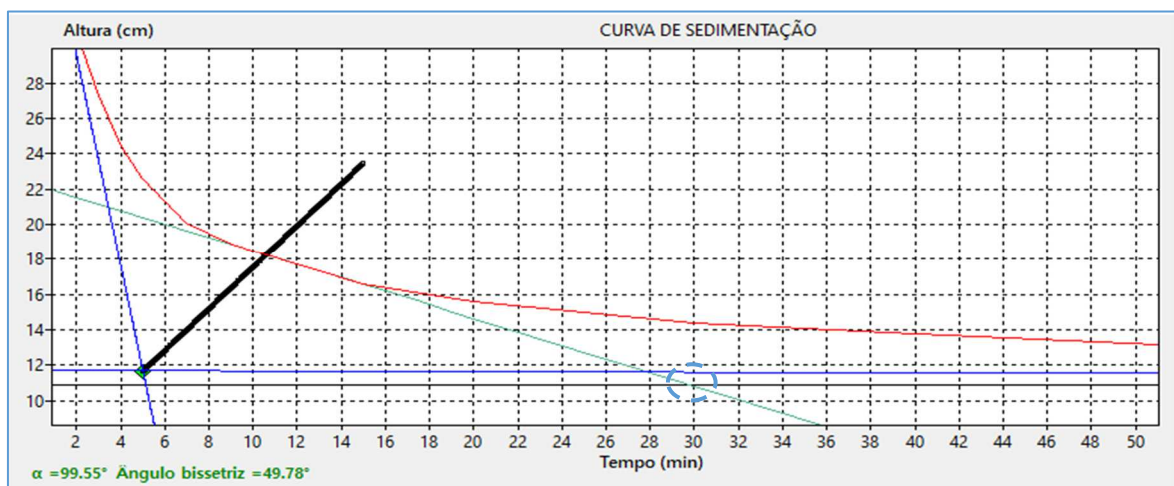
Figura 38 – Curva de Sedimentação do ensaio.



Após a geração da curva de sedimentação, foram traçadas as respectivas retas em relação ao eixo do tempo e altura. A partir da interseção entre elas, projetou-se a bissetriz até a curva de sedimentação. O ponto de encontro neste caso foi determinado com análise visual gráfica considerando as coordenadas de tempo e altura relacionadas ao ponto, determinou-se no campo “X interseção” 10,50 minutos e “Y interseção” 18,30 centímetros, Figura 40. Para este ensaio, o ângulo entre as retas do tempo *versus* altura foi de 99,55°.

É projetada uma reta assíntota horizontal, tendo como base o último intervalo de tempo correspondente ao intervalo final de compressão. Com o ponto de encontro da reta bissetriz, a curva de sedimentação, o *software* projetou a tangente até o encontro com a assíntota horizontal conforme mostra a Figura 39.

Figura 39 – Projeção das retas e da bissetriz



Observando a Figura 39, percebe-se que o t_c obtido pelo programa é próximo a 30 minutos. Na Figura 40 é exibido o valor calculado do t_c de forma mais precisa, ou seja de 30,01 minutos, convertendo para horas, tem-se o valor de 0,50 horas. Os parâmetros do *underflow* são calculados através do botão executar do programa. O volume de polpa final ficou com 530 mililitros, volume de sólidos de 78,79 ml com massa de 208,79 gramas, densidade de polpa de 1,25 g/cm³ e uma massa de polpa de 660 gramas.

Figura 40 – Informações gerais do resultado do dimensionamento

INFORMAÇÕES		Projeção das retas - Parâmetros		X interseção	Y interseção
Underflow		Início de compressão (min)	5	10.50	18.30
Volume de polpa (ml)	530.00	Altura mínima de movimento (cm)	11.69	Escalonamento	
Massa de polpa (g)	660.00	Tempo inicial da menor altura da interface (min)	240		
Densidade de polpa (g/cm ³)	1.25	TC(min)= 30.01		Zona de Compressão	
Água (g)	451.21			tc (h) =	0.5002
Massa de sólidos (g)	208.79	Espessador	HA (m) =	0.410	
Volume de sólidos (ml)	78.79		CA (t/m ³) =	0.104	
% Sólidos final no U.F (%)	31.63	Diâmetro (m) =	29.58	R (m ² /(t/h)) =	11.685
Alimentação do espessador (t/h)	40	Altura (m) =	2.23	Permanência (h) =	3.50
Fator aplicado	1.47	Volume total (m ³) =	1532.66	Vazão média (m ³ /h) =	107
Tempo da compressão (h)	4	Área total (m ²) =	774.07	Altura compressão (ft) =	0.50

A escolha do fator de dimensionamento foi de 1,47 – fator indicado por Chaves (2010) no dimensionamento realizado em sua simulação. A Figura 40 ilustra os resultados obtidos no dimensionamento do espessador. De acordo com o teste de sedimentação o tempo de compressão é de 240 minutos, (4 horas). A zona de compressão obteve uma vazão volumétrica de 107 m³/h com uma altura final de 0,5 ft.

A permanência da zona de compactação é de três horas e meia para estas condições. Como pode ser visto na Figura 40, para uma vazão de 40 toneladas por hora, o diâmetro do espessador ficou dimensionado em 29,58 m, com uma altura de 2,23 m, um volume total de 1532,66 m³ total com uma área de 774,07 m². A Figura 41 mostra de forma geral todos os parâmetros levantados no sistema, como são dispostos para o usuário. Neste caso não considera aplicação de reagente para otimização do deslocamento da interface.

Figura 41 – janela Laboratório com os dados levantados.

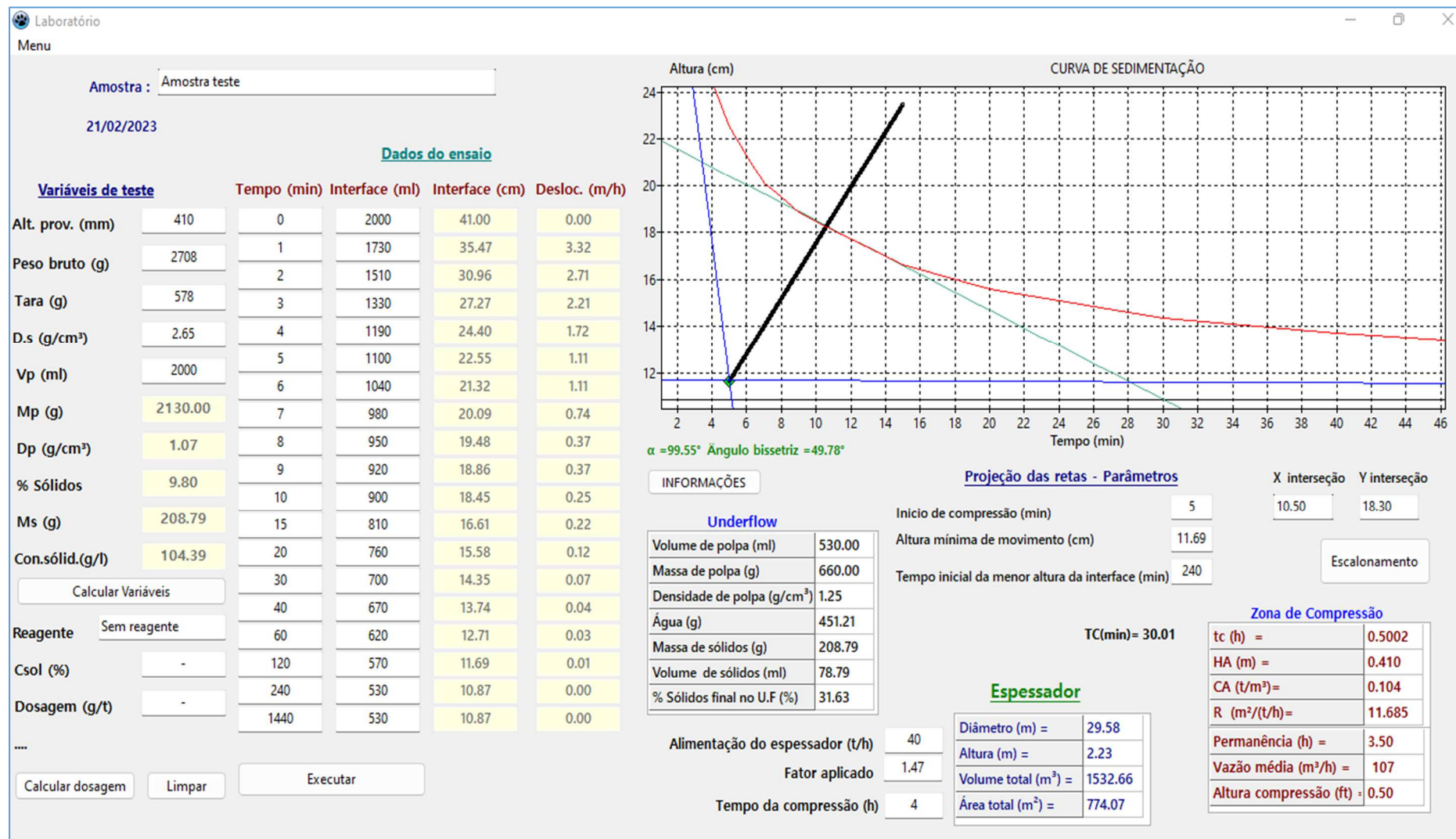
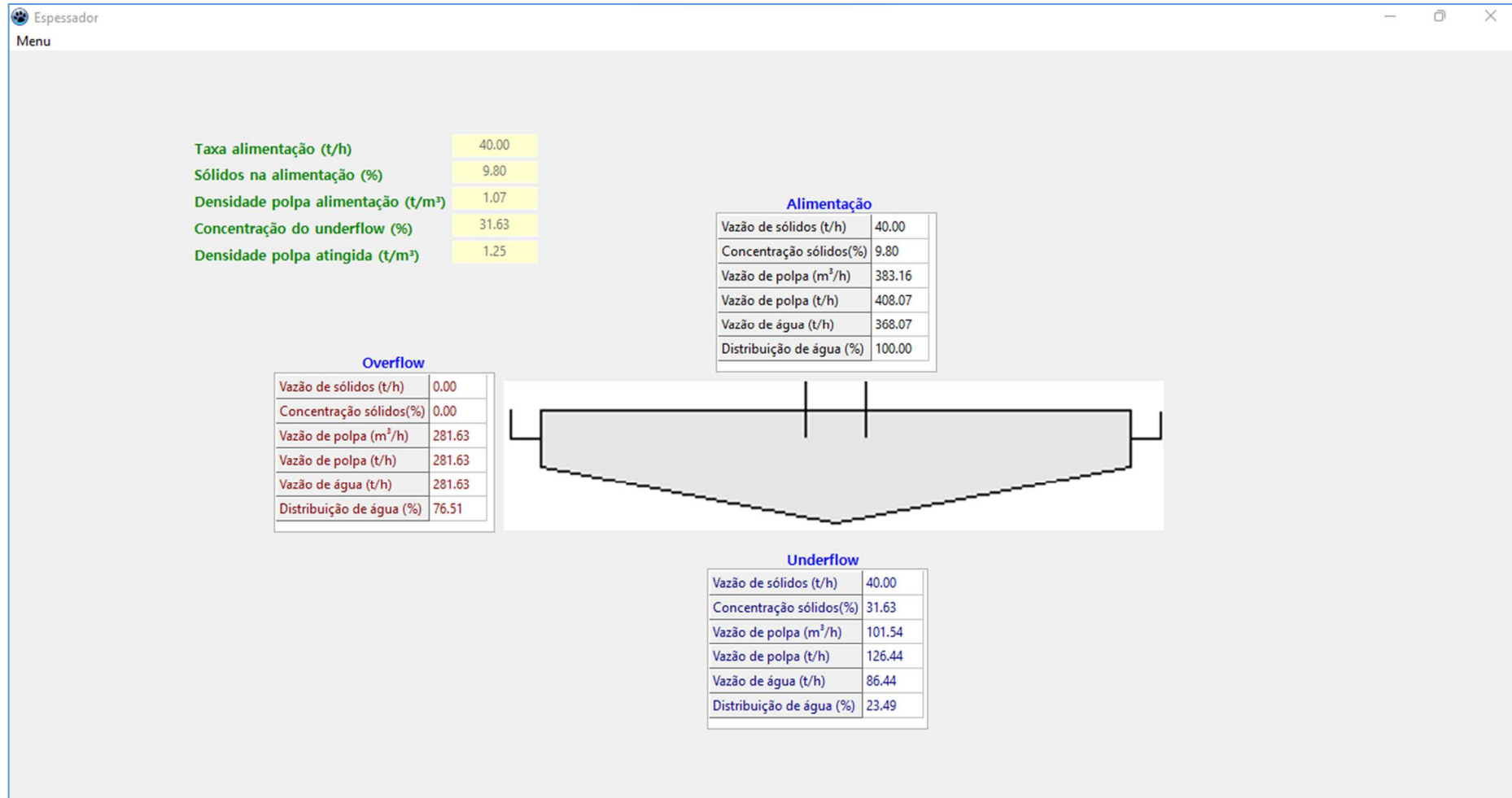


Figura 42 – janela Espessador com balanço de massa.



Na janela Espessador o balanço de massa do espessador como ilustrado na Figura 42, é mostrado de forma simplificada na Tabela 6.

Tabela 6 – Balanço de massa espessador simulado

Parâmetros	Alimentação	Overflow	Underflow
Vazão de sólidos (t/h)	40,00	0,00	40,00
Concetração sólidos (%)	9,80	0,00	31,63
Vazão de polpa (m ³ /h)	383,16	281,63	101,54
Vazão de polpa (t/h)	408,07	281,63	126,44
Vazão de água (t/h)	368,07	281,63	86,44
Distribuição de água (%)	100,00	76,51	23,49

Como observado na Tabela 6, somando a massa de água e a massa de minério, o espessador receberá um total de 408,07 t/h de polpa com uma diluição de 9,80% de sólidos. O percentual de água recuperada no *overflow* foi de 76,51%, restando 23,49% de água no *underflow*. Em síntese na Tabela 7 são mostrados os resultados de dimensionamento obtidos com o *software* em comparação com as informações do dimensionamento explanados nos cálculos da literatura.

Tabela 7 - Comparativo de resultados

Parâmetros de dimensionamento	Literatura	Dados obtidos pelo <i>software</i>	Diferença (%)
tc (h)	0,57	0,50	12,28%
R [m ² /(t/h)]	13,50	11,68	13,48%
Diâmetro (m)	31,80	29,58	6,98%
Altura (m)	1,98	2,23	12,63%
Área do espessador (m ²)	793,80	774,07	2,49%
Volume total (m ³)	1533,20	1532,66	0,04%

A área e o diâmetro dos espessadores, apresentaram valores diferentes, visto que o valor do tc foi 0,50 calculado pelo modelamento matemático aplicado e o valor da literatura foi de 0,57, o que contribuiu para a diferença na razão de espessamento entre os dois escalonamentos. A altura dimensionada pelo *software* ficou com 2,23 m, contudo o volume total no espessador entre as duas situações obteve uma diferença de 0,04%.

Observando os números finais, tem-se que o espessador dimensionado pela literatura ficou com um diâmetro um pouco maior em relação ao equipamento dimensionado através do *software*. Já em relação ao volume total, o espessador indicado na literatura ficou com uma autonomia maior, entretanto essa diferença representa menos de 1% quando comparado ao equipamento dimensionando pelo programa.

No escalonamento realizado no *software*, a área total para o espessador é menor que a área calculada na literatura, representando cerca de 2,49 % a menos. Apesar da divergência nesse parâmetro, tem-se que a diferença entre os equipamentos de uma forma geral não é muito discrepante, visto que o diâmetro do espessador do programa possui 6,98% a menos de tamanho e os valores no resultado do volume total de ambos possuem capacidades quase equivalentes.

Diante disso, apesar do espessador dimensionado pelo programa, ter menores dimensões, calculados a partir do parâmetro t_c , considera-se o mecanismo de escalonamento realizado pelo *software* de forma geral como satisfatório, admitindo que os valores resultantes possuem coerência no que diz respeito ao dimensionamento de espessadores.

Considera-se também de forma positiva e a título de contribuição, a capacidade de obter um balanço de massa no espessador simulado, possibilitando prever o percentual de água recuperada no processo nas condições de adensamento da polpa de minério trabalhada, que é um dos principais objetivos dessa operação unitária industrialmente. Também é possível ter previsibilidade da concentração de sólidos da polpa no *underflow* que será direcionada para os processos subsequentes de acordo com cada fluxograma de processos a que pertence.

6 CONCLUSÕES

A utilização de métodos matemáticos, como a geometria analítica e cálculos numéricos para resolução de questões complexas é de grande valia, visto que são poderosas ferramentas na aplicação para soluções de questões dentro da engenharia e proporcionam grande assertividade nos resultados. Mais ainda, se tais mecanismos matemáticos são integrados às metodologias consolidadas para execução de cálculos mais elaborados na indústria mineral, além da grande possibilidade de serem incorporados na estrutura de desenvolvimento de *softwares* - como executado neste trabalho - com a utilização do modelamento matemático, tornando essencial para possibilidade de projeção das retas referentes ao método de Talmage e Fitch e pela obtenção do parâmetro de dimensionamento t_c . Dito isso, enfatiza-se aqui o fato de os métodos matemáticos serem ferramentas poderosas no auxílio da construção de projetos importantes em diversos setores da engenharia mineral.

Conclui-se também que o programa desenvolvido cumpriu a função de realizar a interpretação dos dados e os cálculos referentes ao teste de sedimentação. Na parte de variáveis iniciais de processo da polpa, informações que na prática são quantificadas com auxílio de instrumentos de laboratório com altura da proveta, peso bruto, dentre outras, foram inseridas no *software* e conseqüentemente compiladas sendo utilizadas na realização dos cálculos dos parâmetros da porção sedimentada ao final do teste e para simular a alimentação do espessador no balanço de massa. As variáveis de programação da linguagem computacional adotada foram aplicadas para receberem os *inputs* não somente de dados iniciais da polpa, mas também informações coletadas no ensaio de bancada, contribuindo para a execução das funções dentro do algoritmo desenvolvido do programa, permitindo assim conhecer o deslocamento da altura da interface na polpa em função do tempo avaliado, como também a geração de *outputs* para o usuário.

Outro ponto a destacar é a funcionalidade da ferramenta “Gerar Relatório” presente no *menu* que possibilita o registro de informações que foram inseridas no programa e os respectivos resultados obtidos nos cálculos de dimensionamento de espessadores juntamente com o balanço de massa. Por fim, diante de toda funcionalidade e metodologia aplicada neste trabalho, foi possível realizar a simulação de espessamento e comparando com informações da literatura conforme proposto na parte objetiva.

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A fim de fazer a aplicação prática deste projeto em situações reais, propõe-se para trabalhos futuros realizar simulações utilizando testes em unidades mineradoras que possuem equipamentos em operação contemplando as premissas operacionais existentes da planta ou projetos em fase de dimensionamento do sistema de espessamento ou em unidades que se encontrem em fase de dimensionamento de novos espessadores ou ainda, que estejam realizando melhoria de processo na etapa de separação sólido-líquido.

Registra-se também como sugestão, o desenvolvimento de uma segunda versão do programa para automatizar a manipulação dos valores do ponto de interseção “X” e “Y” na projeção das retas, eliminando a necessidade de operação manual do usuário destes parâmetros. Sugere-se ainda, como parte da otimização na segunda versão, melhoria na parte de inserção (*input*) dos dados do teste de sedimentação, modificando o modo de entrada dessas informações para comandos mais simplificados e, além disso, procurar desenvolver uma programação que possibilite gerar o gráfico da curva de sedimentação no relatório final da simulação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Pedro Ivo Amaro. **Empilhamento de rejeito filtrado: a expansão de uma alternativa para substituição de barragens**. Universidade Federal de Ouro Preto-UFOP. Ouro Preto. 2020.

ALVES, Vladimir Kronemberger; GOBBO, Oliver; SCHNEIDER, Cláudio L.; GONÇALVES, Keila. **Cálculo de parâmetros de modelo de sedimentação para simulação e escalonamento de espessadores de polpa**. VII Simpósio Brasileiro de Minério de Ferro, Ouro Preto, 2006.

AUGUSTO, Bruno M. F. **Atualização do FEUPAutom e criação de software simulador / SCADA genérico**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto. 2015.

BANISI, Samad; GH, A, Parsapour; M, Hossininasab; M, Yahyaei. *Effect of settling test procedure on sizing thickeners*. *Separation and Purification Technology*, Kerman, 2014. 87-95.

BANISI, Samad; YAHYAEI, Mohsen. *Feed Dilution-Based Design of a Thickener for Refuse Slurry of a Coal Preparation Plant*. *International Journal of Coal Preparation and Utilization*, p. 201–223, outubro 2008.

BARROSO, Leônidas Conceição; BARROSO, Magali Maria de Araújo; CAMPOS FILHO, Frederico Ferreira; CARVALHO, Márcio Luiz Bunte de; MAIA, Miriam Lourenço. **Cálculo Numérico (com aplicações)**. 2ª. ed. São Paulo: Harbra Ltda, 1987.

BETANCOURT, Fernando; BÜRGER, Raimund; DIEHL, Stefan; MEJÍAS, Camilo. *Advanced methods of flux identification for clarifier-thickener simulation models*. *Minerals Engineering*, 2014. 2-15.

BITARÃES, Santino M. **Controle por aprendizagem por reforço aplicado aos processos: CSTR e ESPESSADOR**. Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP; Associação Instituto Tecnológico Vale - ITV. Ouro Preto, p. 48. 2022.

CAMPOS FILHO, Frederico F. **Algoritmos Numéricos**. 1^a. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 2001.

CHAVES, Arthur Pinto. **Teoria e Prática do tratamento de minérios Desaguamento, Espessamento e Filtragem**. 3^a (Revista e Ampliada). ed. São Paulo: signus, v. 2, 2010.

CONCHA, Fernando A. **Manual de Filtración y Separación**. 1^a. ed. Concepción: Universidad de Concepción, v. 1, 2001.

DE SOUZA PINTO, Thiago; LIMA, José Renato Baptista de; MORAIS JÚNIOR, Deovaldo de; LEAL FILHO, Laurindo de Salles. **Dimensionamento de espessadores: validação experimental de três técnicas convencionais**. Revista Escola de Minas, Ouro Preto, abril 2009. 243-249.

FERREIRA, Diego Henrique Oliveira. **Principais Etapas do Tratamento de Minérios Itabiríticos do Quadrilátero Ferrífero**. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2011.

FRANÇA, Silvia Cristina Alves; CASQUEIRA, Rui de Góes. Parte VI Desaguamento. In: FRANÇA, Silvia Cristina Alves; CASQUEIRA, Rui de Góes. **Tratamento de Minérios - Práticas Laboratoriais**. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2007. Cap. 23.

FRANÇA, Silvia Cristina Alves; MASSARANI, Giulio. **Separação sólido-líquido**. In: CETEM Tratamento de minérios. 6^a. ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCTIC, 2018. Cap. 14, p. 597-647.

GONÇALVES, Gizele Maria Campos. **Caracterização Tecnológica do itabirito anfíbolítico da Mina de Brucutu - MG**. UFOP. Ouro Preto. 2020.

GUIMARÃES, Filipe Augusto Vasconcelos. **"Revisão nos métodos de dimensionamento de espessadores e comparação dos modelos industriais"**. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2010.

JIAO, Huazhe; CHEN, Weilin; WU, Aixiang; RUAN, Zhuen; HONAKER, Rick; CHEN, Xinming; YU, Jianxin. *Flocculated unclassified tailings settling efficiency improvement by particle collision optimization in the feedwell*. *International Journal of Minerals, Metallurgy and Materials*, 29, dezembro 2022. 2126-2135.

LANGLOIS, Juan I.; CIPRIANO, Aldo. *Dynamic modeling and simulation of tailing thickener units for the development of control strategies*. *Minerals Engineering*, 2019. 131-139.

LEHMAN, Charles H. **Geometria Analítica**. 8^a. ed. São Paulo: Globo, 1995.

LEITE, Wanderson Pereira. **Recuperação e recirculação de água no processamento mineral**. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2011.

LUZ, Adão Benvindo da.; SAMPAIO, João Alves.; FRANÇA, Silva Cristina Alves. **Tratamento de Minérios**. 5^a. ed. Rio de Janeiro: Centro de Tecnologia Mineral - CETEM, 2010.

MAIA, Henrique Karl Fernandes. **Desenvolvimento de Interface Web de Simulador de Processamento Mineral**. Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ. Rio de Janeiro, p. 58. 2018.

MIRANDA, Rodrigo Cesar de.; SILVA, Klaydison Carlaile.; HOLTZAPPLE, Alex. **Simulação dinâmica para análise de confiabilidade de um processo de beneficiamento de minério de ferro**. 46^o Seminário de Redução /17^o Minério de Ferro/4^o Aglomeração, Rio de Janeiro, 46, setembro 2016. 666-671.

MUNEM, Mustafa A.; FOULIS, David J. **Cálculo**. 1^a. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., v. 1, 1982.

OSBORNE, David G.; DINH, Emma; NGUYEN, Van Cuong; NGUYEN, Anh V.; DOI, Andrew; NGUYEN, Thuong V.; EJTEMAEI, Majid. *Advanced solid-liquid separation for*

dewatering fine coal tailings by combining chemical reagents and solid bowl centrifugation. Separation and Purification Technology, Queensland, 259, 15 março 2021.

PEREIRA, Alisson Marden Fonseca. **Simulação dinâmica e controle de nível da interface e concentração de sólidos na descarga de espessadores sujeitos à adição de floculante.** Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP; Associação Instituto Tecnológico Vale - ITV. Ouro Preto, p. 105. 2021.

QUITES, Noel Aparecido Siqueira. **Influência de diferentes tipos de minério de ferro na umidade do sínther feed.** UFOP. Ouro Preto. 2018.

REIS, Kleber Menezes. **Dimensionamento de Espessadores.** Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto. 2010.

RESENDE NETO, Mário Campos; OLIVEIRA, Marina Filizzola Melquiades de.; FERREIRA, Kelly Cristina; VALADÃO, George Eduardo Sales. **Características de pastas minerais obtidas a partir do espessamento de lamas.** Tecnologia em Metalurgia, Materiais e Mineração, 13, 2016. p.260-264.

ROCHA, Geriane Macedo; GONÇALVES, Gizele Maria Campos; RAMOS, Kennedy da Silva; COTA, Tiany Guedes; LIMA, Rosa Malena Fernandes. **Caracterização Física, Química e Mineralógica de uma amostra de minério de ferro de Brucutu.** Tecnologia em Metalurgia, Materiais e Mineração, Ouro Preto, março 2019. 88-94.

RUAN, Zhu-en; WU, Ai-xiang; LI, Cui-ping; WANG, Shao-yong; WANG, Yong; WANG, Jian-dong. *Numerical study of flocculation settling and thickening of whole-tailings in deep cone thickener using CFD approach. Journal of Central South University*, abril 2019. 711-718.

SALVADOR, F. F.; SILVA, N. K. G.; BARROZO, M. A. S.; VIEIRA, L. G. M. **Estudo Experimental do tipo de separação de partículas em um hidrociclone concentrador.** COBEQ - XX Congresso Brasileiro de Engenharia Química, Florianópolis, 1, fevereiro 2015.

SAMPAIO, João A.; FRANÇA, Sílvia C. A.; BRAGA, Paulo F. A. **Tratamento de Minérios Práticas Laboratoriais**. Rio de Janeiro: CETEM - Centro de Tecnologia Mineral, 2007.

SILVA, André; SCHONS, Elenice; VAZ, Jeferson. **Teste de Sedimentação com finos de vermiculita**. HOLOS, 5, agosto 2015. 44.

SVAROVSKY, Ladislav. *Introduction to solid-liquid separation*. 4^a. ed. Pardubice: Butterworth-Heinemann, 2001. 1-29 p. ISBN 978-0-7506-4568-3.

TORQUATO, Nilton C. **Dimensionamento de espessadores convencionais aplicados a polpas de minério de ferro**. UFOP. Ouro Preto. 2008.

VALADÃO, George E. S.; ARAUJO, Armando C. **Introdução ao Tratamento de Minérios**. Belo Horizonte: UFMG, 2012.

YONGGANG, ZHU; J, WU; I, S. SHEPERD; M, COGHILL; N, VAGIAS; K, ELKIN. *An Automated Measurement Technique for Slurry Settling Test*. *Minerals Engineering*, 2000. 765-772.

APÊNDICE I – RELATÓRIO GERADO PARTE 1

****RELATÓRIO TESTE SEDIMENTAÇÃO****

Data 21/02/2023
 Amostra Amostra teste

PARÂMETROS DE PROCESSO

Altura proveta(mm) 410.00
 Peso bruto (g) 2708.00
 Tara (g) 578.00
 Densidade sólido (g/cm³) 2.65
 Volume polpa (ml) 2000.00
 Massa polpa (g) 2130.00
 Densidade polpa (g/cm³) 1.07
 % Sólidos 9.80
 Massa sólidos (g) 208.79
 Concentração sólidos (g/l) 104.39

DADOS DO REAGENTE

Identificação Sem reagente
 Concentração da solução (%) -
 Dosagem (g/t) -
 Dosagem aplicada (g) -

DADOS DA SEDIMENTAÇÃO

Tempo (min)	Interface (ml)	Interface (cm)	Deslocamento (m/h)
0.00	2000.00	41.00	0.00
1.00	1730.00	35.47	3.32
2.00	1510.00	30.96	2.71
3.00	1330.00	27.27	2.21
4.00	1190.00	24.40	1.72
5.00	1100.00	22.55	1.11
6.00	1040.00	21.32	1.11
7.00	980.00	20.09	0.74
8.00	950.00	19.48	0.37
9.00	920.00	18.86	0.37
10.00	900.00	18.45	0.25
15.00	810.00	16.61	0.22
20.00	760.00	15.58	0.12
30.00	700.00	14.35	0.07
40.00	670.00	13.74	0.04
60.00	620.00	12.71	0.03
120.00	570.00	11.69	0.01
240.00	530.00	10.87	0.00
1440.00	530.00	10.87	0.00

APÊNDICE II – RELATÓRIO GERADO PARTE 2

UNDERFLOW			
Volume polpa (ml)	530.00		
Massa de polpa (g)	660.00		
Densidade de polpa (g/cm ³)	1.25		
Água (g)	451.21		
Sólidos (g)	208.79		
Volume de sólidos (ml)	78.79		
% Sólidos final	31.63		
ZONA DE COMPRESSÃO			
tc (h)	0.5002		
Razão espessamento	11.68		
Permanência (h)	3.50		
Vazão média (m ³ /h)	107		
ESCALONAMENTO			
Diâmetro do espessador (m)	29.58		
Altura (m)	2.23		
Volume (m ³)	1532.66		
Área (m ²)	774.07		
ESPESSAMENTO - BALANÇO DE MASSA			
Data da realização de ensaio	21/02/2023		
Material processado	Amostra teste		
	Alimentação	Overflow	Undeflow
Vazão de sólidos (t/h)	40.00	0.00	40.00
Concentração sólidos (%)	9.80	0.00	31.63
Vazão de polpa (m ³ /h)	383.16	281.63	101.54
Vazão de polpa (t/h)	408.07	281.63	126.44
Vazão de água (t/h)	368.07	281.63	86.44
Distribuição de água (%)	100.00	76.51	23.49
	FIM		